



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR  
VAZIRLIGI



SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI  
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETINING URGUT FILIALI

# ANIQ VA TABIIY FANLARDA ZAMONAVIY MUAMMOLAR: ILMIY YONDASHUVLAR VA YANGI YECHIMLAR

Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi  
ilmiy ishlari to'plami  
(6-iyun, 2026-yil, Urgut)

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ В ТОЧНЫХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ:  
НАУЧНЫЕ ПОДХОДЫ И НОВЫЕ РЕШЕНИЯ  
Сборник научных трудов Республиканской  
научно-практической конференции  
(6 июня, 2026 г., г. Ургут)

MODERN PROBLEMS IN EXACT AND NATURAL SCIENCES:  
SCIENTIFIC APPROACHES AND NEW SOLUTIONS  
Proceedings of the Republican Scientific and Practical Conference  
(June 6, 2026, Urgut)

I QISM



samduuf.uz

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI**

**OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT  
UNIVERSITETI URGUT FILIALI**

**ANIQ VA TABIIY FANLARDA ZAMONAVIY MUAMMOLAR: ILMIY  
YONDASHUVLAR VA YANGI YECHIMLAR**

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТОЧНЫХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК:  
НАУЧНЫЕ ПОДХОДЫ И НОВЫЕ РЕШЕНИЯ**

**MODERN CHALLENGES IN EXACT AND NATURAL SCIENCES:  
SCIENTIFIC APPROACHES AND NEW SOLUTIONS**

**Respublika ilmiy-amaliy konferensiya**

**2026-yil 06-iyun**

**Urgut — 2026**

**UO'K 001.89**

**Aniq va tabiiy fanlarda zamonaviy muammolar: ilmiy yondashuvlar va yangi yechimlar respublika miqyosidagi ilmiy-amaliy konferensiya ilmiy ishlari to'plami I-qism. – Samarqand. SamDU Urgut filiali, 2026. -429 b.**

Aniq va tabiiy fanlarda zamonaviy muammolar: ilmiy yondashuvlar va yangi yechimlar respublika miqyosidagi ilmiy-amaliy konferensiya aniq va tabiiy fanlar sohasidagi fundamental hamda amaliy muammolarni tizimli ravishda tahlil qilish, innovatsion yechimlarni ishlab chiqish va tadqiqot natijalarini amaliyotga integratsiyalashga qaratilgan fundamental platforma hisoblanadi. Anjuman doirasida matematik analiz, algebra va geometriyaning dolzarb nazariy masalalari, axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt hamda ma'lumotlar tahlilining istiqbolli yo'nalishlari, shuningdek, differensial tenglamalar va mexanikaning zamonaviy muammolarini matematik modellash masalalari keng muhokama qilinadi. Shu bilan birga, tadbir dasturidan tabiiy fanlardagi zamonaviy muammolarning ilmiy yechimlari, aniq va tabiiy fanlarni o'qitishning modernizatsiyalashgan innovatsion metodologiyasi hamda ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlarni tahlil qilish va prognozlashtirishning zamonaviy yondashuvlari bo'yicha olib borilayotgan ilmiy izlanishlar integratsiyasi chuqur o'rin olgan. Konferensiya materiallari soha mutaxassislari, tadqiqotchilar va yosh olimlar uchun ilg'or g'oyalar almashish hamda tarmoqlararo ilmiy hamkorlikni rivojlantirishga xizmat qiladi.

**Bosh muharrir:** Sh.D.Berdiyev

**Mas'ul muharrir:** D.R.Mardonov

**Tahrir hay'ati a'zolari:**

Professor **A.B.Hasanov** rais

Dotsent **B.Z.Usmonov** rais o'rinbosari

Dotsent **A.A.Ashrapov** mas'ul muharrir

Professor **B. Islomov** a'zo

Professor **V.A. Rafikov** a'zo

Professor **Y. Muxtarov** a'zo

PhD **E.A. Fayziyev** a'zo

PhD **D.M.G'aniyev** a'zo

PhD **X.N. Axatov** mas'ul kotib

*To'plamdan o'rin olgan maqolalarning saviyasi, sifati va ilmiy dalillarning haqqoniyligi hamda mazmuni uchun mualliflar mas'uldirlar.*

**© Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali, 2026.**

**TASHKILIY QO'MITANING  
TARKIBI**

| <b>№</b> | <b>F.I.SH.</b> | <b>Vazifasi</b>                                                                                                                                 |
|----------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.       | Sh.D.Berdiyev  | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali direktori v.v.b., rais                                                                          |
| 2.       | D.R.Mardonov   | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Ilmiy ishlar va innovatsiyalar bo'yicha direktor o'rinbosari, rais o'rinbosari                  |
| 3.       | A.A.Ashrapov   | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Ilmiy tadqiqotlar, innovatsiyalar va ilmiy-pedagogik kadrlar tayyorlash sektori boshlig'i, a'zo |
| 4.       | O'.B. Badalov  | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Yoshlar masalalari va ma'naviy-ma'rifiy ishlar bo'yicha direktor o'rinbosari v.v.b., a'zo       |
| 5.       | Sh.B. Omonov   | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va tabiiy fanlar fakultiteti dekani, a'zo                                   |
| 6.       | E.A. Fayziyev  | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrasini mudiri, a'zo                                    |
| 7.       | B.Z.Usmonov    | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi mudiri, a'zo                                        |
| 8.       | I.T.Babakulov  | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tillarni o'qitish metodikasi kafedrasini professori, a'zo                                       |
| 9.       | R.A. Samiyev   | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrasini dotsenti, a'zo                                  |
| 10.      | X.N. Axatov    | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi dotsenti, a'zo                                      |
| 11.      | D.M.G'aniyev   | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi assistenti, a'zo                                    |
| 12.      | H.F.Xursandov  | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrasini assistenti, a'zo                                |
| 13.      | M.A.Ahtamqulov | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrasini assistenti, a'zo                                |
| 14.      | S.Sh. Xalilov  | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrasini assistenti, a'zo                                |
| 15.      | N.A.Berdiyev   | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi assistenti, a'zo                                    |
| 16.      | B.B.Yusupov    | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrasini assistenti, a'zo                                |
| 17.      | Z.Mamirov      | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi assistenti, a'zo                                    |

**DASTURIY QO‘MITA  
TARKIBI**

| <b>№</b> | <b>F.I.SH.</b>  | <b>Vazifasi</b>                                                                                               |
|----------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.       | Sh.Q.Mamatov    | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi dotsenti, a'zo    |
| 2.       | A.Axmedov       | Samarqand davlat universitetining Urgut filiali Biznesni boshqarish va aniq fanlar kaferasi dotsenti, a'zo    |
| 3.       | V.A. Rafikov    | Samarqand davlat universiteti geografiya va tabiiy resurslar kafedrası professori, a'zo                       |
| 4.       | A.B.Hasanov     | Samarqand davlat universiteti differensial tenglamalar kafedrası mudiri, professor, a'zo                      |
| 5.       | B. Islomov      | Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti. professor, a'zo                                      |
| 6.       | N.Q.Muxamadiyev | Samarqand davlat universiteti Biokimyo instituti fizikaviy va kolloid kimyo kafedrası mudiri, professor, a'zo |
| 7.       | N.O‘.Arabov     | Samarqand davlat universiteti Inson resuslarini boshqarish kafedrası professori, a'zo                         |
| 8.       | Y. Muxtarov     | Samarqand davlat universiteti differensial tenglamalar kafedrası mudiri professori, a'zo                      |
| 9.       | G‘.A. Xasanov   | Samarqand davlat universiteti matematik tahlil kafedrası mudiri, a'zo                                         |
| 10.      | F.R. Tursunov   | Samarqand davlat universiteti differensial tenglamalar kafedrası mudiri dotsenti, a'zo                        |
| 11.      | E.Y.Jabborov    | Samarqand davlat universiteti algebra va geometriya kafedrası mudiri, a'zo                                    |
| 12.      | J.S. Jabborov   | Samarqand davlat universiteti boshqaruv nazariyasi va axborot xavfsizligi kafedrası dotsenti, a'zo            |
| 13.      | B.F. Yalgashev  | Chirchiq davlat pedagogika universiteti Matematika o‘qitish metodikasi va geometriya kafedrası mudiri, a'zo   |

## MUNDARIJA

| <b>I SHO‘BA</b><br><b>MATEMATIK ANALIZ, ALGEBRA VA GEOMETRIYNING ZAMONAVIY</b><br><b>MASALALARI</b>                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Abdullayev Janikul Ibragimovich, Quljonov O‘tkir Nematovich</b> <i>Panjaradagi bir zarrachali, bir parametrlı shryodınger operatorıning spektral xossalari</i>                                                        | 13 |
| <b>Akramova Sh.J., Buriyev T.E.</b> <i>Fibonachchi ketma-ketlikligi uchun hosil qiluvchi funksiya</i>                                                                                                                    | 15 |
| <b>Kuliev K.D., Ergashev Sh.Q.</b> <i>On The First-Order Discrete Hardy Inequality</i>                                                                                                                                   | 18 |
| <b>D.M.G‘aniyev., S.K.Abdumannonova</b> <i>Ehtimollar nazariyasida ba‘zi muhim taqsimotlarning xarakteristik funksiyalari</i>                                                                                            | 20 |
| <b>I.U.Alladustova., H.A.Irgashev</b> <i>Spectral Properties of the Schrödinger Operator in a Three-Dimensional Lattice</i>                                                                                              | 22 |
| <b>Amonova Sharofat Nurmaxmatovna., Qobilova Dildora G‘ulom qizi</b> <i>Chubarikov usuli va Nyuton binomi asosida tebranuvchi integral uchun baholash</i>                                                                | 25 |
| <b>Arziqulov Abdixalik Ulashevich</b> <i>Matematikani o‘qitishda va o‘zlashtirish darajalarini o‘lchab baholashda tushunchalarning mazmuni va hajmidan foydalanish metodikasi</i>                                        | 30 |
| <b>Болтаев Хабибжон Хамитович., Расулова Феруза Бобомуродовна</b> <i>Прямая сумма циклических представлений -алгебр</i>                                                                                                  | 33 |
| <b>Kurbanov Sh.Kh.</b> <i>The Convergent Expansion of the Fredholm Determinant of the Generalized Friedrichs Model</i>                                                                                                   | 35 |
| <b>Kulanov Ikrom Burxonovich., Sattarova Durdona Jaxongir qizi</b> <i>Laplace almashtirishi va uning amaliy tadbiqlari</i>                                                                                               | 37 |
| <b>M.Makhammadaliyev., D.Toxirov</b> <i>Limiting Gibbs Measures for the Ising Model on the Closed Cayley Tree with Branching Ratio Three</i>                                                                             | 40 |
| <b>R.N.Mirzakabilov., F.Sattarova., N.X.Mirzakabilov</b> <i>Aniq integrallarni kubatur formula yordamida taqribiy integrallash</i>                                                                                       | 42 |
| <b>Iskandar Mavlonov</b> <i>Spectral Classification of a Lattice Schrödinger Operator with Rank-Two Perturbations</i>                                                                                                    | 46 |
| <b>O.I.Omonov., S.J.Yodgarov., O.O.Olimov</b> <i>Hermit matritsalar uchun kvadratik forma baholari</i>                                                                                                                   | 47 |
| <b>С.И.Курбонбоев., М.Х.Тургунова., З.С.Шаменова</b> <i>Продолжение S-функций на пространство большей размерности</i>                                                                                                    | 49 |
| <b>O.I.Qurbonov., M.M.Masharipov</b> <i>Panjaradagi Shredinger operatorga mos Fredholm determinantining xossalari</i>                                                                                                    | 51 |
| <b>Zaripov O.B.</b> <i>Application of Egorov's Theorem to Problems in Functional Analysis</i>                                                                                                                            | 54 |
| <b>Raximov Nasriddin</b> <i>Matematik analizga oid ba‘zi masalalarga geometriyaning tatbiqi</i>                                                                                                                          | 55 |
| <b>S.A. Gadayev</b> <i>Riesz Potential in the Hölder Class Outside Small-Capacity Sets</i>                                                                                                                               | 58 |
| <b>A.R.Nurbaev., M.M.Muhammadiev</b> <i>Ikkinchi tartibli sirtlarni Galiley almashtirishi yordamida klassifikatsiya qilish</i>                                                                                           | 60 |
| <b>S.E.Usmanov</b> <i>Gipersirtlar bilan bog‘langan maksimal operatorlar haqida</i>                                                                                                                                      | 64 |
| <b>Kamoliddinova D.R.</b> <i>Klassik sohalarida berilgan Kabayasi sharlarida aniqlangan akslantirishni golomorf davom ettirish</i>                                                                                       | 67 |
| <b>A.B.Ne‘matov., J.A.Mardonov</b> <i>Har xil cheksizlikda turli zonali potentsiallarga yaqin potentsialli Shturm–Liuvill operatori uchun teskari masala yechishning asosiy integral tenglamasini keltirib chiqarish</i> | 68 |



|                                                                                                                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Bekmuradov Bobur Toyloq o'g'li., Abdurasulov Xalil., Tufliyev Egamberdi., Xolbekov Shoxsuvor</b> <i>Markaziy limit teoremasi asosida ishonchli intervallar qurish va ularning amaliy masalalarda qo'llanilishi</i> | 71  |
| <b>S.Y.Jalolova., S.Z.Qarshiyev</b> <i>Ko'p o'zgaruvchili funksiyalar ekstremumi va ularning amaliy ahamiyati</i>                                                                                                     | 75  |
| <b>Bekmuradov Bobur Toyloq o'g'li., Xolbekov Shoxsuvor Ochilovich</b> <i>Markaziy limit teoremasi asosida ishonchli intervallar qurish va ularning amaliy masalalarda qo'llanilishi</i>                               | 77  |
| <b>Маматов Ш.К., Мардиев Р., Усмонов Б.З.</b> <i>О нетеровости сингулярных интегральных операторов со сдвигом имеющим периодические точки в пространствах Гельдера</i>                                                | 80  |
| <b>Mamatov Sh.Q., Suyunova S.</b> <i>Abel formulasi va uning tatbiqlari</i>                                                                                                                                           | 82  |
| <b>S.A. Suyunova</b> <i>Maxsus tub sonlar</i>                                                                                                                                                                         | 85  |
| <b>M.M.Bobokandov., S.O.Yusupbayeva., M.Sh.Tuychiyeva</b> <i>Stationary Solutions to the Reaction-Diffusion Equation</i>                                                                                              | 88  |
| <b>Hasanova Sevinch Nasimjon qizi</b> <i>M o'zgaruvchi funksiya va uning limiti</i>                                                                                                                                   | 90  |
| <b>Батхин А.Б., Хабибова З.У.</b> <i>Применения гипер-дуальных чисел в алгоритмах автоматического дифференцирования</i>                                                                                               | 93  |
| <b>Rustamjon Muradov</b> <i>Neyron kopula modelini ikki agentli tizimlariga tatbiqlari</i>                                                                                                                            | 95  |
| <b>Ahatqulov Ilhomjon Sobir o'g'li</b> <i>Aralash va butun sonlar asosida indeks fondini qurish: kardinal, likvidlik va tranzaksiya cheklovlari ostida tracking errorni minimallashtirish</i>                         | 96  |
| <b>Norputatova Diana Serikovna</b> <i>Dini sonlari va ularning ba'zi xossalari</i>                                                                                                                                    | 98  |
| <b>II sho'ba</b><br><b>Axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va ma'lumotlar tahlili</b>                                                                                                                           |     |
| <b>Ahtamqulov Muhriddin Ahtamqul o'g'li</b> <i>Talabalarda dasturlash ko'nikmalarini rivojlantirishda o'yinli metodlardan foydalanish</i>                                                                             | 99  |
| <b>Aliqulova Xosiyat Faxriddinovna., Butaboyev Alimardon Alimjonovich</b> <i>Dasturlash tillaridan foydalanib chiziqli dasturlash masalalarini simpleks usulida yechish</i>                                           | 101 |
| <b>Barakayev Akmal Musurmonovich., To'rayeva Shahrizoda Jo'rabek qizi</b> <i>Raqamli ta'lim muhitini shakllantirishda axborot texnologiyalarining o'rni</i>                                                           | 104 |
| <b>Barakayev Akmal Musurmonovich., To'rayeva Shahrizoda Jo'rabek qizi</b> <i>Raqamli ta'lim muhitini shakllantirishda axborot texnologiyalarining o'rni. Inson mehnati va zamonaviy texnologiyalar</i>                | 107 |
| <b>Butaboyev Alimardon Alimjonovich., Nurullayeva Ozoda Akbar qizi</b> <i>Turli ma'lumotlarni matritsa tiliga o'tkazish</i>                                                                                           | 110 |
| <b>Xursandov Hamidillo Fayzillo o'g'li</b> <i>Elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot fanini o'qitishda muammoli vaziyatlarning tahlili va hal etish usullari</i>                                                     | 113 |
| <b>I.I.Komilov</b> <i>Raqamli ta'lim muhitida malaka oshirish tinglovchilarining sanogen tafakkurini rivojlantirish metodikasi (biologiya fani o'qituvchilari misolida)</i>                                           | 115 |
| <b>Xolmuratova Sarvara Bahodir qizi</b> <i>Sun'iy intellekt va kiberxavfsizlik: imkoniyatlari va xavf-xatarlar</i>                                                                                                    | 118 |
| <b>Ahtamqulov Muhriddin Ahtamqul o'g'li., Eshturdiyeva Zebiniso Sobitjon qizi</b> <i>Dizayn va sun'iy intellekt. TensorFlow.js yordamida foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish</i>                        | 121 |
| <b>Fazliddinova Feruza</b> <i>Symmetric Matrices and Their Applications in Optimization: Non-Degenerate and Degenerate Critical Points</i>                                                                            | 124 |
| <b>Аминов И.Б., Абдусобирова М.К.</b> <i>Методические подходы и инструменты создания цифровых образовательных ресурсов в облаке</i>                                                                                   | 126 |

|                                                                                                                                                                                                                                      |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Abdusobirova Maxliyo Kamariddinovna</b> <i>Oliy ta'limda "Axborot texnologiyalari" fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitishga qo'yiladigan asosiy pedagogik talablar</i>                                                 | 129 |
| <b>Nurulloev Firuz No'monjonovich., Mansurov Tolibjon Ziyodullo o'g'li., Xolmurodov Behzod Botir o'g'li</b> <i>Bo'lajak informatika o'qituvchilarini tayyorlashda innovatsion yondashuvlarning ahamiyati va amaliy samaradorligi</i> | 133 |
| <b>To'xtayev Sanjar Maxsudovich</b> <i>Ta'limda sun'iy intellekt texnologiyalaridan foydalanish imkoniyatlari</i>                                                                                                                    | 136 |
| <b>Xusanova Shahzoda Zuhridin qizi., Nurullayeva Ozoda Akbar qizi., Butaboyev Alimardon Alimjonovich</b> <i>Matematik masalalarni turli dasturlardan foydalanib yechish</i>                                                          | 138 |
| <b>A.Barakayev, E.B.Miryahyoyeva</b> <i>Axborot texnologiyalarini o'rganishda dasturiy platformalar bilan optimal o'quv jarayonlarini tashkil etish</i>                                                                              | 143 |
| <b>Madina Narzullayeva Shomurodovna</b> <i>Raqamli iqtisodiyotda ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt texnologiyalarining integratsiyasi</i>                                                                                      | 146 |
| <b>Barakayev Akmal Musurmonovich., Abduraximova Ruxshona Baxrom qizi</b> <i>Oliy ta'lim muassasalarida axborot tizimlari fanini o'qitish uchun LMS platformasini loyihalash</i>                                                      | 148 |
| <b>Ahtamqulov Muhriddin Ahtamqul o'g'li., Farhodov Javlonbek Jasurbek o'g'li</b> <i>Pythonda kriptografik algoritmlarni amalga oshirishning zamonaviy yondashuvlari va amaliyoti</i>                                                 | 152 |
| <b>Nurullayeva Ozoda Akbar qizi., Azimova Muhayyo Bahrom qizi., Butaboyev Alimardon Alimjonovich</b> <i>Ekin maydonlarini optimallashtirishda chiziqli dasturlash usullarining samaradorligi</i>                                     | 155 |
| <b>Nurullayeva Ozoda Akbar qizi., Jamolova Ozoda Toshpo'lat qizi., Butaboyev Alimardon Alimjonovich</b> <i>Aniq integralni taqribiy hisoblashda dasturlash tillaridan foydalanish</i>                                                | 158 |
| <b>Sadullayeva Dilnavo Shamsiddin qizi</b> <i>Axborot tizimlarida ma'lumotlar xavfsizligini ta'minlash</i>                                                                                                                           | 160 |
| <b>Z.M.G'afforov</b> <i>Grafik muharrirlar yordamida vizual vositalar tayyorlash metodikasi</i>                                                                                                                                      | 162 |
| <b>I.B.Aminov., P.S.Abdumo'minova</b> <i>Axborot tizimlarida raqamli ta'lim platformalaridan foydalanishning uslubiy asoslari</i>                                                                                                    | 165 |
| <b>Usmonov Erkin To'liq o'g'li., Aralov Isrofil Islom o'g'li</b> <i>Umumta'lim muassasalari uchun bulutli ta'lim platformasini ishlab chiqish va uning samaradorligini oshirish</i>                                                  | 168 |
| <b>Jabbarov Jamoliddin Sindorovich., G'afurov Sherozbek Jobir o'g'li</b> <i>Biometrik tasvirlarni klassifikatsiya qilish asosida foydalanuvchini autentifikatsiya qilish tizimi: MTCNN va ArcFace yondashuvi</i>                     | 171 |
| <b>Jabbarov Jamoliddin Sindorovich., Xalimov Azizjon Normurod o'g'li</b> <i>O'sma kasalliklarini stacking ansanbl modeli asosida tashxislash algoritmlari</i>                                                                        | 174 |
| <b>Annaqulov O'lmasjon Ilhomjonovich., Abdukarimov Jaloliddin Xusniddin o'g'li</b> <i>Ta'lim tizimidagi raqamli transformatsiya: sun'iy intellekt va kelajak texnologiyalari</i>                                                     | 177 |
| <b>H.Q.Bo'riyev., H.Xursandov</b> <i>Tibbiyot axborot tizimlarida UI/UX dizayn metodologiyasi va interaktiv prototiplash ("MedSamTech" ilovasi misolida)</i>                                                                         | 179 |
| <b>Xursandov Hamidillo Fayzillo o'g'li., Xalimov Azizjon Normurod o'g'li</b> <i>Generativ AI modellarini ta'lim jarayonlariga integratsiya qilish istiqbollari</i>                                                                   | 181 |
| <b>Barakayev Akmal Musurmonovich., Tolibov Yaxyojon G'olib o'g'li</b> <i>Axborot texnologiyalari asosida raqamli ta'lim muhitini boshqarish va optimallashtirish</i>                                                                 | 186 |
| <b>Xursandov Hamidullo., Taniyeva Farzona</b> <i>STEAM texnologiyasi asosida fanlararo integratsiyani ta'minlash jarayonlari</i>                                                                                                     | 190 |
| <b>Usmonova Shahzoda O'ktamjon qizi</b> <i>Differensial tenglamalar sistemasining amaliy tatbiqlari</i>                                                                                                                              | 193 |
| <b>H.Q.Bo'riyev., H.Xursandov</b> <i>Raqamli tibbiyot (E-Health) platformalarida inklyuziv dizayn va sun'iy intellekt (AI) integratsiyasining foydalanuvchi tajribasiga (UX) ta'siri</i>                                             | 196 |



|                                                                                                                                                                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Shodmonqulov Mirjalol Turon o'g'li</b> Elektron ta'lim muhitida interaktiv dasturiy vositalardan foydalanib axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo'llashning imkoniyatlari                                           | 197 |
| <b>Barakayev Akmal., Majidov Amonjon</b> Elektron didaktik materialni yaratish va yaratilgan materiallar orqali o'qitishni tashkil etish                                                                                        | 200 |
| <b>Baxtiyoro'va Baxtiniso Azimboy qizi</b> Funksiya grafigini turli koordinatalar sistemasida yasash metodikasi                                                                                                                 | 202 |
| <b>Fayziyev Nozim Asfandiyorovich., Yallayev Baxtiyor Salimovich</b> Differensial yondashuv asosida "Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo'llash" fanini o'qitish metodikasi                                           | 206 |
| <b>Fayziyev Nozim Asfandiyorovich., Asqarov Maxkamjon Ma'rufovich</b> Matematika fanini differensial yondashuv asosida o'qitish metodikasi                                                                                      | 210 |
| <b>Artikov Farxod Sayfiddinovich</b> "Informatika va axborot texnologiyalari" fanidan mustaqil ta'limni tashkil etishning pedagogik asoslari                                                                                    | 213 |
| <b>Barakayev A.M., Boboqulov B.A.</b> Individual ta'limda sun'iy intellektdan foydalanish                                                                                                                                       | 216 |
| <b>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li., Murotov Ozodbek Axmattillo o'g'li</b> Kompyuter dasturlari va ularning kundalik hayotdagi o'rni                                                                                        | 219 |
| <b>Usmonov Erkin To'liqin o'g'li</b> Axborot texnologiyalarining raqamli transformatsiya jarayonidagi strategik ahamiyati                                                                                                       | 223 |
| <b>F.D.Eshmuminov</b> Bank sektorida kiberxavfsizlik risklarini boshqarishda tizimli yondashuvlar: nazariy asoslar va xalqaro standartlar tahlili                                                                               | 225 |
| <b>F.D.Eshmuminov</b> Bank tashkilotlarida kiber xavfsizlik risklarini avtomatlashtirilgan baholash uchun tizimli dasturiy vositani ishlab chiqish                                                                              | 227 |
| <b>Ahtamqulov Muhiddin Ahtamqul o'g'li., Imomov Umidjon Komiljon o'g'li</b> Talabalarni malakaviy amaliyotini nazorat qilishning axborot tizimini loyihalash                                                                    | 230 |
| <b>Shamiev Mukhammadi Olimovich., Trofimov Aleksandr Gennadievich</b> Early Warning of Reservoir Failure: A Hybrid CNN-Transformer-Attention Framework                                                                          | 234 |
| <b>Imomov Umidjon Komiljon o'g'li</b> Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilish tizimining tavsifi                                                                                                        | 236 |
| <b>Sharapova N.A.</b> Ta'lim tizimini takomillashtirishning zamonaviy raqamli texnologiyalari                                                                                                                                   | 241 |
| <b>A.A.Taniberdiyev., N.N.Hasanov</b> Oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish axborot tizimi va metodikasi                                                                                      | 244 |
| <b>I.N.Tillabayev., G.I.Ikromjonova., M.L.Mahmudova</b> Topologiyaning zamonaviy axborot texnologiyalaridagi ahamiyati                                                                                                          | 247 |
| <b>Sayed Ruhullah Dimral., Olimov Nurshodbek Muxammadi o'g'li</b> Robotics and Artificial Intelligence in Modern Surgery                                                                                                        | 251 |
| <b>Baxromov Alisher Baxtiyor o'g'li</b> Apostrof, harf tushib qolishi va qo'shib yozilgan so'zlarni tuzatishda gru hamda lstm modellarining samaradorligi                                                                       | 254 |
| <b>Baxromov Alisher Baxtiyor o'g'li</b> O'zbek tilidagi shovqinli matnlarni normalizatsiya qilishda rnn seq2seq va lstm seq2seq modellarining qo'llanilishi                                                                     | 258 |
| <b>Mardonov Dilmurod Raxmonovich., Tursunpo'latova Sabina., Sadullayeva Dilnavo.</b> Mahalliy bozor sharoitida mahsulotni qidirish va yo'naltirish tizimini ishlab chiqish.                                                     | 262 |
| <b>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li.</b> Masofaviy ta'limda talabalar davomati va faolligini oshirish muammolari va matematikaga asoslangan yechimlar.                                                                       | 264 |
| <b>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li, Ortiqova Sabinabonu Dilshod qizi, Murotov Ozodbek Axmattillo o'g'li.</b> Ilmiy-tadqiqot ishlarining natijadorligini oshirishda sun'iy intellekt va matematik modellashtirish metodlari. | 267 |
| <b>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li, Ortiqova Sabinabonu Dilshod qizi, Murotov Ozodbek Axmattillo o'g'li.</b> Ta'lim jarayonida talabalar bilimini sun'iy intellekt asosida avtomatik baholash modelini ishlab chiqish.      | 269 |

|                                                                                                                                                                                                 |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li, Ortiqova Sabinabonu Dilshod qizi.</b> <i>Axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va ma'lumotlar tahlili.</i>                                          | 272 |
| <b>Mustaffaqulov Muhammad Askarali o'g'li,</b> <i>Scene text recognition (str) texnologiya, yondashuvlar va ilmiy tadqiqotlar sharhi</i>                                                        | 275 |
| <b>A.M.Suyarov, T.X. Karimov</b> <i>Iqtisodiy ta'lim tizimida raqamli texnologiyalardan. foydalanishning didaktik imkoniyatlari va vositalari</i>                                               | 279 |
| <b>III sho'ba</b><br><b>Differensial tenglamalar va mexanikaning zamonaviy masalalari</b>                                                                                                       |     |
| <b>J.A.Akilov., M.S.Djabbarov.</b> <i>Neft va gaz quduqlarini burg'ilashda gaz pachkasini yuvishni matematik modellash</i>                                                                      | 285 |
| <b>U.A.Nishonov., Sh.Xudayberdiyeva.</b> <i>Qovurg'alangan doiraviy plastinkaning chiziqli bo'lmagan termoelastik deformatsiyasi</i>                                                            | 288 |
| <b>K.Navruzov., X.M.Qurbanbayev., M.S.Shonazarov</b> <i>Transient processes and the effect of the Deborah number in the unsteady flow of a Maxwell fluid</i>                                    | 291 |
| <b>A.SH. Begjanov., M.I.Kamilova</b> <i>Statsionar oqimlarda devori o'tkazuvchi yassi kanal uchun suyuqliklarning bo'ylama va ko'ndalang tezliklari</i>                                         | 295 |
| <b>Sh.B.Sharipova., Sh.Sh.Bozorbeyeva</b> <i>Qo'zg'olmas parallel plastinkalar orasoda maksvel suyuqligining nostatsionar oqimi</i>                                                             | 299 |
| <b>Navruzov Kuralbay, Xasanov Azizbek, Begjanov Amirbek</b> <i>Computational Analysis Of Steady Viscous Flow Past A Circular Cylinder</i>                                                       | 301 |
| <b>B.F.Yalg'ashev., X.N.Axatov., A.B.Egamqulov</b> <i>Qatlamli strukturalarning buralma tebranishlarida chastotaviy tahlili</i>                                                                 | 304 |
| <b>X.N.Axatov., M.Shodiyorova., M. Raxmonova</b> <i>Ichki suyuqlik ta'siridagi doiraviy silindrik strukturalarning matematik modeli</i>                                                         | 309 |
| <b>A.Axmedov., D.Shodmonov</b> <i>O'zgaruvchi massali jism kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema.</i>                                                                              | 312 |
| <b>A.Axmedov., X.N.Axatov., D.Shodmonov</b> <i>O'zgaruvchi massali sistemaning umumlashgan koordinatalarga nisbatan harakat tenglamasi.</i>                                                     | 316 |
| <b>A.B.Gadoyev., Z.M.Ro'ziqulova., Sh.B.Obloqulov</b> <i>Qovushoq suyuqliklar oqimlari ta'siridagi doiraviy silindrik qovushoq elastik qatlamning garmonik buralma tebranishlari.</i>           | 320 |
| <b>A. Axmedov., O.Z.Boboqulova</b> <i>Asosiy Dinamik Miqdorlar</i>                                                                                                                              | 325 |
| <b>Ахматов А.А.</b> <i>Динамика, управляемость и наблюдаемость двухзвенного робота-манипулятора</i>                                                                                             | 327 |
| <b>B.F.Yalg'ashev., Sh.N.Isroilov</b> <i>Uch qatlamli konussimon qobiqning bo'ylama-radial tebranishlari differensial tenglamalari</i>                                                          | 329 |
| <b>Z.B.Xudayberdiyev, Z.B.Suyunova</b> <i>Ikki parallel tomoni bika mahkamlangan uch qatlamli plastinkaning bo'ylama tebranish tenglamasini sonli yechish</i>                                   | 332 |
| <b>A.I.Kushanov., Z.B.Xudayberdiyev., Sh.M.Xudayberdiyeva</b> <i>Elastik asosga o'rnatilgan sterjen bikrligini aniqlash</i>                                                                     | 335 |
| <b>D.E.Abduraimov, I.I.Ummatqulov, E.X.Xasanov</b> <i>Ikki o'lchovli izotrop termoelastik jismlarni kompyuterli modellash</i>                                                                   | 339 |
| <b>Файзиев Бекзоджон Муртазаевич, Турсунова Шахноза Хамзаевна</b> <i>Гибридная Модель Переноса Вещества В Пористой Среде На Основе Многостадийной Кинетики</i>                                  | 343 |
| <b>D.Sh.Xoliqov., X.N.Axatov</b> <i>Doiraviy silindrik qatlamli qovushoq elastik strukturalarning buralma tebranishlarida ko'chishlar hisobi</i>                                                | 345 |
| <b>Yalg'ashev Burxon Fayzullayevich., Allayarova Mahliyojon Erkinjon qizi</b> <i>Birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarni integrallashning zamonaviy usullari va ularning tahlili</i> | 346 |

|                                                                                                                                                                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Abdullayev Obid., Turaqulova Nigina</b> Elastiklik nazariyasi masalalarida variatsion printsiplarning tadbiri                                                                                                                    | 348 |
| <b>А.Б. Хасанов., М.У. Косимова</b> Смешанная задача для уравнения составленного из комбинаций нелинейных уравнений $МК\partial\Phi(+1)$ и $МК\partial\Phi(-1)$ в классе периодических бесконечнозонных функций                     | 351 |
| <b>А.Б. Хасанов., Х.Н. Нормуродов., Ф.Э. Эрмаматова</b> Смешанная задача для уравнения, составленного из комбинаций нелинейных уравнений $К\partial\Phi(+1)$ и $К\partial\Phi(-1)$ в классе периодических бесконечнозонных функций» | 354 |
| <b>Хасанов Т. Г., Зокиров И. П.</b> Интегрирование нелинейного комплексного модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза ( $КМК\partial\Phi$ ) с дополнительными членами в классе периодических бесконечнозонных функций          | 356 |
| <b>Muxtarov Ya., Shodiev D. Sh., Shodiyorova M.</b> Elektromexnikada operator usullarining qo'llanilishi                                                                                                                            | 359 |
| <b>D. G. Nortoshev., Sh. Sh. Xudoykulov., S. A. Quchqarova</b> Nonlocal Problems With Integral Conditions For The Boussinesq Equation                                                                                               | 360 |
| <b>T. Ishankulov., S. S. Umarov</b> Fazoda laplas tenglamasi uchun koshi masalasining karleman funksiyasi                                                                                                                           | 361 |
| <b>А. Э. Маматов</b> Дисперсионные соотношения для системы дифференциальных уравнений дирака на полуоси                                                                                                                             | 362 |
| <b>У. А. Хоитметов., Ф. К. Мусаева.</b> О решении начальной задачи для нагруженного уравнения Хироты.                                                                                                                               | 366 |
| <b>U. A. Hoitmetov., F. K. Musaeva.</b> On the Solution of the Cauchy Problem for the Hirota Equation with Lower-Order Terms and a Source.                                                                                          | 370 |
| <b>З.Маликов, Ф. Р. Турсунов, А. С. Шамсиева.</b> Регуляризации решение задачи Коши для четырехмерной системы Коши–Римана.                                                                                                          | 372 |
| <b>Д. С. Шодиев., Ф. Р. Турсунов., Н. У. Худойбердиева.</b> Продолжения решение уравнения Лапласа.                                                                                                                                  | 375 |
| <b>To'ychiyeva Maftuna.</b> Nolinear parabolik tenglamaning yechimlari mavjudligi va yagonaligi.                                                                                                                                    | 379 |
| <b>M. M. Bobokandov., S. O. Yusupbayeva, M. Sh. Tuychiyeva.</b> Stationary Solutions to the Reaction–Diffusion Equation.                                                                                                            | 382 |
| <b>T. Ishankulov., M. A. Mannonov, A. T. Tursunov.</b> Bianalitik funksiyalarni davom ettirish.                                                                                                                                     | 384 |
| <b>К. Н. Ахметов.</b> Задача Бицадзе–Самарского для вырождающегося уравнения смешанного типа второго рода дробного порядка.                                                                                                         | 387 |
| <b>Б. И. Ислотов., К. Н. Ахметов.</b> Нелокальная краевая задача с условием Бицадзе–Самарского для вырождающегося уравнения смешанного типа второго рода дробного порядка.                                                          | 390 |
| <b>У. Ш. Убайдуллаев., Х. Г. Абсоатова.</b> Об одной задаче с условием второго рода для уравнения смешанного типа дробного порядка со спектральным параметром в прямоугольной области.                                              | 395 |
| <b>M. Abdinazarova</b> Chiziqli differensial tenglamalarda integrallovchi ko'paytuvchi usulining zamonaviy talqini.                                                                                                                 | 396 |
| <b>B.Z. Usmonov., Sh.Z. Turg'unboyev.</b> Differensial tenglamalar nazariyasida Peano teoremasining fundamental ahamiyati: nazariy va funksional tahlil.                                                                            | 399 |
| <b>B.Z. Usmonov., Sh.Z. Turg'unboyev.</b> Pikard–Lindelöf teoremasi: Koshi masalasi yechimlarining korrektilik tahlili.                                                                                                             | 402 |
| <b>N.K. Ochilova.</b> Application of third-order singular hyperbolic equations in modeling tumor growth dynamics and radiotherapy processes.                                                                                        | 403 |
| <b>B.Z. Usmonov, Ch.K. Hamdamqulova.</b> Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarning muhandislik yechimlaridagi samaradorligi.                                                                                          | 407 |

|                                                                                                                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>M.N.Esontirdiyev</b> <i>Bir o'lovli issiqlik o'tkazish masalasini chekli elementlar usuli bilan yechish</i>                                                                                | 410 |
| <b>N.X.Xurramov., B.N.Begaliyev</b> <i>Aralash Tipdagi Singulyar Koeffisientli Tenglama Uchun Nolokal Shartli Masala Yechimining Yagonaligi</i>                                               | 413 |
| <b>Азимзода А.А., Батхин А.Б.</b> <i>Об исследовании границы области устойчивости</i>                                                                                                         | 416 |
| <b>Dilshod Kholikov., Rustam Usmonov</b> <i>Tekis elastik plastinada doiraviy teshik radiusining kuchlanish konsentratsiyasiga ta'sirini chekli elementlar usuli yordamida tadqiq qilish.</i> | 419 |
| <b>T. Norboyev., I. Madatov</b> <i>Normal va tangensial tebranish aktuatorida nol tezlik holati tahlili va seysmik izolyatorlarga qo'llanilishi</i>                                           | 424 |
| <b>I.A. Madatov., T. Norboyev</b> <i>Seysmik izolyatsiya tizimlarida ishqalanish koeffitsiyentini faza siljishi orqali boshqarish</i>                                                         | 427 |

**PANJARADAGI BIR ZARRACHALI, BIR PARAMETRLI SHRYODINGER  
OPERATORINING SPEKTRAL XOSSALARI**

*Abdullayev Janikul Ibragimovich*

e-mail: [JABDULLAEV@MAIL.RU](mailto:JABDULLAEV@MAIL.RU)

*fizika-matematika fanlari doktori*

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, professor*

*Quljonov O‘tkir Nematovich,*

e-mail: [UQULJONOV@BK.RU](mailto:UQULJONOV@BK.RU)

*fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori, dotsent*

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, kafedra mudiri*

**Anotatsiya.** Bir o‘lchamli panjarada bir zarrachali sistemaga mos Shryodinger operatori  $\hat{H}_\mu$  qaralgan. Zarrachaning tashqi maydon bilan ta‘sir energiyasi  $\mu > 0$  ning barcha qiymatlarida  $\hat{H}_\mu$  ning kamida bitta xos qiymati mavjudligi isbotlangan. Bu xos qiymatlarga mos xos funksiyalar aniq topilgan.  $H_\mu^e(n)$  operatorlar xos qiymatlari ketma-ketligi monoton o‘svuvchi,  $H_\mu^o(n)$  xos qiymatlari ketma-ketligi esa monoton kamayuvchi ekanligi va ularning limiti  $z_\infty = 1 - \sqrt{1 + \mu^2}$  ekanligi ko‘rsatilgan.

**Kalit so‘zlar.** Panjara, Hamiltonian, kvaziimpuls, potensial, Shryodinger operatori, xos qiymat, xos funksiya.

**Abstract.** The Schrödinger operator  $\hat{H}_\mu$ , corresponding to a one-particle system on a one-dimensional lattice, is considered. It is proven that for all values of  $\mu > 0$ , the operator  $\hat{H}_\mu$  has at least one eigenvalue. The eigenfunctions corresponding to these eigenvalues are found exactly. It is shown that the sequence of eigenvalues of the operators  $H_\mu^e(n)$  is monotonically increasing, and the sequence of eigenvalues of  $H_\mu^o(n)$  is monotonically decreasing, and their limit is  $z_\infty = 1 - \sqrt{1 + \mu^2}$ .

**Keywords:** Lattice, Hamiltonian, quasimomentum, potential, Schrödinger operator, eigenvalue, eigenfunction.

**Аннотация.** Рассматривается оператор Шрёдингера  $\hat{H}_\mu$ , соответствующий одночастичной системе на одномерной решётке. Доказано, что при всех значениях  $\mu > 0$  оператор  $\hat{H}_\mu$  имеет по крайней мере одно собственное значение. Собственные функции, соответствующие этим собственным значениям, найдены точно. Показано, что последовательность собственных значений операторов  $H_\mu^e(n)$  монотонно возрастает, а последовательность собственных значений  $H_\mu^o(n)$  монотонно убывает, и их предел равен  $z_\infty = 1 - \sqrt{1 + \mu^2}$ .

**Ключевые слова.** решётка, гамильтониан, квазиимпульс, потенциал, оператор Шрёдингера, собственное значение, собственная функция.

$\mathbb{Z}$  panjaradagi bir kvant zarrachasining  $\hat{H}_0$  erkin Hamiltoniani  $\ell_2(\mathbb{Z})$  Hilbert fazosida quyidagicha aniqlanuvchi operator bo‘ladi:

$$(\hat{H}_0 \hat{\psi})(x) = \sum_{s \in \mathbb{Z}} \hat{\varepsilon}(s) \hat{\psi}(x + s), \quad \hat{\psi} \in \ell_2(\mathbb{Z}).$$

$$\text{Bu yerda } \hat{\varepsilon}(s) = \begin{cases} 1, & s = 0 \\ -\frac{1}{2}, & |s| = 1 \\ 0, & |s| > 1 \end{cases}.$$

$\hat{H}_0$  erkin Hamiltonianning chegaralangan qo‘zg‘alishlarida  $\hat{V}_n$  tashqi maydon ta‘sirida bir o‘lchamli panjarada harakatlanuvchi bitta zarrachaning to‘liq Hamiltoniani

$$\hat{H}_\mu(n) = \hat{H}_0 - \mu \hat{V}_n$$

formula orqali beriladi,  $\hat{V}_n$  operator esa  $\hat{v}_n(\cdot)$  funksiyaga ko'paytirish operatoridir, ya'ni  $(\hat{V}_n \hat{\psi})(x) = \hat{v}_n(x) \hat{\psi}(x)$ ,  $\hat{\psi} \in \ell_2(\mathbb{Z})$ .

Bu yerda  $\hat{v}_n(x) = \begin{cases} 1, & |x| = n \\ 0, & |x| \neq n \end{cases}$

bo'lib,  $\mu$  ni musbat deb faraz qilamiz va  $n \in \mathbb{N}$ .

Fure almashtirishidan so'ng  $\hat{H}_0$  va  $\hat{V}_n$  operatorlar quyidagi mos unitar ekvivalent operatorlarga o'tadi:

$$(H_0 f)(p) = \varepsilon(p) f(p), \quad \varepsilon(p) = 1 - \cos p,$$

$$(V f)(p) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos n(p-q) f(q) dq.$$

**1-ta'rif.**  $H_\mu(n) f = z f$ ,  $z = \inf \sigma_{ess}(H_\mu(n)) = 0$  tenglama nolmas  $f$  yechimga ega bo'lsin.

a) agar  $f \in L_1(\mathbb{T}) \setminus L_2(\mathbb{T})$  bo'lsa, u holda 0 soni  $H_\mu(n)$  operatorning rezonansi deyiladi.

b) agar ixtiyoriy  $\varepsilon \in (0, 1)$  uchun  $\int_{-\pi}^{\pi} |f(p)|^\varepsilon < \infty$  bo'lsa, u holda 0 soni  $H_\mu$  operatorning super rezonansi deyiladi.

**1-teorema.** Faraz qilaylik  $\mu > 0$  va  $n \in \mathbb{N}$  bo'lsin.

a) agar  $\mu < \frac{1}{2n}$  bo'lsa, u holda  $H_\mu(n)$  operatorning  $(-\infty, 0)$  oraliqda yotuvchi yagona oddiy  $z_1(\mu)$  xos qiymati mavjud va unga mos xos funksiya  $f_c(p) = \frac{\cos np}{1 - \cos p - z_1(\mu)}$  ko'rinishda bo'ladi.

b) agar  $\mu = \frac{1}{2n}$  bo'lsa, u holda  $H_\mu(n)$  operator bitta  $z_1(\mu)$  xos qiymatga ega va  $z = 0$  soni super rezonans bo'ladi.

c) agar  $\mu > \frac{1}{2n}$  bo'lsa, u holda  $H_\mu(n)$  operator  $(-\infty, 0)$  oraliqda ikkita oddiy  $z_1(\mu)$  va  $z_2(\mu)$  ( $z_1(\mu) < z_2(\mu)$ ) xos qiymatga ega. Ularga mos xos funksiyalar  $f_c(p) = \frac{\cos np}{1 - \cos p - z_1(\mu)}$  va  $f_s(p) = \frac{\sin np}{1 - \cos p - z_2(\mu)}$  ko'rinishda bo'ladi.

$L_2(\mathbb{T})$  Hilbert fazosini  $L_2^e(\mathbb{T})$  va  $L_2^o(\mathbb{T})$  qism fazolarning to'g'ri yig'indisi shaklida yozamiz:  $L_2(\mathbb{T}) = L_2^e(\mathbb{T}) \oplus L_2^o(\mathbb{T})$ . Bu yerda  $L_2^e(\mathbb{T}) = \{f \in L_2(\mathbb{T}), f(-p) = f(p)\}$ ,  $L_2^o(\mathbb{T}) = \{f \in L_2(\mathbb{T}), f(-p) = -f(p)\}$ .  $L_2^e(\mathbb{T})$  va  $L_2^o(\mathbb{T})$  qism fazolar  $H_\mu(n)$  operatorga nisbatan invariantdir.

$H_\mu(n)$  operatorning  $L_2^e(\mathbb{T})$  va  $L_2^o(\mathbb{T})$  qism fazolardagi qismlarini  $H_\mu^e(n)$  va  $H_\mu^o(n)$  lar orqali belgilaymiz.  $H_\mu^e(n)$  va  $H_\mu^o(n)$  operatorlarning  $f \in L_2(\mathbb{T})$  elementga ta'siri quyidagicha bo'ladi:

$$(H_\mu^e(n) f)(p) = \varepsilon(p) f(p) - \frac{\mu}{\pi} \cos np \int_{-\pi}^{\pi} \cos nq f(q) dq,$$

$$(H_\mu^o(n) f)(p) = \varepsilon(p) f(p) - \frac{\mu}{\pi} \sin np \int_{-\pi}^{\pi} \sin nq f(q) dq.$$

**2-teorema.** Ixtiyoriy  $\mu > 0$  va  $n \in \mathbb{N}$  lar uchun  $H_\mu^e(n)$  ( $H_\mu^o(n)$ ) operatorning  $(-\infty, 0)$  oraliqda yotuvchi yagona oddiy  $z_n^e(\mu)$  ( $z_n^o(\mu)$ ) xos qiymati mavjud va unga mos xos funksiya  $f_n^e(p) = \frac{\cos np}{1 - \cos p - z_n^e(\mu)}$  ( $f_n^o(p) = \frac{\sin np}{1 - \sin p - z_n^o(\mu)}$ ) ko'rinishda bo'ladi. Bundan tashqari  $H_\mu^e(n)$  ( $H_\mu^o(n)$ ) operatorlarning  $\{H_\mu^e(n)\}_1^\infty$  ( $\{H_\mu^o(n)\}_1^\infty$ ) xos qiymatlari ketma-ketligi  $n$  bo'yicha monoton o'suvchi va uning limiti  $1 - \sqrt{1 + \mu^2}$  bo'ladi

### Adabiyotlar ro'yxati

1. A.I.Mogilner. Hamiltonians of solid state physics as few-particle discrete Schrodinger operators: problems and results // Advance of Soviet Mathematics. 1991. V.5. pp.139-194.



2. S.Albeverio, S.N.Lakaev and Z.I.Muminov. Schrodinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics // Ann. Henri Poincare. 5. 2004. pp.743-772.
3. S.Albeverio, S.N.Lakaev, K.A.Makarov, Z.I.Muminov. The Threshold Effects for the Two-particle Hamiltonians on Lattices // Comm. Math. Phys. 262. 2006. pp.91-115.
4. Ж.И.Абдуллаев, С.Н.Лакаев. Асимптотика дискретного спектра разностного трехчастичного оператора Шредингера на решетке // Теоретическая и математическая физика. 136. 2003. №2. ст. 231-245.
5. Ж.И. Абдуллаев. Монотонность собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // ДАН РУз. № 4. 2005. ст.11-16.
6. F.Hiroshima, Z.Mo'minov, U.Kuljanov. Threshold of discrete Schrödinger operators with delta potentials on n-deminsional lattice // Linear and multilinear algebra. 2022. Vol 70 (5). p.1-36. England.

## FIBONACHCHI KETMA-KETLIKLIGI UCHUN HOSIL QILUVCHI FUNKSIYA.

**Akramova Sh.J, Buriyev T.E.**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti*

*Samarqand viloyati, O'zbekiston*

[AKRAMOVASHALOLA1@GMAIL.COM](mailto:AKRAMOVASHALOLA1@GMAIL.COM)

**Annotatsiya** mazkur maqolada Fibonachchi ketma-ketligi uchun hosil qiluvchi funksiya tushunchasi va qo'llanilishi yoritildi. Hosil qiluvchi funksiya ta'rifi berildi va ikkita usul orqali Fibonachchi ketma-ketligining umumiy hadini hosil qiluvchi funksiya orqali ifodalash ko'rsatildi.

**Annotation.** This article discusses the concept and application of the generating function for the Fibonacci sequence. The definition of a generating function is provided, and two methods are demonstrated for expressing the general term of the Fibonacci sequence using the generating function.

**Аннотация.** В данной статье рассматривается понятие производящей функции для последовательности Фибоначчи и её применение. Приводится определение производящей функции и показывается, как с её помощью выразить общий член последовательности Фибоначчи двумя способами.

**Kalit so'zlar:** sonlar ketma-ketligi, rekkurent formula, hosil qiluvchi funksiya, fibonachchi sonlari.

**Keywords:** sequence of numbers, recurrence relation, generating function, Fibonacci numbers.

**Ключевые слова:** числовая последовательность, рекуррентная формула, производящая функция, числа Фибоначчи

Ta'rif.1.4.  $a_0, a_1, a_2, \dots$  sonlarning ixtiyoriy cheksiz ketma-ketligi bo'lsin. Ushbu ketma-ketlik uchun quyidagi ifoda

$$a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots \quad (1)$$

yoki qisqartirilgan holda 
$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n s^n \quad (1^*)$$

hosil qiluvchi funksiyasi (ketma-ket hosil qiluvchi funksiya) deb ataladi.

Agarda ketma-ketlikning biror hadidan boshlab barcha hadlar nolga teng bo'lsa, unda hosil qiluvchi funksiya *ko'phaddir*.

Ketma -ketlikka kiritilgan sonlar turli bo'lishi mumkin. Biz natural, butun, ratsional, haqiqiy va kompleks sonlar ketma-ketligini ko'rib chiqamiz. Ixtiyoriy funksiyani biz odatdagi funksiya singari ko'pincha bitta harf bilan ifodalab uning argumentini qavs ichida ko'rsatamiz.;

$$A(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots$$

Eng oddiy ketma-ketlik – doimiy 1,1,1..... ketma-ketlikdir. Uning hosil qiluvchi funksiyasi

$$G(s) = 1 + s + s^2 + s^3 + \dots \quad (2)$$

ko'rinishga ega va uni elementar hosil qiluvchi funksiyalar orqali ifodalash oson. Darhaqiqat, (2) tenglikning ikkala tomonini  $s$  ga ko'paytirsak, quyidagilarni olamiz.

$$sG(s) = s + s^2 + s^3 + s^4 + \dots = G(s) - 1$$

bu yerdan

$$G(s) = \frac{1}{1-s}. \quad (3)$$

Xuddi shunday ifodani kichik o'zgarishlar bilan  $a, ar, ar^2, ar^3, \dots$  ko'rinishidagi ixtiyoriy ketma-ketlik uchun ham keltirib chiqarish mumkin:

$$\begin{aligned} G_{a,r}(s) &= a + ars + ar^2s^2 + ar^3s^3 + \dots = \\ &= a(1 + (rs)^2 + (rs)^3 + \dots), \end{aligned}$$

bu yerdan

$$rsG_{a,r}(s) = G_{a,r}(s) - a.$$

va

$$G_{a,r}(s) = \frac{a}{1-rs}. \quad (4)$$

Yuqoridagi hisob-kitoblar geometrik progressiya yig'indisi formulasining taniqli hosilasidan boshqa hech narsani anglatmaydi. Ushbu hisob-kitobning natijasi, osongina ko'rinish turganidek  $(1-s)^{-1}$  hosil qiluvchi funksiyaning ta'rifiga mos keladi.

Mashhur *Fibonachchi ketma-ketligi* uchun hosil qiluvchi funksiyani tuzamiz. Ma'lumki bu ketma-ketlikning boshlang'ich hadlari  $f_0 = f_1 = 1$  va keyingi hadlar:

$$f_{n+2} = f_{n+1} + f_n. \quad (5)$$

rekurent formulalar (munosabatlar) bilan belgilanadi.

Bu munosabatdan Fibonachchi ketma-ketligini boshlanishini topish oson:  
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, .....

bunda  $f_2$  dan keyingi har bir had oldingi ikkita hadning yig'indisiga teng bo'ladi Hosil qiluvchi funksiya formulasini keltirish uchun quyidagini yozamiz:

$$Fib(s) = 1 + s + 2s^2 + 3s^3 + 5s^4 + \dots, \quad (6)$$

Bu tenglikning har ikkala tomonini ham  $s + s^2$  ga ko'paytiramiz.

$$\begin{aligned} (s + s^2)Fib(s) &= s + s^2 + 2s^3 + 3s^4 + 5s^5 + \dots \\ &\dots + s^2 + s^3 + 2s^4 + 3s^5 + 5s^6 + \dots = \\ &= s + 2s^2 + 3s^3 + 5s^4 + 8s^5 + \dots, \end{aligned}$$

Yoki

$$(s + s^2)Fib(s) = Fib(s) - 1,$$

Bu yerdan esa

$$Fib(s) = \frac{1}{1-s-s^2}, \quad (7)$$

Olingan formulani ikkita hosil qiluvchi funksiya -  $(1-s)^{-1}$  va  $s + s^2$  ning tarkibi sifatida tushunish mumkin, ya'ni quyidagicha

$$Fib(s) = 1 + (s + s^2) + (s + s^2)^2 + (s + s^2)^3 + \dots$$

Biroq, bu kengaytirish juda qulay emas, chunki uning hadlari o'zgaruvchilarning turli darajalarini aralashtiradi va koeffitsiyentlar uchun aniq formula bermaydi. Kasrni ikkita elementar kasrlar yig'indisi sifatida ifodalash qulayroq:

$$\frac{1}{1-s-s^2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1}{1-s_2} - \frac{1}{1-s_1} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1}{s_1 \left( 1 - \frac{s}{s_1} \right)} - \frac{1}{s_2 \left( 1 - \frac{s}{s_2} \right)} \right),$$

Bu yerda  $s_1 = (-1 + \sqrt{5})/2$ ,  $s_2 = (-1 - \sqrt{5})/2$ , lar  $1-s-s^2=0$  tenglamaning ildizlari.

Oxirgi tenglamadan keyin quyidagiga ega bo'lamiz.

$$Fib(s) = \frac{1}{\sqrt{5}s_1} \left( 1 + \frac{s}{s_1} + \frac{s^2}{s_1^2} + \dots \right) - \frac{1}{\sqrt{5}s_2} \left( 1 + \frac{s}{s_2} + \frac{s^2}{s_2^2} + \dots \right).$$

Shuning uchun

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{1}{\sqrt{5}} (s_1^{-1-n} - s_2^{-1-n}) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{5}} (s_1^{n+1} - s_2^{n+1}) = \\ &= \frac{(-1)^n}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left( \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Bu yerda biz  $s_1 s_2 = -1$  ekanidan foydalandik.

Endi quyidagi misolni qaraylik. Fibonachchi sonlari;

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, .....

Rekurent formulalari esa

$$f_0 = f_1 = 1 \quad f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \cdot (n \geq 3)$$

Fibonachchi ketma-ketligi uchun hosil qiluvchi funksiya quyidagiga teng deb olsak

$$C_t(s) = f_0 s + f_1 s^2 + f_2 s^3 + f_3 s^4 + \dots,$$

ya'ni

$$C_t(s) = s + s^2 + 2s^3 + 3s^4 + 5s^5 + \dots,$$

Tenglikning ikkala tomonidan ham  $(s + s^2)$  - ni ayirib, soddalashtirsak quyidagi kelib chiqadi.

$$C_t(s) - s - s^2 = s(C_t(s) - s) + s^2 C_t(s)$$

$$C_t(s) - s - s^2 = s C_t(s) - s^2 + s^2 C_t(s)$$

Endi yana soddalashtirsak:

$$(1 - s - s^2) C_t(s) = s$$

$$C_t(s) = \frac{s}{1 - s - s^2}$$

Demak, Fibonachchi sonlari uchun hosil qiluvchi funktsiyani quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin.

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n s^n = \frac{s}{1-s-s^2} \quad (9)$$

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Ландо С. К. Лекции о производящих функциях. Москва.2007.
2. В. И. А р н о л ь д. Исчисление змей и комбинаторика чисел Бернулли, Эйлера и Спрингера групп Кокстера // УМН. 1992.
3. В. И. А р н о л ь д. Сравнения для чисел Эйлера, Бернулли и Спрингера групп Кокстера // Изв. РАН. Сер. матем. 1992.
4. Я. Г у л ь д е н, Д. Д ж е к с о н. Перечислительная комбинаторика. М.: Наука, 1990.
5. Г. П о л и а, Г. С е г е. Задачи и теоремы из анализа: В 2 т. М.: Наука, 1978.
6. Д ж. Р и о р д а н. Введение в комбинаторный анализ. М.: ИЛ, 1963.

### ON THE FIRST-ORDER DISCRETE HARDY INEQUALITY

Kuliev K.D.<sup>1</sup>, Ergashev Sh.Q.<sup>2,3</sup>

Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan;

[KOMILKULIEV@GMAIL.COM](mailto:KOMILKULIEV@GMAIL.COM)

Samarkand state pedagogical institute, Samarkand, Uzbekistan;

Kimyo international university in Tashkent Samarkand branch, Samarkand, Uzbekistan;

[SH.ERGASHEV@KIUT](mailto:SH.ERGASHEV@KIUT)

**Abstract.** This paper investigates the first-order discrete Hardy inequality and the critical role of boundary conditions in its formulation. Utilizing the Pólya criterion, the study confirms the validity of the constraint  $s(1) = 0$ . Additionally, a theorem is established that defines the necessary and sufficient conditions for the inequality to hold, providing a precise characterization of the associated weight sequences.

**Key words:** Discrete Hardy inequality, Weighted sequences, Pólya condition, Boundary conditions, Kernel.

#### Introduction

We consider the  $k$ -th order weighted discrete Hardy inequality of the following general form:

$$\left( \sum_{n=1}^{\infty} |s(n)|^q u(n) \right)^{1/q} \leq C \left( \sum_{n=1}^{\infty} |\nabla^k s(n)|^p v(n) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (1)$$

where  $1 < p, q < \infty$ ,  $\{s(n)\}$  is a sequence of real numbers, and  $u(n)$  and  $v(n)$  are positive weight sequences. The validity of inequality (1) depends directly on the boundary conditions imposed on the sequence  $\{s(n)\}$ . If the sequence  $\{s(n)\}$  is an arbitrary polynomial of degree less than  $k$ , the right side of the inequality becomes zero, causing it to lose its meaning. For this reason, we assume that the sequence  $s(n)$  satisfies the following boundary conditions:

$$\begin{cases} \nabla^i s(1) = 0, & \text{if } i \in M_0 \\ \nabla^j s(\infty) = 0, & \text{if } j \in M_1 \end{cases} \quad (2)$$

where  $M_0, M_1 \subseteq \{0, 1, \dots, k-1\}$  are the sets of indices for the boundary conditions. In an infinite interval, these conditions depend on the initial values of the sequence and its behavior at infinity. To guaranty the correct selection of these boundary conditions, we utilize the Pólya condition.

**Definition (Pólya condition):** We introduce the incidence matrix  $2 \times 2$   $E = (e_{\alpha i})$  corresponding to the pair  $(M_0, M_1)$  as follows:

$$e_{\alpha i} = \begin{cases} 1, & \text{if } i \in M_{\alpha} \\ 0, & \text{if } i \notin M_{\alpha} \end{cases}, \quad \alpha \in \{0, 1\}$$

The pair  $(M_0, M_1)$  is said to satisfy the Pólya condition if the following relation holds:

$$\sum_{i=0}^r (e_{0i} + e_{1i}) \geq r + 1, \quad r = 0, 1$$

In the following, we present the discrete analog of the theorem by Drábek and Kufner [8].

**Theorem 1. (Drábek-Kufner):** Assume  $1 < p, q < \infty$  and  $k \in \mathbb{N}$ . Inequality (1) with conditions (2) is meaningful if and only if the pair  $(M_0, M_1)$  satisfies the Pólya condition.

### Main results

In this part, we consider the case of inequality (1) for  $k = 1$ :

$$\left( \sum_{n=1}^{\infty} s(n)^q u(n) \right)^{\frac{1}{q}} \leq C \left( \sum_{n=1}^{\infty} |\nabla s(n)|^p v(n) \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (3)$$

where  $u(n)$  and  $v(n)$  are given weight sequences and

$$\nabla s(n) = s(n+1) - s(n).$$

First, it is necessary to determine the space of sequences for which the inequality is well-defined, since (3) does not hold for sequences  $s(n) = \text{const} \neq 0$ , as its right-hand side is zero, while the left-hand side is non-zero. In the following, we examine the Pólya condition for the limiting case and present the corresponding forms of inequality (3):

$$e_{00} + e_{01} \geq 1.$$

This condition requires the sequence to have zero at least one boundary. If we impose the condition only on the left boundary of the sequence  $\{s(n)\}$ , we obtain the condition  $s(1) = 0$ . In this case,  $M_0 = \{0\}$  and  $M_1 = \emptyset$ . As a result, the incidence matrix  $E$  is of size  $2 \times 1$  and takes the following form:

$$E = \begin{pmatrix} e_{00} \\ e_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Let us verify the Pólya condition:

$$\sum_{i=0}^0 (e_{0i} + e_{1i}) = e_{00} + e_{10} = 1 + 0 = 1 \geq 1$$

It is evident that the condition  $s(1) = 0$  fully satisfies the Pólya criterion for the first-order discrete Hardy inequality. This condition guaranties that there are no non-zero constant functions ( $s(n) \equiv \text{const} \neq 0$ ) among the sequences  $\{s(n)\}$ , which is a necessary and sufficient condition for inequality (3) to hold.

If we define  $\nabla s(n) = s(n+1) - s(n) = a(n)$ , we obtain the following system:

$$\begin{cases} a(1) = s(2) - s(1) \\ a(2) = s(3) - s(2) \\ a(3) = s(4) - s(3) \\ \dots \\ a(n-2) = s(n-1) - s(n-2) \\ a(n-1) = s(n) - s(n-1) \end{cases}$$

By summing both sides term-by-term and considering the condition  $s(1) = 0$ , we arrive at:

$$\sum_{k=1}^{n-1} a(k) = s(n)$$

Thus, inequality (3) with condition  $s(1) = 0$  is equivalent to the discrete Hardy inequality of the form:

$$\left( \sum_{n=1}^{\infty} \left| \sum_{k=1}^{n-1} a(k) \right|^q u(n) \right)^{\frac{1}{q}} \leq C \left( \sum_{n=1}^{\infty} |a(n)|^p v(n) \right)^{\frac{1}{p}}$$

Thus, we have proved the following theorem.

**Theorem 2.** The first-order inequality (3) with the boundary condition  $s(1) = 0$  holds if and only if the following condition is satisfied:

$$A = \sup_{n \in \mathbb{N}} \left( \sum_{k=1}^n v(k)^{1-p'} \right)^{\frac{1}{p'}} \left( \sum_{k=n}^{\infty} u(k) \right)^{\frac{1}{p}} < \infty$$

### References

1. Kufner, A: Higher order Hardy inequalities. Collect Math. 44, 147–154 (1993).
2. Kufner, A, Persson, L-E: Weighted Inequalities of Hardy Type. World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NY (2003).
3. Kufner, A.: A remark of k-th order Hardy inequalities. Trudy Matematicheskogo Instituta imeni V.A. Steklova, 2005, Volume 248, Pages 144–152.
4. G.H. Hardy, J.E. Littlewood, G. Polya. Inequalities. Cambridge Univ. Press, 324 (1952).
5. K.Kuliev, T.Turakulov. New weight characterizations for the discrete hardy inequality with kernel. JMI Volume 19, Number 4 (2025), 1109–1134, doi:10.7153/jmi-2025-19-71.
6. K.D. Kuliev, G.T. Kulieva, T.D. Turakulov. On estimates for norms of matrix operators: the case  $q < p$ . Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series, № 1(121), 2026, pp. 156–168. [HTTPS://DOI.ORG/10.31489/2026M1/156-168](https://doi.org/10.31489/2026M1/156-168)
7. Kufner, A., Kuliev, K. & Persson, L.E. Some higher order Hardy inequalities. J Inequal Appl 2012, 69 (2012). [HTTPS://DOI.ORG/10.1186/1029-242X-2012-69](https://doi.org/10.1186/1029-242X-2012-69)
8. DRÁBEK, P. and KUFNER, A.: The Hardy inequality and Birkhoff interpolation, *Bayreuth Math, Schr.* 47 (1994), 99-104. MR 95h:26024.

### EHTIMOLLAR NAZARIYASIDA BA’ZI MUHIM TAQSIMOTLARNING XARAKTERISTIK FUNKSIYALARI

*D.M.G’aniyev<sup>1</sup>, S.K.Abdumannonova<sup>1</sup>.*

<sup>1</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

**Annatsiya:** Ushbu maqolada ehtimollar nazariyasida keng uchraydigan muhim taqsimotlarning xarakteristik funksiyalarini aniqlash va ularni tahlil qilishga qaratilgan. Jumladan, birlik, Bernulli, binomial, Puasson va geometrik kabi diskret taqsimotlar hamda normal va tekis kabi uzluksiz taqsimotlar uchun xarakteristik funksiyalarni hisoblash usullari izchil bayon etiladi. Har bir taqsimot uchun xarakteristik funksiyaning hosil qilinishi, uning analitik ko‘rinishi.

**Kalit so‘zlar:** Birlik taqsimot, binominal taqsimot, bernuli taqsimoti, puosson taqsimot, normal taqsimot. xaraktesistik funksiyalar.

Ushbu maqolada ehtimollar nazariyasining muhim va zamonaviy yo‘nalishlaridan biri bo‘lgan xarakteristik funksiyalarning amaliy qo‘llanilishiga bag‘ishlangan. Ma’lumki, tasodifiy miqdorlarni o‘rganishda ularning taqsimot funksiyalari va zichlik funksiyalari asosiy vosita hisoblanadi. Biroq murakkab ehtimollik masalalarini yechishda, ayniqsa tasodifiy miqdorlar yig‘indisi, limit teoremlar va taqsimotlarning o‘zaro bog‘liqligini tadqiq etishda xarakteristik funksiyalar usuli nihoyatda qulay va samarali hisoblanadi.

**Birlik taqsimot.** Eslatib o‘tamiz,  $X$  tasodifiy miqdor birlik taqsimotga ega deyiladi, agar uning qiymatlari bitta o‘zgarmas son dan iborat bo‘lsa, ya’ni

$$P(\xi = \alpha) = 1.$$

Birlik taqsimotga ega tasodifiy miqdorning xaraktristik funksiyasi quyidagicha

$$f_{\xi}(t) = Me^{it\alpha} = e^{iat}.$$

**Bernulli taqsimoti.** Bernulli taqsimoti bitta tajribada hodisaning ro‘y berishi qiymati,

$$x = \begin{matrix} 1 \\ 0 \text{ agar } 1 - p \end{matrix}$$

Bo'lsa u holda bernulli taqsimoti deyiladi. Uning xarakteristik funksiyasi diskret tasodifiy miqdorlar uchun umumiy formula yordamida hisoblanadi:

$$f_{\xi}(t) = Me^{it\xi} = e^{it} \cdot p + e^{it \cdot 0} (1 - p) = pe^{it} + 1 - p$$

**Binomial taqsimot.** Bernulli taqsimotining umumlashmasi bo'lgan,  $n$  ta bog'liq bo'lmagan tajribalardagi muvaffaqiyatlar sonini ifodalovchi Binomial taqsimotni ko'rib o'tish o'rinli.

$$m = 0, 1, \dots, n$$

bo'lib,

$$P(\xi = m) = C_n^m p^m (1 - p)^{n-m}, \quad m = 0, 1, \dots, n.$$

Bu tasodifiy miqdor

$$\xi = \xi_1 + \dots + \xi_n$$

va bu yerda  $\xi_i$  lar Bernulli taqsimotiga ega va o'zaro bog'liqsiz bo'lgan tasodifiy miqdorlar. Demak, xarakteristik funksiyaning xossasiga asosan

$$f_{\xi}(t) = Me^{it\xi} = Me^{it(\xi_1 + \dots + \xi_n)} = Me^{it\xi_1} \dots Me^{it\xi_n} = (pe^{it} + 1 - p)^n$$

**Puasson taqsimoti.** Tasodifiy miqdor  $x$  ning qiymatlari taqsimoti

$$P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad \lambda > 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Ko'rinishda bo'lsa. Bu holda tasodifiy miqdorning xarakteristik funksiyasi quyidagicha:

$$\begin{aligned} f_{\xi}(t) &= Ee^{it\xi} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{itk} P(\xi = k) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{itk} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^{it})^k}{k!} = e^{-\lambda} \cdot e^{\lambda e^{it}} = e^{\lambda(e^{it} - 1)} \end{aligned}$$

**Geometrik taqsimot.**  $X$  tasodifiy miqdor geometrik taqsimotga ega deyiladi, agar uning qiymatlari

$$P(\xi = n) = pq^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad q = 1 - p$$

Tenglik, orqali aniqlansa va uning xarakteristik funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$f_{\xi}(t) = Ee^{it\xi} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{itn} p \cdot q^n = p \sum_{n=0}^{\infty} (qe^{it})^n = \frac{p}{1 - qe^{it}}$$

**Normal taqsimot.** Uzluksiz tipdagi tasodifiy miqdor  $x$  ning normal taqsimotga ega deyiladi, agar  $x$  taqsimotning zichlik funksiyasi berilgan bo'lsa u holda parametri  $(0, 1)$  bo'lgan standart normal taqsimotning xarakteristik funksiyasini hisoblaylik

$$f_{\xi}(t) = Me^{it\xi} = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx - \frac{x^2}{2}} dx$$

tenglikni differensiallab ( $t$  bo'yicha)

$$f'(t) = \frac{i}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{itx - \frac{x^2}{2}} dx$$

Demak, standart normal taqsimotning xarakteristik funksiyasi

$$f'(t) + tf(t) = 0$$

differensial tenglamani  $f(0)=1$  boshlang'ich shart bilan qanoatlantirar ekan. Bu tenglamani yechib

$$f(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$$

tenglikni olamiz.

Endi parametri  $(a, s^2)$  bo'lgan normal taqsimotning xarakteristik funksiyasini topaylik. Agar  $x_c$  deb, xarakteristik funksiyasi (2.1.3) bo'lgan standart normal qonun bilan taqsimlangan tasodifiy miqdorni belgilasak, parametri  $(a, s^2)$  bo'lgan normal taqsimotga ega bo'lgan tasodifiy miqdor  $x$  ni

$$\xi = \sigma \xi_c + a$$

ko'rinishda yozish mumkin. Demak,

$$f_{\xi}(t) = f_{\sigma \xi_c + a}(t) = e^{iat} \cdot f_{\xi_c}(t\sigma) = e^{iat - \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$$

formula o'rinli bo'ladi.

7.  $[a, b]$  oraliqdagi tekis taqsimot. Bu holda taqsimot uzluksiz tipda bo'lib, uning zichlik funksiyasi mavjud bo'lsa va unga mos xarakteristik funksiya quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} p(x) dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b e^{itx} dx = \frac{e^{itb} - e^{ita}}{it(b-a)}$$

Ba'zi xususiy xollarni eslatib o'tamiz: Agar

$$a = -l, \quad b = l$$

bo'lsa

$$f(t) = \frac{e^{ilt} - e^{-ilt}}{2itl} = \frac{\sin lt}{lt}.$$

Agar

$$a = 0, \quad b = L$$

Agar bo'lsa

$$f(t) = \frac{e^{itL} - 1}{itL}.$$

#### Adabiyotlar

1. Abdushukurov A.A. Xi-kvadrat kriteriyasi: nazariyasi va tatbiqi, O'zMU, 2006.
2. Abdushukurov A.A., Azlarov T.A., Djamirzayev A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misol va masalalar to'plami. Toshkent «Universitet», 2003
3. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi. Ma'ruzalar matni. Toshkent: «Universitet», 2000.

## SPECTRAL PROPERTIES OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR IN A THREE-DIMENSIONAL LATTICE

*I.U.Alladustova<sup>1</sup>, H.A.Irgashev<sup>2</sup>*

<sup>1,2</sup>*Samarkand State University named after Sharof Rashidov,, Samarqand region, Uzbekistan*

<sup>\*</sup>*e-mail: [IROALLADUSTOVA@GMAIL.COM](mailto:IROALLADUSTOVA@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya.** Mazkur ishda uch o'lchamli panjaradagi ikki bozonli sistemaga mos Shredinger operatorining spektral xossalari o'rganildi. Ta'sir parametrlariga bog'liq holda operator xos qiymatlarining mavjudlik shartlari hamda kritik nuqtalari aniqlandi.

**Abstract.** This paper studies the spectral properties of the Schrödinger operator corresponding to a two-boson system on a three-dimensional lattice. Depending on the interaction



parameters, the existence conditions of the operator eigenvalues and the critical points are determined.

**Аннотация.** В работе исследуются спектральные свойства оператора Шредингера, соответствующего системе двух бозонов на трёхмерной решётке. В зависимости от параметров взаимодействия установлены условия существования собственных значений оператора и критические точки.

**Kalit so‘zlar:** spektr, bozon, determinant, hos qiymat, operator.

**Keywords:** spectrum, boson, determinant, eigenvalue, operator.

**Ключевые слова:** спектр, бозон, определитель, собственное значение, оператор.

In the present work, we focus on the spectral properties of  $H_{\gamma\lambda}(K)$  for  $K \in \mathbb{T}^3$ , acting on  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$  as

$$H_{\gamma\lambda}(K) := H_0(K) + V_{\gamma\lambda}.$$

The unperturbed operator  $H_0(K)$  defined by multiplication with the dispersion function  $\mathcal{E}_K$  defined in (3). The interaction potential  $V_{\gamma\lambda}$  is independent of the quasi-momentum  $K \in \mathbb{T}^3$ . Notably, the coupling constants  $\gamma$  and  $\lambda$  denote the on-site and first-neighbor interactions within the lattice system, respectively.

The operators  $H_0(K)$  and  $V_{\gamma\lambda}$  (with  $\gamma, \lambda \in \mathbb{R}$ ) are both bounded and self-adjoint. Because  $V_{\gamma\lambda}$  has finite rank, Weyl's theorem establishes that  $\sigma_{ess}(H_{\gamma\lambda}(K))$  coincides with  $\sigma(H_0(K))$ . This spectrum spans the interval  $[\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)]$ , defined by (5).

The Hilbert space  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$  is decomposed into the direct sum of invariant subspaces for the operator  $H_{\gamma\lambda}(0)$ :

$$L^{2,e}(\mathbb{T}^3) = L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3) \oplus [L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)]^\perp. \quad (1)$$

Here,  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$  comprises functions in  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$  that are antisymmetric in their first two variables, and  $[L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)]^\perp$  is its orthogonal complement.

The decomposition (1) leads to the following spectral representation for  $H_{\gamma\lambda}(0)$ :

$$\sigma(H_{\gamma\lambda}(0)) = \sigma(H_{\gamma\lambda}(0)|_{L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)}) \cup \sigma(H_{\gamma\lambda}(0)|_{[L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)]^\perp}), \quad (2)$$

where  $A|_{\mathcal{K}}$  denotes the restriction of  $A$  onto its reducing subspace  $\mathcal{K}$ . Consequently, the spectrum of the Hamiltonian  $H_{\gamma\lambda}(0)$  can be studied separately for its restrictions to  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$ , and  $[L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)]^\perp$ .

Importantly, the restriction  $V_\lambda^{ea}$  of  $V_{\gamma\lambda}$  to  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$  is independent of  $\gamma$  and has a rank of at most one. Consequently, the restriction  $H_\lambda^{ea}(0)$  of  $H_{\gamma\lambda}(0)$  to  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$  is also independent of  $\gamma$ , and it possesses no more than one isolated eigenvalues.

To investigate the exact number of discrete eigenvalues of  $H_\lambda^{ea}(0)$ , we reduce the task of identifying these eigenvalues to determining the zeros of its Fredholm determinant  $\Delta_\lambda(z)$  by constructing a rank-one Lippmann-Schwinger operator  $B_\lambda^{ea}(0)$ .

Near the upper and lower threshold of  $\sigma_{ess}(H_{\gamma\lambda}(0))$ , we have found the asymptotic expansions of  $\Delta_\lambda(z)$ . The leading terms in these expansions are defined as the algebraic forms  $P^+(\lambda)$  and  $P^-(\lambda)$ , respectively. The polynomial  $P^\pm(\lambda)$  has a null set consisting of a point  $\tau_0^\pm$ . As a result, the  $\lambda$ -line is split by this point into two intervals, denoted  $\mathcal{C}_0^\pm$  and  $\mathcal{C}_1^\pm$ .

For  $\gamma, \lambda \in \mathbb{R}$  and  $K \in \mathbb{T}^3$ , the Schrödinger operator  $H_{\gamma\lambda}(K)$  describes interacting particle pairs. This operator is bounded and self-adjoint in  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ , defined as:

$$H_{\gamma\lambda}(K) := H_0(K) + V_{\gamma\lambda}.$$

The unperturbed operator,  $H_0(K)$ , acts as a multiplication operator, defined by the quasi-momentum-dependent pair dispersion relation:

$$(H_0(K)f)(p) = \mathcal{E}_K(p)f(p),$$

where the dispersion function  $\mathcal{E}_K(\cdot)$  is given by:

$$\mathcal{E}_K(p) = 4 \sum_{i=1}^3 \left(1 - \cos \frac{K_i}{2} \cos p_i\right), \quad p = (p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{T}^3. \quad (3)$$

The perturbation operator  $V_{\gamma\lambda}$  is given by:

$$(V_{\gamma\lambda}f)(p) = \frac{\gamma}{8\pi^3} \int_{\mathbb{T}^3} f(q) dq + \frac{\lambda}{4\pi^3} \sum_{i=1}^3 \cos p_i \int_{\mathbb{T}^3} \cos q_i f(q) dq \quad (4)$$

The rank of  $V_{\gamma\lambda}$  varies with  $\gamma, \lambda \in \mathbb{R}$  but is always at most four. By Weyl's theorem,  $\sigma_{\text{ess}}(H_{\gamma\lambda}(K))$  is unaffected by these parameters. It coincides with  $\sigma(H_0(K))$ ,  $K \in \mathbb{T}^3$ , forming the closed interval  $[\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)]$ , where:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\min}(K) &:= \min_{p \in \mathbb{T}^3} \mathcal{E}_K(p) = 4 \sum_{i=1}^3 (1 - \cos \frac{K_i}{2}) \quad \mathcal{E}_{\min}(0) = 0, \\ \mathcal{E}_{\max}(K) &:= \max_{p \in \mathbb{T}^3} \mathcal{E}_K(p) = 4 \sum_{i=1}^3 (1 + \cos \frac{K_i}{2}) \quad \mathcal{E}_{\max}(0) = 24. \end{aligned} \quad (5)$$

We define  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$  as the set of functions within  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$  that are antisymmetric with respect to their first two coordinates, specifically,

$$L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3) = \{f \in L^{2,e}(\mathbb{T}^3) : f(p_1, p_2, p_3) = -f(p_2, p_1, p_3)\}.$$

Let  $(L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3))^\perp$  be its orthogonal complement within  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ . Notably,  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$  and its orthogonal complement  $(L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3))^\perp$  are both closed subspaces of  $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ . Then the Direct Sum Theorem yields the decomposition (1).

Since  $\mathcal{E}_0(p) = 2\varepsilon(p)$  exhibits symmetry in its first two coordinates, and  $H_0(0)$  corresponds to multiplication by  $\mathcal{E}_0(p)$ , the subspace  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$ , as well as  $(L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3))^\perp$  is invariant for self-adjoint operator  $H_0(0)$ . Taking into account the identity

$$\begin{aligned} 2\cos A \cos B + 2\cos C \cos D &= (\cos A + \cos C)(\cos B + \cos D) \\ &+ (\cos A - \cos C)(\cos B - \cos D), \quad \text{for any } A, B, C, D \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

from (4) one derives that

$$\begin{aligned} (V_{\gamma\lambda}f)(p) &= \frac{\gamma}{8\pi^3} \int_{\mathbb{T}^3} f(q) dq + \frac{\lambda}{8\pi^3} (\cos p_1 + \cos p_2) \int_{\mathbb{T}^3} (\cos q_1 + \cos q_2) f(q) dq \\ &+ \frac{\lambda}{8\pi^3} (\cos p_1 - \cos p_2) \int_{\mathbb{T}^3} (\cos q_1 - \cos q_2) f(q) dq \\ &+ \frac{\lambda}{4\pi^3} \cos p_3 \int_{\mathbb{T}^3} \cos q_3 f(q) dq, \end{aligned} \quad (6)$$

which implies that  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$ , and  $(L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3))^\perp$  are invariant for  $V_{\gamma\lambda}$  and, hence, for  $H_{\gamma\lambda}(0)$ . Thus, (1) implies the spectral decomposition (2).

Let us denote by  $V_\lambda^{\text{ea}}$  and  $H_\lambda^{\text{ea}}(0)$  the corresponding restrictions of the operators  $V_{\gamma\lambda}$  and  $H_{\gamma\lambda}(0)$  onto the subspace  $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$ . Then (6) implies that

$$(V_\lambda^{\text{ea}}f)(p) = \frac{\lambda}{8\pi^3} (\cos p_1 - \cos p_2) \int_{\mathbb{T}^3} (\cos q_1 - \cos q_2) f(q) dq$$

and

$$H_\lambda^{\text{ea}}(0) = H_0(0) + V_\lambda^{\text{ea}}.$$

The subsequent theorem characterizes criticality of the operator  $H_\lambda^{\text{ea}}(0)$  through its interaction parameter.

**Theorem 1.** A parameter point  $\lambda_0 \in \mathbb{R}$  is:

- 1) Lower-critical for  $H_\lambda^{\text{ea}}(0)$  iff  $P^-(\lambda_0) = 0$ .
- 2) Upper-critical for  $H_\lambda^{\text{ea}}(0)$  iff  $P^+(\lambda_0) = 0$ .

The following theorem, establishes that the number of isolated eigenvalues of the operator  $H_\lambda^{\text{ea}}(0)$  lying above (resp. below) its essential spectrum is constant within each connected component  $\mathcal{C}_\alpha^-$  (resp.  $\mathcal{C}_\alpha^+$ ),  $\alpha = 0, 1$ .

**Theorem 2.** Let  $\mathcal{C}^-$  resp.  $\mathcal{C}^+$  be one of the intervals  $\mathcal{C}_\alpha^-$  resp.  $\mathcal{C}_\alpha^+$ ,  $\alpha = 0, 1$  of the  $\lambda$ -line. Then for any  $\lambda \in \mathcal{C}^-$  resp.  $\lambda \in \mathcal{C}^+$  the number of eigenvalues of  $H_\lambda^{\text{ea}}(0)$ , lying below resp. above the essential spectrum remains constant (counting multiplicities).

#### List of used literature

1. D. Mattis. The few-body problem on a lattice. Rev. Mod. Phys., 58:361–379, 1986.
2. S. Albeverio, S.N. Lakaev, Z.I. Muminov. Schrödinger operators on lattices. Ann. Henri Poincaré, 5:743–772, 2004.
3. S.N. Lakaev, Sh.Yu. Kholmatov, Sh.I. Khamidov. Bose–Hubbard model with on-site and nearest-neighbor interactions. J. Phys. A: Math. Theor., 54:245201, 2021.

4. S.N. Lakaev, M.O. Akhmadova. The number and location of eigenvalues for the two-particle Schrödinger operators on lattices. Complex Analysis and Operator Theory, 17:104, 2023.

## CHUBARIKOV USULI VA NYUTON BINOMI ASOSIDA TEBRANUVCHI INTEGRAL UCHUN BAHOLASH

**Amonova Sharofat Nurmaxmatovna**

*Samarqand davlat pedagogika instituti 2-bosqich doktoranti*

*E-mail: amonovasharofat0710@gmail.com*

**Qobilova Dildora G'ulom qizi**

*Samarqand davlat pedagogika instituti 2-bosqich doktoranti*

**Annotatsiya.** Ushbu ishda tebranuvchi integrallar uchun baholash teoremasi qaraladi. Faza funksiyasi va amplituda funksiyasining silliqqligi hamda ixcham tashuvchiga ega bo'lishi shartlari ostida nol atrofida integralning asimptotik bahosi olinadi. Isbot jarayonida Chubarikov tomonidan olingan natijalar, Nyuton binomi formulasi hamda ketma-ket yaqinlashuv va monotonlik xossalariidan foydalaniladi. Natijada integral uchun aniq yuqori baho o'rnatiladi.

**Kalit so'zlar** Tebranuvchi integral, amplituda funksiya, faza funksiyasi, Chubarikov teoremasi, Nyuton binomi, analitik baholash, asimptotik baho, silliq funksiya

**Аннотация.** В данной работе рассматривается теорема оценки для осциллирующих интегралов. При условиях гладкости фазовой и амплитудной функций с компактным носителем получена асимптотическая оценка интеграла в окрестности нуля. В доказательстве используются результаты В. Н. Чубарикова, формула бинома Ньютона, а также свойства монотонности и разложение функций. В результате устанавливается верхняя оценка рассматриваемого интеграла.

**Ключевые слова.** Осциллирующий интеграл, амплитудная функция, фазовая функция, теорема Чубарикова, биномиальная формула Ньютона, асимптотическая оценка, гладкая функция, аналитическая оценка

**Abstract.** This paper studies an estimation theorem for oscillatory integrals. Under the assumptions of smooth phase and amplitude functions with compact support, an asymptotic bound of the integral is obtained in a neighborhood of zero. The proof relies on results due to V. N. Chubarikov, the Newton binomial formula, and properties of monotonicity and fu

**Keywords.** Oscillatory integral, amplitude function, phase function, Chubarikov theorem, Newton binomial formula, asymptotic estimate, smooth function, analytic bound

**Kirish.** Analitik sonlar nazariyasi va tebranuvchi integral hamda yig'indilarni baholash masalalari zamonaviy matematik tahlilning muhim yo'nalishlaridan biridir. Ayniqsa, katta parametrlil integrallar va trigonometrik yig'indilar uchun aniq va samarali baholar olish differensial faza usuli, Veyl differensiallanishi hamda turli tebranish usullarini qo'llash orqali amalga oshiriladi. Ushbu ishda amplitudasi ixtiyoriy silliq va ixcham tashuvchiga ega bo'lgan funksiyalar uchun tebranuvchi integralning nol atrofida baholanishi masalasi ko'rib chiqiladi. Fazaviy funksiya va uning hosilalarining xossalariidan foydalanib, integralni kichik parametrlar sohasida nazorat qilish mumkinligi ko'rsatiladi. Mazkur yondashuv V.N. Chubarikov tomonidan olingan natijalar bilan bog'liq bo'lib, u tebranuvchi yig'indilar va ularning baholari uchun muhim usullarni ishlab chiqqan. Ushbu ishda esa shu yo'nalishdagi natijalar umumlashtirilib, ba'zi qo'shimcha shartlar ostida kengroq sinfdagi funksiyalar uchun mos baho olinadi.

**Lemma:** Faraz qilaylik  $\max_{0 \leq t_1, \dots, t_r \leq M} |s_{t_1 \dots t_r}| = 1$  berilgan bo'lsin, integralda

$$\int_{-1/3}^{1/3} \dots \int_{-1/3}^{1/3} \frac{\left( \ln \left( \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right)^{l-1}}{\left( \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r$$

$$\sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| = \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M} s_{0 \dots 0 t_{l+1} \dots t_r} x_{l+1}^{t_{l+1}} \dots x_r^{t_r}$$

bir tekis cheklangan.

**Isbot.** Faraz qilaylik

$$\frac{\left( \ln \left( \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right)^{l-1}}{\left( \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} \leq \frac{1}{\left( \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M_1}},$$

$M-1 < M_1 < M$ . Oldingi baholashlarda o'rganib kelayotgan teorema isbotiga o'xshash tarzda quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\int_{-1/3}^{1/3} \dots \int_{-1/3}^{1/3} \frac{1}{\left( \sum_{0 \leq t_{l+1} \dots t_r \leq M-1} |\varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M_1}} \leq c.$$

**Teorema.** Faraz qilaylik,  $\Phi(x_1, \dots, x_r) = \sum_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j \\ 1 \leq j \leq r}} s_{t_1 t_2 \dots t_r} x_1^{t_1} x_2^{t_2} \dots x_r^{t_r}$ ,  $M = \max\{n_1, \dots, n_r\}$ ,

$l = \#\{j : n_j = M\}$  va  $s_{0 \dots 0} = 0$ . berilgan bo'lsin. Unda nolning shunday atrofi mavjud bo'ladiki,

har qanday amplitudali funksiya uchun  $a \in C_0^\infty(U)$  integral uchun

$J = \int_{R^r} \dots \int a(x_1, \dots, x_r) \exp(i\lambda \Phi(x_1, \dots, x_r)) dx_1 dx_2 \dots dx_r$  quyidagi baholash to'g'ri bo'ladi:

$$|J| \lesssim \frac{(\ln \lambda |s|)^{l-1} \|a\|_{C^1}}{(\lambda |s|)^{1/M}}$$

bu yerda

$$|s| = \sum_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j \\ 1 \leq j \leq r}} |s_{t_1 t_2 \dots t_r}|.$$

**Isbot.** Umumiylikni yo'qotmagan holda, biz  $(n_1, \dots, n_r) = (M, \dots, M, n_{l+1}, \dots, n_r)$  deb faraz qilishimiz mumkin. Bizning farazimizga ko'ra  $l < r$ , u holda  $n_j < M$  da  $l+1 \leq j \leq r$ . Agar  $l = r$ , U holda V.N. Chubarikov tomonidan ham xuddi shunday baho olingan  $a = \chi_{[0,1]^r}(x)$ . Ixcham tashuvchiga ega ixtiyoriy silliq amplituda holda bu baho o'xshash usullar bilan isbotlanishi mumkin. Quyidagi holatlarni ko'rib chiqamiz:

$$\max_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j \\ l+1 \leq j \leq r}} |s_{0 \dots 0 t_{l+1} \dots t_r}| \geq \max_{0 \leq t_j \leq n_j} |s_{t_1 \dots t_r}| \quad (1) \quad \text{va} \quad \max_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j \\ l+1 \leq j \leq r}} |s_{0 \dots 0 t_{l+1} \dots t_r}| < \max_{0 \leq t_j \leq n_j} |s_{t_1 \dots t_r}| \quad (2).$$

Agar (1) bajarilsa, u holda faza funksiyasini quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_r, s) = \sum_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j \\ l+1 \leq j \leq r}} x_{l+1}^{t_{l+1}} \dots x_r^{t_r} \varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_1, \dots, x_l), \text{ va } \varphi_{t_{l+1} \dots t_r}(x_1, \dots, x_l) = \sum_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j \\ 1 \leq j \leq l}} s_{t_1 \dots t_l t_{l+1} \dots t_r} x_1^{t_1} \dots x_l^{t_l}.$$

Endi,  $s^0 := |s_{0...0t_{l+1}^0...t_r^0}| = \max_{\substack{0 \leq t_j \leq n_j-1 \\ l+1 \leq j \leq r}} \{s_{t_{l+1},...,t_r}\}$  belgilash keritimiz. Chunki  $s_{0...0} = 0$ , keyin shunday  $t_j^0$  ( $l+1 \leq j \leq r$ ) indeks mavjud  $t_j^0 \geq 1$ .

Demak  $\varphi_{t_{l+1}^0...t_r^0}(x_1,...,x_l) = s^0 \left( 1 + \sum_{\substack{0 \leq t_j \leq M \\ \max\{t_j\} \geq 1 \\ 1 \leq j \leq l}} \frac{s_{t_1...t_l t_{l+1}^0...t_r^0}}{s^0} x_1^{t_1} ... x_l^{t_l} \right)$ . Chunki  $|x_i| \leq \frac{1}{3}$ ,  $1 \leq i \leq l$ , u holda

$$\left| \sum_{0 \leq t_1, ..., t_l \leq M} \varepsilon_{t_1...t_l} x_1^{t_1} ... x_l^{t_l} \right| \leq \sum_{\substack{0 \leq t_1, ..., t_l \leq M \\ t_1 + ... + t_l \geq 1}} |x_1|^{t_1} ... |x_l|^{t_l} \leq \sum_{k=1}^M \sum_{t_1 + ... + t_l = k} \left(\frac{1}{3}\right)^k = \sum_{k=1}^M \left(\frac{1}{3}\right)^k \sum_{t_1 + ... + t_l = k} 1 = \sum_{k=1}^M \binom{k+l-1}{l-1} \left(\frac{1}{3}\right)^k,$$

biz smetadan foydalanamiz:  $|\varepsilon_{t_1...t_l}| = \left| \frac{s_{t_1...t_l t_{l+1}^0...t_r^0}}{s^0} \right| \leq 1$  va  $\binom{k+l-1}{l-1}$  tenglamaning yechimlari soniga to'g'ri keladi  $t_1 + ... + t_l = k$ . Endi, quyidagi yig'indini hisoblaymiz.

$$\sum_{k=1}^M \binom{k+l-1}{l-1} q^k = \sum_{k=1}^{\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]} \binom{k+l-1}{l-1} q^k + \sum_{k=\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]+1}^M \binom{k+l-1}{l-1} q^k \text{ qayerda } \left[\frac{l-1}{\ln 2}\right] - \text{sonning butun}$$

qismi  $\frac{l-1}{\ln 2}$ . Agar  $k \leq \left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]$  va  $\ln 2 < 1$ , bo'ladi.

$$\binom{k+l-1}{l-1} = \frac{(k+l-1)!}{k!(l-1)!} = \frac{k+1}{1} \cdot \frac{k+2}{2} \dots \frac{k+l-1}{l-1} \leq \left(\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right] + 1\right)^{l-1} \leq \left[\frac{l}{\ln 2}\right]^{l-1}. \text{ Shuning uchun}$$

$$\sum_{k=1}^{\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]} q^k \leq \sum_{k=1}^{\infty} q^k = \frac{q}{1-q} \text{ va } \sum_{k=1}^{\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]} \binom{k+l-1}{l-1} q^k \leq \frac{q}{1-q} \left[\frac{l}{\ln 2}\right]^{l-1}. \text{ Agar } k \geq \left[\frac{l-1}{\ln 2}\right] + 1 \text{ bo'lsa}$$

$$\binom{k+l-1}{l-1} = (k+1) \left(\frac{k}{2} + 1\right) \dots \left(\frac{k}{l-1} + 1\right) \leq k^{l-1} \leq 2^k.$$

$$\text{Shunday qilib } \sum_{k=\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]+1}^M \binom{k+l-1}{l-1} q^k \leq \sum_{k=\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]+1}^{\infty} q^k k^{l-1} \leq \sum_{k=\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]+1}^{\infty} (2q)^k = \frac{(2q)^{\left[\frac{l-1}{\ln 2}\right]+1}}{1-2q}. \text{ ko'rinishga ega}$$

$$\text{bo'lamiz. Shuning uchun } \left| 1 + \sum_{\substack{0 \leq t_1, ..., t_l \leq M \\ \max\{t_j\} \geq 1}} \varepsilon_{t_1...t_l} x_1^{t_1} ... x_l^{t_l} \right| \leq 1 + \sum_{\substack{0 \leq t_1, ..., t_l \leq M \\ \max\{t_j\} \geq 1}} |x_1^{t_1}| ... |x_l^{t_l}|.$$

Shundan kelib chiqib  $|x_j| \leq q$  biz quyidagi natijaga kelamiz.

$$\sum_{\substack{0 \leq t_1, ..., t_l \leq M \\ \max\{t_j\} \geq 1}} |x_1|^{t_1} ... |x_l|^{t_l} \leq \sum_{k=1}^M \sum_{t_1 + ... + t_l = k} q^k = \sum_{k=1}^M \binom{k+l-1}{l-1} q^k \leq \frac{q}{1-q} \left(\frac{l}{\ln 2}\right)^{l-1} + \frac{(2q)^{\frac{l-1}{\ln 2}}}{1-2q}.$$

Biz  $0 < q < 1$  tanlashimiz mumkin shunday bizga  $0 \leq q \leq q_l$  berilgan bo'lsin

$$\frac{q}{1-q} \left(\frac{l}{\ln 2}\right)^{l-1} + \frac{(2q)^{\frac{l-1}{\ln 2}}}{1-2q} \leq \frac{1}{2}. \text{ Bu ifodadan quyidagi ifodani } |x_j| \leq q_l \text{ olamiz}$$

$$\left| 1 + \sum_{\substack{0 \leq t_1, \dots, t_l \\ \max\{t_j\} \geq 1}} \varepsilon_{t_1, \dots, t_l} x_1^{t_1} \dots x_l^{t_l} \right| \geq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \text{ Agar } \mu \geq e^{(r-1)M_1}, \text{ va } F(\mu) = \frac{(\ln \mu)^{r-1}}{\mu^{1/M_1}} \text{ monoton}$$

kamayuvchi funksiya. Shunday qilib parametrlar uchun  $\lambda, s^0$  ikkita holatni ko'rib chiqamiz. Agar  $|\lambda s^0| \leq 2e^{(r-1)M_1}$ , u holda teorema bayoni trivial bajariladi. Agar  $|\lambda s^0| > 2e^{(r-1)M_1}$ , keyin

$$\frac{1}{2} \lambda |s^0| \leq |\lambda \varphi_{t_{l+1}^0 \dots t_r^0}| \text{ har biri uchun } |x_i| \leq q \text{ tebranish } |\lambda \varphi_{t_{l+1}^0 \dots t_r^0}(x_1)| > 2e^{(r-1)M_1} \text{ da } \mu > 2e^{(r-1)M_1} \text{ va}$$

$$F(\mu) = \frac{(\ln \mu)^{r-l-1}}{\mu^{1/M_1}} \text{ monoton kamayuvchi funksiya uchun}$$

$$|J| = \int_{-q}^q \frac{|\ln |\lambda \varphi||^{r-l-1}}{|\lambda \varphi|^{1/M_1}} dx_1 \lesssim \int_{-q}^q \frac{|\ln |\lambda \varphi_{t_{l+1}^0 \dots t_r^0}(x_1)||^{r-l-1}}{|\lambda \varphi_{t_{l+1}^0 \dots t_r^0}(x_1)|^{1/M_1}} dx_1$$

bu yerda  $M_1 < M$ ,

chunki  $c \geq 1$  shunday qilib  $F(\mu) = \frac{(\ln \mu)^{r-l-1}}{\mu^{1/M_1}} \leq \frac{c}{\mu^{1/M}}$  da  $\mu \geq c$ . Endi

$$|J| \lesssim \frac{\left| \ln |\lambda s^0| \right|^{r-1}}{\left( |\lambda s^0| \right)^{1/M_1}} \lesssim \frac{1}{|\lambda s^0|^{1/M}}. \text{ Endi, (2) holatni ko'rib chiqamiz.}$$

$$\Phi(x_1, \dots, x_r, s) = \sum_{0 \leq t_1, t_2, \dots, t_l \leq M} x_1^{t_1} x_2^{t_2} \dots x_l^{t_l} \varphi_{t_1 t_2 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)$$

bu yerda

$$\varphi_{t_1 t_2 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r) = \sum_{0 \leq t_j \leq n_j} s_{t_1 \dots t_l t_{l+1} \dots t_r} x_{l+1}^{t_{l+1}} \dots x_r^{t_r} \text{ va } s^0 = \max_{0 \leq t_{l+1}, \dots, t_r \leq M} \{s_{t_{l+1}, \dots, t_r}\}. \text{ Biz bilamiz}$$

$$(\text{V.N.Chubarikov}) \text{ teoremasidan } |J| \lesssim \int_{R^{\dots l-1}} \int \frac{\left( \ln \left( \lambda |s| \left( \sum_{0 \leq t_1, \dots, t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right) \right)^{l-1}}{\left( \lambda |s| \left( \sum_{0 \leq t_1, \dots, t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r,$$

bu yerda  $|\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| := \frac{\varphi_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)}{|s|}$ . Nyutonning binomial formulasidan

foydalanib, topamiz

$$|J| \lesssim \frac{(\ln(\lambda |s^0|))^{l-1}}{(\lambda |s^0|)^{1/M}} \int_{[-d, d]^{\dots l-1}} \int \frac{\left( \ln \left( \sum_{0 \leq t_1, \dots, t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right)^{l-1}}{\left( \sum_{0 \leq t_1, \dots, t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r +$$

$$+ \frac{(\ln(\lambda |s^0|))^{l-2}}{(\lambda |s^0|)^{1/M}} \int_{[-d, d]^{\dots l-1}} \int \frac{\left| \ln \left( \sum_{0 \leq t_1, \dots, t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right|}{\left( \sum_{0 \leq t_1, \dots, t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r$$

va  $(\ln \lambda |s^0| |\sum |\tilde{\varphi}||)^{-1} \leq (\ln \lambda \|s\| + |\ln \sum |\tilde{\varphi}||)^{-1}$  Lemmaga binoan quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1}} \int \frac{\left| \ln \left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \right|^j}{\left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r \leq c,$$

Ba‘zi bir raqamlar qayerda faqat  $r$  ga bog‘liq bo‘ladi. Haqiqatan ham,  $P$  nuqtalar to‘plami  $(x_{l+1}, \dots, x_r) \in [-d, d]^{r-l-1}$  shunday  $\sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \geq 1$ . O‘shandan beri

$\ln \left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right) \leq c$ , chunki polinomlarning koeffitsientlari bilan chegaralangan  $|x_j| \leq d$  ( $l+1 \leq j \leq r$ ). Shuning uchun

$$\int_P \int \frac{\ln \left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)}{\left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r \lesssim \int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1}} \int \frac{dx_{l+1} \dots dx_r}{\left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}}.$$

Indekslari  $(t_1^0, \dots, t_r^0)$  shunday  $s^0 := |s_{t_1^0 \dots t_r^0}|$  mavjud bo‘lib. Biz foydalanamiz

$$\int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1}} \int \frac{dx_{l+1} \dots dx_r}{\left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} \leq \int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1}} \int \frac{dx_{l+1} \dots dx_r}{\left( |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} \lesssim 1. \quad \text{Oxirgi natija}$$

Yuqoridagi lemmadan kelib chiqadi. Agar  $(x_{l+1}, \dots, x_r) \in [-d, d]^{r-l-1} \setminus P$ .

$$\left| \ln \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right| \leq \left| \ln |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right|.$$

Shunday qilib

$$\frac{\left| \ln \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right|^j}{\left( \sum_{0 \leq t_1 \dots t_l \leq M} |\tilde{\varphi}_{t_1 \dots t_l}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} \leq \frac{\left| \ln |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right|^j}{\left( |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}}.$$

Lemmadan kelib chiqib quyidagi ifodagakelamiz:

$$\begin{aligned} \int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1} \setminus P} \int \frac{\left| \ln |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right|^j}{\left( |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M}} dx_{l+1} \dots dx_r &\lesssim \int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1} \setminus P} \int \frac{dx_{l+1} \dots dx_r}{\left( |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M+\varepsilon}} \lesssim \\ &\lesssim \int_{[-d,d]^{\ddot{r}-l-1}} \int \frac{dx_{l+1} \dots dx_r}{\left( |\tilde{\varphi}_{t_1^0 \dots t_l^0}(x_{l+1}, \dots, x_r)| \right)^{1/M+\varepsilon}} \lesssim 1. \end{aligned}$$

Yuqoridagi lemmadan kelib chiqib  $|J| \lesssim \frac{\|a\|_{C^1} (\ln \lambda |s|)^{l-1}}{(\lambda |s|)^{1/M}}$ . Teoremani isbotladik.

Xulosa qilib aytadigan bo'lsam, Ushbu ishda nolning yetarlicha kichik atrofida berilgan tebranuvchi integral uchun baho isbotlandi. Amplitudasi silliq va ixcham tashuvchiga ega funksiyalar sinfi uchun faza funksiyasining xossalari hamda tebranish usullaridan foydalanib, integralning yuqori chegarasi aniqlandi. Isbot jarayonida faza funksiyasini mos ko'rinishga keltirish, indekslarni tanlash va monotonlik xossalariidan foydalanish muhim rol o'ynadi. Shuningdek, V.N. Chubarikov tomonidan olingan natijalar va Lemma asosida baholashlar amalga oshirildi.

Olingan natija tebranuvchi integrallarni baholash nazariyasiga qo'shimcha hissa qo'shadi va keyingi tadqiqotlarda murakkab fazali funksiyalar uchun yanada umumiy baholar olish imkonini beradi.

### **Foydalanilgan Adabiyotlar**

1. Ikromov I. A. Samarkand davlat universiteti professori, matematik. Tebranuvchan integrallar nazariyasi, invariant baholar, maksimal operatorlar.
2. Safarov A. R. Tebranuvchan integrallar va ularning baholari Mittag-Leffler funksiyalari kontekstida o'rganish.
3. Xasanov G'. A. "Silliq fazali tebranuvchan integrallarning bahosi. Samarqand davlat universiteti.
4. Fixtengols G.M 1-qism va 2-qism Matematik analiz asoslari.
5. Alimov Sh.O, Ashurov R.R Matematik analiz asoslari
6. Demidovich B.P Matematik analiz asoslari misol va masalalar
7. Mavsurov X.T Azlarov T.A Matematik analiz asoslari 1-qism
8. Sa'dullayev A.Mansurov H.Xudoyberdiyev T. Vorisov A. G'ulomov R. Matematik analiz asoslari kursidan misol va masalalar.
9. M.G. Mittag-Leffler, Sur la nouvelle fonction  $E\alpha(x)$ . *Comp.Rend.Acad.Sci.Paris*, 137(1903) 554-553
10. M. G. Mittag-Leffler, Sopra la funzione  $E\alpha(x)$ ., *Rend.R.Acc.Lincei*, 5(1904), no. 13, 3-5.
11. M.G. Mittag-Leffler, Sur l'int'egrale de Laplace-Abel., *C.R.Acad.Sci.Paris*, 135(1902), 937-939.
12. P. Humbert, Quelques r'esultats relatifs 'a la fonction de Mittag-Leffler. *C.R .Acad.Sci. Paris* 236, (1953), 1467-1468 .

## **MATEMATIKANI O'QITISHDA VA O'ZLASHTIRISH DARAJALARINI O'LCHAB BAHOLASHDA TUSHUNCHALARNING MAZMUNI VA HAJMIDAN FOYDALANISH METODIKASI**

**Arziqulov Abdixalik Ulashevich,**

*Samarqand davlat pedagogika instituti, "Matematika" kafedrası dotsenti*

*e-mail: a.arziqulov@mail.ru*

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada matematikani o'qitish jarayonida tushunchalarning mazmuni va hajmidan foydalanishning nazariy asoslari hamda ularni o'quvchilarning o'zlashtirish darajasini baholashda qo'llash metodikasi yoritilgan. Tushunchaning mazmuni va hajmi o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik asosida bilimlarni tizimlashtirish, chuqurlashtirish hamda baholash mezonlarini ishlab chiqish masalalari ko'rib chiqilgan. Shuningdek, baholashda darajaviy yondashuv asosida (A, B, C darajalar) topshiriqlarni tuzish usullari tavsiya etilgan.

**Abstract.** This article discusses the theoretical foundations of using the content and extension (volume) of mathematical concepts in the process of teaching mathematics, as well as the methodology for applying these ideas in assessing students' learning achievement levels. The interrelation between the content and extension of a concept is analyzed as a basis for structuring knowledge, deepening understanding, and developing assessment criteria. The study also proposes



methods for designing level-based tasks (A, B, C levels) within the framework of pedagogical qualimetry.

**Аннотация.** В данной статье рассматриваются теоретические основы использования содержания и объёма математических понятий в процессе обучения математике, а также методика их применения при оценке уровня усвоения знаний учащимися. Анализируется взаимосвязь между содержанием и объёмом понятия, на основе которой обосновываются вопросы систематизации знаний, их углубления и разработки критериев оценивания. Также предлагаются способы построения заданий уровня характера (уровни А, В, С) в системе педагогической квалиметрии.

**Kalit so'zlar:** matematik tushuncha, mazmun, hajm, baholash, o'zlashtirish darajasi.

**Keywords.** mathematical concept, content and extension, assessment, learning achievement level.

**Ключевые слова.** математическое понятие, содержание, объём, оценивание, уровень усвоения.

Kirish. Zamonaviy ta'lim tizimida matematik bilimlarni o'zlashtirish darajasini aniqlash va baholash muhim masalalardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, o'quvchilarda matematik tushunchalarning shakllanish darajasini aniqlash uchun aniq mezon va metodik yondashuvlar zarur. Shu nuqtai nazardan, tushunchaning mazmuni va hajmi kategoriyalari muhim didaktik vosita sifatida xizmat qiladi.

Asosiy qism. Matematik tushuncha ikki asosiy komponentdan iborat bo'lib, ular mazmun va hajm orqali ifodalanadi. Mazmun tushunchani aniqlovchi asosiy belgilar va xossalari majmuini anglatadi, hajm esa mazkur tushunchaga kiruvchi obyektlar to'plamidan iborat ([1],[3]). Masalan, to'g'ri to'rtburchak tushunchasining mazmuni qarama-qarshi tomonlarining parallel va tengligi hamda barcha burchaklarining  $90^\circ$  ga tengligi bilan ifodalanadi, uning hajmi esa barcha to'g'ri to'rtburchaklar to'plamini tashkil etadi. Mazmun kengaygan sari hajm torayadi va aksincha. Ushbu qonuniyat o'quvchilarning tushunchani qanchalik chuqur o'zlashtirganini aniqlashda muhim ahamiyatga ega ([2],[4]).

Tushunchaning mazmuni va hajmiga asoslanib o'zlashtirish darajalari aniqlanadi. Reproduktiv (A) darajada o'quvchi tushunchaning ayrim belgilarini biladi va oddiy misollarni tanib oladi, biroq hajmni to'liq anglamaydi. Algoritmik (B) darajada tushunchaning asosiy belgilarini to'liq biladi va standart vaziyatlarda qo'llay oladi, hajmni qisman tushunadi. Ijodiy (C) darajada esa tushunchaning mazmunini to'liq ochib bera oladi, hajmini umumlashtiradi va noan'anaviy vaziyatlarda qo'llaydi, masalan kvadratning to'g'ri to'rtburchakning xususiy holi ekanligini asoslay oladi.

Baholash topshiriqlarini tuzishda tushunchaning mazmuni va hajmi asos qilib olinadi. Avvalo, mazmunni tekshirish uchun ta'rifni aytish va asosiy belgilarni sanash talab etiladi. Keyingi bosqichda hajmni aniqlash maqsadida misollar va qarama-qarshi misollar keltirish topshiriqlari beriladi. So'ngra qo'llash bosqichida tushuncha turli masalalarda ishlatiladi va umumlashtiriladi. Masalan, parallelogramm mavzusida A darajada ta'rifni aytish, B darajada shakllarni ajratish, C darajada esa uning xossalari yangi xulosalar chiqarish talab etiladi.

Matematik tushunchalar tizimida ifoda, funksiya va tenglama muhim o'rin egallaydi. Ifoda mazmuniga sonlar, o'zgaruvchilar va amallar orqali tuzilishi, tenglik belgisi yo'qligi, qiymat hisoblash imkoniyati va mantiqiy hukm bildirmasligi kiradi. Uning hajmini esa barcha hisoblash mumkin bo'lgan yozuvlar tashkil etadi. Funksiya mazmuni har bir argumentga yagona qiymat mos qo'yilishi, aniqlanish va qiymatlar sohasining mavjudligi bilan belgilanadi, hajmi esa barcha funksiyalar to'plamidan iborat. Tenglama mazmuni ikki ifodaning tengligi, noma'lumning mavjudligi va yechim tushunchasi bilan aniqlanadi, uning hajmiga esa barcha turdagi tenglamalar kiradi. Shu bilan birga, metodik jihatdan mazmun va xossalarni farqlash muhimdir. Funksiyaning

juftlik, davriylik, uzluksizlik, monotonlik kabi xossalari, shuningdek grafik tasviri uning mazmuniga emas, balki qo'shimcha xususiyatlariga kiradi. Xuddi shuningdek, tenglamani yechish formulalari, algoritmlari va usullari tushunchaning mazmunini emas, balki uni o'rganish va qo'llash jarayonini ifodalaydi. Yechim tushunchasi esa mazmunga kiradi, chunki u tenglama mohiyatining ajralmas qismidir. Ayrim hollarda aniqlanish sohasi mazmunga yaqin bo'lsa-da, ko'proq yechimni topish sharti sifatida qaraladi.

Metodik nuqtai nazardan quyidagi muhim farqlashni amalga oshirish zarur: ta'rif va asosiy belgilar mazmunga kiradi, xossalar, grafiklar va algoritmlar esa mazmun doirasiga kirmaydi. Shu asosda baholash tizimini qurishda mazmunni bilish A darajani, xossalarni tushunish B darajani, algoritmik qo'llash va ijodiy yondashuv esa C darajani ifodalaydi.

Matematik tushunchaning hajmi — bu unga kiruvchi obyektlar soni (quvvati) bilan aniqlanadi. Quyida hajmi 0, 1, 2, n (chekli) va cheksiz bo'lgan tushunchalarga aniq misollar keltiramiz.

Matematik tushunchalarning hajmi ularning qamrab oladigan obyektlari soni bilan aniqlanadi va bu jihat ta'lim jarayonida muhim metodik ahamiyatga ega. Hajmi 0 bo'lgan tushuncha bo'sh tushuncha hisoblanadi, ya'ni u hech qanday obyektga ega emas. Masalan,  $(x^2 + 1 = 0)$  tenglamaning haqiqiy yechimlari to'plami, natural sonlar ichida manfiy sonlar tushunchasi yoki  $(\sqrt{x} = -3)$  tenglamaning yechimlari bunga misol bo'la oladi. Bu holatda tushuncha mavjud bo'lsa-da, unga mos obyekt mavjud emas.

Hajmi 1 bo'lgan tushuncha yagona elementli tushuncha bo'lib, faqat bitta obyektни o'z ichiga oladi. Masalan,  $(x - 5 = 0)$  tenglamaning yechimlar to'plami  $(\{5\})$ , 0 dan katta va 2 dan kichik butun son  $(\{1\})$ , hamda  $(x^2 = 0)$  tenglamaning yechimi  $(\{0\})$  shular jumlasidandir. Bunday tushunchalar aniq va yagona natijani ifodalaydi.

Hajmi 2 bo'lgan tushunchalar ikki elementli bo'lib, ular aynan ikkita obyektни qamrab oladi. Masalan,  $(x^2 = 1)$  tenglama yechimlari  $(\{-1, 1\})$ ,  $(|x| = 3)$  tenglama yechimlari  $(\{-3, 3\})$ , shuningdek, 2 dan kichik va -1 dan katta butun sonlar  $(\{0, 1\})$  bu turga kiradi. Bu holatda tushuncha ikki xil obyekt orqali ifodalanadi.

Hajmi (n) bo'lgan tushunchalar chekli bo'lib, ular oldindan berilgan ma'lum sondagi elementlardan iborat bo'ladi. Masalan,  $(x^3 - x = 0)$  tenglama yechimlari  $(\{-1, 0, 1\})$  (bu yerda  $(n=3)$ ), 10 dan kichik natural sonlar  $(\{1, 2, 3, \dots, 9\})$  (bu yerda  $(n=9)$ ), yoki 3 ga karrali va 30 dan kichik sonlar to'plami chekli hajmga ega  $(n=10)$  tushunchalardir. Bunday hollarda obyektlar soni sanaladi.

Hajmi cheksiz bo'lgan tushunchalarda esa obyektlar soni cheklanmagan bo'ladi. Masalan, natural sonlar to'plami  $\{N\}$ , haqiqiy sonlar to'plami  $\{R\}$ ,  $(y = x^2)$  funksiyaning aniqlanish sohasi yoki  $(\sin x = 0)$  tenglama yechimlari  $(x = k\pi, )$  kabi misollar cheksiz hajmga ega tushunchalardir. Bunday tushunchalar tugamaydigan va davom etib boradigan to'plamlarni ifodalaydi.

Ushbu klassifikatsiya metodik jihatdan muhim ahamiyat kasb etadi. Hajmi 0 bo'lgan tushunchalar qarama-qarshi misollarni ko'rsatishda, hajmi 1 bo'lgan tushunchalar aniqlikni shakllantirishda, hajmi 2 bo'lgan tushunchalar simmetriya tushunchasini yoritishda, hajmi (n) bo'lgan tushunchalar tahlil va sanash ko'nikmalarini rivojlantirishda, hajmi cheksiz bo'lgan tushunchalar esa umumlashtirish va abstrakt fikrlashni shakllantirishda xizmat qiladi.

Mazkur yondashuv asosida o'qituvchi tushunchalarning hajmini aniqlashga qaratilgan topshiriqlar tuzishi, talabalarning bilim darajasini chuqur baholashi va ayniqsa yuqori darajadagi (C daraja) fikrlashni rivojlantiruvchi savollarni samarali tashkil etishi mumkin.

**Xulosa.** Matematik tushunchalarning mazmuni va hajmidan foydalanish o'quvchilarning bilimlarini tizimli va chuqur o'zlashtirishga xizmat qiladi. Ushbu yondashuv asosida tashkil etilgan baholash tizimi o'zlashtirish darajalarini aniqlash, o'quv jarayonini samarali tashkil etish hamda ta'lim sifatini oshirish imkonini beradi.

## Adabiyotlar ro'yxati

1. Barakayev M. Matematika o'qitish metodikasi, 1-qism. Umumiy metodika, T.: Credo print grup, 2025 yil.
2. Alixonov S. Matematika o'qitish metodikasi, T. O'qituvchi 2011 yil.
3. Методика и технология обучения математике. Курс лекций, пособие для вузов / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой.- М.:Дрофа,2005. - 416 с.
4. Малова И.Е. и др. Теория и методика обучения математике в средней школе. Учебное пособие для вузов. - М.: Гуманитар. Изд. Центр ВЛАДОС, 2009. - 445 с.

## ПРЯМАЯ СУММА ЦИКЛИЧНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ \*-АЛГЕБР

<sup>(1)</sup>Болтаев Хабибжон Хамитович, <sup>(2)</sup>Расулова Феруза Бобомуродовна

<sup>(1)</sup>PhD, доцент НПУУ имени Низами, <sup>(2)</sup>Магистр 1-го курса НПУУ имени Низами  
[bkhabibzhan2020@mail.ru](mailto:bkhabibzhan2020@mail.ru)

**Аннотация:** В статье рассмотрено прямая сумма циклических представлений алгебр. Дано связь между двух представлений и прямых сумм этих представлений. Доказано, что всякое представление есть прямая сумма циклических представлений и показано замкнутая линейная оболочка  $\mathbf{K}$  инвариантных подпространств есть также инвариантное подпространство.

**Ключевые слова:** Представлений \*-алгебр, унитарный оператор, инвариантное подпространство, семейство представлений, максимальный элемент, циклические представление.

**Аннотация:** Maqolada algebralarning siklik tasvirlarining to'g'ridan-to'g'ri yig'indisi ko'rib chiqiladi. Ikki kommutant va uning tasvirlarining bevosita yig'indilari o'rtasidagi bog'liqlik berilgan. Har qanday tasvir siklik tasvirlarning to'g'ridan-to'g'ri yig'indisi ekanligi isbotlangan va o'zgarmas pastki fazolarning yopiq chiziqli oralig'i ham o'zgarmas pastki fazo ekanligi ko'rsatilgan.

**Kalit so'zlar:** \*-algebralarning tasvirlari, unitar operator, o'zgarmas pastki fazo, tasvirlar oilasi, maksimal element, siklik tasvir.

**Abstract:** The article considers the direct sum of cyclic representations of algebras. The connection between two representations and direct sums of these representations is given. It is proved that any representation is a direct sum of cyclic representations and it is shown that the closed linear span of invariant subspaces is also an invariant subspace.

**Keywords:** Representations of \*-algebras, unitary operator, invariant subspace, family of representations, maximum element, cyclic representation.

Пусть  $\mathbf{H}$  – гильбертово пространство,  $\mathbf{L}(\mathbf{H})$  – множество непрерывных линейных операторов в  $\mathbf{H}$ . Рассмотрим подмножество  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{L}(\mathbf{H})$ , сохраняющееся при сложении, умножении, умножении на скаляры и сопряжении. Тогда  $\mathbf{A}$  – операторная \*-алгебра. Если дана абстрактная \*-алгебра  $\mathbf{A}$ , то одна из основных задач теории линейных представлений (\*-гомоморфизмов  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{L}(\mathbf{H})$ ) – перечислить все ее неприводимые представления (с точностью до эквивалентности).

**Определение 1.** Пусть  $\mathbf{A}$  - \*-алгебра,  $\mathbf{H}$  – гильбертово пространство. Представлением  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{H}$  называется \*-гомоморфизм \*-алгебры  $\mathbf{A}$  в \*-алгебру ограниченных линейных операторов  $\mathbf{L}(\mathbf{H})$ .

Иначе говоря, представление \*-алгебры  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{H}$  есть такое отображение из  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{L}(\mathbf{H})$ , что

$$\begin{aligned}\pi(x+y) &= \pi(x) + \pi(y), & \pi(\alpha x) &= \alpha \pi(x), \\ \pi(xy) &= \pi(x)\pi(y), & \pi(x^*) &= \pi(x)^*\end{aligned}$$

для любых  $x, y \in \mathbf{A}$  и  $\alpha \in \mathbb{C}$ .

**Определение 2.** Два представления  $\pi_1$  и  $\pi_2$  инволютивной алгебры  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{H}_1$  и  $\mathbf{H}_2$  соответственно, эквивалентны (или унитарно эквивалентны), если существует унитарный оператор  $\mathbf{U}$ , действующий из гильбертова пространства  $\mathbf{H}_1$  в гильбертово пространство  $\mathbf{H}_2$ , переводящий  $\pi_1(x)$  в  $\pi_2(x)$  для любого  $x \in \mathbf{A}$ , то есть

$$\mathbf{U}\pi_1(x) = \pi_2(x)\mathbf{U} \quad \text{для всех } x \in \mathbf{A}.$$

**Определение 3.** Представление  $\pi$  называется циклическим, если в пространстве  $\mathbf{H}$  существует вектор  $f$  такой, что множество всех векторов  $\pi(x)f$  (для всех  $x \in \mathbf{A}$ ) плотно в  $\mathbf{H}$ . Вектор  $f$  называют циклическим для представления  $\pi$ .

**Определение 4.** Подпространство  $\mathbf{H}_1 \subset \mathbf{H}$  называется инвариантным, относительно представления  $\pi$ , если  $\pi(\mathbf{A})\mathbf{H}_1 \subset \mathbf{H}_1$ .

Если  $\mathbf{H}_1$  инвариантное подпространство, то все операторы  $\pi(x)$  ( $x \in \mathbf{A}$ ) можно рассматривать как операторы  $\mathbf{H}_1$ . Сужения  $\pi(x)$  на  $\mathbf{H}_1$  определяют подпредставления  $\pi_1$   $*$ -алгебры  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{H}_1$ .

**Теорема 1 [1].** Если  $\mathbf{H}_1$  инвариантное подпространство  $\mathbf{H}$ , то его ортогональное дополнение также инвариантно.

Обозначим через  $P_1$  оператор проектирования в  $\mathbf{H}$  на подпространство  $\mathbf{H}_1 \subset \mathbf{H}$ .

**Теорема 2 [2].**  $\mathbf{H}_1$  – инвариантное подпространство тогда и только тогда, когда все операторы представления перестановочны с оператором проектирования  $P_1$  на  $\mathbf{H}_1$ .

**Теорема 3.** Замкнутая линейная оболочка  $\mathbf{K}$  инвариантных подпространств есть также инвариантное подпространство.

Пусть  $\mathbf{I}$  – произвольное множество. Пусть  $(\pi_i)_{i \in \mathbf{I}}$  – семейство представлений  $*$ -алгебры  $\mathbf{A}$  в гильбертовом пространстве  $\mathbf{H}_i$  ( $i \in \mathbf{I}$ ). Пусть

$$\|\pi_i(x)\| \leq c_x$$

где  $c_x$  – положительная константа, не зависящая от  $i$ .

Обозначим через  $\mathbf{H}$  прямую сумму пространств  $\mathbf{H}_i$ , то есть  $\mathbf{H} = \bigoplus_{i \in \mathbf{I}} \mathbf{H}_i$ . В силу (2.1.) можно образовать непрерывный линейный оператор  $\pi(x)$  в  $\mathbf{H}$ , который индуцирует  $\pi_i(x)$  в каждом  $\mathbf{H}_i$ . Тогда отображение  $x \rightarrow \pi(x)$  есть представление  $\mathbf{A}$  в  $\mathbf{H}$ , называемое прямой суммой представлений  $\pi_i$  и обозначаемое  $\bigoplus_{i \in \mathbf{I}} \pi_i$  или  $\pi_1 \oplus \dots \oplus \pi_n$  в случае конечного семейства представлений  $(\pi_1, \dots, \pi_n)$ . Если  $(\pi_i)_{i \in \mathbf{I}}$  – семейство представлений  $*$ -алгебры  $\mathbf{A}$ , совпадающих с представлением  $\pi$ , и если  $\text{Card } \mathbf{I} = c$ , то представления  $\bigoplus \pi_i$  обозначается через  $c\pi$ . Всякое представление, эквивалентное представлению этого типа, называется кратным  $\pi$  [3].

Для доказательства, следующего понадобится лемма.

**Лемма.** Если в частично упорядоченном подмножестве  $\mathbf{X}$  всякое линейно упорядоченное подмножество имеет в  $\mathbf{X}$  верхнюю грань, то  $\mathbf{X}$  содержит максимальный элемент.

**Теорема 4.** Всякое представление есть прямая сумма циклических представлений.

**Доказательство.** Пусть  $f_0 \neq 0$  – какой-либо вектор из  $\mathbf{H}$ . Рассмотрим совокупность всех векторов  $\pi(x)f_0$ , где  $x$  пробегает всю  $*$ -алгебру. Замыкание этой совокупности обозначим через  $\mathbf{H}_1$ . Тогда  $\mathbf{H}_1$  – инвариантное подпространство, в котором  $f_0$  есть циклический вектор. Другими словами,  $\mathbf{H}_1$  есть циклическое подпространство представления  $\pi$ .

Если  $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}$ , то теорема доказана; в противном случае  $\mathbf{H}_1$  – есть отличное от  $\{0\}$  инвариантное подпространство. Применяя к нему тот же прием, мы выделим циклическое подпространство  $\mathbf{H}_2$  ортогональное  $\mathbf{H}_1$ .

Обозначим через  $\mathbf{M}$  совокупность всех систем  $\{\mathbf{H}_\alpha\}$ , состоящих из взаимно ортогональных циклических подпространств представления; одной из таких систем является построенная выше система  $\{\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2\}$ . Упорядоченная при помощи соотношения включения совокупность  $\mathbf{M}$  образует частично упорядоченное множество, удовлетворяющее условиям леммы, а именно, верхней гранью линейно упорядоченного множества систем  $\{\mathbf{H}_\alpha\} \in \mathbf{M}$  будет объединение этих систем. Поэтому в  $\mathbf{M}$  существует максимальная система  $\{\mathbf{H}_\alpha\}$ . Но тогда  $\mathbf{H} = \bigoplus_\alpha \mathbf{H}_\alpha$ ; в противном случае в инвариантном подпространстве  $\mathbf{H} - (\bigoplus_\alpha \mathbf{H}_\alpha)$  существовало бы отличное от  $\{0\}$  циклическое подпространство  $\mathbf{H}_0$  и мы получили бы систему  $\{\mathbf{H}_\alpha\} \cup \mathbf{H}_0 \in \mathbf{M}$ , содержащую максимальную систему  $\{\mathbf{H}_\alpha\}$ , что невозможно. Теорема доказана.

### Литература

1. Мерфи Д. С\*-алгебры и теория операторов. М., Мир, 1998.
2. NishioK, Linear algebra and its applications 66: 169-176, Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1985.
3. Samoilenko Y.S., Representation theory of algebras, Springer, 1998.

## THE CONVERGENT EXPANSION OF THE FREDHOLM DETERMINANT OF THE GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL

**Kurbanov Sh. Kh.**

*Samarkand state university, Samarkand, Uzbekistan;*

*e-mail: kurbanov-shaxzod@mail.ru*

**Key words:** Hilbert spaces, expansion, Friedrichs model, essential spectrum, perturbation.

Let  $\mathbb{Z}^2$  be the *one*-dimensional lattice and  $\mathbb{T}^2 = (\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z})^2 = (-\pi, \pi]^2$  be the *one*-dimensional torus. Let  $L^2(\mathbb{T}^2)$  be the Hilbert space of square-integrable functions defined on  $\mathbb{T}^2$ .

We consider the family of generalized Friedrichs model  $H_{\mu_1\mu_2}(p)$ ,  $p \in \mathbb{T}^2$  acting in  $L^2(\mathbb{T}^2)$  defined as  $H_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p)$ ,  $p \in \mathbb{T}^2$  acting in  $L^2(\mathbb{T}^2)$  defined as

$$H_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p) = H_0(p) + V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}, \quad \lambda_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

where  $H_0(p)$ ,  $p \in \mathbb{T}^2$  is a multiplication operator by the function  $w_p(\cdot)$ :

$$(H_0(p)f)(q) = w_p(q)f(q), \quad f \in L^2(\mathbb{T}^2),$$

and  $V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}: L^2(\mathbb{T}^2) \rightarrow L^2(\mathbb{T}^2)$  are the operators of the form

$$(V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}f)(q) = \lambda_1\varphi_1(q)(f, \varphi_1) + \lambda_2\varphi_2(q)(f, \varphi_2) + \lambda_3\varphi_3(q)(f, \varphi_3),$$

where  $(\cdot, \cdot)$  stands for the inner product in  $L^2(\mathbb{T}^2)$ .

The perturbation  $V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}$  of the non-perturbed operator  $H_0(p)$ ,  $p \in \mathbb{T}$  is an operator of rank two. Consequently, by the well-known Weyl theorem [1] on the compact perturbations

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p)) = \sigma_{\text{ess}}(H_0(p)) = \sigma(H_0(p)) = [m(p), M(p)],$$

where

$$m(p) = \min_{q \in \mathbb{T}^2} w_p(q), M(p) = \max_{q \in \mathbb{T}^2} w_p(q).$$

The following hypothesis will be needed throughout the paper.

Hypothesis. The functions  $\varphi_i(\cdot), i = 1, 2, 3$  and  $w(\cdot, \cdot)$  used in the definition of the operator  $H_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p)$  satisfy the following conditions:

$\varphi_i(\cdot), i = 1, 2, 3$  are non-trivial, real-analytic on  $\mathbb{T}^2$  and  $(\varphi_i, \varphi_j) = 0, i \neq j$ ;

$w(\cdot, \cdot)$  is a real-analytic function on  $(\mathbb{T}^2)^2 = \mathbb{T}^2 \times \mathbb{T}^2$ , and it has a unique non-degenerate minimum at  $(0, 0) \in \mathbb{T}^2$ .

Lemma. A number  $z \in \mathbb{C} \setminus [m(p), M(p)]$  is an eigenvalue of the operator  $H_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p)$  if and only if

$$\Delta_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p, z) = \begin{vmatrix} 1 + \lambda_1 a_{11}(p, z) & \lambda_2 a_{12}(p, z) & \lambda_3 a_{13}(p, z) \\ \lambda_1 a_{21}(p, z) & 1 + \lambda_2 a_{22}(p, z) & \lambda_3 a_{23}(p, z) \\ \lambda_1 a_{31}(p, z) & \lambda_2 a_{32}(p, z) & 1 + \lambda_3 a_{33}(p, z) \end{vmatrix} = 0$$

where

$$a_{ij}(p, z) = \int_{\mathbb{T}^2} \frac{\varphi_i(s) \varphi_j(s) ds}{w_p(s) - z}$$

The item (ii) of Hypothesis implies the existence of a  $\delta$ -neighborhood  $U_\delta(0) \subset \mathbb{T}^2$  of the point  $0 \in \mathbb{T}^2$  and an analytic function  $q_0: U_\delta(0) \rightarrow \mathbb{T}^2$  that for any  $p \in U_\delta(0)$  the point  $q_0(p) \in \mathbb{T}^2$  is a unique non-degenerate minimum of the function  $w_p(\cdot)$ .

Hypothesis and the Morse lemma yield that for any  $p \in U_\delta(0)$  the existence of the map  $\psi(p, y)$  of the sphere  $W_\gamma(0) \subset \mathbb{R}^2$  to a neighborhood  $U(q_0(p))$  of the point  $q_0(p) \in \mathbb{T}^2$  such that the function  $w_p(\psi(p, y))$  can be represented as

$$w_p(\psi(p, y)) = m(p) + y^2.$$

The functions  $\psi(\cdot, y)$  and  $\psi(p, \cdot)$  are holomorphic in  $U_\delta(0)$  and  $W_\gamma(0)$  respectively and  $\psi(p, 0) = q_0(p)$ . Moreover, the Jacobian  $J(\psi(p, y))$  of the mapping  $\psi(p, y)$  is positive, i.e.,  $J(\psi(p, y)) > 0$  for all  $p \in U_\delta(0)$  and  $y \in W_\gamma(0)$ .

Lemma. Assume Hypothesis and  $p \in U_\delta(0)$ . Then, for a sufficiently small  $m(p) - z > 0$ , the function  $a_{ij}(p, z), i, j = 1, 2, 3$  can be represented as the following absolutely convergent series:

$$a_{ij}(z) = a_{ij}(p) \ln(m(p) - z) + b_{ij}(p) + \ln(m(p) - z) \sum_{n=1}^{\infty} a_{ij}^{(n)}(p) (m(p) - z)^n + \sum_{n=1}^{\infty} b_{ij}^{(n)}(p) (m(p) - z)^n$$

where  $a_{ij}(p), b_{ij}(p), a_{ij}^{(n)}(p), b_{ij}^{(n)}(p), n = 1, 2, \dots$  are real numbers with

$$a_{ij}(p) = -\pi \varphi_i(q_0(p)) \varphi_j(q_0(p)) J(q_0(p)).$$

Theorem.

Assume Hypothesis and  $p \in U_\delta(0)$ . Then for any  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  in the case  $\varphi_1(q_0(p)) = \varphi_2(q_0(p)) = \varphi_3(q_0(p)) \neq 0$  the determinant  $\Delta_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p, z)$  has the following asymptotics

$$\Delta_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(p, z) = \ln(m(p) - z) \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p) (m(p) - z)^n + \sum_{n=0}^{\infty} b_n(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p) (m(p) - z)^n,$$

where  $a_n(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p)$  and  $b_n(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p)$  are real numbers with

$$a_0(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p) = -\pi \varphi_1^2(q_0(p)) J(q_0(p)) A(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p),$$

$$A(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; p) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + (b_{11}(p) - 2b_{12}(p) + b_{22}(p))\lambda_1\lambda_2 + (b_{11}(p) - 2b_{13}(p) + b_{33}(p))\lambda_1\lambda_3 + (b_{22}(p) - 2b_{23}(p) + b_{33}(p))\lambda_2\lambda_3 + (b_{11}(p)b_{22}(p) + b_{11}(p)b_{33}(p) + b_{22}(p)b_{33}(p) + 2b_{12}(p)b_{13}(p) + 2b_{12}(p)b_{23}(p) + 2b_{13}(p)b_{23}(p) - 2b_{11}(p)b_{23}(p) - 2b_{22}(p)b_{13}(p) - 2b_{33}(p)b_{12}(p) - b_{12}^2(p) - b_{13}^2(p) - b_{23}^2(p))\lambda_1\lambda_2\lambda_3.$$

The generalized Friedrichs model is considered also in [2]

### Literature

1. M. Reed and B. Simon: //Methods of modern mathematical physics. IV: Analysis of operators, Academic Press, N.Y.,(1978)
2. S. Lakaev, M. Darus and Sh. Kurbanov: Puiseux series expansion for an eigenvalue of the generalized Friedrichs model with perturbation of rank one// J. Phys. A: Math. Theor. 46, (2013) 205304.

## LAPLACE ALMASHTIRISHI VA UNING AMALIY TADBIQLARI.

**Kulanov Ikrom Burxonovich**

*Jizzax davlat pedagogika universiteti,  
katta o'qituvchisi, [IKULANOV76@MAIL.RU](mailto:IKULANOV76@MAIL.RU),*

**Sattarova Durdona Jaxongir qizi**

*Jizzax davlat pedagogika universiteti  
talabasi, [durdonas242@gmail.com](mailto:durdonas242@gmail.com).*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada Laplace almashtirishining ta'rif, asosiy xossalari va muhim tadbiqlari batafsil ko'rib chiqiladi. Differensial tenglamalarni yechish, elektr zanjirlarini tahlil qilish, signal qayta ishlash va nazorat tizimlarida qo'llash usullari tushuntiriladi. Maqola muhandislik va fizika mutaxassisligi talabalari hamda amaliy matematik bilan shug'ullanuvchi mutaxassislar uchun mo'ljallangan.

**Kalit so'zlar.** Laplace almashtirishi, teskari almashtirish, differensial tenglama, o'tish funksiyasi, konvolyutsiya, nazorat tizimi.

Laplace almashtirishi — matematik fizika va muhandislik fanlarining eng kuchli analitik vositalaridan biri bo'lib, XIX asrda fransuz matematigi Pyer-Simon Laplace tomonidan ishlab chiqilgan. Bu usul ayniqsa differensial tenglamalarni yechishda, elektr va mexanik tizimlarni modellashtirishda va signal qayta ishlash nazariyasida muhim ahamiyat kasb etadi.

Laplace almashtirishining asosiy g'oyasi shundan iboratki, u vaqt sohasidagi murakkab differensial munosabatlarni chastota (kompleks o'zgaruvchi) sohasidagi algebraik munosabatlarga aylantirib, ularni ancha sodda ko'rinishga keltiradi. Hisoblash yakunlangandan keyin teskari Laplace almashtirishi yordamida natija yana asl vaqt sohasiga qaytariladi.

Muhandislik amaliyotida bu usul quyidagi sohalarida keng qo'llaniladi:

**Avtomatik nazorat tizimlari:** tizim barqarorligi va javob xarakteristikalarini hisoblash

**Elektr muhandislik:** RC, RL, RLC zanjirlarini tahlil qilish

**Mexanik tebranishlar:** amortizator va yay tizimlarini modellashtirish

**Signal qayta ishlash:** filtrlarni loyihalash va chastota tahlili

**Issiqlik o'tkazuvchanlik:** issiqlik tarqalishi tenglamalarini yechish

**f(t)** funksiyani Laplace almashtirishi quyidagi integral orqali aniqlanadi:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

Bu yerda  $s = a + ib$  — kompleks son ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

**Izoh:**  $L$  — Laplace operatori,  $F(s)$  — obraz (transform),  $f(t)$  — asl funksiya (original) deyiladi.

**Teskari Laplace almashtirishi**

Agar Laplace almashtirishi ma'lum bo'lsa, Bromvich integrali yordamida asl funksiyani tiklash mumkin:

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) \cdot e^{st} ds$$

Amalda teskari almashtirishni topish uchun odatda quyidagi usullardan foydalaniladi:

- **Qisman kasrlarga ajratish:**  $F(s)$  ni oddiy kasrlarga bo'lib, jadval orqali tiklash
- **Qoldiqlar usuli:** qutblar atrofidagi qoldiqlarni hisoblash
- **Konvolutsiya teoremasi:** ikkita funksiya ko'paytmasini teskari aylantirish
- **Laplace jadvalidan foydalanish:** standart almashtirishlarni bevosita qo'llash.

Laplace almashtirishi yordamida differensial tenglamalarni yechish quyidagi bosqichlardan iborat:

- **1-bosqich:** Boshlang'ich shartlar bilan birga tenglamaning har ikkala tomoniga  $L$  operatorini qo'llash
- **2-bosqich:** Hosila xossalardan foydalanib,  $s$ -sohasidagi algebraik tenglamani tuzish
- **3-bosqich:**  $F(s)$  ni noma'lum sifatida topish (odatda algebraik ifoda)
- **4-bosqich:** Teskari Laplace almashtirishi yordamida  $f(t)$  ni tiklash
- **5-bosqich:** Natijani boshlang'ich shartlarga solib tekshirish

RC-zanjir tenglama

**Masala:** RC-zanjirda kondensator zaryadlanish jarayonini ifodalovchi tenglama:

$$RC \cdot q'(t) + q(t) = C \cdot E_0, \quad q(0) = 0$$

Bu yerda  $R$  — qarshilik ( $\Omega$ ),  $C$  — sig'im (F),  $E_0$  — manbaning EYuK (V),  $q(t)$  — zaryad (Kl).

**Yechish:** Tenglamaning ikkala tomoniga Laplace almashtirishini qo'llamiz:

$$RC \cdot [sQ(s) - q(0)] + Q(s) = \frac{C \cdot E_0}{s}$$

$q(0) = 0$  shartini qo'yib,  $Q(s)$  ni topamiz:

$$Q(s) = \frac{CE_0}{RCs \left( s + \frac{1}{RC} \right)}$$

Qisman kasrlarga ajratamiz:

$$Q(s) = CE_0 \left[ \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right]$$

Teskari Laplace almashtirishini qo'llaymiz. Jadvaldan  $L^{-1}\{1/s\} = 1$  va  $L^{-1}\{1/(s+a)\} = e^{-at}$  ekanligini bilib:

$$q(t) = CE_0(1 - e^{-t/RC}), \quad \tau = RC$$

**Izoh.** Bu natija RC-zanjirning eksponensial zaryadlanish qonunini ifodalaydi.  $\tau = RC$  — vaqt doimiysi

Nazorat tizimlari — O'tish funksiyasi

Nazorat nazariyasida o'tish funksiyasi (transfer function)  $W(s)$  tizimning chiqish signali  $X(s)$  va kirish signali  $U(s)$  nisbati sifatida aniqlanadi:

$$W(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b_ms^m + \dots + b_0}{a_ns^n + \dots + a_0}$$

O'tish funksiyasi tizimning barqarorligini, o'tish jarayonini va chastota xarakteristikalarini tahlil qilish imkonini beradi. Tizim barqaror bo'lishi uchun maxrajning barcha ildizlari kompleks tekislikning chap qismida bo'lishi shart.

RLC-zanjir tahlili

Ikkinchi tartibli RLC-zanjir uchun kuchlanish tenglamasi:

$$L \cdot i''(t) + R \cdot i'(t) + \frac{1}{C} \cdot i(t) = e'(t)$$

Laplace almashtirishini qo'llab, nol boshlang'ich shartlarda  $I(s)$  ni topamiz:



$$I(s) = \frac{sE(s)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}$$

Bu ifoda RLC-zanjirning to'liq chastota xarakteristikasini o'z ichiga oladi. Rezonans chastotasi:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{and} \quad \zeta = \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

**Izoh:** So'nish koeffitsienti  $\zeta < 1$  bo'lsa tebranishli,  $\zeta = 1$  bo'lsa kritik,  $\zeta > 1$  bo'lsa aperiodik jarayon kuzatiladi.

Mexanik tebranishlar: yay-amortizator tizimi

Massa-yay-amortizator tizimining harakatlanish tenglamasi (D'Alamber prinsipi):

$$m \cdot x''(t) + c \cdot x'(t) + k \cdot x(t) = F(t)$$

Bu yerda: **m** — massa (kg), **c** — so'ndirish koeffitsiyenti (N·s/m), **k** — yay doimiysi (N/m), **F(t)** — tashqi kuch (N).

$x(0) = x_0$ ,  $x'(0) = v_0$  boshlang'ich shartlarda Laplace almashtirishini qo'llaganda:

$$X(s) = \frac{F(s) + m(sv_0 + x_0) + cv_0}{ms^2 + cs + k}$$

Bu formula tizimning o'tish funksiyasini va boshlang'ich shartlarning ta'sirini bir vaqtda hisobga oladi.

Konvolyutsiya teoremasi va impuls javob

**Konvolyutsiya teoremasi** ikki funksiyaning vaqt sohasidagi konvolyutsiyasi s-sohasida oddiy ko'paytmaga tengligini bildiradi:

$$L\{(f * g)(t)\} = F(s) \cdot G(s)$$

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

Bu teorema nazorat tizimlarida amaliy ahamiyatga ega: agar tizimning impuls javob funksiyasi  $h(t)$  ma'lum bo'lsa, ixtiyoriy kirish  $u(t)$  uchun chiqish:

$$y(t) = (h * u)(t) = \int_0^t h(\tau) u(t - \tau) d\tau$$

Ushbu maqolada Laplace almashtirishining quyidagi asosiy jihatlari ko'rib chiqildi:

- **Ta'rif va matematik asoslar:** integral ta'rif, mavjudlik sharti, s-sohasining fizikaviy ma'nosi
- **Asosiy xossalari:** chiziqlilik, differensiallash va integrallash xossalari, siljish teoremlari, konvolyutsiya
- **Teskari almashtirish:** qisman kasrlar, qoldiqlar usuli, Bromvich integrali
- **Differensial tenglamalar:** bosqichma-bosqich yechish algoritmi, RC-zanjir misolida ko'rsatish
- **Muhandislik tadbirlari:** nazorat tizimlari, RLC-zanjir, mexanik tebranishlar, konvolyutsiya

**Laplace almashtirishi** zamonaviy muhandislikning ajralmas qismi bo'lib, u differensial tenglamalarni algebraik munosabatlarga aylantirib, murakkab dinamik tizimlarni tahlil qilishni sezilarli darajada osonlashtiradi. Avtomatika, elektrotexnika, mexanika va signallarni qayta ishlash kabi sohalarda bu usulni chuqur o'zlashtirish har bir muhandis va qo'llanma matematik uchun zaruriy kompetensiya hisoblanadi.

### Adabiyotlar

- [1] Kreyszig E. Advanced Engineering Mathematics. — 10th ed. — John Wiley & Sons, 2011. — 1264 p.
- [2] Spiegel M.R. Laplace Transforms. — Schaum's Outline Series. — McGraw-Hill, 1965. — 261 p.

- [3] Doetsch G. Introduction to the Theory and Application of the Laplace Transformation. — Springer, 1974.
- [4] O'Neil P.V. Advanced Engineering Mathematics. — 8th ed. — Cengage Learning, 2018.
- [5] Karimov M.T., Toshmatov N.A. Matematik fizika tenglamalari. — Toshkent: Fan, 2019. — 320 b.
- [6] Arfken G.B., Weber H.J. Mathematical Methods for Physicists. — 7th ed. — Academic Press, 2013.
- [7] Boyce W.E., DiPrima R.C. Elementary Differential Equations. — 11th ed. — Wiley, 2017.
- [8] Sadiku M.N.O. Fundamentals of Electric Circuits. — 6th ed. — McGraw-Hill, 2017.

## LIMITING GIBBS MEASURES FOR THE ISING MODEL ON THE CLOSED CAYLEY TREE WITH BRANCHING RATIO THREE

**M. Makhammadaliev<sup>1</sup> and D. Toxirov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Namangan state university, Namangan, Uzbekistan

**E-mail:** [MMTMUXTOR93@MAIL.RU](mailto:MMTMUXTOR93@MAIL.RU)

**Abstract.** In this paper, we study the Ising model on a closed Cayley tree with a branching ratio of three. Unlike the open Cayley tree, the closed structure introduces additional interactions that significantly impact the system's phase transition behavior.

**Keywords.** Measure, Gibbs distribution, Ising model, closed Cayley tree.

Since their introduction in [1], closed Cayley trees have played a pivotal role in the modeling of various physical systems and phenomena. Notably, it was demonstrated in [1] that the use of closed Cayley trees leads to more accurate results compared to open Cayley trees [2], [3]. In the work, we consider the Ising model on the closed Cayley tree of branching ratio three. We exactly solve the model, i.e., we find the critical value of the parameter such that below this value there are three limiting Gibbs measures.

To define a random field, it is useful to consider the construction of the closed Cayley tree of branching ratio three. We begin with a single vertical edge containing a pair of sites. This structure is then duplicated to the left and right, with the three top sites linked through an additional site using three edges. Similarly, the same process is applied to the three bottom sites, forming the fundamental polygons. Next, this structure is again copied to the left and right, linking the three top and three bottom sites in the same manner as before. This iterative process results in a closed tree with three upper levels and three lower levels. Denote the finite closed tree constructed at the  $n$ th stage by  $\mathcal{T}^{(n)}$ . The infinite closed Cayley tree is then defined as  $\mathcal{T} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathcal{T}^{(n)}$ . The infinite closed Cayley tree  $\mathcal{T}$  can be decomposed into three parts:

$$\mathcal{T} = \Gamma^1 \cup \Gamma^2 \cup \mathcal{S},$$

where  $\Gamma^1 = (V_1, L_1)$  represents the upper tree and  $\Gamma^2 = (V_2, L_2)$  represents the lower tree and  $\mathcal{S}$  is the set of edges which connects upper and lower tree.

We study binary random fields on  $\mathcal{T}$ , which can be viewed as the limiting measures of a spin system defined on a sequence of finite closed Cayley trees. Let  $V = V_1 \cup V_2$  and  $L = L_1 \cup L_2$ . If  $l \in L$  an edge with endpoints  $x, y \in V$  then we write  $l = \langle x, y \rangle$  and the endpoints are called nearest neighbors. We assume that  $\Phi = \{-1, 1\}$ , and  $\sigma \in \Omega = \Phi^V$  represents a configuration, i.e.,

$$\sigma = \{\sigma_x \in \Phi : x \in V\}.$$

The random field on  $\mathcal{T}^{(n)} = \{V^{(n)}, L^{(n)}\}$  is represented in terms of the potential function:

$$H(\sigma) = -J_0 \sum_{\langle x, y \rangle \in \mathcal{S}} \sigma_x \sigma_y - J_1 \sum_{\langle i, j \rangle \in L_1} \sigma_i \sigma_j - J_2 \sum_{\langle l, m \rangle \in L_2} \sigma_l \sigma_m,$$

where the first summation extends over all spins on the surface sites i.e., those corresponding to nearest-neighbor pairs on upper level 1 and lower level 1, while the second and third summations extend over the upper and lower trees of  $\mathcal{T}^{(n)}$ , respectively.

Let  $\mathbf{B}$  be the  $\sigma$ -algebra generated by cylindrical sets with finite base of  $\Omega^a$ . For any  $n$  we let  $\mathbf{B}_{V^{(n)}} = \{\sigma \in \Omega : \sigma|_{V^{(n)}} = \sigma_n\}$  denote the subalgebra of  $\mathbf{B}$ , where  $\sigma|_{V^{(n)}}$  is restriction of  $\sigma$  to  $V^{(n)}$  and  $\sigma_n : x \in V^{(n)} \mapsto \sigma_n(x)$  an admissible configuration in  $V^{(n)}$ .

The resulting for  $\sigma \in \mathbf{B}_{V^{(n)}}$  Gibbs distribution is then defined by

$$P(\sigma) = \frac{1}{Z^{(n)}} \exp\left(-\frac{1}{kT} H(\sigma)\right),$$

where  $Z^{(n)}$  is the partition function.

Taking an advantage of structure of the closed Cayley tree, under some conditions we obtain the following system of equations

$$\begin{cases} x_n = \left( \frac{x_{n-1} + bz_{n-1} + c + bcy_{n-1}}{cx_{n-1} + bcz_{n-1} + 1 + by_{n-1}} \right)^3, \\ y_n = \left( \frac{bcx_{n-1} + cz_{n-1} + b + y_{n-1}}{cx_{n-1} + bcz_{n-1} + 1 + by_{n-1}} \right)^3, \\ z_n = \left( \frac{bx_{n-1} + z_{n-1} + bc + cy_{n-1}}{cx_{n-1} + bcz_{n-1} + 1 + by_{n-1}} \right)^3. \end{cases} \quad (1)$$

where

$$a = e^{-2h_0}, \quad b = e^{-2h_1}, \quad c = e^{-2h_2} \quad h_i = J_i / kT, \quad i = 0, 1, 2.$$

If the system of equations (1) has a unique solution, the corresponding limiting measure is also unique, indicating the absence of a phase transition. On the other hand, if the system has multiple solutions, this implies there is more than one limiting Gibbs measures (LGM), which is characteristic of a phase transition.

It is evident that the following sets are invariant under the operator  $W : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , as defined by the RHS of (1):

$$I_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = z, x = 1\},$$

$$I_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = z, y = 1\},$$

$$I_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y, z = 1\}.$$

Let  $I = \bigcup_{j=1}^3 I_j$ . Summarizing, we have the following result

**Theorem.** For the Ising model on the closed Cayley tree with a branching ratio of three in the case of an invariant set  $I$  has:

- (i) seven LGMs if  $b < \frac{1}{2}$ ,  $c < \frac{1}{2}$  and  $\frac{bc+1}{b+c} > 2$  ;
- (ii) five LGMs if  $b < \frac{1}{2}$ ,  $c < \frac{1}{2}$  and  $\frac{bc+1}{b+c} \leq 2$  ;
- (iii) three LGMs if  $b < \frac{1}{2}$ ,  $c \geq \frac{1}{2}$  and  $\frac{bc+1}{b+c} \leq 2$  ;

- (iv) three LGMs if  $b \geq \frac{1}{2}$ ,  $c < \frac{1}{2}$  and  $\frac{bc+1}{b+c} \leq 2$  ;
- (v) one LGM fixed point if  $b \geq \frac{1}{2}$ ,  $c \geq \frac{1}{2}$  and  $\frac{bc+1}{b+c} \leq 2$  ;
- (vi) three LGMs if  $b \geq \frac{1}{2}$ ,  $c \geq \frac{1}{2}$  and  $\frac{bc+1}{b+c} > 2$

#### Literature

1. Jelitto R.J. The Ising model on a closed Cayley tree, Physica A: Statistical mechanics and its applications. 1979. Vol. 99, No. 1. P. 268-280.
2. Eggarter T.P. Cayley trees, the Ising problem, and the thermodynamic limit, Phys. Rev. B, 7, 9 pp. 2989-2992, 1974.
3. Katsura S. Takizawa, M. Bethe lattice and the Bethe approximation, Progress of Theoretical Physics, Vol.51, Issue 1, 82-98, 1974.
4. Makhammadaliev M and Karshiboev Sh. Symmetric and antisymmetric Ising models on closed Cayley trees, Physica A. 675, 130820, 2025
5. Makhammadaliev M and Karshiboev Sh.: The phase transition for the Hard-Core model on the closed Cayley tree. Uzbek Math. J. 69 (3), 2025

### ANIQ INTEGRALLARNI KUBATUR FORMULA YORDAMIDA TAQIRIBIY INTEGRALLASH

**R.N.Mirzakabilov<sup>1</sup>, F.Sattarova<sup>1</sup>, N.X.Mirzakabilov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Jizzax davlat pedagogika universiteti, f.-m.f.f.d., dotsent, O'zbekiston

<sup>1</sup>Jizzax davlat pedagogika universiteti, Matematika mutaxassisligi

I-bosqich magistranti, O'zbekiston

<sup>2</sup>Jizzax politexnika instituti, t.f.n., dotsent, O'zbekiston

<sup>1</sup>e-mail: [RAVSHAN.M.N@MAIL.RU](mailto:RAVSHAN.M.N@MAIL.RU)

<sup>1</sup>e-mail: [SATTAROVAFERUZA438@GMAIL.COM](mailto:SATTAROVAFERUZA438@GMAIL.COM)

<sup>2</sup>e-mail: [NARKUZIMIRZAKABILOV@GMAIL.COM](mailto:NARKUZIMIRZAKABILOV@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada ko'p o'lchovli Yevklid fazosida vazn funksiyali integrallarni taqribiy hisoblash uchun kubatur formulalar qurish nazariyasi tahlil qilingan. Tiklovchi yadro va ortogonal ko'phadlar asosida yuqori aniqlikdagi formulalar ishlab chiqilib, ularning mavjudligi S.L.Sobolev teoremlari orqali asoslangan. Shuningdek, tugun nuqtalar soni va simmetrik sohalar uchun optimallashtirilgan modifikatsiyalar keltirilgan.

**Kalit so'zlar** aniq integral, kubatur formula, tiklovchi yadro, ortogonal ko'phadlar, algebraik aniqlik darajasi.

Taqribiy integrallash nazariyasida aniq integralni

$$\int_{\Omega} p(x) f(x) dx \cong \sum_{j=1}^N C_j f(x^{(j)}) \quad (1)$$

kubatur formula yordamida amalga oshiriladi, bu yerda  $\Omega$ ,  $R_n$  dagi soha,  $p(x)$  – vazn funksiya,  $x^{(j)}$  va  $C_j$  kubatur formulaning mos ravishda tugun nuqtalari va koeffitsientlari deyiladi.

Faraz qilaylik,  $f(x)$   $\Omega$  sohada aniqlangan uzluksiz funksiya bo'lsin.  $f(x)$  funksiyani  $\{F_j(x)\}_{j=1}^{\infty}$  ortonormal ko'phadlar sistemasi bo'yicha yoyilmasining quyidagi

$$S_k(x) = \sum_{j=1}^{M(k,n)} a_j \varphi_j(x) \quad (2)$$

qisman yig'indisini ko'ramiz. Bu yoyilmaning koeffitsientlari

$$a_j = \int_{\Omega} p(u) f(u) du, \quad j = 1, M(n, k) \quad (3)$$

formula bilan aniqlanadi.

(2) dagi  $a_j$  ko'effitsient o'rniga uning ifodasi (3) ni qo'ysak

$$S_k(x) = \sum_{j=1}^{M(k,n)} \left( \int_{\Omega} p(u) f(x) F_j(x) du \right) = \int_{\Omega} p(u) f(x) K_k(u, x) du \quad (4)$$

bo'ladi, bu yerda

$$K_k(u, x) = \sum_{j=1}^{M(k,n)} F_j(u) F_j(x) \quad (5)$$

$K_k(u, x)$  qisman yig'indi  $S_k(x)$  ning integral ifodasining yadrosi deyiladi. Agar  $f(x)$  darajasi  $k$  ga teng  $n$  o'zgaruvchili ko'phad bo'lsa, Fure qatorining qisman yig'indisi  $S_k(x)$  bilan ustma-ust tushadi,  $S_k(x) = f(x)$  ya'ni u holda (4) ga ko'ra

$$f(x) = \int_{\Omega} p(u) f(u) K_k(u, x) du$$

bo'ladi. Yadroning mana shu xususiyatiga ko'ra uni tiklovchi yadro deyiladi.  $\Omega$  da berilgan  $f(x)$  funksiyalarning vektor fazosi  $G'$  bo'lsin va o'lchovi  $\mu$  ga teng bo'lgan  $G'$  ning chekli o'lchovli fazo osti  $G'_1$  bo'lsin. Faraz qilaylik,  $J(f)$  additiv va bir jinsli funksional bo'lib u  $G'$  da aniqlangan bo'lsin.  $G'$  da aniqlangan additiv chiziqli  $J_j(f)$  funksionallarning o'zgarmas ko'effitsientlar yordamida aniqlangan chiziqli kombinatsiyasi orqali  $J(f)$  funksionalni taqriban ifodalash masalasini qaraylik, ya'ni

$$J(f) \cong \sum_{j=1}^{\gamma} C_j J_j(f) \quad (6)$$

quyidagi (6) ko'rinishning mavjudligi shartini va  $G'$  ning fazoosti  $G'_1$  ga tegishli barcha funksiyalar uchun (6) aniq tenglikka ega bo'lishligini ko'rsatadi.

Quyidagi belgilash kiritamiz

$$F_0 = \{f \in F_1 | J_j(f) = 0, j = 1, 2, \dots, \gamma\} - F_1 \text{ ning fazoosti.}$$

$I(f)$  additiv va bir jinsli funksional  $F$  da berilgan bo'lsin, masalan  $I(f) = \int_{\Omega} p(x) f(x) dx$

(6) formula quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$I(f) \cong \sum_{i=1}^{\sigma} C_i f^{(a^{(i)})} \quad (7)$$

Bu yerda  $f^{(a^{(i)})} = I^{(i)}(f)$  bo'lib  $I^{(i)}(f)$  funksionallar ham  $F$  da aniqlangan.

$$f \in a \cap P_m \Rightarrow I(f) = 0 \quad (8)$$

shart bajarilishi zarur va yetarli. Bu yerda  $F_m$  - darajasi  $m$  dan oshmagan ko'phadlarning fazoosti, ya'ni  $F_1$  - fazo,  $F_0 = a \cap P_m$ ,  $a$  - polinomial ideal.

Agar

$$\int_{\Omega} p(x) f(x) dx \cong \sum_{j=1}^N C_j f(x^{(j)}) \quad (9)$$

kubatur formula darajasi  $m$  dan oshmagan barcha algebraik ko'phadlar uchun aniq qiymat bersa, u holda  $m \geq 2$  bo'lganda uning tugun nuqtalari  $k$  - tartibli algebraik gipersirtida yotmaydi va tugun nuqtalar soni  $N$   $m \geq 0$  bo'lganda

$$N \geq \chi = M(n, k) \quad (10)$$

tengsizlikni qanoatlantiradi,  $k = \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \lfloor \frac{m}{2} \rfloor - \frac{m}{2}$  - ning butun qismi.

Agar sirt integralini

$$\int_{S_{n-1}} p(x)f(x)ds \cong \sum_{j=1}^N C_j f(x^{(j)}) \quad (11)$$

kubatur formula bilan taqriban hisoblasak, uning tugun nuqtalari uchun (10) baholash o'rinli bo'lmaydi, chunki darajasi  $k$  dan oshmagan chiziqli bog'liqsiz ko'phadlarni birlik  $S_{n-1}$  sfera

$\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 = 1\right)$  sirtida berilgan funksiyalar sifatida qarasak, ularning soni  $M(n, k)$  dan kamdir.

(11) kubatur formulaning tugun nuqtalari soni uchun quyidagi tengsizlik o'rinli:

$$N \geq h = M(n, k) - M(n, k - 2)$$

Agar (11) ning tugun nuqtalari va koeffitsientlari haqiqiy bo'lsa, musbat koeffitsientlar soni  $h$  dan kam bo'la olmaydi.

$a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}$  nuqtalar orqali aniqlangan  $H_1, H_2, \dots, H_n$  algebraik gipersirtlar kesishmasida cheksiz uzoqlikda yotgan nuqtalar bo'lmasin.

$a^{(i)} \notin V_k \bigcup H_i$  shart quyidagiga teng kuchlidir:  $a^{(i)} \notin V_k$  va

$$b_i = K_k(a^{(i)}, a^{(i)}) \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

Agar  $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}$  lar haqiqiy bo'lsa (12) shart avtomatik bajariladi, chunki (5) ga ko'ra  $b_i = \sum_{j=1}^{M(n, k)} F_j^2(a^{(j)})$  – haqiqiy sonlar kvadratlarini yig'indisi bo'lganligi uchun, birinchi had  $F_1^2(a^{(j)}) = \frac{1}{p_1}$  musbat, chunki  $p_1 > 0$  edi.

$$a^{(r)} \in \bigcap_{i=1}^{r-1} H_i \quad (13)$$

shart

$$K_k(a^{(i)}, a^{(i)}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r-1 \quad (14)$$

tenglikni anglatadi.

(12) va (14) shartlarni quyidagicha yozish mumkin.

$$K_k(a^{(i)}, a^{(j)}) = b_i \delta_{ij}, \quad ij = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

Bu yerda  $b_i \neq 0$ ,  $\delta_{ij}$  – Kroneker belgisi.

**Teorema.** Faraz qilaylik  $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}$  nuqtalar (15) shartlarni qanoatlantirsin va  $\bigcap_{i=1}^n H_i$  turli  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(s)}$  nuqtalardan iborat bo'lsin,  $S = K^n$  bo'lsa, u holda  $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}$  va  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(s)}$  nuqtalarni

$$\int_{\Omega} p(x)f(x)dx = \sum_{i=1}^N \frac{1}{b_i} f(a^{(i)}) + \sum_{j=1}^{K^n} C_j f(x^{(j)}) \quad (16)$$

algebraik aniqlik darajasi  $2k$  ga teng bo'lgan kubatur formulaning tugun nuqtalari deb olish mumkin. Bu yerda  $b_i$  (12) formula bilan aniqlanadi.

Quyidagi funksionalni

$$L(f) = \int_{\Omega} p(x)f(x)dx - \sum_{i=1}^N \frac{1}{b_i} f(a^{(i)}) \quad (17)$$

darajasi  $2k$  dan oshmagan ko'phadlarning vektor fazosi  $P_{2k}$  da qaraymiz.

$x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(s)}$  nuqtalar turli bo'lganligi uchun ularning soni  $S = K^n$  ga teng, unda Neter teoremasiga asosan

$$P(x) = \sum_{i=1}^N A_i(x) K_k(a^{(i)}, x) \quad (18)$$

bo'ladi, bu yerda  $A_i(x)$  darajasi  $k$  dan oshmagan ko'phad. (18) da  $x = a^{(i)}$  deymiz va quyidagi hosil bo'ladi.

$$P(a^{(j)}) = A_j(a^{(j)}) K_k(a^{(j)}, a^{(j)}) = b_j A_j(a^{(j)}) \quad (19)$$

Agar  $\Omega$  va vazn funksiya markaziy simmetriyaga ega bo'lsa, ya'ni

$$x \in \Omega \Rightarrow -x \in \Omega, \quad p(x) = p(-x) \quad (20)$$

(20) shartlar o'rinli bo'lsin. [1] da ko'rsatilishicha ortogonal ko'phad ifodasida o'zining darajasi bilan bir xil juftlikdagi hadlarga qatnashadi. Demak,

$P_k^+(P_k^-)$  ortonormal ko'phadlar sistemasining fazosi  $\{F_j(x)\}_{j=1}^\infty$  ortonormal ko'phadlar sistemasining faqat juft (toq) tartibligidan iborat bo'ladi.

$P_k^+(P_k^-)$ ,  $k$  – juft (toq) fazosidagi tiklovchi yadroni

$$\tilde{K}_k(u, x) = \sum_{j=1}^{M(n,k)} F_j(u) F_j(x)$$

deb belgilaymiz, summadagi shtrix esa, yig'indi faqatgina  $F_j(x)$  ning darajasi  $k$  bilan bir xil juftlikdagilar bo'yicha bo'lishligini anglatadi.

Bu yerda ham oldingidek  $n$  ta  $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}$  nuqtalar quyidagicha quriladi.  $\tilde{H}_i$  gipersirt  $\tilde{K}_k(a^{(i)}, x)$  ko'phad orqali aniqlanadi.  $a^{(i)} \notin V_k$  bo'lganligi uchun  $\tilde{H}_i$  ning tartibi  $k$  ga teng bo'ladi.  $a^{(i)}$  nuqtani  $a^{(i)} \notin V_k \bigcup H_i$  shartni bajarsin deb tanlaymiz.  $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(r-1)}$  nuqtalar qurilgan bo'lsin.  $a^{(r)}$  nuqta qurish quyidagicha bajariladi:

$$a^{(r)} \in \bigcap_{i=1}^{r-1} \tilde{H}_i$$

$$a^{(r)} \notin V_k \bigcup \tilde{H}_r$$

$\tilde{H}_1, \tilde{H}_2, \dots, \tilde{H}_n$  gipersirlarning kesishmasida cheksiz uzoqlikdagi nuqta bo'lmasin, demak kesishish nuqtalar soni chekli.  $a^{(i)} \notin V_k \bigcup \tilde{H}_r$  shart  $a^{(i)} \notin V_k$  va

$$b_i \tilde{K}_k(a^{(i)}, a^{(i)}) \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

ligini anglatadi. Agar  $a^{(i)} \in V_k$  bo'lib,  $a^{(i)}$  haqiqiy bo'lsa (21) bajariladi.

$$a^{(i)} \in \bigcap_{j=1}^{i-1} \tilde{H}_j \text{ shart esa quyidagi tengliklarga teng kuchli: } K_k(a^{(i)}, a^{(i)}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, i-1$$

buni va (21) ni birlashtirib

$$\tilde{K}_k(a^{(i)}, a^{(j)}) = b_i \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

deb yozsak bo'ladi, bu yerda  $b_i \neq 0$ .

**Teorema.** Integrallash sohasi  $\Omega$  va vazn funksiya markaziy simmetriyaga ega, ya'ni (20) shart o'rinli bo'lsin. Agar  $a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}$  nuqtalar (22) shartlarni qanoatlantirsa,  $\bigcap_{i=1}^n H_i$  kesishma turli  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(s)}$ ,  $S = k^n$  nuqtalardan iborat bo'lsa, u holda algebraik aniqlik darajasi  $2k+1$  bo'lgan

$$\int_{\Omega} p(x)f(x)dx \cong \sum_{i=1}^N \frac{1}{2b_i} [f(a^{(i)}) + f(-a^{(i)})] + \sum_{j=1}^{K^n} C_j f(x^{(j)}) \quad (23)$$

kubatur formula mavjud bo'ladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. М. Наука. 1981 г.
2. Мысовских И.П. Построение кубатурных формул и ортогональные многочлены. Ж В М и М Ф, 1967, 7, №1.
3. Шмид Х. Interpolatory cubature formulal and real ideals. - In: Quant. Apporximate. N.Y.: Acad. Press, 1980.
4. Мёллер Х. Polynomideale und Kubaturformeln. – Numer. Math. 1976, 25, №2.

## SPECTRAL CLASSIFICATION OF A LATTICE SCHRÖDINGER OPERATOR WITH RANK-TWO PERTURBATIONS

Iskandar Mavlonov

Samarkand State University named after Sharof Rashidov,

Samarkand Region, Uzbekistan

e-mail: [MAVLONOV.ISKANDAR2003@GMAIL.COM](mailto:MAVLONOV.ISKANDAR2003@GMAIL.COM)

**Abstract** The spectral properties of a rank-two perturbed Hamiltonian are investigated. We derive asymptotic expansions for the Fredholm determinant and identify critical hyperbolic curves that partition the parameter plane. It is proved that the system exhibits zero, one, or two discrete eigenvalues depending on the coupling strengths within the identified regions.

**Keywords** Hamiltonian, rank-two perturbation, Fredholm determinant, discrete eigenvalues, spectral gap, hyperbolic critical curves, parameter plane.

**Annotatsiya** Ikki o'lchamli gamiltonianning spektral xossalari rangi ikkiga teng bo'lgan g'alayonlanish ostida tadqiq etilgan. Fredgolm determinantining asimptotik yoyilmalari olindi va parametrlar tekisligini qismlarga ajratuvchi kritik giperbolik chiziqlar aniqlandi. Tizimda parametrlar bog'liqligiga ko'ra nol, bitta yoki ikkita xos qiymat mavjudligi isbotlandi.

**Kalit so'zlar** Gamiltonian, rangi ikkiga teng g'alayonlanish, Fredgolm determinanti, diskret xos qiymatlar, spektral tirqish, kritik giperbolik chiziqlar, parametrlar tekisligi.

**Аннотация** Исследуются спектральные свойства гамильтониана с возмущением ранга два. Получены асимптотические разложения определителя Фредгольма и определены критические гиперболические кривые, разделяющие плоскость параметров. Доказано, что система имеет ноль, одно или два дискретных собственных значения в зависимости от констант связи в выявленных областях.

**Ключевые слова** Гамильтониан, возмущение ранга два, определитель Фредгольма, дискретные собственные значения, спектральная лакуна, критические гиперболические кривые, плоскость параметров.

In the Hilbert space  $L_e^2(\mathbb{T})$  of even, square-integrable functions, we consider the Hamiltonian defined by:

$$H_{\mu\lambda} = H_0 - V_{\mu\lambda}, \quad (H_0 f)(p) = 2(1 - \cos p)f(p),$$

where the unperturbed operator  $H_0$  results in the essential spectrum  $\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu\lambda}) = [0, 4]$ .

The perturbation  $V_{\mu\lambda}$  is a rank-two self-adjoint operator:

$$(V_{\mu\lambda} f)(p) = \mu(f, \alpha_1)\alpha_1(p) + \lambda(f, \alpha_2)\alpha_2(p),$$

with orthonormal basis functions  $\alpha_1(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$  and  $\alpha_2(p) = \frac{\cos p}{\sqrt{\pi}}$ .



The spectral problem is reduced to finding the zeros of the Fredholm determinant  $\Delta_{\mu\lambda}(z)$ . Near the band edge  $z = 0$ , the following asymptotic expansion holds as  $z \rightarrow 0^-$ :

$$\Delta_{\mu\lambda}(z) = -\frac{\mu + \lambda + \mu\lambda}{2\sqrt{-z}} + \frac{4 + 2\mu + 2\lambda + \mu\lambda}{4} + O(\sqrt{-z}).$$

The boundary between the regions with different numbers of eigenvalues is determined by the equation  $\mu\lambda + \mu + 2\lambda = 0$ . This equation defines two disjoint hyperbolic branches:

$$\ell_0 = \left\{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 : \mu = -\frac{2\lambda}{1+\lambda}, \lambda > -1\right\}, \quad \ell_1 = \left\{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 : \mu = -\frac{2\lambda}{1+\lambda}, \lambda < -1\right\}.$$

These curves partition the  $(\lambda, \mu)$ -parameter plane into three disjoint connected components:

$$\mathcal{C}_0 = \{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 : \mu > -2\lambda/(1+\lambda), \lambda > -1\},$$

$$\mathcal{C}_1 = \{(\lambda, \mu) : \mu < -2\lambda/(1+\lambda), \lambda > -1\} \cup \{(-1, \mu) : \mu \in \mathbb{R}\} \cup \{(\lambda, \mu) : \mu > -2\lambda/(1+\lambda), \lambda < -1\},$$

$$\mathcal{C}_2 = \{(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 : \mu < -2\lambda/(1+\lambda), \lambda < -1\}.$$

**Theorem 1.** For any  $\alpha \in \{0, 1, 2\}$ , the operator  $H_{\mu\lambda}$  has exactly  $\alpha$  eigenvalues (counting multiplicities) in the lower spectral gap  $(-\infty, 0)$  if and only if  $(\mu, \lambda) \in \mathcal{C}_\alpha \cup \ell_\alpha$ , where we set  $\ell_2 = \emptyset$ .

**Definition 1.** A parameter point  $(\mu_0, \lambda_0) \in \mathbb{R}^2$  is called lower-critical for  $H_{\mu\lambda}$  if the number of discrete eigenvalues  $n_-(H_{\mu\lambda})$  is non-constant in every neighborhood of  $(\mu_0, \lambda_0)$ .

**Theorem 2.** A parameter point  $(\mu_0, \lambda_0) \in \mathbb{R}^2$  is lower-critical for  $H_{\mu\lambda}$  if and only if  $\mu_0\lambda_0 + \mu_0 + 2\lambda_0 = 0$ .

The results demonstrate that even with a rank-two perturbation, the system can exhibit zero, one, or two eigenvalues depending on the balance between the coupling strengths  $(\mu, \lambda)$ .

#### List of used literature

1. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I., Schrödinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics // Ann. Henri Poincaré. 2004. Vol. 5, . pp. 743–772.
2. Albeverio S., Lakaev S.N., Makarov K.A., Muminov Z.I., The threshold effects for the two-particle Hamiltonians on lattices // Comm. Math. Phys. 2006. Vol. 262, . pp. 91–115.
3. Lakaev S.N., Özdemir E. The existence and location of eigenvalues of the one particle Hamiltonians on lattices. " Hacettepe J. Math. Stat., 2016, 45

#### HERMIT MATRITSALAR UCHUN KVADRATIK FORMA BAHOLARI

**O.I.Omonov<sup>1</sup> S.J. Yodgarov<sup>2</sup>, O.O.Olimov<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>O'zbekiston milliy pedagogika universiteti katta o'qituvchisi

<sup>2</sup>Toshkent amaliy fanlar universiteti katta o'qituvchisi

<sup>3</sup>O'zbekiston milliy pedagogika universiteti talabasi

**E-mail:** OLIMOV26@GMAIL.COM

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada Hermit matritsalar uchun kvadratik forma baholari va ularning spektral xossalari o'rganilgan. Hermit matritsa hosil qilgan kvadratik formaning qiymati operatorning minimal va maksimal xos qiymatlari orqali baholanishi ko'rsatildi.

**Kalit so'zlar:** Hermit matritsa, kvadratik forma, xos qiymat.

**Оценки квадратичных форм для эрмитовых матриц**

**Аннотация.** В данной статье исследуются оценки квадратичных форм для эрмитовых матриц и их спектральные свойства. Показано, что значение квадратичной формы, порожденной эрмитовой матрицей, оценивается через минимальные и максимальные собственные значения оператора.

**Ключевые слова:** эрмитова матрица, квадратичная форма, собственное значение.

## Estimates of Quadratic Forms for Hermitian Matrices

**Abstract.** This article studies quadratic form estimates for Hermitian matrices and their spectral properties. It is shown that the value of the quadratic form generated by a Hermitian matrix can be estimated by the minimal and maximal eigenvalues of the operator.

**Keywords:** Hermitian matrix, quadratic form, eigenvalue.

Hermit matritsalar zamonaviy chiziqli algebra, funksional analiz va operatorlar nazariyasining eng muhim sinflaridan biri hisoblanadi. Ushbu sinfga mansub operatorlar spektral nazariyaning asosiy obyektlari sifatida nafaqat sof matematik tadqiqotlarda, balki matematik fizika, kvant mexanikasi, optimallashtirish nazariyasi, signal processing hamda ko'p o'zgaruvchili kompleks analizda ham keng qo'llaniladi. Hermit operatorlarning fundamental ahamiyati ularning spektral barqarorligi va geometrik interpretatsiyasi bilan bog'liq bo'lib, aynan shu xossalalar kvadratik formalarni chuqur tahlil qilish imkonini beradi.

Ma'lumki,  $H \in M_n(\mathbb{C})$  matritsa

$$H = H^*$$

shartni qanoatlantirsa, u Hermit matritsa deyiladi. Hermit matritsalar uchun spektral teorema o'rinli bo'lib, undan quyidagi muhim natijalar kelib chiqadi:

- barcha xos qiymatlar haqiqiy sonlardan iborat;
- turli xos qiymatlarga mos xos vektorlar o'zaro ortogonal bo'ladi;
- Hermit matritsa unitary operator yordamida diagonalizatsiya qilinadi.

Aniqroq aytganda, shunday unitary  $U$  matritsa mavjudki,

$$H = U\Lambda U^*$$

ko'rinish o'rinli bo'ladi, bu yerda

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

—  $H$  matritsaning xos qiymatlaridan tashkil topgan diagonal matritsadir. Mazkur fakt Hermit operatorlarning spektral strukturasi to'liq tavsiflash imkonini beradi hamda ular hosil qilgan kvadratik formalarni xos qiymatlar orqali ifodalashga asos yaratadi.

Hermit matritsalar bilan bog'liq markaziy obyektlardan biri

$$Q_H(Z) = Z^* H Z$$

ko'rinishdagi kvadratik formadir. Ushbu forma vektorning Hermit operator ta'siridagi energetik xarakteristikasini ifodalaydi va variatsion masalalar, elliptik operatorlar nazariyasi hamda optimallashtirishda muhim rol o'ynaydi. Kvadratik formaning spektral baholari operatorning ichki geometrik tuzilishini o'rganishda asosiy vositalardan biri hisoblanadi.

Spektral teorema yordamida kvadratik formani xos qiymatlar orqali baholash mumkin bo'ladi. Natijada quyidagi fundamental baho hosil qilinadi.

**1-teorema.** Agar  $H \in M_n(\mathbb{C})$  Hermit matritsa, ya'ni  $H = H^*$

bo'lsa, u holda har qanday  $Z \in \mathbb{C}^n$  uchun

$$\lambda_{\min}(H) \|Z\|^2 \leq Z^* H Z \leq \lambda_{\max}(H) \|Z\|^2$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi. Bu yerda  $\lambda_{\min}(H)$  va  $\lambda_{\max}(H)$  mos ravishda  $H$  matritsaning eng kichik va eng katta xos qiymatlaridir.

Mazkur teorema Hermit matritsa hosil qilgan kvadratik formaning qiymati operatorning minimal va maksimal xos qiymatlari orasida joylashishini ko'rsatadi. Ushbu natija Rayleigh–Ritz prinsipi bilan bog'liq bo'lib, spektral analiz va variatsion usullar nazariyasining muhim qismidir.

Teorema Hermit operatorlarning spektral va geometrik xossalari tavsiflaydi hamda musbat aniqlangan holatda kvadratik forma bilan Evklid normasi orasidagi ekvivalentlikni beradi. Mazkur baholar operatorlar nazariyasi, Levi formalari, Gessian matritsalar va invariant differensial operatorlarni tadqiq qilishda keng qo'llaniladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Sh.A. Ayupov, B.O. Omirov, A.X. Xudoyberdiyev, F.H. Haydarov. *Algebra va sonlar nazariyasi* — Toshkent: «Tafakkur-bo'stoni», 2019.
2. Roger A. Horn, Charles R. Johnson. *Matrix Analysis*. — Cambridge University Press, New York, 2013.
3. Roger A. Horn, Charles R. Johnson. *Topics in Matrix Analysis*. — Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
4. Sheldon Axler. *Linear Algebra Done Right*. — Springer, New York, 2015.
5. Kenneth Hoffman, Ray Kunze. *Linear Algebra*. — Prentice Hall, New Jersey, 1971.

## ПРОДОЛЖЕНИЕ $sh_m$ -ФУНКЦИЙ НА ПРОСТРАНСТВО БОЛЬШЕЙ РАЗМЕРНОСТИ

С.И.Курбонбоев<sup>1</sup>, М.Х.Тургунова<sup>1</sup>, З.С.Шаменова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент  
\*e-mail: [SUQROTBEK2605@GMAIL.COM](mailto:SUQROTBEK2605@GMAIL.COM), [MAFTUNATURGUNOVA706@GMAIL.COM](mailto:MAFTUNATURGUNOVA706@GMAIL.COM),  
[ZINAIDA.SHAMEN88@GMAIL.COM](mailto:ZINAIDA.SHAMEN88@GMAIL.COM)

**Аннотация:** В работе изучается класс  $sh_m$ -функций и исследуется вопрос их продолжения с гиперплоскости на окрестность в комплексном пространстве. Установлены алгебраические свойства гессианов о локальном  $m$ –субгармоническом продолжении.

**Ключевые слова:**  $sh_m$ -функция ( $m$ –субгармоническая функция), гессиан, оператор Монжа–Ампера, теория плюрипотенциала, продолжение функций, комплексное пространство, собственные значения, плюрисубгармонические функции.

Теория плюрипотенциала строится на основе плюрисубгармонических ( $psh$ ) функций и связана с оператором Монжа–Ампера  $dd^c u^n$ , где  $d = \partial + \bar{\partial}$ ,  $d^c = \frac{\partial - \bar{\partial}}{4i}$  — стандартные обозначения. Эта теория построена благодаря исследованиям и многочисленным фундаментальным работам Э.Бедфорда, А. Тейлора, Й. Сичака, А. Садуллаева и др. (см. например, [1,2,9]).

$sh_m$ -функции связаны с операторами

$$dd^c u^m \wedge \beta^{n-m}, \quad 1 \leq m \leq n, \quad (1)$$

где  $\beta = dd^c |z|^2$  — стандартная форма объема в комплексном пространстве  $\mathbb{C}^n$ . Так как  $dd^c u \wedge \beta^{n-1} = \Delta u \beta^n$ , то оператор (1) при  $m=1$  дает оператор Лапласа, а при  $m=n$  — оператор Монжа–Ампера. Оператор (1) называется комплексным оператором в гессианах, поскольку можно вычислить

$$dd^c u^m \wedge \beta^{n-m} = m! (n-m)! H_m u \wedge \beta^n, \quad (2)$$

где  $H_m u = \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_m \leq n} \lambda_{j_1} \dots \lambda_{j_m}$  — гессиан вектора собственных значений  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  матрицы  $u_{j,\bar{k}}$ .

Комплексный оператор в гессианах (1) подробно рассматривались в работах [3,4,5,6,7]. В их исследованиях определен класс  $sh_m$ -функций в классе интегрируемых функций  $L^1_{loc} D$ . Теория потенциала в классе  $sh_m$ -функций построена в работе [8].

Если  $u \in C^2 D$ ,  $D \subset \mathbb{C}^n$ , дважды гладкая функция, то дифференциал второго порядка  $dd^c u = \frac{i}{2} \sum_{j,k} u_{j,\bar{k}} dz_j \wedge d\bar{z}_k$  является эрмитово квадратичной формой, где  $u_{j,\bar{k}} = \frac{\partial^2 u}{\partial z_j \partial \bar{z}_k}$ . Следовательно, после соответствующего унитарного преобразования

координат она приводится к диагональной форме  $dd^c u = \frac{i}{2} \lambda_1 dz_1 \wedge d\bar{z}_1 + \dots + \lambda_n dz_n \wedge d\bar{z}_n$ , где  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  – собственные значения эрмитовой матрицы  $u_{j,\bar{k}}$ .

Ясно, что  $dd^c u^k \wedge \beta^{n-k} = k! (n-k)! H_k u \beta^n$ ,  $k=1, \dots, n$ ,

где  $H_k u = \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \lambda_{j_1} \dots \lambda_{j_k}$  – гессиан размерности  $k$  вектора  $\lambda = \lambda u \in \mathbb{R}^n$ .

**Определение 1 (см. [8]).** *Дважды гладкая функция  $u \in C^2 D$ , где  $D \subset \mathbb{C}^n$  – некоторая область, называется  $sh_m$ -функцией (или  $m$ -субгармонической функцией) в  $D$ ,  $u \in sh_m D$ , если дифференциальные формы положительны, т.е.*

$$dd^c u^k \wedge \beta^{n-k} \geq 0 \quad \forall k=1, 2, \dots, n-m+1. \quad (3)$$

Если неравенства (3) переформулировать через гессианов как в (2), условия  $m$ -субгармоничности можно задать следующим образом:

$$H_1 u \geq 0, H_2 u \geq 0, \dots, H_{n-m+1} u \geq 0.$$

Приведем некоторые основные

**Свойства 1.** Верна следующие:

1) Если  $H_1 u = 0$ , то  $H_2 u < 0$  или  $H_2 u = 0$ . Причем, в случае  $H_2 u = 0$  получим  $H_1 u = H_2 u = \dots = H_n u = 0$  или то же самое  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$ .

2) Если  $H_1 u > 0$ ,  $H_2 u > 0, \dots, H_{j-1} u > 0$  и  $H_j u = 0$  для некоторого  $1 < j < n$ , то  $H_{j+1} u < 0$  или  $H_{j+1} u = 0$ . Причем, в случае  $H_{j+1} u = 0$ , получим  $H_j u = H_{j+1} u = \dots = H_n u = 0$ .

3) Если  $H_1 u \geq 0$ ,  $H_2 u \geq 0, \dots, H_{j-1} u \geq 0$  и  $H_j u > 0$  для некоторой  $1 < j < n$ , тогда данные гессианы строго положительны, т.е.

$$H_1 u > 0, H_2 u > 0, \dots, H_j u > 0.$$

**Теорема 1.** Если  $H_{n-m+1} u > 0$  во всех  $D$ , то для каждой точки  $z^0 \in D$  функцию  $u$  можно продолжить  $m$ -субгармонический образом на некоторую окрестность  $U_{z^0} \subset D \times \mathbb{C}$  точки  $z^0$ .

### Список использованной литературы

1. Ahag P., Rafal C., Lisa H., Extension and approximation of  $m$ -subharmonic functions. // Complex Variables and Elliptic Equations, 2017, pp 1–19.
2. Bedford, E., Taylor, B.A.: The Dirichlet problem for a complex Monge-Ampère equation. // Invent. Math.37, 1976, pp. 1–44.

3. Blocki Z., Weak solutions to the complex Hessian equation. // Ann.Inst.Fourier, Grenoble, 55. V.5, 2005, pp.1735-1756.
4. Dinew S., Kolodziej S., A priori estimates for complex Hessian equations. // Analysis & PDE, 7(1), 2014, pp. 227–244.
5. Li, S.-Y.: On the Dirichlet problems for symmetric function equations of the eigenvalues of the complex Hessian. // Asian J. Math. 8(1), 2004, pp. 87–106
6. Lu H., A variational Approach to complex Hessian equations in  $\mathbb{C}^n$ . // Journal of Mathematical Analysis and Applications, 431(1), 2015, pp. 228–259.
7. Poletsky E.A., Sigurdsson R., Dirichlet problems for plurisubharmonic functions on compact sets. // Math. Z., 271, No. 3-4, 2012, pp. 877-892.
8. Sadullaev A., Abdullaev B., Potential theory in the class of  $m$  – subharmonic functions. // Trudy Mat. Inst. Steklova. V. 279, 2012, pp.166–192.

## PANJARADAGI SHREDINGER OPERATORGA MOS FREDHOLM DETERMINANTINING XOSSALARI

**O.I. Qurbonov<sup>1</sup>, M.M. Masharipov<sup>2</sup>**

*Chirchiq davlat pedagogika universiteti<sup>1,2</sup>, O'zbekiston.*

[OYBEKQ330@GMAIL.COM](mailto:OYBEKQ330@GMAIL.COM)<sup>1</sup>

[MASHARIPOVM169@GMAIL.COM](mailto:MASHARIPOVM169@GMAIL.COM)<sup>2</sup>

**Annotatsiya.** Mazkur ishda bir o'lchovli  $\mathbb{Z}$  panjarada aniqlangan  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  parametr ga ega  $\hat{h}_{\lambda\mu}$  diskret Shredinger operatorga mos Fredholm determinantining xossalari tadqiq etilgan. Operatorning qo'zg'almas qismi diskret trilaplasiyan operatori bilan, lokal bo'lmagan potensial esa kroneker delta funksiyasi va siljitish operatori bilan tavsiflanadi. Muhim spektrdan chapda xos qiymatlarning mavjudlik bo'lishining zaruriy sharti va uning parametrlarga bog'liqligi isbotlanadi. Shuningdek Fredholm determinantining koeffitsiyentlari uchun turli asimptotikalar olinadi.

**Kalit so'zlar.** Diskret Shredinger operatori, trilaplasiyan, koordinata tasvir, impuls tasvir, delta potensial, muhim spektr, xos qiymat, trivial yechim.

**Аннотация.** В данной работе изучаются свойства детерминанта Фредгольма, соответствующего дискретному оператору Шрёдингера  $\hat{h}_{\lambda\mu}$  с параметрами  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ , определенному на одномерной  $\mathbb{Z}$ -решетке. Неподвижная часть оператора описывается дискретным оператором трилапласиана, а нелокальный потенциал — дельта-функцией Кронекера и оператором сдвига. Доказано необходимое условие существования собственных значений слева от критического спектра и его зависимость от параметров. Также получены различные асимптотические характеристики коэффициентов детерминанта Фредгольма.

**Ключевые слова:** дискретный оператор Шрёдингера, трилапласиан, координатное представление, представление импульса, дельта-потенциал, критический спектр, собственное значение, тривиальное решение.

**Abstract.** In this work, the properties of the Fredholm determinant corresponding to the discrete Schrödinger operator  $\hat{h}_{\lambda\mu}$  with parameters  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  defined on a one-dimensional  $\mathbb{Z}$  lattice are studied. The fixed part of the operator is described by the discrete trilaplacian operator, and the nonlocal potential is described by the Kronecker delta function and the shift operator. The necessary condition for the existence of eigenvalues to the left of the critical spectrum and its dependence on the parameters are proved. Also, various asymptotics are obtained for the coefficients of the Fredholm determinant.

**Keywords.** Discrete Schrödinger operator, trilaplacian, coordinate representation, momentum representation, delta potential, critical spectrum, eigenvalue, trivial solution.

Ushbu maqolada  $\mathbb{Z}$  panjaradagi  $x_0, -x_0$  nuqtalarida berilgan nolokal potensialga ega Shredinger operatorining spektrini o'rganishda muhim o'rin tutadigan Fredholm determinantining xossalarini tahlil qilishni maqsad qilganmiz. Shredinger operatorlarining spektral xossalarini o'rganish

matematik fizika va operatorlar nazariyasida muhim tadqiqot yo'nalishi bo'lib kelmoqda. Shuningdek, Operatorlarning spektral nazariyasini o'rganish operatorlar bilan bog'liq fizik jarayonlarni yaxshiroq tushunishga imkon beradi. Muhim spektrdan tashqarida operatorning xos qiymatlari mavjudligini va ularning  $\mu \in \mathbb{R}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $x_0, -x_0 \in \mathbb{Z}$  o'zaro ta'sir parametrlariga bog'liqligini 1-teoremada aniq ko'rsatamiz.

$h_{\lambda\mu}$  diskret Shredinger operatorining impuls tasviri quyidagicha ifodalanadi:

$$h_{\lambda\mu} = h_0 - V_{\lambda\mu}(1)$$

unda  $h_0$  operator  $L_2(\mathbb{T})$  Hilbert fazosida haqiqiy qiymatli

$\varepsilon(p) = (1 - \cos p)^3$  funksiyasiga ko'paytirish operatori hisoblanadi:

$$(h_0 f)(p) = \varepsilon(p)f(p) = (1 - \cos p)^3 f(p), \quad f \in L_2(\mathbb{T})$$

$e(\cdot)$  funksiyasi  $\mathbb{T}$  da haqiqiy qiymatli funksiya bo'lib, fizik adabiyotlarda Laplas operatorining dispersiya munosabati deb ataladi.  $V_{\lambda\mu}$  qo'zg'alish esa  $f \in L_2(\mathbb{T})$  da rangi ikkiga teng bo'lgan integral operator ko'rinishida ta'sir etadi:

$$(V_{\lambda\mu} f)(p) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} [\lambda + \mu(\cos(x_0, p) + \cos(x_0, q))] f(q) dq, \quad f \in L_2(\mathbb{T}). \quad (2)$$

**$h_{\lambda\mu}$  operatorning xossalari.** Operatorlar nazariyasiga ko'ra Hilbert fazolarida aniqlangan  $h_{\lambda\mu}$  operatorning spektrlarini o'rganishda bu operatorning xossalarini (chiziqliligini, chegaralanganligini, o'z-o'ziga qo'shmaliqligini) bilish juda muhimdir.

**1-Lemma.**  $h_{\lambda\mu}$  o'z-o'ziga qo'shma operator.

$h_0$  ning qo'zg'alishi  $V_{x_0}$  ikki o'lchovli operator ekanligidan muhim spektrning turg'unligi haqidagi Veyl teoremasiga ko'ra quyidagi lemma o'rinli:

**2-Lemma.**  $h_{\mu}$  operatorning muhim spektri quyidagi kesma bilan ustma-ust tushadi:

$$\sigma_{ess}(h_{\mu}) = \sigma(h_0) = \sigma_{ess}(h_0) = [\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}] = [0, 8].$$

**Fredholm determinant.** Avvalo  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  qiymatlari uchun quyidagi belgilashlarni kiritib olamiz:

$$\begin{aligned} \alpha(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{1}{\varepsilon(t) - z} dt, \quad \beta(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos(x_0, t)}{\varepsilon(t) - z} dt, \\ \gamma(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos^2(x_0, t)}{\varepsilon(t) - z} dt, \quad \xi(z) = \beta^2(z) - \alpha(z)\gamma(z). \end{aligned}$$

$z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  da  $h_{\lambda\mu}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ) operatorga mos Fredholm determinanti

$$D(\lambda, \mu, z) = \mu^2 \xi(z) - 2\beta(z)\mu - \lambda\alpha(z) + 1 \quad (3)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

**1-teorema.**  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  soni  $h_{\lambda\mu}$  operatorning xos qiymati bo'lishi uchun,  $D(\lambda, \mu, z) = 0$  bo'lishi zarur va yetarli.

**Fredholm determinantining xossalari.** Har qanday  $z \in \mathbb{C} \setminus [\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}]$  uchun  $\alpha(z)$  noldan farqli ekanligidan

$$D(\lambda, \mu, z) = \alpha(z) \left( \frac{\xi(z)}{\alpha(z)} \mu^2 - \frac{2\beta(z)}{\alpha(z)} \mu + \frac{1}{\alpha(z)} - \lambda \right) = 0$$

o'rniga

$$P_z(\lambda, \mu) := \frac{\xi(z)}{\alpha(z)} \mu^2 - \frac{2\beta(z)}{\alpha(z)} \mu + \frac{1}{\alpha(z)} - \lambda = 0.$$

parabola ( $\mu$  ning funksiyasi sifatida)ni o'rganamiz.

Biror bir tayinlangan  $x \in \mathbb{Z}$  soni uchun

$$R(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{i(x, t)}}{\varepsilon(t) - z} dt, \quad z \in (-\infty, 0) \quad (4)$$

funksiyasini ko‘rib chiqamiz, chunki  $\alpha(z), \beta(z)$  va  $\gamma(z)$  funksiyalarni mos ravishda  $\alpha(z) = R(0, z)$ ,  $\beta(z) = R(x_0, z)$  va  $\gamma(z) = \frac{1}{2}(R(0, z) + R(x_0, z))$  kabi ifodalash mumkin. Quyidagi lemma o‘rinlidir.

**3-lemma.** *Ixtiyoriy tayinlangan  $x \in \mathbb{Z}$  uchun  $R(x, z)$  musbat va monoton o‘svuchi. Shuningdek,  $R(x, z)$  uchun quyidagi asimptotik munosabat o‘rinli:*

$$R(x, z) = O\left(\frac{1}{|1 - z|^{|x|+1}}\right), \quad z \rightarrow -\infty$$

hamda  $\lim_{z \rightarrow 0} R(x, z) = R(x, \varepsilon_{\min})$ .

**2-teorema.**  $\alpha(z), \beta(z)$  va  $\gamma(z)$  funksiyalar  $z \in (-\infty; \varepsilon_{\min})$  da musbat va monoton o‘svuchi. Bundan tashqari

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow \varepsilon_{\min}} \alpha(z) &= \alpha(\varepsilon_{\min}) = \alpha_0, & \lim_{z \rightarrow \varepsilon_{\min}} \beta(z) &= \beta(\varepsilon_{\min}) = \beta_0, \\ \lim_{z \rightarrow \varepsilon_{\min}} \gamma(z) &= \gamma(\varepsilon_{\min}) = \gamma_0, & \lim_{z \rightarrow \varepsilon_{\min}} \xi(z) &= \xi(\varepsilon_{\min}) = \xi_0. \end{aligned}$$

limitik va

$$\begin{aligned} \alpha(z) &= O\left(\frac{1}{|z|}\right), \quad z \rightarrow -\infty; \quad \beta(z) = O\left(\frac{1}{|3 - z|^{|x_0|+1}}\right), \quad z \rightarrow -\infty; \\ \gamma(z) &= O\left(\frac{1}{|z|}\right), \quad z \rightarrow -\infty; \quad \xi(z) = O\left(\frac{1}{|z|^2}\right), \quad z \rightarrow -\infty; \end{aligned}$$

$$\frac{\alpha(z)}{\xi(z)} = O(|z|) \quad z \rightarrow -\infty. \quad (11)$$

asimptotik munosabatlar o‘rinli.

Xulosa o‘rnida shuni aytish mumkinki, yuqorida (1) operatorning spektrlarini o‘rganishda, uning xossalari bilish juda muhim hisoblanadi. Shundan kelib chiqqan holda, ushbu ishda (1) ning spektrlarni o‘rganish masalasini  $D(\lambda, \mu, z)$  Fredholm determinantining nollarini o‘rganish masalasiga keltirildi, operatorning o‘z-o‘ziga qo‘shma ekanligi isbotlandi, operatorning xos qiymatlarga ega bo‘lishining zaruriy shartlari aniqlandi. Fredholm determinantining koeffitsiyentlari uchun  $z$  ning turli qiymatlarida asimptotik munosabatlar aniqlandi.

### Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Alladustov Sh.U. Kurbonov O.I. Akhralov H.Z. On the Negative Eigenvalues of the Discrete Schrodinger Operator with Non-Local Potential in Three-Dimensional Case, Lobachevskii Journal of Mathematics, Vol. 43, No. 11, 2022, pp. 3039–3047.
2. Kholmatov Sh. Pardabaev M., On Spectrum of the Discrete Bilaplacian with Zero-Range Perturbation. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol. 42, No. 6, P. 1286–1293.
3. Lakaev Sh. S., Ismoilov G. I., Kurbonov O.I. The Spectrum of a Non-local Discrete Schrodinger Operator with a Delta Potential on the One-Dimensional Lattice. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44, No. 2. P. 606–612.
4. Muminov Z., Alladustov Sh., Lakaev Sh., Spectral and threshold analysis of a small rank perturbation of the discrete Laplacian. Journal of Mathematical Analysis and Applications. Volume 496, Issue 2, 15 April 2021, 124827 (2020), 124827.
5. Muminov Z., Alladustov Sh., Lakaev Sh., Threshold Analysis of the Three Dimensional Lattice Schrodinger Operator with Non-local Potential. Lobachevskii Journal of Mathematics. 41 (6), 1094–1102 (2020).
6. Reed R. and Simon B. *Methods of modern mathematical physics. II.* Fourier analysis, self-adjointness. Academic Press [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, 1975.
7. Reed R. and Simon B. *Methods of modern mathematical physics. III.* Academic Press [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, Scattering theory 1979.
8. Tamura H., The Efimov effect of three-body Schrödinger operators: Asymptotics for the number of negative eigenvalues. Nagoya Mathematical Journal 130, 55–83 (1993).

# APPLICATION OF EGOROV'S THEOREM TO PROBLEMS IN FUNCTIONAL ANALYSIS

Zaripov O. B

Samarkand state university, Samarkand, Uzbekistan;

e-mail: [OTABEKZARIPOV2003@GMAIL.COM](mailto:OTABEKZARIPOV2003@GMAIL.COM)

**Keywords:** Egorov's theorem, Lebesgue dominated convergence theorem, almost everywhere convergence, uniform convergence.

In various fields of modern mathematics — from quantum mechanics to wave propagation theory — the solutions of many problems are often based on fundamental theorems of measure theory. One of these important theorems is Egorov's Theorem. This theorem serves as a central tool in the analysis of important differential equations such as the Schrödinger Equation (time evolution of quantum systems), the Wave Equation (propagation of waves), and transport equations (dynamics of particle flow).

In this thesis, the mathematical statement, Egorov's theorem and Lebesgue Dominated Convergence Theorem are presented.

**Definition.** A sequence of functions  $\{f_n\}$  is said to converge *almost everywhere* to a function  $f$  on a set  $E$  if  $f_n(x) \rightarrow f(x)$  for all points  $x \in E$  except possibly on a subset of measure zero. In other words, the convergence may fail only on a set whose measure is zero.

**Definition.** A sequence of functions  $\{f_n\}$  *converges uniformly* to a function  $f$  on a set  $E$  if for every  $\varepsilon > 0$ , there exists a natural number  $N$  such that  $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$  for all  $n \geq N$  and for every  $x \in E$ .

This means that the convergence occurs at the same rate for all points in the set  $E$ .

**Theorem (Egorov).** Let  $(X, A, \mu)$  be a measure space and let  $E \in A$  be a measurable set with finite measure  $\mu(E) < \infty$ . Suppose  $\{f_n\}$  is a sequence of  $\mu$ -measurable functions defined on  $E$  that converges to  $f$  almost everywhere on  $E$ . Then for every  $\delta > 0$ , there exists a measurable set  $E_\delta \subset E$  such that

$$\mu(E \setminus E_\delta) < \delta$$

and  $\{f_n\}$  converges uniformly to  $f$  on  $E_\delta$ .

In other words, almost everywhere convergence implies uniform convergence on the complement of a set of arbitrarily small measure.

**Theorem (Absolute Continuity of the Lebesgue Integral).** Let  $f \in L^1(X, \mathcal{A}, \mu)$ , that is  $f$  is integrable with respect to the measure  $\mu$ . Then for every  $\varepsilon > 0$ , there exists  $\delta > 0$  such that for every measurable set  $A \in \mathcal{A}$  with  $\mu(A) < \delta$  we have

$$\left| \int_A f(x) d\mu \right| < \varepsilon$$

## Theorem (Lebesgue Dominated Convergence)

Let  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  be a measure space, and let  $\{f_n\}$  be a sequence of measurable functions such that  $f_n(x) \rightarrow f(x)$  almost everywhere on  $X$ .

Assume that there exists an integrable function  $g(x)$  satisfying

$$|f_n(x)| \leq g(x)$$

for all  $n$  and for almost every  $x \in X$ , where

$$\int_X g(x) d\mu < \infty$$

Then the function  $f(x)$  is integrable and

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_X f_n(x) d\mu = \int_X \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) d\mu = \int_X f(x) d\mu$$

In other words, under the domination condition, the limit operation and the integral operation can be interchanged.

## References



1. Kolmogorov, A.N., & Fomin, S.V. (1975). *Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis*. New York: Dover Publications. (Chapter 7 – Measure theory, Egorov and Lebesgue theorems)
2. Rudin, W. (1987). *Real and Complex Analysis* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill. (Chapter 1 – Lebesgue's dominated convergence theorem, Egorov's theorem)
3. Royden, H.L., & Fitzpatrick, P.M. (2010). *Real Analysis* (4th ed.). Boston: Prentice Hall. (Chapter 4 – Egoroff's theorem and dominated convergence)
4. Stein, E.M., & Shakarchi, R. (2005). *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*. Princeton: Princeton University Press. (Chapter 1 – Lebesgue integration)
5. Folland, G.B. (1999). *Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons. (Chapter 2 – Convergence theorems)

## MATEMATIK ANALIZGA OID BA'ZI MASALALARGA GEOMETRIYANING TATBIQI

**Raximov Nasriddin**

*Samarqand davlat pedagogika instituti Matematika kafedrası mudiri, dotsent*

[NASRIDDIN.RAXIMOV@INBOX.RU](mailto:NASRIDDIN.RAXIMOV@INBOX.RU)

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada matematik analizning asosiy tushunchalari — yig'indilar, limit, hosila, integral va qatorlarning geometrik talqini o'rganiladi. Analitik masalalarni yechishda geometriya usullarining qo'llanilishi ko'rib chiqilib, nazariy natijalarning vizual asoslari yoritiladi. Geometrik interpretatsiya orqali murakkab analitik tushunchalarning mohiyatini chuqurroq anglash mumkinligi asoslab beriladi.

**Kalit so'zlar.** Matematik analiz, geometriya, integral, limit, yig'indi, geometrik interpretatsiya, nuqtalar, yuza.

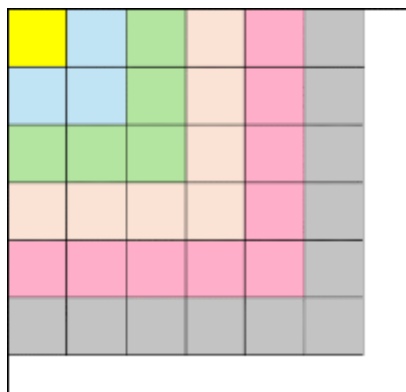
Matematik analiz zamonaviy matematikaning asosiy bo'limlaridan biri bo'lib, u limit, hosila, integral, yig'indilar va qatorlar kabi fundamental tushunchalarni o'rganadi. Ushbu tushunchalar yuqori darajadagi abstraktlikka ega bo'lib, ko'pincha talabalar tomonidan murakkab qabul qilinadi. Shu sababli matematik analizni o'qitishda va tadqiq etishda geometrik yondashuv muhim metodologik vosita hisoblanadi. Geometrik interpretatsiya nazariy formulalarning vizual asosini ochib beradi hamda analitik tushunchalarning intuitiv mohiyatini anglashga yordam beradi. Ushbu ikki yo'nalish o'zaro chambarchas bog'liq bo'lib, ko'plab analitik tushunchalar geometrik talqin orqali yanada chuqurroq anglanadi.

Mazkur maqolada matematik analizga oid ayrim masalalarni yechishda geometriyaning tatbiqlari ko'rib chiqiladi.

Geometrik interpretatsiya abstrakt analitik tushunchalarni yanada tushunarli qiladi. Geometriya matematik analiz tushunchalarini: vizual, intuitiv, didaktik jihatdan boyitadi. Quyida matematik analizning ba'zi masalalariga geometriyaning tatbiqini qarab o'tamiz.

**1-masala.** Yig'indini hisoblang. 
$$S = \sum_{k=1}^n (2k-1) = 1+3+5+\dots+(2n-1)$$

**Yechim.** Bunda quyidagicha geometric yondashuv qilamiz. Dastlab tomoni uzunligi 1 ga teng kvadrat (rasmda sariq rangda) olamiz. Keyingi qadamda uning yonidan 3 ta kvadratni qo'yamiz (rasmda ko'k rangda). Keyingi qadamda esa 5 ta yashil rangdagi kvadratni rasmdagi kabi joylashtiramiz va h.k. bu jarayonni davom ettiramiz (bunda barcha kvadratlarning tomonlari uzunliklari 1 birlikka teng). Natijada tomoni uzunligi  $n$  ga teng kvadratta hosil bo'ladi. Ma'lumki, kvadratning yuzasi  $S = n^2$  ga teng.

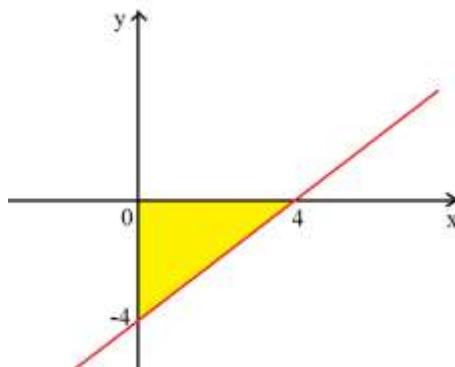


**3-rasm.** Masala shartiga mos shakl.

Demak bundan,  $S = \sum_{k=1}^n (2k-1) = 1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$  natijani olamiz.

**2-masala.**  $\int_0^4 (x-4) dx$  integralni hisoblang.

**Yechim.** Tekislikda dekart koordinatalar sistemasida  $y = x-4$  to'g'ri chiziq grafigini yasaymiz. Bunda hosil bo'lgan uchburchak yuzasi berilgan integralning qiymatiga teng bo'ladi.



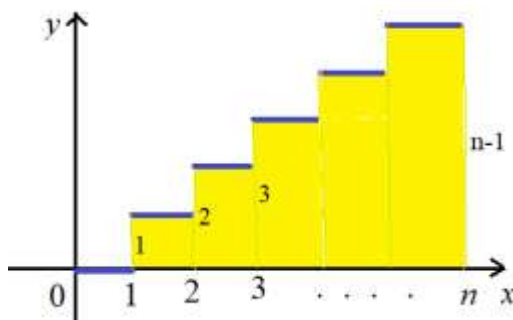
**4-rasm.** Masala shartiga mos shakl.

Hosil bo'lgan uchburchak yuzasini hisoblab  $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot (-4) \cdot 4 = -8$  natijani olamiz.

Demak berilgan integralning qiymati  $\int_0^4 (x-4) dx = -8$  ga teng bo'ladi.

**3-masala.**  $\int_0^n [x] dx$  integralni hisoblang.

**Yechim.** Dastlab  $y = [x]$  funksiya grafigini chizib olamiz.



**5-rasm.** Masala shartiga mos shakl.

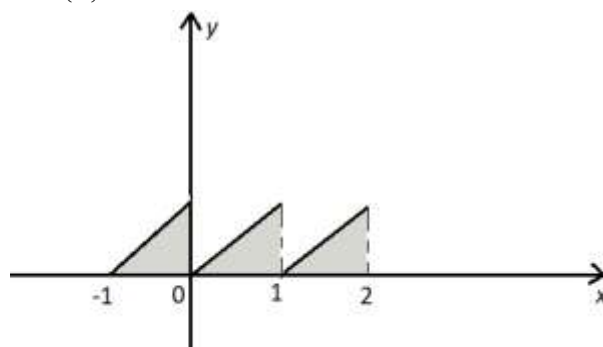
Bunda rasmdagi bo'yalgan holatga e'tibor beradigan bo'lsak, hosil bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklarning barchasining bo'yi 1 birlikdan. Eni esa mos ravishda 1, 2, 3, ...,  $n$  birlikka teng bo'ladi. Bu to'g'ri to'rtburchaklar yuzalarining yig'indisi

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} k = 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 = \frac{n(n-1)}{2} \text{ ga teng bo'ladi. Ikkinchi tomondan bu yig'indi}$$

berilgan integralni qiymatiga teng bo'ladi, ya'ni  $\int_0^n [x] dx = \frac{(n-1)n}{2}$ .

**4-masala.**  $\int_{-1}^2 \{x\} dx$  integralni hisoblang.

**Yechim.** Dastlab  $y = \{x\}$  funksiya grafigini masala shartiga moslab chizib olamiz.



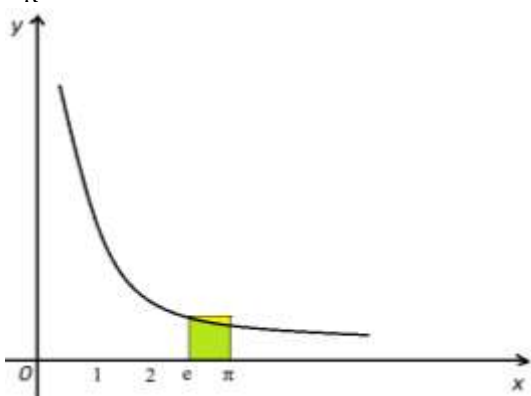
**6-rasm. Masala shartiga mos shakl.**

Chizmadan ko'rinib turibdiki, berilgan integralning qiymati katetlari uzunliklari 1 birlikka teng bo'lgan uchta teng yonli to'g'ri burchkli uchburchak yuzasidan iborat bo'ladi. Demak, javob

$$\int_{-1}^2 \{x\} dx = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{3}{2} \text{ bo'ladi.}$$

**5-masala.** Qaysi biri katta.  $e^\pi$  yoki  $\pi^e$

**Yechim.** Dastlab  $y = \frac{1}{x}$  funksiyaning grafigini chizib olamiz.



**7-rasm. Masala shartiga mos shakl.**

Endi matematik analiz va geometriyaning integratsiyasidan foydalanamiz. Ma'lumki,

$\int_e^\pi \frac{1}{x} dx < \frac{1}{e} \cdot (\pi - e)$  tengsizlik o'rinli bo'ladi (chizmadan ham ko'rishimiz mumkin). Bu tengsizlikni soddalashtirib,

$$\ln \pi - 1 < \frac{\pi}{e} - 1 \Rightarrow \ln \pi < \frac{\pi}{e} \Rightarrow e \cdot \ln \pi < \pi \Rightarrow \pi^e < e^\pi$$

natijani olamiz. Demak,  $\pi^e < e^\pi$  bo'ladi ekan.

Olingan natijalar matematik analizni o'rganishda geometrik yondashuvning muhimligini tasdiqlaydi. Biroq, geometrik interpretatsiya analitik qat'iylikni to'liq almashtira olmaydi. U ko'proq tushunishni yengillashtiruvchi vosita sifatida qaralishi lozim. Nazariy isbotlar bilan birgalikda qo'llanilganda esa yanada samarali natijalar beradi. Shunday qilib, geometriya va analiz o'rtasidagi uzviy bog'liqlik matematik bilimlarning yaxlit tizim ekanligini ko'rsatadi.

Tadqiqot natijalari matematik analizning asosiy tushunchalarini geometrik interpretatsiya asosida o'rganish nazariy va metodik jihatdan muhim ekanligini ko'rsatdi.

Geometriyaning matematik analiz masalalariga tatbiqi nazariy tushunchalarni vizual va intuitiv ravishda anglash imkonini beradi. Hosila, integral va qatorlar kabi murakkab analitik tushunchalar geometrik talqin orqali yanada ravshanlashadi. Shu sababli analiz va geometriya o'zaro uzviy bog'langan fanlar sifatida qaraladi.

Xulosa qilib aytganda, matematik analizni o'qitish va tadqiq etishda geometrik interpretatsiya muhim metodologik vosita sifatida tavsiya etiladi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Demidovich B.P. Sbornik zadach i uprazhneniy po matematicheskomu analizu. – Moskva: Nauka, 1981.
2. Kudryavtsev L.D. Kurs matematicheskogo analiza. – Moskva: Vysshaya shkola, 1989.
3. Arnold V.I. Mathematical Methods of Classical Mechanics. – New York: Springer, 1989.
4. Rakhimov N.N., Begmatov A.H., Pulatov O.U. Methods of teaching some algebraic equations and inequalities using surface formulas of geometric shapes// Pedagogik mahorat. Scientific-theoretical and methodical journal. - 2023, №1, ISSN 2181-6883. - B. 298-304. [HTTPS://BUXDU.UZ](https://buxdu.uz).
5. Rakhimov N.N. Geometric solution of non-geometric problems// International Scientific Journal, Year:2018, Issue:08, Vol:64, Philadelphia,USA. – P. 37-40.

## RIESZ POTENTIAL IN THE HÖLDER CLASS OUTSIDE SMALL-CAPACITY SETS

S.A Gadayev

*Tashkent Branch of the University of Business and Science, Tashkent, Uzbekistan;  
sokhibgadayev@gmail.com*

**Abstract.** We study smoothness properties of subharmonic functions and Riesz potentials outside sets of small capacity. It is proved that the Riesz potential  $U_{n-\alpha}^{\mu}(x)$ ,  $1 \leq \alpha < n$ , belongs to the Hölder class under certain sufficient conditions imposed on the measure  $\mu$ .

**Keywords** Riesz potential, subharmonic function, Hölder class, Zygmund class, capacity, Cartan's theorem, Calderón–Zygmund singular integrals, potential theory.

**Introduction** In this talk, we consider some results concerning the differential properties of subharmonic functions. In addition, it is proved that the Riesz potential  $U_{n-\alpha}^{\mu}(x)$ ,  $1 \leq \alpha < n$ , belongs to the Zygmund class under certain sufficient conditions imposed on the measure  $\mu$ . The well-known theorem of Cartan [1], (see also [2] p.231) on the continuity of Riesz potentials

$$U_{n-\alpha}^{\mu}(x) = \int \frac{d\mu(y)}{|x-y|^{n-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < n,$$

states that for any  $\varepsilon > 0$  there exists an open set  $G_{\varepsilon} \subset \mathbb{R}^n$ , of capacity  $C_{n-\alpha}(G_{\varepsilon}) < \varepsilon$  such that  $U_{n-\alpha}^{\mu}(x)$  is continuous in the complement  $\mathbb{R}^n \setminus G_{\varepsilon}$ .

Note that Cartan's theorem is also true in the case of a logarithmic potential:

$$U_0^{\mu}(x) = \int \ln|x-y| d\mu(y), \quad n = 2.$$

Note that this theorem is a capacity analogue of N.N. Luzin's theorem on the continuity “almost everywhere” ( $C$ -property) of measurable functions. According to the theorem on the Riesz representation for subharmonic functions (see, for example, [2], [3]) and Cartan's theorem, the following result holds.

**Theorem 1.** If  $u(x)$  is a subharmonic function in the domain  $D \subset \mathbb{R}^n$ , then for any  $\varepsilon > 0$  there exists an open set  $G_\varepsilon \subset D$ , with Newtonian (logarithmic for  $n=2$ ) capacity  $C_{n-2}(G_\varepsilon) < \varepsilon$  such that  $u(x)$  is continuous in the complement  $D \setminus G_\varepsilon$ .

In the work of Sadullaev A.S. and Madrakhimov R.M. [4] the smoothness of subharmonic functions outside a set thicker than a set of small Newtonian (logarithmic) capacity is established.

Moreover, in the work [4] it is stated that in the basic theorems the class  $Lip_{p-0}$  for non-integers can be replaced with the class  $Lip_p$ . However, the method of proof of the indicated theorem does not allow replacing  $Lip_{p-0}$  with  $Lip_p$  the case that is important from the application point of view, when  $p=1, 2$ .

In works [5,6] the smoothness of subharmonic functions was studied on the basis of the theory of Calderon-Zygmund singular integrals [7,8] and potential theory, which made it possible to obtain relatively definitive results.

Therefore, combining all the theorems formulated above, he proved the general case in the following work [11]:

Let us now give a definition of classes  $C^k(E)$  and  $Lip_k(E)$  (see [9], [10], [8]). We will say that a function  $u(x)$  defined on an arbitrary closed set  $E \subset \mathbb{R}^n$  belongs to the class  $C^k(E)$ ,  $k \geq 0$  if there exist functions  $u^{(j)}$ ,  $|j| \leq k$  defined on  $E$  such that  $u^{(0)} = u$  and

$$\left| u^{(j)}(x+h) - \sum_{|j+l| \leq k} \frac{u^{(j+l)}(x)}{l!} h^l \right| \leq \gamma(h) |h|^{k-|j|} \quad (1)$$

where  $x, x+h \in E$ ,  $0 \leq |j| \leq k$ ,  $\gamma(h) \rightarrow 0$  and  $h \rightarrow 0$ .

We will say that a function  $u(x)$  defined on  $E$  belongs to the class  $Lip_k(E)$ ,  $k > 0$ , if there exist functions  $u^{(j)}$ ,  $|j| < k$  defined on  $E$  such that  $u^{(0)} = u$  and

$$\left| u^{(j)}(x+h) - \sum_{|j+l| < k} \frac{u^{(j+l)}(x)}{l!} h^l \right| \leq M |h|^{k-|j|} \quad (2)$$

Where  $x, x+h \in E$ ,  $|j| < k$ . Everywhere  $j = (j_1, j_2, \dots, j_n)$  and  $l = (l_1, l_2, \dots, l_n)$  - are multi indices,  $|j| = j_1 + j_2 + \dots + j_n$ ,  $l! = l_1! l_2! \dots l_n!$ ,  $h^l = h_1^{l_1} h_2^{l_2} \dots h_n^{l_n}$ .

If we replace the number  $k$  with  $k = l + \lambda$  from inequality (2) and take the values  $\lambda$   $0 < \lambda \leq 1$ , then our inequality (2) forms a Hölder class.

In this note, we announce the following result, which is a special case of the results obtained in [11].

**Theorem 2.** Let  $u(x)$  be a subharmonic function in the domain  $D \subset \mathbb{R}^n$ . Then for number  $p$ :  $p=3/2$  and for any  $\varepsilon > 0$  there exists an open set  $G_{3/2, \varepsilon} \subset D$  with capacity  $C_{n-\frac{1}{2}}(G_{\frac{3}{2}, \varepsilon}) < \varepsilon$  (for  $p=2$  with Lebesgue measure  $m(G_{2, \varepsilon}) < \varepsilon$ ) such that  $u(x)$  belongs to the class  $C^{3/2}$  on compact subsets of the difference  $D \setminus G_{3/2, \varepsilon}$ .

## References

1. Cartan H. Theori du Potential newtonien: energie, capacite, suites de potentials. Bull. Soc. Math. France. 1945, Vol. 73. pp. 74-106.
2. Landkof N.S. Foundation of modern potential theory (in Russian). Moskov, 1966.
3. Heyman W.K., Kennedy P.B. Subharmonic Functions. By Academic Press Inc., London, 1976.
4. Sadullaev A.S., Madрахimov R.M. Smoothness of subharmonic functions. Math.sb. 1990, T.181. № 2, pp.167-182.
5. Imomkulov S. A. Twice differentiability of subharmonic functions, Russian Academy of Sciences. Izvestiya Mathematics, 1993, Vol. 41, Issue 1, pp. 157–167
6. Imomkulov S. A. Differentiability of subharmonic functions (In Russian), Uzbek Math. J., №1, 1994, pp. 35-40.
7. Calderón A.P. and Zygmund A. On the existence of certain singular integrals, Acta Math. 88 (1952), pp. 85-139.
8. Stein E. M. Singular integrals and differentiability properties functions.
9. Whitney H. Analytic extensions of differentiable functions defined in closed sets. Trans. Amer. Math. Soc. 1934, Vol. 36, p.63-89.
10. Malgrange B. Ideals of differentiable functions. Oxford University Press, London.
11. Imomkulov S.A. and Gadaev S.A.  $C^k$  - Properties of Subharmonic Functions. Lobachevskiy Journal of Math. 2025, Vol.46, №2, pp. 672-682.

## IKKINCHI TARTIBLI SIRT LARNI GALILEY ALMASHTIRISHI YORDAMIDA KLASSIFIKATSIYA QILISH

**A.R.Nurbaev.**

*GulDU “Matematika” kafedrası o’qituvchisi*

[ABDURASHID3717@GMAIL.COM](mailto:ABDURASHID3717@GMAIL.COM)

**M.M.Muhammadiev.**

*GulDU “Matematika” yo’nalishi talabasi*

[MAQSUDMUHAMMADIEV77@GMAIL.COM](mailto:MAQSUDMUHAMMADIEV77@GMAIL.COM)

**Annotatsiya** Ushbu maqolada uch o’lchovli galiley fazosidagi sirtning umumiy tenglamasidan foydalanib uning klassifikatsiyasi ko’rsatilgan va bu fazoda sirtlar uchun muxim bo’lgan ba’zi teoremlar isbotlangan. Galiley xarakatidagi sirt deformatsiyasini tadbiq qilish ko’rsatilgan.

**Kalit so’zlar:** galiley fazosi, ikkinchi tartibli sirt, galiley harakati, klassifikatsiya, ellips, parabola, giperbola.

**Abstract** This paper provides a classification of surfaces in three-dimensional Galilean space based on their general equations. Several fundamental theorems concerning surfaces within this space are formulated and proven. Furthermore, the application of surface deformation under Galilean transformations is demonstrated.

**Keywords:** Galilean space, second-order surface, Galilean motion, classification, ellipse, parabola, hyperbola.

**Аннотация** В данной статье представлена классификация поверхностей в трехмерном галилеевом пространстве на основе их общего уравнения. Доказаны некоторые важные теоремы для поверхностей в этом пространстве. Рассмотрено приложение деформации поверхностей при галилеевых движениях.

**Ключевые слова** галилеево пространство, поверхность второго порядка, галилеево движение, классификация, эллипс, парабола, гипербола.

Uch o’lchovli galiley fazosida ikkinchi tartibli sirt tenglamasini soddalashtirish uni klasifikatsiya qilish va qaysi sirt tipiga mansub ekanligini aniqlash.

Bizga  $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3)$  va  $\vec{Y} = (y_1, y_2, y_3)$  vektorlar uch o’lchovli affin fazosida berilgan bo’lsin. Agar skalyar ko’paytma:

$$\begin{cases} x_1 y_1, \text{ agar } \Rightarrow x_1 \neq 0, y_1 \neq 0 \\ x_2 y_2 + x_3 y_3, \text{ agar } \Rightarrow x_1 = 0, y_1 = 0 \end{cases}$$

Shaklda aniqlansa bu affin fazo uch o'lchovli galiley fazosi deyiladi.

Ixtiyoriy  $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3)$  vektorning normasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} |x_1|, \text{ agar } \Rightarrow x_1 \neq 0 \\ \sqrt{x_2^2 + x_3^2}, \text{ agar } \Rightarrow x_1 = 0 \end{cases}$$

Agar ikkita  $M(a_1, a_2, a_3), N(b_1, b_2, b_3)$  nuqtalar berilgan bo'lsa ular orasidagi masofa:

$$\begin{cases} |b_1 - a_1|, \text{ agar } \Rightarrow a_1 \neq b_1 \\ \sqrt{(b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}, \text{ agar } \Rightarrow a_1 = b_1 \end{cases}$$

Formula orqali topiladi.

Yevklid fazosida bo'lgani kabi galiley fazosida ham ikki xil harkat parallel ko'cherish va burchakga burishdan iborat. Uch o'lchovli galiley fazosida harakat tenglamalari quyidagicha bo'ladi.

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = h_1 x + y \cos \alpha - z \sin \alpha + b \\ z' = h_2 x + y \sin \alpha + z \cos \alpha + c \end{cases}$$

**Asosiy qism.** Sirtlarni o'rganishda uni biror nuqtasi atrofida tekshirish muhim. Sirtni nuqtasi atrofida uning umumiy tenglamasi orqali tekshirish mumkin.

Bizga:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0$$

Ikkinchi tartibli sirt umumiy tenglamasi bilan berilgan bo'lsin.

Bu yerda  $a_{ij} \in \mathbb{R}$  va noldan farqli.

Qulay bo'lishi uchun sirt umumiy tenglamasini qayta yozib olamiz:

$$a_{11}x''^2 + a_{22}y''^2 + a_{33}z''^2 + 2a_{12}x''y'' + 2a_{13}x''z'' + 2a_{23}y''z'' + 2a_{14}x'' + 2a_{24}y'' + 2a_{34}z'' + a_{44} = 0 \quad (1)$$

Birinchi almashtirish markazni ko'chirish:

$$\begin{cases} x'' = x' + a \\ y'' = y' + b \\ z'' = z' + c \end{cases} \quad (2)$$

(2) ni (1) ga olib borib qo'yamiz, bundan maqsad birinchi darajali hadlarni 0 ga aylantirish.

Natijada:

$$\begin{cases} a_{11}a + a_{12}b + a_{13}c + a_{14} = 0 \\ a_{12}a + a_{22}b + a_{23}c + a_{24} = 0 \\ a_{13}a + a_{23}b + a_{33}c + a_{34} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Ushbu sistema hosil bo'ladi. (3) ni qanoatlantiradigan (a,b,c) nuqta bor deb olsak, yani:

$$K_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

( $K_3=0$  bo'lgan holini keyingi ishlarda ko'rib chiqamiz!)

Bo'lgan hol uchun (1) quyidagi ko'rinishga keladi:

$$a_{11}x'^2 + a_{22}y'^2 + a_{33}z'^2 + 2a_{12}x'y' + 2a_{13}x'z' + 2a_{23}y'z' + a'_{44} = 0 \quad (4)$$

Bu yerda:

$$a'_{44} = a_{44} + a_{14}a + a_{24}b + a_{34}c$$

(3) sistemadan a , b va c larni topib o`rniga qo`ysak:

$$a'_{44} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}} = \frac{K_4}{K_3}$$

Bu yerda

$$K_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{vmatrix} \quad K_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Ikkinchi almashtirish: burchakga burish.

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = h_1 x + y \cos \alpha - z \sin \alpha \\ z' = h_2 x + y \sin \alpha + z \cos \alpha \end{cases} \quad (5)$$

(5) almashtirishni (4) ga qo`yamiz va soddalashtiramiz. Bundan maqsad xy , xz va yz oldidagi hadlarni 0 ga aylantirishdir.

$$\begin{cases} (a_{33} - a_{22}) \sin 2a + 2a_{23} \cos 2a = 0 \\ (a_{22} \cos a + a_{23} \sin a)h_1 + (a_{33} \sin a + a_{23} \cos a)h_2 = -a_{12} \cos a - a_{13} \sin a \\ (-a_{22} \sin a + a_{23} \cos a)h_1 + (a_{33} \cos a - a_{23} \sin a)h_2 = a_{12} \sin a - a_{13} \cos a \end{cases} \quad (6)$$

(6) sistemani yechib  $h_1, h_2, \alpha$  larni topib olamiz.

$$\begin{cases} \tan 2a = \frac{2a_{23}}{a_{22} - a_{33}} \\ \tan a = \frac{-(a_{22} - a_{33}) \pm \sqrt{(a_{22} - a_{33})^2 + 4a_{23}^2}}{2a_{23}}, a_{23} \neq 0 \\ h_1 = \frac{a_{13}a_{23} - a_{23}a_{12}}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2} \\ h_2 = \frac{a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}, a_{22}a_{33} - a_{23}^2 \neq 0 \end{cases}$$

Bu yerda  $a_{22}a_{33} - a_{23}^2 \neq 0$  deb olganmiz teng nol bo`lgan hollarini keyingi ishlarimizda ko`rib chiqamiz!

Natijada (4) tenglama quyidagicha ko`rinishga keladi:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = D$$

Bu yerda:



$$A = \frac{a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 - a_{33}a_{12}^2 - a_{22}a_{13}^2 + 2a_{12}a_{13}a_{23}}{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}$$

$$B = \frac{a_{22} + a_{33} + \sqrt{(a_{22} - a_{33})^2 + 4a_{23}^2}}{2}$$

$$C = \frac{a_{22} + a_{33} - \sqrt{(a_{22} - a_{33})^2 + 4a_{23}^2}}{2}$$

$$D = -a'_{44}$$

Endi koefitsientlarning mos qiymatlarida klassifikatsiya qilamiz:

1) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C > 0$ ,  $D > 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} + \frac{z^2}{\left(\sqrt{D/C}\right)^2} = 1$$

Ellipsoid ko'rinishiga keladi.

2) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C > 0$ ,  $D < 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} + \frac{z^2}{\left(\sqrt{D/C}\right)^2} = -1$$

Mavhum Ellipsoid ko'rinishiga keladi.

3) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C < 0$ ,  $D > 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} - \frac{z^2}{\left(\sqrt{D/C}\right)^2} = 1$$

Bir pallali giperboloid ko'rinishiga keladi.

4) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C < 0$ ,  $D < 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} - \frac{z^2}{\left(\sqrt{D/C}\right)^2} = -1$$

Ikki pallali giperboloid ko'rinishiga keladi.

5) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C > 0$ ,  $D > 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} + \frac{z^2}{\left(\sqrt{D/C}\right)^2} = 1$$

Ellipsoid ko'rinishiga keladi.

6) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C = 0$ ,  $D > 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} = 1$$

Elliptik silindr ko'rinishiga keladi.

7) Agar  $A > 0$ ,  $B < 0$ ,  $C = 0$ ,  $D > 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} = 1$$

Giperbolik silindr ko'rinishiga keladi.

8) Agar  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $C = 0$ ,  $D < 0$  bo'lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} = -1$$

Mavhum Elliptik silindr ko`rinishiga keladi.

9) Agar  $A>0$ ,  $B<0$ ,  $C=0$ ,  $D=0$  bo`lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} = 0$$

Kesishuvchi tekislik ko`rinishiga keladi.

10) Agar  $A>0$ ,  $B>0$ ,  $C=0$ ,  $D=0$  bo`lsa:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{D/A}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\sqrt{D/B}\right)^2} = 0$$

Mavhum kesishuvchi tekislik ko`rinishiga keladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Хачатурян А.В. Геометрия галилея Москва 2005. (Galileo geometry)
2. Jaglom I.M. The principle of relativity of Galilean and non-Euclidean geometry. Nauka, Moscow, (1996).
3. Артыкбаев А. Соколов Д.Д. Геометрия в целом в плоском пространстве времени.- Ташкент: “Фан”, 1990 г. (Geometry as a whole in space-time)
4. Андреева З.И, Шеремет Г.Г. Псевдоевклидова плоскость (плоскость Минковского) // в сб. Актуальные проблемы обучения математике т.3: Материалы Всероссийской научно-практической конференции.- Орел: Изд. ОГУ, 2002. (Pseudo-Euclidean plane (Minkowski plane))  
// in Sat. Actual problems of teaching mathematics vol. 3: Materials of the All-Russian scientific practical conference)
5. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства.- М.: Наука, 1978. (Non-euclidean spaces)
6. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. “Сборник задач по аналитической геометрии” Наука, 1964. – 440с (Collection of problems in analytic geometry)

## GIPERSIRTLAR BILAN BOG’LANGAN MAKSIMAL OPERATORLAR HAQIDA

S. E. Usmanov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti, Samarqand viloyati, O'zbekiston

<sup>2</sup>Toshkent Kimyo xalqaro universiteti Samarqand filiali, Samarqand viloyati, O'zbekiston

e-mail: usmanov-salim@mail.ru

**Annotatsiya:** Mazkur ishda uch o'lchovli Evklid fazosida parametrik tenglamalar orqali berilgan singulyar sirtlar bilan bog'langan maksimal operatorlarning integrallanuvchi funksiyalar fazosida chegaralanganlik masalasi o'rganilgan.

**Annotation:** In this work, the problem of boundedness in the space of integrable functions of maximal operators associated with singular surfaces given by parametric equations in three dimensional Euclidean space is studied.

**Аннотация:** В работе изучается проблема ограниченности в пространстве интегрируемых функций максимальных операторов, связанных с сингулярными поверхностями, заданными параметрическими уравнениями в трехмерном Евклидовом пространстве.

**Kalit so'zlar:** gipersirt, maksimal operator, o'rtalashtirish operatori, singulyar sirt, kasrdarajali qator.

**Key words:** hypersurface, maximal operator, averaging operator, singular surface, fractional power series.

**Ключевые слова:** гиперповерхность, максимальный оператор, оператор усреднения, сингулярная поверхность, дробно-степенной ряд.

Gipersirtlar bilan bog'langan maksimal operator quyidagicha aniqlanadi:

$$\mathcal{M}f(y) := \sup_{t>0} |A_t f(y)|, \quad (1)$$

bu yerda

$$A_t f(y) := \int_S f(y - tx) \psi(x) dS(x) \quad (2)$$

operator o'rtalashtirish operatori deb ataladi.  $S \subset \mathbb{R}^{n+1}$  – gipersirt,  $\psi$  - kompakt tashuvchiga ega cheksiz marta differensiallanuvchi silliq nomanfiy funksiya, ya'ni  $\psi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$ ,  $t > 0$  va  $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$ ,  $dS(x)$  –  $S$  dagi sirt o'lchovidir.

Agar  $|f(x)|^p$  funksiya  $\mathbb{R}^{n+1}$  fazoda integrallanuvchi bo'lsa, u holda  $\mathbb{R}^{n+1}$  da aniqlangan  $f$  o'lchovli funksiyalar to'plamini  $L^p := L^p(\mathbb{R}^{n+1})$  deb belgilaymiz.

Agar shunday musbat  $C > 0$  soni mavjud bo'lib, har qanday  $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$  uchun  $\|\mathcal{M}f\|_{L^p} \leq C_p \|f\|_{L^p}$  tengsizlik (baho) bajarilsa, u holda  $\mathcal{M}f$  maksimal operator  $L^p$  fazoda chegaralangan deyiladi.

Berilgan  $S$  gipersirt va berilgan  $0 \leq \psi \in C_0^\infty(\mathbb{R}^{n+1})$  funksiya uchun mos keladigan maksimal operatorning chegaralanganlik ko'rsatkichi tabiiy ravishda ushbu munosabat bilan aniqlanadi:

$$p(S) := p_\psi(S) := \inf\{p: (1) \text{ operator } L^p \text{ da chegaralangan}\}.$$

Gipersirtlar bilan bog'liq (1) maksimal operatorlar ko'plab olimlar tomonidan tadqiq qilingan. 1976-yilda Stein isbotladiki, agar gipersirt markazi koordinatalar boshida bo'lgan birlik sfera bo'lsa, unga mos keladigan maksimal operator  $p > \frac{n+1}{n}$  uchun  $L^p(\mathbb{R}^{n+1})$  fazoda chegaralangan,  $1 \leq p \leq \frac{n+1}{n}$  uchun esa chegaralanmagan (Stein, 1976). Keyinchalik Steinning isbotlash usullari qo'llanilmaydigan tekis hol uchun Stein teoremasining analogi Bourgain tomonidan isbotlangan (Bourgain, 1986).

Greenleaf isbotladiki, agar gipersirt  $\mathbb{R}^{n+1}$  ( $n \geq 2$ ) da koordinatalar boshiga nisbatan qat'iy qavariq va yulduzsimon bo'lsa (demak, koordinatalar boshidan chiqadigan har qanday nur gipersirtni bir nuqtada kesib o'tadi va gipersirtning Gauss egriligi musbat), u holda Stein teoremasining tasdiqlari to'g'ri bo'ladi (Greenleaf, 1981). Bundan tashqari u ko'rsatganidek agar gipersirtning har bir nuqtasida kamida  $k$  ( $k \geq 2$ ) ta bosh egriliklari nolga teng bo'lmasa,  $p > \frac{k+1}{k}$  uchun maksimal operator  $L^p$  da chegaralangan. Murakkabroq holat  $k = 1$  da integral operatorlarning lokal silliqligidan foydalangan holda, xuddi shunday natijani Sogge olgan (Sogge, 1995). Xususan, Sogge Bourgain teoremasining yangi isbotini taqdim etdi.

Shuningdek, (1) maksimal operatorlarning chegaralanganligi Iosevich, Greenblatt ishlarida ham tadqiq qilingan (Iosevich, 1994, Greenblatt, 2013).

Ikromov, Kempe va Müllerlar silliq gipersirtlar bilan bog'langan maksimal operatorlarning chegaralanganligini o'rgandilar (Ikromov va boshq. 2010).

Undan tashqari, yoyiluvchan va singulyar sirtlar bilan bog'langan maksimal operatorlarning chegaralanganlik masalasi Ikromov va Usmanovlarning ishlarida ham tadqiq etilgan (Ikromov va Usmanov, 2022, Usmanov, 2021, Usmanov, 2024).

**1-Ta'rif.**  $V \subseteq \mathbb{R}_+^n$  ochiq, bog'langan to'lpam bo'lsin, bunda  $0 \in \bar{V}$ ,  $W \subseteq \mathbb{R}^n$  ochiq to'plam.  $f$  funksiya  $V$  to'plamda kasr darajali qator deyiladi, agar  $\bar{V}$  yopiq to'plam,  $N$  natural son va  $\Phi_N^{-1}(W)$  to'plamda  $g$  haqiqiy analitik funksiya topilib,  $V$  to'plamda  $f = g \circ \Phi_{1/N}$  tenglik o'rinli bo'lsa, bu yerda  $\Phi_N: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  akslantirish  $\Phi_N(x) = (x_1^N, x_2^N, \dots, x_n^N)$  formula bilan berilgan (Usmanov, 2024).

Ushbu ishda  $\mathbb{R}^3$  fazoda quyidagi parametrik tenglamalar bilan berilgan sirtlarni qaraymiz:

$$\begin{aligned}x_1(u_1, u_2) &= r_1 + u_1^{a_1} u_2^{a_2} g_1(u_1, u_2) \\x_2(u_1, u_2) &= r_2 + u_1^{b_1} u_2^{b_2} g_2(u_1, u_2) \\x_3(u_1, u_2) &= r_3 + u_1^{c_1} u_2^{c_2} g_3(u_1, u_2).\end{aligned}\quad (3)$$

Bu yerda  $r_1, r_2, r_3$  lar kamida bittasi nol bo'lmagan haqiqiy sonlar va  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  darajalar manfiy bo'lmagan ratsional sonlar,  $u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, g_i(u_1, u_2)$  lar  $\mathbb{R}^2$  da koordinatalar boshining yetarlicha kichik atrofida aniqlangan haqiqiy kasr darajali qatorlar.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$B_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad B_2 = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad B_3 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

Shuni ta'kidlash kerakki, agar  $g_i(0,0) \neq 0$  va  $B_1, B_2, B_3$  sonlardan kamida bittasi noldan farqli bo'lsa, u holda (3) sirtning  $(r_1, r_2, r_3)$  nuqtasining yetarlicha kichik atrofida va koordinatalar boshi shu nuqtada bo'lgan koordinatalar sistemasining koordinata tekisliklaridan tashqarida yotadigan nuqtalari regulyar nuqtalaridir. (3) sirtning koordinatalar boshi  $(r_1, r_2, r_3)$  nuqtada bo'lgan koordinatalar sistemasining koordinatalar tekisliklarida yotadigan nuqtalari uning singulyar nuqtalari bo'lishi mumkin (Usmanov, 2024).

(3) singulyar sirtlar bilan bog'langan (2) o'rtalashtirish operatorini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}A_t^\phi f(y) &= \int_{\mathbb{R}_+^2} f(y_1 - t(r_1 + u_1^{a_1} u_2^{a_2} g_1(u_1, u_2)), y_2 - t(r_2 + u_1^{b_1} u_2^{b_2} g_2(u_1, u_2)), \\&\quad y_3 - t(r_3 + u_1^{c_1} u_2^{c_2} g_3(u_1, u_2))) \cdot \psi_1(u_1, u_2) \sqrt{\phi(u_1, u_2)} du_1 du_2.\end{aligned}$$

Bunda  $\phi(u_1, u_2) = EG - F^2$  kasr darajali qator,  $E, F, G$  lar (3) sirtning birinchi kvadratik formasining koeffitsientlari,  $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^3)$  va

$$\psi_1(u_1, u_2) = \psi\left(r_1 + u_1^{a_1} u_2^{a_2} g_1(u_1, u_2), r_2 + u_1^{b_1} u_2^{b_2} g_2(u_1, u_2), r_3 + u_1^{c_1} u_2^{c_2} g_3(u_1, u_2)\right).$$

(1) ga ko'ra  $A_t^\phi f$  operatorga mos maksimal operator quyidagicha aniqlanadi:

$$\mathcal{M}^\phi f(y) := \sup_{t>0} |A_t^\phi f(y)|, \quad y \in \mathbb{R}^3.$$

$\mathcal{M}^\phi f$  maksimal operatorni (3) sirtning  $(r_1, r_2, r_3)$  singulyar nuqtasining yetarlicha kichik atrofida o'rganamiz va bu operator  $L^p(\mathbb{R}^3)$  fazoda bazi  $p$  ( $p > 2$ ) larda chegaralanganligini va ba'zi  $p$  larda chegaralanmaganligini o'rganamiz. Bu ishda  $\mathcal{M}^\phi f$  maksimal operatorning quyidagi chegaralanganlik ko'rsatkichi topildi:

$$p(S) = \max \left\{ \frac{a_1}{b_1 + c_1}, \frac{a_2}{b_2 + c_2}, \frac{b_1}{a_1 + c_1}, \frac{b_2}{a_2 + c_2}, \frac{c_1}{a_1 + b_1}, \frac{c_2}{a_2 + b_2} \right\}.$$

Quyidagi teorema ishning asosiy natijasidir.

**Teorema.** Faraz qilaylik,  $\{g_i(u_1, u_2)\}_{i=1}^3$  funksiyalar  $\mathbb{R}^2$  fazoda koordinatalar boshining yetarlicha kichik atrofida aniqlangan haqiqiy kasr darajali qatorlar bo'lib,  $g_i(0,0) \neq 0$  bo'lsin, hamda  $B_1 B_2 B_3 \neq 0$  shart bajarilsin. U holda  $(r_1, r_2, r_3)$  nuqtaning shunday kichik  $U$  atrofi topiladiki, ixtiyoriy  $\psi_1 \in C_0^\infty(U)$  funksiya uchun  $\mathcal{M}^\phi f$  maksimal operator  $p > \max\{p(S), 2\}$  bo'lganda  $L^p(\mathbb{R}^3)$  fazoda chegaralangan bo'ladi. Bundan tashqari, agar yuqoridagi shartlar o'rinli va  $\psi_1(0,0) > 0$ ,  $p(S) > 2$  bo'lsa, u holda  $\mathcal{M}^\phi f$  maksimal operator  $2 < p \leq p(S)$  bo'lganda  $L^p(\mathbb{R}^3)$  fazoda chegaralanmagan bo'ladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Bourgain J., Averages in the plane convex curves and maximal operators, J.Anal. Math., 47, (1986), 69-85.
2. Greenleaf A. , Principal curvature and harmonic analysis, Indiana Univ. Math. J., 30(4). (1981). 519-537.
3. Greenblatt M.,  $L^p$  boundedness of maximal averages over hypersurfaces in  $\mathbb{R}^3$ . Trans. Amer. Math. Soc., (2013), 365. P. 1875–1900.
4. Ikromov I.A., Kempe M., Müller D., Estimates for maximal functions associated to hypersurfaces in  $\mathbb{R}^3$  and related problems of harmonic analysis. Math. 204. (2010), 151-271.

5. Ikromov I.A., Usmanov S.E., On boundedness of maximal operators associated with hypersurfaces. J Math Sci. 264, (2022), 715-745.
6. Iosevich A., Maximal operators, associated to families of flat curves in the plane. Duke Math. J., 76(2), 1994, 633-644.
7. Sogge C.D., Maximal operators associated to hypersurfaces with one nonvanishing principal curvature. In Fourier analysis and partial differential equations, Stud. Adv. Math., pages 317-323. CRC, Boca Raton, FL, 1995.
8. Stein E. M., Maximal functions. Spherical means, Proc.Nat. Acad. Sci. U.S.A., 73(7), (1976), 2174-2175.
9. Usmanov S. E., On the Boundedness of Maximal Operators Associated with Singular Surfaces, J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 17(4), (2024), 455-463.

## KLASSIK SOHALARDA BERILGAN KABAYASI SHARLARIDA ANIQLANGAN AKSLANTIRISHNI GOLOMORF DAVOM ETTIRISH

**Kamoliddinova D.R.**

*O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston*  
*dilnavozkamoliddinova734@gmail.com*

$\mathbb{C}^n$  fazoda chegaralangan sohada bigolomorf akslantirishga nisbatan invariant bo'lgan metrikalarni kiritish mumkin [1-2].

Faraz qilaylik  $D(D \subset \mathbb{C}^n)$  chegaralangan soha bo'lsin.  $U \subset \mathbb{C}$  tekislikdagi birlik doira,  $\mathcal{G}(D, U)$  deb  $D$  sohani  $U$  birlik doiraga akslantiruvchi barcha golomorf akslantirishlar to'plamini belgilaymiz.

**Ta'rif.** Kobayasi differensial metrikasi quyidagicha aniqlanadi.  $z_0 \in D, v \in \mathbb{C}^n$  bo'lsin.

$$K_D(z_0, v) = \inf \left\{ \frac{1}{r} : f \in \mathcal{G}(U, D), f(0) = z_0, f'(0) = rv, (r > 0) \right\}$$

$p, q \in D$  nuqtalar orasidagi Kobayasi masofasi

$$k_D(p, q) = \inf_{\gamma} \int_{\alpha}^{\beta} K_D(\gamma(t), \gamma'(t)) dt$$

bunda  $\gamma : [\alpha, \beta] \rightarrow D$   $p$  va  $q$  nuqtalardan o'tuvchi silliq egri chiziq.

$D_r(z_0) = \{z \in D : k_D(z_0, z) < r\}$  orqali Kobayasi masofasiga nisbatan markazi  $z_0$  nuqtada, radiusi  $r$  ga teng bo'lgan sharni belgilaymiz.

$\mathbb{C}[m \times m]$  dagi umumlashgan birlik  $\tau_2$  doira quyidagicha aniqlanadi:

$$\tau_2 = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : ZZ^* < I, Z = Z'\}$$

bu yerda  $Z^*$  matritsa  $Z$  ga qo'shma va transponerlangan. Ma'lumki  $\tau_2$  to'liq doirasimon qavariq soha.

Ushbu ishda Kobayasi sharlarida aniqlangan akslantirishni sohaga golomorf davom ettirish masalasi o'rganilgan.

**Teorema.** Faraz qilamiz  $Z_0, W_0 \in \tau_2 \times \tau_2$  bo'lib,

$$D_{\tau_2 \times \tau_2}^r(Z_0) = \{W \in \tau_2 \times \tau_2 : k_{\tau_2 \times \tau_2}(Z_0, W) < r\},$$

$$D_{\tau_2 \times \tau_2}^r(W_0) = \{W \in \tau_2 \times \tau_2 : k_{\tau_2 \times \tau_2}(W_0, W) < r\}$$

markazi mos ravishda  $Z_0, W_0$  bo'lgan Kobayasi metrikasidagi sharlar bo'lsin.

Agar  $f \in D_{\tau_2 \times \tau_2}^r(Z_0) \rightarrow D_{\tau_2 \times \tau_2}^r(W_0)$  bigolomorf akslantirish uchun  $f(Z_0) = W_0$  bo'lsa, u holda bu akslantirish

$$f: \tau_2 \times \tau_2 \rightarrow \tau_2 \times \tau_2$$

akslantirishga bigolomorf davom etadi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Masaaki Suzuki., the interensic metricson the circular domains in  $\mathbb{C}^n$ . Pacific journal of mathematics tics vol 112.1984
2. Б.В. Шабат Введение в комплексный анализ.— М.: Наука, 1985. Часть 2

### HAR XIL CHEKSIZLIKDA TURLI $N$ - ZONALI POTENSIALLARGA YAQIN POTENSIALLI SHTURM – LIUVILL OPERATORI UCHUN TESKARI MASALA YECHISHNING ASOSIY INTEGRAL TENGLAMASINI KELITIRIB CHIQARISH

**A.B. Ne'matov, J.A.Mardonov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, O'zbekiston*

*e-mail: akbar.1969@mail.ru*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada har xil cheksizlikda turli  $N$  - zonali potensiyallarga yaqin potensialli Shturm - Liuvill operatori ushuni teskari masala yechishning asosiy integral tenglamasi keltirib chiqarilgan.

**Abstract.** In this paper, the main integral equation for solving the inverse problem for the Sturm-Liouville operator with potential nearly to different  $N$  -zone potentials at infinities.

**Аннотация.** В данной статье выведено основное интегральное уравнение для решения обратной задачи для оператора Штурма-Лиувилля с потенциалом близким в разных бесконечностях к различным  $N$  -зонным.

**Kalit so'zlar:** Shturm-Liuvill operatori, xos qiymat, xos funksiya, spektr, sochilish nazariyasining berilganlari, chekli zonali potensial, integral tenglama.

**Key words:** Sturm-Liouville operator, eigenvalue, eigenfunction, spectr, scattering datas, finit-zone potential, integral equation.

**Ключевые слова:** оператор Штурма-Лиувилля, собственное значение, собственная функция, спектр, данные рассеяния, конечнозонный потенциал, интегральное уравнение.

$L_2(R^1)$  fazoda quyidagi differensial ifoda bilan hosil qilingan o'z-o'ziga qo'shma operatorni qaraymiz

$$Hy \equiv -y'' + q(x)y = \lambda y, \quad (-\infty < x < \infty) \quad (1)$$

bu yerda  $q(x)$  funksiya haqiqiy bo'lib,

$$(1+x^2)|q(x) - q_N^{(1)}(x)| \in L_1(0, \infty), \quad (1+x^2)|q(x) - q_N^{(2)}(x)| \in L_1(-\infty, 0). \quad (2)$$

shartlarni qanoatlantiradi,  $q_N^{(1)}(x)$ ,  $q_N^{(2)}(x)$ , funksiyalar umumiy holda davriy bo'lmagan turli chekli zonali potensiyallar.

Ushbu ishda (2) potensiallar sinfida Shturm - Liuvill operatori ushuni teskari masala yechishning asosiy integral tenglamasi keltirib chiqarilgan.

Spektrlari ustma-ust tushuvchi o'z-o'ziga qo'shma

$$H_N^{(j)}y \equiv -y'' + q_N^{(j)}(x)y = \lambda y, \quad (-\infty < x < \infty), \quad j=1, 2, \quad (3)$$

operatorlarni qaraymiz,

$$\sigma(H_N^{(1)}) = \sigma(H_N^{(2)}) = E_N = [0, \lambda_1] \cup [\mu_1, \lambda_2] \cup \dots \cup [\mu_N, \infty).$$

(3) tenglamalarning Veyl-Blox yechimlari

$$\varphi_{1,2}(x, \lambda) = \sqrt{\frac{P(x, \lambda)}{P(\lambda)}} \exp \left\{ \pm i \sqrt{R(\lambda)} \int_0^x \frac{du}{P(u, \lambda)} \right\}, \quad j = 1, \text{ bo'lsa}$$

$$\psi_{1,2}(x, \lambda) = \sqrt{\frac{Q(x, \lambda)}{Q(\lambda)}} \exp \left\{ \pm i \sqrt{R(\lambda)} \int_0^x \frac{du}{Q(u, \lambda)} \right\}, \quad j = 2, \text{ bo'lsa}$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda

$$R(\lambda) = \lambda \prod_{k=1}^N (\lambda - \lambda_k)(\lambda - \mu_k), \quad P(x, \lambda) = \prod_{k=1}^N (\lambda - \xi_k^{(1)}(x)),$$

$$Q(x, \lambda) = \prod_{k=1}^N (\lambda - \xi_k^{(2)}(x)),$$

$\xi_k^{(j)}(t)$   $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $j = 1, 2$  lar  $q_N^{(j)}(x+t)$  potentsiallarga mos keluvchi spektral parametrlar.

(1) tenglamaning

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x, \lambda) - \varphi_1(x, \lambda)) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (g(x, \lambda) - \psi_2(x, \lambda)) = 0, \quad \lambda \in \overset{o}{E}_N.$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini  $f(x, \lambda)$ ,  $g(x, \lambda)$  orqali belgilaymiz.

$$\lambda \neq 0, \lambda_1, \mu_1, \dots, \lambda_N, \mu_N \quad \text{bo'lganda} \quad \{f(x, \lambda), \overline{f(x, \lambda)}\}, \{g(x, \lambda), \overline{g(x, \lambda)}\}$$

$\lambda \in \overset{o}{E}_N$  funksiyalar jufti (1) tenglamaning yechimlarining fundamental sistemasini tashkil etadi

$$g(x, \lambda) = c_{11}(\lambda) f(x, \lambda) + c_{12}(\lambda) \overline{f(x, \lambda)},$$

$$f(x, \lambda) = c_{22}(\lambda) g(x, \lambda) + c_{21}(\lambda) \overline{g(x, \lambda)},$$

bu yerda

$$c_{11}(\lambda) = \frac{P(\lambda)}{2i\sqrt{R(\lambda)}} W\{g(x, \lambda), \overline{f(x, \lambda)}\}, \quad c_{12}(\lambda) = \frac{P(\lambda)}{2i\sqrt{R(\lambda)}} W\{f(x, \lambda), g(x, \lambda)\},$$

$$c_{21}(\lambda) = \frac{Q(\lambda)}{2i\sqrt{R(\lambda)}} W\{f(x, \lambda), g(x, \lambda)\}, \quad c_{22}(\lambda) = -\frac{Q(\lambda)}{2i\sqrt{R(\lambda)}} W\{f(x, \lambda), \overline{g(x, \lambda)}\}.$$

$C = (c_{ij}(\lambda))_{i,j=1,2}$  matrisaga o'tish matrisasi deyiladi.

**I.**  $c_{12}(\lambda)$  va  $c_{21}(\lambda)$  funksiyalar lakunlarda yotuvchi chekli sondagi  $\{\tilde{\lambda}_k\}_{k=0}^l$ , nollarga ega bo'ladi.  $c_{12}(\lambda)$ ,  $c_{21}(\lambda)$  funksiyalarning nollari karraliligi ikkidan yuqori emas.  $H$  operatorning xos qiymatlari  $c_{12}(\lambda)$  va  $c_{21}(\lambda)$  funksiyalarning nollari bilan ustma-ust tushadi.

**II.**  $m_k^+$ ,  $m_k^-$  orqali  $f(x, \tilde{\lambda}_k)$ ,  $\hat{g}(x, \tilde{\lambda}_k)$  xos funksiyalar normasiga teskari miqdorlarni belgilaymiz

$$(m_k^+)^{-1} = \|f(x, \tilde{\lambda}_k)\|, \quad (m_k^-)^{-1} = \|\hat{g}(x, \tilde{\lambda}_k)\|,$$

bu yerda

$$\hat{g}(x, \tilde{\lambda}_k) = \begin{cases} g(x, \tilde{\lambda}_k), & \lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda) \equiv 0, \text{ bo'lsa} \\ \lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} (Q(\lambda) g(x, \lambda) / 2i\sqrt{R(\lambda)}), & \lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda) \neq 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

$m_k^+$ ,  $m_k^-$  sonlar quyidagi munosabatlar bilan bog'langan:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda) \equiv 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, l \text{ bo'lsa, } (m_k^+)^{-2} \cdot (m_k^-)^{-2} = -4R(\tilde{\lambda}_k) \cdot \frac{(\dot{c}_{12}(\tilde{\lambda}_k))^2}{(P(\tilde{\lambda}_k))^2};$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda) \neq 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, l \text{ bo'lsa, } (m_k^+)^{-2} \cdot (m_k^-)^{-2} = (\dot{c}_{21}(\tilde{\lambda}_k))^2.$$

$C = (c_{ij}(\lambda))_{i,j=1,2}$ , matrisa funksiyalari,  $\tilde{\lambda}_k \in R^1 \setminus \overset{o}{E}_N$ , xos qiymatlar va  $m_k^\pm$ ,  $k = 0, 1, \dots, l$  normallovchi o'zgarmaslar to'plami  $H$  operatorning sochilish nazariyasi berilganlari deyiladi.

Ushbu ishda berilgan sochilishlar yordamida (1) tenglamaning  $q(x)$  potensialini tiklovchi teskari maslaniy asosiy integral tenglamasi keltirib chiqarilgan:

$$K^+(x, y) + F^+(x, y) + \int_x^\infty K^+(x, t) F^+(t, y) dt = 0, \quad (y > x),$$

$$K^-(x, y) + F^-(x, y) + \int_{-\infty}^x K^-(x, t) F^-(t, y) dt = 0, \quad (y < x)$$

bu yerda

$$F^+(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{E'_N} \frac{c_{11}(s)}{c_{12}(s)} \varphi_1(x, s^2) \varphi_1(y, s^2) \frac{P(s^2)}{\sqrt{R(s^2)}} ds +$$

$$+ \sum_{k=0}^l (m_k^+)^2 \varphi_1(x, \tilde{\lambda}_k) \varphi_1(y, \tilde{\lambda}_k),$$

$$F^-(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{E'_N} \frac{c_{22}(s)}{c_{21}(s)} \psi_2(x, s^2) \psi_2(y, s^2) \frac{Q(s^2)}{\sqrt{R(s^2)}} ds +$$

$$+ \sum_{k=0}^l (m_k^-)^2 \hat{\psi}_2(x, \tilde{\lambda}_k) \hat{\psi}_2(y, \tilde{\lambda}_k),$$

$$\hat{\psi}_2(x, \tilde{\lambda}_k) = \begin{cases} \psi_2(x, \tilde{\lambda}_k), & \text{agar } \lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda) \equiv 0 \text{ bo'lsa,} \\ \lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} \frac{Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda)}{2i\sqrt{R(\lambda)}}, & \text{agar } \lim_{\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}_k} Q(\lambda) \psi_2(x, \lambda) \neq 0 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Hasanov A.B., "Shturm - Liuvill chegaraviy masalalari nazariyasiga kirish", I- qism, «Fan» nashriyoti, Toshkent - 2011. - 500 bet.
2. Hasanov A.B. Shturm-Liuvillchegaraviy masalalar nazariyasiga kirish. II-qism. T.: «TURON-IQBOL», 2014. - 528 bet.
3. Фирсова Н.Е. Обратная задача рассеяния для возмущенного оператора Хилла. Мат. заметки, 1975, т. 18, № 6, с. 831-843.
4. Левитан Б.М., Хасанов А.Б. Оценка функции Коши в случае конечно-зонных потенциалов. Функц. ан.и его прилож., 1992, т. 26, № 2, с.18-28.
5. Левитан Б.М., Саргсян И.С. "Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака", М.: Наука, 1988, с.432.
6. Марченко В.А. "Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения", Киев: Наукова думка, 1977, с.332.



# MARKAZIY LIMIT TEOREMASI ASOSIDA ISHONCHLI INTERVALLAR QURISH VA ULARNING AMALIY MASALALARDA QO‘LLANILISHI

B.T.Bekmuradov., X. Abdurasulov., E.O.Tufliev., Sh.O.Xolbekov

*Qarshi davlat texnika universiteti*

[B.BEKMURADOV@ALUMNI.NSU.RU](mailto:B.BEKMURADOV@ALUMNI.NSU.RU)

[XALILABDURASULOV41@GMAIL.COM](mailto:XALILABDURASULOV41@GMAIL.COM)

## Statistik tasimotning tanlanma xarakteristikolari.

**Annotatsiya.** Maqolada markaziy limit teoremasi asosida ishonchli intervallar qurishning nazariy va amaliy jihatlari yoritiladi. Normal, Student va  $\chi^2$  taqsimotlari orqali parametrlarni baholash usullari ko‘rsatilib, qishloq xo‘jaligi va texnik nazoratga oid misollar bilan asoslanadi.

**Kalit so‘zlar:** markaziy limit teoremasi; matematik statistika; tanlanma o‘rtacha; tanlanma dispersiya; ishonchli interval; normal taqsimot; Student taqsimoti;  $\chi^2$ -taqsimot; parametrlarni baholash.

**Аннотация.** В статье освещаются теоретические и практические аспекты построения доверительных интервалов на основе центральной предельной теоремы. Рассматриваются методы оценки параметров с использованием нормального распределения, распределений Стьюдента и  $\chi^2$ , а также примеры из сельского хозяйства и технического контроля.

**Ключевые слова:** центральная предельная теорема; математическая статистика; выборочное среднее; выборочная дисперсия; доверительный интервал; нормальное распределение; распределение Стьюдента;  $\chi^2$ -распределение; оценивание параметров.

**Abstract.** The article discusses theoretical and practical aspects of constructing confidence intervals based on the Central Limit Theorem. It presents parameter estimation methods using the normal, Student’s t and  $\chi^2$  distributions, supported by examples from agriculture and technical quality control.

**Keywords:** central limit theorem; mathematical statistics; sample mean; sample variance; confidence interval; normal distribution; Student’s t-distribution;  $\chi^2$ -distribution; parameter estimation.

**Kirish.** Hozirgi zamon ilm-fani, texnika, iqtisodiyot, qishloq xo‘jaligi va ishlab chiqarish jarayonlarida katta hajmdagi statistik ma‘lumotlar bilan ishlash zarurati tobora ortib bormoqda. Turli obyektlar, hodisalar va jarayonlar haqida umumiy xulosa chiqarish ko‘pincha to‘liq bosh to‘plamni emas, balki undan olingan ma‘lum hajmdagi tanlanmani o‘rganish orqali amalga oshiriladi. Bunday vaziyatda tanlanma natijalarining bosh to‘plam parametrlarini qanchalik aniqlik bilan ifodalashi muhim ilmiy-amaliy masala hisoblanadi.

Matematik statistikaning asosiy vazifalaridan biri — tanlanma ma‘lumotlariga tayanib, bosh to‘plamning noma‘lum parametrlarini baholash, bahoning aniqligini aniqlash va ushbu baholash natijalarining ishonchlilik darajasini ko‘rsatishdan iborat. Ayniqsa, bosh to‘plamning matematik kutilishi, dispersiyasi va o‘rtacha kvadratik chetlanishini baholashda intervalli baholash usullari katta ahamiyatga ega.

Markaziy limit teoremasi bu jarayonda nazariy asos vazifasini bajaradi. Mazkur teorema shuni ko‘rsatadiki, yetarlicha katta hajmli tanlanmalarda ko‘plab bog‘liqmas tasodifiy miqdorlarning yig‘indisi yoki o‘rtacha qiymati normal taqsimotga yaqinlashadi. Bu esa amaliyotda noma‘lum parametrlarni baholash, ishonchli intervallar qurish va statistik qarorlar qabul qilish imkoniyatini beradi.

**Markaziy limit teoremasining statistik baholashdagi o‘rni.** Markaziy limit teoremasi ehtimollar nazariyasining eng muhim natijalaridan biridir. Uning mazmuni shundan iboratki, bir

xil taqsimlangan, o'zaro bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar yig'indisi yoki ularning o'rtacha qiymati tanlanma hajmi ortib borgani sari normal taqsimotga yaqinlashadi.

Aytaylik,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — o'zaro bog'liqmas va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo'lsin. Ularning matematik kutilishi  $a$ , dispersiyasi esa  $\sigma^2$  ga teng bo'lsa, tanlanma o'rtacha qiymat quyidagicha aniqlanadi:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}.$$

Markaziy limit teoremasiga ko'ra,  $n$  yetarlicha katta bo'lganda  $\bar{X}$  tasodifiy miqdor taqriban normal taqsimotga ega bo'ladi:

$$\bar{X} \sim N\left(a, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

Bu natija matematik statistikada juda katta ahamiyatga ega. Chunki amaliyotda bosh to'plamning haqiqiy matematik kutilishi  $a$  ko'pincha noma'lum bo'ladi. Uni bevosita aniqlash imkoni bo'lmaganda, tanlanma o'rtacha qiymat  $\bar{X}$  orqali baholash mumkin. Markaziy limit teoremasi esa ushbu bahoning taqsimotini aniqlashga va ishonchli interval qurishga imkon beradi. **Nuqtaviy va intervalli baholash tushunchasi.** Statistik baholash ikki asosiy ko'rinishda amalga oshiriladi: nuqtaviy baholash va intervalli baholash.

Nuqtaviy baholashda noma'lum parametr bitta son orqali baholanadi. Masalan, bosh to'plamning matematik kutilishi  $a$  uchun tanlanma o'rtacha qiymat  $\bar{X}$ , dispersiya  $\sigma^2$  uchun esa tuzatilgan tanlanma dispersiya  $S^2$  nuqtaviy baho sifatida olinadi.

Biroq nuqtaviy baho har doim ham yetarli bo'lavermaydi. Chunki tanlanma tasodifiy tanlab olingani sababli, har bir tanlanma boshqa-boshqa natija berishi mumkin. Shuning uchun amaliyotda ko'pincha noma'lum parametrni bitta son bilan emas, balki ma'lum oraliq bilan baholash maqsadga muvofiq bo'ladi. Bu oraliq ishonchli interval deb ataladi.

Ishonchli interval — noma'lum parametrni berilgan ishonchlilik darajasi bilan qoplaydigan oraliqdir. Agar  $\theta$  noma'lum parametr,  $\theta^*$  uning statistik bahosi bo'lsa, u holda

$$P(|\theta^* - \theta| < \delta) = \gamma$$

munosabat  $\gamma$  ishonchlilik bilan  $\theta$  parametr  $\theta^* - \delta$  va  $\theta^* + \delta$  oralig'ida yotishini bildiradi.

Bu yerda  $\delta$  — bahoning aniqligi,  $\gamma$  esa ishonchli ehtimol yoki ishonchlilik darajasi deyiladi. Amaliyotda ko'pincha  $\gamma=0,90$ ;  $\gamma=0,95$ ;  $\gamma=0,99$  kabi qiymatlardan foydalaniladi.

**Dispersiya ma'lum bo'lganda matematik kutilish uchun ishonchli interval.** Bosh to'plam normal taqsimlangan va uning o'rtacha kvadratik chetlanishi  $\sigma$  ma'lum bo'lsin. Noma'lum matematik kutilish  $a$  ni tanlanma o'rtacha qiymat  $\bar{X}$  orqali baholash talab etiladi.

Markaziy limit teoremasi va normal taqsimot xossalariga ko'ra, quyidagi standartlashtirilgan tasodifiy miqdor normal taqsimotga ega bo'ladi:

$$Z = \frac{\bar{X} - a}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

Berilgan  $\gamma$  ishonchlilik uchun  $t$  soni Laplas funksiyasi yoki standart normal taqsimot jadvalidan aniqlanadi. Natijada matematik kutilish  $a$  uchun ishonchli interval quyidagicha yoziladi:

$$\bar{X} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < +t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Bu formuladan ko'rinadiki, tanlanma hajmi  $n$  ortgan sari interval uzunligi qisqaradi. Demak, tanlanma hajmi qancha katta bo'lsa, baholash shuncha aniq bo'ladi. Biroq ishonchlilik darajasi  $\gamma$  ortsa, interval kengayadi. Chunki yuqori ishonchlilikka erishish uchun noma'lum parametrni qamrab oluvchi oraliq kengroq olinadi.

Masalan, elektr lampalar partiyasidan 100 ta lampa tanlab olingan bo'lsin. Tanlanmadagi lampalarning o'rtacha yonish davomiyligi 1000 soat, o'rtacha kvadratik chetlanishi esa 40 soat deb berilgan. 0,95 ishonchlilik uchun  $t=1,96$  deb olinadi. U holda:

$$1000 - 1,96 \cdot \frac{40}{\sqrt{100}} < a < 1000 + 1,96 \cdot \frac{40}{\sqrt{100}}$$

Natijada:

$$992,16 < a < 1007,84.$$

Demak, jami partiyadagi lampalarning o'rtacha yonish davomiyligi 95% ishonchlilik bilan 992,16 soatdan 1007,84 soatgacha bo'lgan oraliqda joylashadi.

**Dispersiya noma'lum bo'lganda Student taqsimoti asosida ishonchli interval.** Amaliyotda bosh to'plamning o'rtacha kvadratik chetlanishi  $\sigma$  ko'pincha noma'lum bo'ladi. Bunday holatda  $\sigma$  o'rniga tanlanma asosida hisoblangan tuzatilgan o'rtacha kvadratik chetlanish  $S$  dan foydalaniladi. Bu esa normal taqsimot o'rniga Student taqsimotini qo'llashni talab etadi.

Agar bosh to'plam normal taqsimlangan bo'lsa va  $\sigma$  noma'lum bo'lsa, quyidagi tasodifiy miqdor Student taqsimotiga ega bo'ladi:

$$T = \frac{\bar{X} - a}{S/\sqrt{n}}$$

Bu yerda ozodlik darajasi  $n - 1$  ga teng bo'ladi. Berilgan  $\gamma$  ishonchlilik va  $n - 1$  ozodlik darajasi bo'yicha Student taqsimoti jadvalidan  $t_\gamma$  qiymat topiladi. Shunda matematik kutilish uchun ishonchli interval quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{X} - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Ushbu formula ayniqsa tanlanma hajmi kichik bo'lganda muhim ahamiyatga ega. Chunki kichik tanlanmalarda normal taqsimot orqali baholash yetarli aniqlik bermasligi mumkin. Student taqsimoti esa tanlanma hajmini va dispersiyaning noma'lumligini hisobga oladi.

Bu yondashuv qishloq xo'jaligida rejalashtirish, hosilni oldindan chamalash, mehnat va moddiy resurslarni taqsimlash, mahsulot hajmini prognoz qilish kabi amaliy masalalarda muhim ahamiyatga ega.

**Dispersiya va o'rtacha kvadratik chetlanish uchun ishonchli interval.** Matematik statistikada faqat matematik kutilishni emas, balki dispersiya va o'rtacha kvadratik chetlanishni ham baholash zarur bo'ladi. Ayniqsa, ishlab chiqarishda mahsulot sifati, texnik o'lchashlarning aniqligi, detallar o'lchamlarining barqarorligi, asboblarning xatolik darajasini baholashda dispersiya muhim ko'rsatkich hisoblanadi.

Agar bosh to'plam normal taqsimlangan bo'lsa, dispersiyani baholashda  $\chi^2$ -taqsimotdan foydalaniladi. Bunda quyidagi munosabat asosiy rol o'ynaydi:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2.$$

Bu yerda  $S^2$  — tuzatilgan tanlanma dispersiya,  $\sigma^2$  — bosh to'plam dispersiyasi,  $n - 1$  esa ozodlik darajasidir.

Berilgan ishonchlilik darajasi bo'yicha  $\chi^2$ -taqsimot jadvalidan kerakli kritik qiymatlar olinadi va dispersiya uchun ishonchli interval quriladi. O'rtacha kvadratik chetlanish uchun esa dispersiya intervalining har ikki tomonidan kvadrat ildiz olinadi.

Ushbu yondashuv texnik nazoratda katta ahamiyatga ega. Masalan, biror fizik kattalik sistematik xatosiz asbob yordamida bir necha marta o'lchansa, o'lchashlarning tasodifiy xatolari o'rtacha kvadratik chetlanish orqali xarakterlanadi. Agar o'lchashlar soni 10 ta bo'lsa va tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanish 0,8 ga teng bo'lsa, asbob aniqligini 0,95 ishonchlilik bilan baholash

mumkin. Bunda  $\chi^2$ -taqsimot asosida haqiqiy o'rtacha kvadratik chetlanish uchun ishonchli interval aniqlanadi.

Bu usul o'lchov asboblari tekshirish, laboratoriya natijalarining aniqligini baholash, ishlab chiqarish jarayonlarida sifat nazoratini tashkil etish kabi vazifalarda qo'llaniladi.

**Markaziy limit teoremasining amaliy masalalardagi ahamiyati.** Markaziy limit teoremasining amaliy ahamiyati shundaki, u turli sohalarda uchraydigan tasodifiy jarayonlarni normal taqsimot yordamida tahlil qilishga imkon beradi. Ko'plab real jarayonlarda yakuniy natija juda ko'p mayda tasodifiy omillar ta'sirida shakllanadi. Masalan, hosildorlikka tuproq unumdorligi, namlik, harorat, agrotexnik ishlov, urug' sifati kabi omillar ta'sir qiladi. Detal o'lchamiga esa stanok holati, material sifati, operator harakati, o'lchash xatosi va texnologik rejim ta'sir ko'rsatadi.

Bunday omillar ko'p bo'lgan holatda ularning umumiy ta'siri ko'pincha normal taqsimotga yaqinlashadi. Shuning uchun MLT real amaliy masalalarni matematik modellashda qulay nazariy vosita bo'lib xizmat qiladi.

Shuningdek, MLT ta'lim jarayonida ham qo'llanilishi mumkin. Masalan, talabalar reyting natijalari, test ballari, nazorat ishlari natijalari statistik tahlil qilinsa, umumiy o'zlashtirish darajasi, o'rtacha ball va natijalarning tarqoqligini aniqlash mumkin. Bu orqali ta'lim sifati haqida ilmiy asoslangan xulosa chiqariladi.

**Tahlil va natijalar.** Yuqoridagi nazariy tahlillardan ko'rinadiki, markaziy limit teoremasi matematik statistikada uchta asosiy vazifani bajaradi.

Birinchidan, u tanlanma o'rtacha qiymatning taqsimotini aniqlashga imkon beradi. Bu esa noma'lum matematik kutilishni baholash uchun nazariy asos yaratadi.

Ikkinchidan, MLT ishonchli intervallar qurishda normal taqsimotdan foydalanish imkonini beradi. Ayniqsa, tanlanma hajmi katta bo'lganda bu yondashuv amaliy jihatdan qulay va samarali hisoblanadi.

**Xulosa.** Markaziy limit teoremasi matematik statistikaning nazariy va amaliy asoslaridan biri bo'lib, tanlanma ma'lumotlari asosida bosh to'plam parametrlarini baholash imkonini beradi. Ushbu teorema yordamida tanlanma o'rtacha qiymatning normal taqsimotga yaqinlashishi asoslanadi va noma'lum matematik kutilish uchun ishonchli intervallar quriladi.

Amaliy misollar shuni ko'rsatadiki, markaziy limit teoremasi qishloq xo'jaligi, ishlab chiqarish, texnik nazorat, fizik o'lchashlar va ta'lim natijalarini statistik tahlil qilishda keng qo'llaniladi. U tanlanma asosida umumiy xulosa chiqarish, baholash aniqligini belgilash va qarorlar qabul qilishda muhim ilmiy vosita hisoblanadi.

Demak, markaziy limit teoremasi va ishonchli intervallar nazariyasini chuqur o'rganish matematik statistika fanining amaliy qiymatini oshiradi hamda real jarayonlarni ilmiy asosda tahlil qilish imkonini beradi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdurasulov X. Markaziy limit teoremasining qishloq xo'jalik masalalarini yechishga tatbiqi. Qarshi muhandislik-iqtisodiyot instituti, 2023.
2. Abdurasulov X., Bekmurodov B.T. Differensial tenglamalarning iqtisodiyot masalalarini yechishda qo'llanilishi. 4-jild, 33-son, 2026.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1–2. — М.: Мир, 1984.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высшая школа, 2010.
5. Крамер Х. Математические методы статистики. — М.: Мир, 1975.

6. Ширяев А.Н. Вероятность. — М.: Наука, 1989.
7. Mood A.M., Graybill F.A., Boes D.C. Introduction to the Theory of Statistics. — New York: McGraw-Hill, 1974.
8. Casella G., Berger R.L. Statistical Inference. — Belmont: Duxbury Press, 2002.

## KO‘P O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYALAR EKSTREMUMI VA ULARNING AMALIY AHAMIYATI

**S.Y.Jalolova, S.Z.Qarshiyev**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali, O‘zbekiston*  
email: samandar71862@gmail.com

**Annotatsiya:** Maqolada ko‘p o‘zgaruvchili funktsiyalarning lokal, qat’iy va shartli ekstremumlari zaruriy hamda yetarli shartlar asosida tizimli tahlil qilingan. Statsionar nuqta atrofida funksiya orttirmasi Teylor formulasi yordamida fundamental kvadratik forma ko‘rinishiga joylashtirish. Veyershtass teoremasi vositasida birlik sferada formaning chegaralanganligi qat’iy isbotlangan. Nazariy va amaliy-iqtisodiy masalalarni hal qilish..

**Kalit so‘zlar:** ekstremum, statsionar, Teylor, sfera, minimum.

### Lokal Ekstremum Tushunchasining Ilmiy-Nazariy Asoslari

Ko‘p o‘zgaruvchili funktsiyalarning ekstremumlarini tadqiq etish matematik tahlil, variatsion hisob va optimallashtirish nazariyasining fundamental yo‘nalishlaridan biridir. Zamonaviy iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish, sun’iy intellekt algoritmlari, neyron tarmoqlarini optimallashtirish va muhandislik konstruksiyalarini belgilash masalalari to‘g‘ridan-to‘g‘ri o‘zgaruvchili funktsiyalar ekstremumlarini texnik metodologiyasiga tayanadi.

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyasi ochiq  $M \subset \mathbb{R}^n$  to‘plamda berilgan bo‘lsin va  $(x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \in M$  nuqtani qaraylik.

**Ta’rif 1.** Agar  $x^0$  nuqtaning shunday  $U_\delta(x^0) = \{x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : \rho(x, x^0) < \delta\}$  atrofi mavzu bo‘lsaki,  $(\forall x \in U_\delta(x^0))$  uchun  $(f(x) \leq f(x^0))$  mos ravishda  $f(x) \geq f(x^0)$  bo‘lsa  $f(x)$  funksiya  $x^0$  nuqtada lokal maksimumga (local minimumga) ega deyiladi  $f(x^0)$  qiymat esa funksiyaning ekstremum qiymati deb ataladi.

**Ta’rif 2.** Agar  $\forall x \in U_\delta(x^0) \setminus \{x^0\}$  uchun qat’iy  $f(x) < f(x^0)$  (yoki  $f(x) > f(x^0)$ ) tengsizligi bajarilsa,  $x^0$  nuqta funksiyaning qat’iy maksimum (qat’iy minimum) nuqtasi hisoblanadi.

2. Ekstremumning zaruriy sharti va uning isboti.

Agar  $f(x)$  funksiya  $x^0$  nuqtada ekstremumga erishsa va shu nuqtada barcha  $f'_{x_1}, f'_{x_2}, \dots, f'_{x_n}$  xususiy hosilalarga ega bo‘lsa, u holda shu nuqtada barcha xususiy hosilalar nolga teng bo‘ladi:

$$f'_{x_1}(x^0) = 0, \quad f'_{x_2}(x^0) = 0, \quad \dots, \quad f'_{x_n}(x^0) = 0$$

**Isboti:** Aytaylik,  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiya  $x^0$  nuqtada maksimumga ega bo‘lsin. Ta’rifga ko‘ra  $x^0$  Nuqtaning shunday  $U_\delta(x^0) \subset M$  atrofi mavjudki  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$  o‘rinli. Xususan, faqat  $x_1$  o‘zgaruvchini o‘zgartirib, qoganlarini statsionar (o‘zgarmas) saqlasak, quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$f(x_1, x_2^0, \dots, x_n^0) \leq f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$$

Bu esa bir o‘zgaruvchili funksiya uchun Fermat teoremasi ko‘ra  $f'_{x_1}(x^0) = 0$  ifodalaydi.

### Shartli Ekstremum Muammosi va Lagranj Ko'paytuvchilari Usuli

Amaliy masalalarda, ayniqsa iqtisodiy va texnik modellarda o'zgaruvchilarga ma'lum xizmatlar qo'yiladi.  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  funksiyaning  $\varphi_j(x_1, \dots, x_n) = 0 (j = 1, \dots, m; m < n)$

bog'lanish tenglamalarini qanoatlantiruvchi ekstremumlari *shartli ekstrimumlar* deyiladi. Shartli ekstremumni topish uchun Lagranj funksiyasi tuziladi:

$$L(x_1, \dots, x_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = f(x_1, \dots, x_n) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \varphi_j(x_1, \dots, x_n)$$

Bu yerda  $\lambda_j$  — Lagranj ko'paytuvchilari. Zaruriy shartga ko'ra,  $L$  funksiyasining barcha xususiy hosilalari nolga tenglashtiriladi va statsionar nuqtalar aniqlanadi:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, n), \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = \varphi_j = 0 \quad (j = 1, \dots, m)$$

### Amaliy-Iqtisodiy Masala va Uning Bosqichma-Bosqich Analitik Yechimi

Firma ikki turdagi mahsulot ishlab chiqaradi. Ishlab chiqarish xarajatlari funksiyasi  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$  ko'rinishga ega. Firmaning umumiy ishlab chiqarish rejasi bo'yicha jami mahsulotlar miqdori  $x + y = 30$  dona bo'lishi shart. Firmaning xarajatlarini eng kam darajaga tushiruvchi mahsulotlar hajmini aniqlang.

Yechish: Bu shartli ekstremum masalasidir. Cheklov tenglamasi:  $\varphi(x, y) = x + y - 30 = 0$

Lagranj funksiyasini tuzamiz:

$$L(x, y, \lambda) = x^2 + xy + y^2 + \lambda(x + y - 30)$$

Zaruriy shartga binoan xususiy hosilalarni topamiz va ularni nolga tenglashtiramiz:

$$\begin{aligned} 1. \frac{\partial L}{\partial x} &= 2x + y + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -2x - y \\ 2. \frac{\partial L}{\partial y} &= x + 2y + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -x - 2y \\ 3. \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= x + y - 30 = 0 \end{aligned}$$

Birinchi va ikkinchi tenglamalardagi  $\lambda$  ning qiymatlarini tenglashtiramiz:

$$-2x - y = -x - 2y \Rightarrow 2x - x = 2y - y \Rightarrow x = y$$

Topilgan munosabatni uchinchi cheklov tenglamasiga qo'yamiz:

$$x + x = 30 \Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15, \quad y = 15$$

Ushbu  $M(15, 15)$  statsionar nuqtani yetarli shart bo'yicha tekshirish uchun ikkinchi tartibli xususiy hosilalardan Gesse matritsasini tuzamiz:

$$A = \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} = 2, \quad B = \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} = 1, \quad C = \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} = 2$$

Determinantni hisoblaymiz:  $\Delta = AC - B^2 = 2 \cdot 2 - 1^2 = 3 > 0$ .  $\Delta > 0$  va  $A = 2 > 0$  bo'lganligi sababli, Silvestir kriteriyesiga ko'ra kvadratik forma musbat aniqlangan. Demak,  $M(15, 15)$  nuqtada shartli minimum mavjud.

Firmaning minimal xarajatlari qiymati:

$$f(15, 15) = 15^2 + 15 \cdot 15 + 15^2 = 225 + 225 + 225 = 675$$

pul birigini tashkil etadi.

### Xulosa:

Oliy matematika va optimallashtirish nazariyasida ko'p o'zgaruvchili funksiyalar ekstremumlarini topish algoritmlari murakkab tizimlarni muvozanatlashning asosi hisoblanadi. Fermat va Veyershtass teoremlariga asoslangan Teylor yoyilmasi hamda kvadratik formalar klassifikatsiyasi funksiyaning statsionar nuqtadagi xarakterini qat'iy aniqlash imkonini beradi. Shartli ekstremumlar va Lagranj ko'paytuvchilari usuli bugungi kunda iqtisodiyotda resurslarni optimal taqsimlashda hamda zamonaviy IT texnologiyalarida (neyron tarmoqlari vaznlarini sozlashda) eng samarali matematik apparat bo'lib xizmat qilmoqda.

### Foydalanilgan Adabiyotlar:

1. Tojiyev Sh.R. *Matematik analiz (Oliy matematika asoslari)*. Toshkent, 2021. – 320 b.
2. Fixtengols G.M. *Kurs differensialnogo i integralnogo ischisleniya*. Tom 1, Moskva: Nauka, 2018. – 608 s.
3. Temirbekov A.A. *Matematik analiz prinsiplari*. Almati: Bilim, 2018. – 245 b.

## MARKAZIY LIMIT TEOREMASINING MATEMATIK STATISTIKADA QO'LLANISHI

**B.T.Bekmuradov., X. Abdurasulov., E.O.Tufliyev**

*Qarshi davlat texnika universiteti*

[B.BEKMURADOV@ALUMNI.NSU.RU](mailto:B.BEKMURADOV@ALUMNI.NSU.RU)

**Annotatsiya.** Maqolada ehtimollar nazariyasining markaziy limit teoremasi (MLT)ning matematik statistika masalalarida, ayniqsa taqsimot parametrlarini baholash jarayonida qo'llanishi yoritiladi. Avvalo tanlanma statistik taqsimoti va uning asosiy sonli xarakteristikalarini (tanlanma o'rtacha qiymat, tanlanma dispersiya, o'rtacha kvadratik chetlanish, moda, mediana hamda variatsiya koeffitsienti) ta'riflanadi va hisoblash formulalari keltiriladi. Keyingi qismda taqsimot parametrlarining statistik baholari tushunchasi ochib berilib, siljimagan (unbiased), asosli (consistent) va effektiv (efficient) baholar haqida ta'rif va xulosalar bayon qilinadi.

**Kalit so'zlar:** markaziy limit teoremasi; matematik statistika; tanlanma o'rtacha; tanlanma dispersiya; ishonchli interval; normal taqsimot; Student taqsimoti;  $\chi^2$ -taqsimot; parametrlarni baholash; Laplas funksiyasi.

### Statistik tasimotning tanlanma xarakteristikalarini.

Ko'pincha amaliyotda tanlanma ma'lumotlarga asoslanib bosh to'lam belgisining muhim xarakteristikalarini bilish (hisoblash) zaruriyati tug'uladi. Masala, qishloq xo'jaligi sohasidagi ishchilarining o'rtacha oylik maoshi yoki o'rtacha yillik daromadi, ekinlardan (paxta, bug'doy, sholi va boshqalar) joriy yilda yilda olinadigan o'rtacha hosil, taqsimotning sonli xarakteristikalaridan foydalaniladi.

Aytaylik Bosh to'plamning  $X$  son belgisiga ko'ra hajmi  $n$  ga teng bo'lgan tanlanma to'plam olingan bo'lsin va tanlanma to'plamning statistik taqsimotini tuzamiz:

|       |       |       |       |      |       |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | .... | $x_k$ |
| $n_i$ | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | .... | $n_k$ |

bu yerda  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ .

Statistik taqsimotning sonli xarakteristikalarini bo'lib, tanlanma o'rtacha qiymat, tanlanma dispersiya, tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanish, moda, median va variatsiya koeffitsientlari xizmat qiladi.

**Ta'rif 1.** Tanlanma o'rtacha qiymat deb, tanlanma to'plam belgisining arifmetik o'rtacha qiymatiga aytiladi va uni  $\bar{x}_T$  bilan belgilanadi.

Agar  $n$  hajmli tanlanma belgisining barcha qiymatlari  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  turlicha bo'lsa u holda

$$\bar{x}_t = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \quad (1)$$

Agar belgining  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  qiymatlari mos ravishda  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$  chastotalarga ega va  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$  bo'lsa, u holda tanlanma o'rtacha qiymati quyidagiga teng.

$$\bar{x}_t = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k n_k = \frac{1}{n} (n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \dots + n_k x_n) \quad (2)$$

**Eslatma.** Tanlanma o'rtacha qiymat tanlanmadan tanlanmaga o'tilganda o'zgarib boradi, shuning uchun tasodifiy moqdor deb qarash mumkin. Bu esa  $\bar{x}_T$  ning taqsimot funksiyasi, bu sonli taqsimotning xarakteristikalari. Masalan, matematik kutilishi va dispersiyasi haqida so'z yuritish mumkinligini ko'rsatadi.

Agar taqsimotning intervali variatsion qatori berilgan bo'lsa, u holda tanlanma o'rtacha qiymatni hisoblashda  $x_k$  sifatida  $k$  –intervalning o'rtachasi olinadi.

Tanlanma o'rtacha qiymat statistik taqsimot haqida to'liq ma'lumot bermaydi. Ko'pincha amaliyotda kuzatiladigan qiymatning  $\bar{x}_T$  atrofida qanday joylashganini bilish kerak bo'ladi. Masalan, korxonadagi ishchilarning yillik daromadi, ishchilarning o'rtacha yillik daromadidan qanchaga farqlanishi amaliy ahamiyatga ega.

$x_k$  kuzatiladigan qiymatlarning  $\bar{x}_t$  o'rtacha qiymati atrofida sohilishini xarakterlash maqsadida tanlanma dispersiya kiritiladi.

Tanlanma dispersiya deb,  $X$  belgining kuzatiladigan qiymatlarini ularning  $X_T$  o'rtacha qiymatidan chetlanishi kvadratlarining o'rtacha arifmetik qiymatiga aytiladi va uni  $D_T$  bilan belgilanadi.

Agar  $n$  hajmli tanlanma belgisining barcha  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  qiymatlari mos ravishda  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$  chastotalarga ega bo'lsa, u holda tanlanma dispersiyasi

$$D_T = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n n_k (x_k - \bar{x}_T)^2 \quad (3)$$

$$\text{yoki} \quad D_T = (x)^2 - (\bar{x}_t)^2 \quad (3^*)$$

Agar belgining  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  qiymatlari turlicha bo'lsa, u holda tanlanma dispersiyasi

$$D_T = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n n_k (x_k - \bar{x}_T)^2 \quad (4).$$

Tanlanma kvadratik chetlanish deb, tanlanma dispersiyadan olingan kvadrat ildizga aytiladi:

$$\sigma_T = \sqrt{D_T} \quad (5)$$

Katta chastotaga ega bo'lgan variant qiymatiga moda deyiladi va uni  $M_0$  bilan belgilanadi. Statistik taqsimotni teng ikki qismga bo'ladigan variantning qiymati mediana deb aytiladi va u  $M_e$  bilan belgilanadi.

$$\begin{cases} x_{k+1}, & \text{agar } n = 2k + 1 \text{ bo'lsa,} \\ \frac{1}{2}(x_k + x_{k+1}), & \text{agar } n = 2k \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

Turli tanlanmalar qiymatlarining o'rtacha qiymati atrofida tarqoqligini taqqoslash maqsadida variatsiya koeffitsientidan foydalaniladi. Variatsiya koeffitsienti  $V_T$  bilan belgilanadi.

$$V_T = \frac{\sigma_T}{x_T} \cdot 100\%$$

**Masala 1.** Yetishtirilgan yangi nav kartoshka hosildorligini o'rganish maqsadida kartoshka maydonidan 50 tupi qazilgan. Bu tuplardagi kartoshkalar soni quyidagi tanlanma to'plamidan iborat: 6, 7, 5, 8, 3, 7, 9, 5, 8, 7, 4, 6, 8, 7, 5, 8, 10, 6, 7, 8, 9, 7, 8, 9, 9, 6, 7, 5, 10, 9, 7, 8, 6, 11, 7, 5, 4, 6, 7, 8, 11, 9, 6, 8, 10, 12. Bu ma'lumotlarga asoslanib, tanlanma diskret variatsion qatori



va uning sonli xarakteristikalari: tanlanma o'rtacha qiymati, tanlanma dispersiyasi, o'rtacha kvadratik chetlanishi, modasi, medianasi va variatsiya koeffitsiyenti topilsin.

**Yechilishi**  $k$ -to'pdan olingan kartoshkalar son  $X_k$ (dona) orqali belgilaymiz. Qazilgan 50 tupning har biridan olingan kartoshkalar soni  $X_k$  ning qiymatlarini o'sish tartibida yozib chiqamiz: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12 va hosil qilingan variatsion qator yordamida tanlanma statistik taqsimotini tuzamiz:

|       |   |   |   |   |    |   |   |    |    |    |
|-------|---|---|---|---|----|---|---|----|----|----|
| $x_i$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $n_i$ | 1 | 2 | 5 | 8 | 12 | 9 | 6 | 4  | 2  | 1  |

Endi tuzilgan statistik taqsimot yordamida tanlanma sonli xarakteristikalarni hisoblaymiz:

1)  $X_T$  ning qiymati (2) formula bo'yicha:

$$\bar{X}_T = \frac{1}{50}(1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 12 \cdot 7 + 9 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 11 + 1 \cdot 12) = 7,06$$

2) Tanlanma dispersiyasi (3\*) formula orqali hisoblash qulaydir, qayerda  $\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2$ , bizning masala uchun

$$\overline{x^2} = \frac{1}{50}(1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 5 \cdot 5^2 + 8 \cdot 6^2 + 12 \cdot 7^2 + 9 \cdot 8^2 + 6 \cdot 9^2 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 11^2 + 1 \cdot 12^2) = 57,8$$

$$D_T = \overline{x^2} - (\bar{x}_T)^2 = 57,8 - (7,06)^2 = 57,8 - 49,84 = 7,96$$

3) O'rtacha kvadratik chetlanish:  $\sigma_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{7,96} = 2,82$ ;

4) Variatsiyaning moda qiymati:  $M_0 = 7$ , medianani topamiz: variantlar soni juft bo'lganligidan,  $2k = 10, M_e = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}(7 + 8) = 7,5$ .

Variatsiya qulochi wsa  $R = (\max X - \min X) = 12 - 3 = 9$  Variatsiya koeffitsienti:  $V_T = 40\%$

**Xulosa.** Ushbu  $D_T = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n n_k (x_k - \bar{x}_T)^2$ ,  $S^2_T = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}_T)^2 n_k$  formulani taqqoslasak, ular

bir-biridan maxrajlari bilan farqlanadi. Tanlanma hajmi  $n$  yetarli katta bo'lganda, ular bir-biriga yaqin bo'ladi,  $n > 30$  da  $S^2_T$  dan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. X.Abdurasulov . Markaziy limit teoremasining qishloq xo'jalik masalalariga yechishga tatbiqi. "Qarshi muhandislik iqtisodiyot instituti" 2023/1. Qarshi. 5-bet.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1–2. – М.: Мир, 1984.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2010.
4. Лаплас П.С. Аналитическая теория вероятностей. – М.: Наука, 1986.
5. Крамер Х. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984.
7. Ширяев А.Н. Вероятность. – М.: Наука, 1989.
8. Mood A.M., Graybill F.A., Boes D.C. Introduction to the Theory of Statistics. – New York: McGraw-Hill, 1974.
9. Casella G., Berger R.L. Statistical Inference. – Belmont: Duxbury Press, 2002.

# О НЕТЕРОВОСТИ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ СО СДВИГОМ ИМЕЮЩИМ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ТОЧКИ В ПРОСТРАНСТВАХ ГЕЛЬДЕРА

Маматов Ш.К., Мардиев Р., Усмонов Б.З.

Шароф Рашидов номидаги Самарканд давлат университети Ургут филиали доцентлари  
E-mail: [mamatov.shamsiddin@samduuf.uz](mailto:mamatov.shamsiddin@samduuf.uz)

Теория линейных краевых задач и уравнений, в которых предельные значения искомых функций вычисляются в различных точках несущего контура, нашла свое первоначальное отражение еще в работах Римана. С такими задачами естественным образом связаны сингулярные интегро-функциональные уравнения и соответствующие им операторы, у которых линии особенностей ядер задаются отображениями (сдвигами) кривой интегрирования на себя. В начале XX века такими задачами занимались Гильберт, Газеман и Карлеман.

К настоящему моменту изучение сингулярных интегральных операторов со сдвигом на основе получения качественной характеристики-построения теории Нетера-сложилась в самостоятельный раздел теории интегральных операторов. Основополагающими в этом направлении являются исследования Г.С. Литвинчука [1]. В последующем различные аспекты этой теории рассматривались в работах В.Г. Кравченко, Ю.И. Карловича и других авторов. Подробное изложение истории вопроса, а также библиографию можно найти в статье [4]. как дополнение к монографии [1].

Пусть  $\Gamma$  — простой замкнутый гладкий контур,  $\alpha$  — сохраняющий ориентацию диффеоморфизм  $\Gamma$  на себя с непустым множеством периодических точек  $F$ . В банаховом пространстве

Гельдера  $H_\mu(\Gamma)$ ,  $0 < \mu \leq$

1, рассмотрим сингулярный интегральный оператор

$$U = A_1 P_+ + A_2 P_- \quad (1)$$

где  $P_\pm = \frac{1}{2}(I \pm S)$ ,  $I$  — тождественный оператор  $S$  — оператор сингулярного интегрирования с ядром Коши на контуре  $\Gamma$ . действующий по формуле

$$(Sf)(t) = \frac{1}{\pi i} \int \frac{f(x)}{x-t} dx, \quad x, t \in \Gamma,$$

коэффициент  $A_i$  — функциональный оператор вида

$$A_i = a_i I - b_i W, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

$a_i, b_i$  — операторы умножения на функции,  $W$

— оператор сдвига, определяемый по формуле

$$(Wf)(t) = f(\alpha(t)), \quad t \in \Gamma.$$

Метод исследования и характер получаемых для сингулярных интегральных операторов со сдвигом (1)-(2) результатов существенно зависят от пространств, свойств коэффициентов  $a_i, b_i$ , функции сдвига  $\alpha(t)$  и контура  $\Gamma$ .

Как известно (см. например [1]), линейный ограниченный оператор  $U$  называется нетеровым, если образ оператора замкнут, а дефектные числа  $\chi_1 = \dim \text{Ker } U$ ,  $\chi_2 = \dim \text{Coker } U$  конечны. Целое число  $\text{Ind } U = \chi_1 - \chi_2$  является топологическим инвариантом нетероваго оператора  $U$  и называется его индексом.

По существу в основе исследования на нетеровость оператора (1) лежит изучение функциональных операторов (2), что естественным образом приводит к изучению обратимости этих операторов. Таким образом, результаты о функциональных операторах направлены на приложения к нетеровости сингулярных интегральных операторов. В то же

время исследование функциональных операторов представляет значительный самостоятельный интерес.

В настоящей статье получены критерий обратимости операторов (2) и нетеровость оператора (1) в пространствах Гельдера  $H_\mu(\Gamma)$ . При нетеровости получена формула для вычисления индекса оператора  $U$ .

$A = a(t)I - b(t)W$ , где  $a(t), b(t) \in H_\mu(\Gamma)$ ,  $I$  – тождественный оператор,  $(Wf)(t) = f(\alpha(t))$  – оператор сдвига,  $t \in \Gamma$ . При этом предполагается, что непустым множеством периодических точек  $F$ . Отметим, что в [2] при дополнительном ограничении  $\text{card} F < \infty$  анонсированы критерий обратимости оператора  $A$  в  $H_\mu(\Gamma)$ , где  $\Gamma$  – простая замкнутая гладкая ориентированная кривая комплексной плоскости.

Доказываются необходимые и достаточные условия обратимости оператора  $A$  с некарлемановским сдвигом, имеющим периодические точки (см. [1], с. 23). Никаких ограничений на множество  $F$  при этом не накладывается. Заметим, что структура множества  $F$  может быть весьма сложной. В связи с этим условия обратимости оператора  $A$  в этом случае по виду отличаются от условия обратимости оператора  $A$  при дополнительном предположении  $\text{card} F < \infty$  (см. [2], теорема 2).

Нам понадобятся некоторые обозначения. Обозначим для краткости  $\Gamma^F = \text{Int}(\Gamma \cap F)$  – объединение открытых дуг, на которых  $\alpha$  действует, как тождественное отображение,  $F$  – граница множества  $F$ ,  $\gamma$  – сужение некоторого отображения,  $\chi_\Gamma$  – оператор умножения на характеристическую функцию контура  $\Gamma$ .

Для  $g(t) \in H_\mu(\Gamma)$  обозначим:

$$g^\sim(t) = |g(t)| |\alpha'(t)|^\mu, g^\pm(t) = \lim_{k \rightarrow \pm\infty} |g^\sim(\alpha_k(t))|, t \in \Gamma \setminus \text{Int} F,$$

где  $\alpha_{-k}$  при  $k > 0$  – отображение, обратное  $\alpha_k$ ,  $\alpha_k(t) = \alpha(\alpha_{k-1}(t))$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Пусть  $\gamma^\sim$  – компонента связности множества  $\Gamma \setminus F$ . Тогда [1] для любой точки  $t \in \gamma^\sim$  последовательность  $\alpha_k(t)$  при  $k \rightarrow \infty$  сходится к одному из концов  $\gamma^\sim$  (притягивающей неподвижной точке отображения  $\alpha$ ), а последовательность  $\alpha_{-k}$  – к другому (отталкивающей неподвижной точке).

Полагаем

$$v^\pm(t) = a^\pm(t) - b^\pm(t), t \in \Gamma \setminus \text{Int} F.$$

Для функций  $a(t), b(t) \in H_\mu(\Gamma)$  введем множества

$$\gamma^> = \{t \in \Gamma \setminus \text{Int} F : v^+(t) > 0\},$$

$$\gamma^< = \{t \in \Gamma \setminus \text{Int} F : v^-(t) < 0\}.$$

По функциям  $a(t), b(t) \in H_\mu(\Gamma)$  определим на  $\Gamma$  функцию

$$\sigma_\Gamma(t) = \begin{cases} a(t) - b(t), & t \in \text{Int} F \\ a(t), & t \in \gamma^> \\ b(t), & t \in \gamma^< \\ 0, & t \in \Gamma \setminus (\Gamma^F \cup \gamma^> \cup \gamma^<) \end{cases}$$

Доказана следующая

**Т е о р е м а.** Для обратимости оператора  $A$  в  $H_\mu(\Gamma)$ ,  $0 < \mu \leq 1$ , необходимо и достаточно, выполнение следующих условий

- 1)  $a(t) \neq b(t), t \in F$ ;
- 2)  $\sigma_\Gamma(t) \neq 0, t \in \Gamma$ .

В дальнейшем нам понадобится следующая

**Л е м м а.** Спектральный радиус оператора  $T_g = gW$  в  $H_\mu(\Gamma)$  по формуле

$$R_\mu = \max\{\sup_{t \in F} |g(t)|, \sup_{t \in F} g^\sim(t)\}. \quad (4)$$

где  $\tilde{g}(t) = |g(t)| |\alpha'(t)|^\mu$ .

- 3) Теперь приступим к изучению оператора (1). При этом используя результатов пункта 1), получим критерий нетеровости и формула для вычисления индекса оператора (1).

Критерий нетеровости оператора  $U$  дает следующая

Теорема. Следующие утверждения эквивалентны:

- 1)  $U$  нетеров в  $H_\mu(\Gamma)$ ;
- 2)  $A_i$  обратим для каждого  $i=1,2$  в  $H_\mu(\Gamma)$ ;
- 3) для функций  $a_i(t), b_i(t) \in H_\mu(\Gamma)$  выполняется  
а)  $a_i(t) \neq 0, t \in \Gamma$ ; б)  $R_\mu^0(T_{g_i}) < 1, i = 1,2$ ,  
где  $g_i = \frac{b_i}{a_i}, i=1,2$ .

При нетеровости оператора  $U$  в  $H_\mu(\Gamma)$ , индекс оператора  $U$  вычисляется по формуле

$$\text{Ind } U = \text{ind}_\Gamma \frac{a_2(t)}{a_1(t)}. \quad (12)$$

### Литература

1. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. - М.: Наука. 1977. - 448 с.
2. Карлович Ю.И. Об обратимости функциональных операторов с некарлемановским сдвигом в пространствах Гельдера-Дифференц.уравн, 1984, т.20, №12, с.2165-2169.
3. Карлович Ю.И., Кравченко В.Г. Теория Нетера сингулярных интегральных операторов со сдвигом, имеющим периодические точки-ДАН СССР, 1976, т.231, № 2, с.277-280.
4. Карлович Ю.И., Кравченко В.Г., Литвинчук Г.С. Теория Нетера сингулярных интегральных операторов со сдвигом-Изв. ВУЗов.мат. 1983. № 4. с.3-27.

## ABEL FORMULASI VA UNING TATBIQLARI

**Mamatov Sh.Q., Suyunova S**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,*

**Annotatsiya.** Maqolada Abel formulasi ketma-ketliklar orqali ifodalanib, uning yordamida turli murakkab tengsizliklarni sodda va tizimli usulda isbotlash mumkinligi ko'rsatiladi. Xususan, formuladan foydalanib bir nechta olimpiada darajasidagi masalalar yechimi keltirilgan bo'lib, ularda noodatiy shartlar ostida tengsizliklarni isbotlash usullari tahlil qilinadi.

**Kalit so'zlar:** Abel formulasi, tengsizliklar, ketma-ketliklar, olimpiada masalalari, matematik analiz

Niels Henrik Abel-Abel formulasi va Abel teoremlari asoschisi. U qatorlarning yaqinlashuvi va elliptik funksiyalar ustida fundamental ishlar qilgan.

Augustin-Louis Cauchy-Qatorlar va analiz nazariyasini rivojlantirgan. Abel natijalarini qat'iy asoslash va kengaytirishda katta hissa qo'shgan.

Karl Weierstrass-Analizni qat'iylashtirish ( $\varepsilon$ - $\delta$  yondashuvi) orqali Abel formulasi qo'llaniladigan nazariyani mustahkamlagan.

Émile Picard-Differensial tenglamalar nazariyasida (jumladan, Abel turidagi formulalar bilan bog'liq) muhim natijalarga erishgan.

Biz quyida ko'plab olimpiada masalalarni yechishda foydali bo'lgan ayniyatni muhokama qilamiz. Tengsizliklar olamida bu ayniyat muhim ahamiyatga ega. Bu Abel formulasidir.

**1-Teorema** (Abel formulasi). Faraz qilaylik,  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  haqiqiy sonlar ketma-ketliklari bo'lsin. Quyidagicha belgilash olamiz:

$$S_k = y_1 + y_2 + \dots + y_n \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

U holda quyidagi ayniyat o'rinli

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n = (x_1 - x_2)S_1 + (x_2 - x_3)S_2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)S_{n-1} + x_n S$$

Isbot. Belgilashga ko'ra

$$\begin{aligned} (x_1 - x_2)S_1 + (x_2 - x_3)S_2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)S_{n-1} + x_n S &= \\ = S_1 x_1 + (S_2 - S_1)x_2 + \dots + (S_n - S_{n-1})x_n &= x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n. \end{aligned}$$

Bu teoremdan quyidagi natijani to'g'ridan-to'g'ri hosil qilishimiz mumkin.

1-misol (Abel tengsizligi). Faraz qilaylik,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  va  $y_1 \geq y_2 \geq \dots y_n \geq 0$  lar haqiqiy

sonlar bo'lsin. Har bir  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$  uchun  $S_k = \sum_{i=1}^k x_i$  belgilash olamiz. Faraz qilaylik,

$M = \max\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$  va  $m = \min\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$  bo'lsin. U holda quyidagi tenglik o'rinli

$$m y_1 \leq x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \leq M y_1.$$

**Yechish.** Bu tengsizlikning faqat chap tomonini isbotlash bilan chegaralanamiz. Faraz qilaylik,  $y_{n+1} = 0$  bo'lsin. Abel formulasiga ko'ra

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{i+1}) S_i \geq \sum_{i=1}^n m (y_i - y_{i+1}) = m y_1.$$

munosabat o'rinli.

Odatda Abel formulasi yordamida isbotlanadigan tengsizliklar noodatiy shartlar bilan beriladi va bu shartlar qaralayotgan tengsizlikni boshqa usullar yordamida isbotlashda noqulayliklar tug'diradi. Quyidagi misollarni qaraylik.

2-misol. Faraz qilaylik  $a_1, a_2, \dots, a_n$  va  $b_1, b_2, \dots, b_n$  haqiqiy musbat sonlar ushbu  $a_1, a_2, \dots, a_n \geq b_1, b_2, \dots, b_n \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$  shartni qanoatlantirsin.

Quyidagi tengsizlikni isbotlang

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq b_1 + b_2 + \dots + b_n$$

**Yechish.** Abel formulasidan foydalanib quyidagi munosabatlarni yozishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{i=1}^n b_i &= \sum_{i=1}^n b_i \left( \frac{a_i}{b_i} - 1 \right) = (b_1 - b_2) \left( \frac{a_1}{b_1} - 1 \right) + (b_2 - b_3) \left( \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} - 2 \right) + \dots \\ &+ (b_{n-1} - b_n) \left( \sum_{i=1}^{n-1} \frac{a_i}{b_i} - n + 1 \right) + b_n \left( \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i} - n \right) \geq 0 \end{aligned}$$

chunki AM-GM tengsizligiga ko'ra barcha  $\forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$  lar uchun quyidagi

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \dots + \frac{a_k}{b_k} \geq k \sqrt[k]{\frac{a_1 a_2 \dots a_k}{b_1 b_2 \dots b_k}} \geq k$$

tengsizlik o'rinli.

3-misol. (AQSH MO 1994) Faraz qilaylik,  $x_1 x_2 \dots x_k$  haqiqiy musbat sonlar quyidagi shartni qanoatlantirsin  $x_1 + x_2 + \dots + x_k \geq \sqrt{k}, \forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$

Quyidagi tengsizlikni isbotlang

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \geq \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right).$$

Yechish. Umumiylikka zarar yetkazmasdan  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$  deb faraz qilishimiz

mumkin. Har bir  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$  uchun  $b_k = \frac{1}{\sqrt{k}}$  belgilash olaylik.

Biz dastlab quyidagi tengsizlikni  $2 \sum_{i=1}^n x_i^2 \geq \sum_{i=1}^n x_i b_i$  keyin esa  $2 \sum_{i=1}^n x_i b_i \geq \sum_{i=1}^n b_i^2$  tengsizlikni isbotlaymiz.

Abel formulasiga ko'ra quyidagi munosabat o'rinli

$$\sum_{i=1}^n x_i(2x_i - b_i) = (x_1 - x_2)(2x_1 - b_1) + (x_2 - x_3)(2x_1 + 2x_2 - b_1 - b_2) + \dots +$$

$$+ (x_{n-1} - x_n)(2\sum_{i=1}^{n-1} x_i - \sum_{i=1}^{n-1} b_i) + x_n(2\sum_{i=1}^{n-1} x_i - \sum_{i=1}^{n-1} b_i)$$

$x_k \geq x_{k+1}, \forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$  tengsizlik o'rinli bo'lganligi uchun biz faqatgina  $2\sum_{i=1}^{n-1} x_i \geq \sum_{i=1}^{n-1} b_i$  tengsizlikni isbotlashimiz yetarli. Shartga ko'ra quyidagi tengsizlikni isbotlash yetarli

$\sum_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{i}} \leq 2\sqrt{k}$ . Biroq, so'ngi tengsizlik quyidagi munosabatga ko'ra o'rinli

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{i}} \leq \sum_{i=1}^k \frac{2}{\sqrt{i} + \sqrt{i-1}} = 2\sum_{i=1}^k (\sqrt{i} - \sqrt{i-1}) = 2\sqrt{k}.$$

Shuningdek, Abel formulasiga ko'ra

$$\sum_{i=1}^n b_i(2x_i - b_i) = (b_1 - b_2)(2x_1 - b_1) + \dots + (b_{n-1} - b_n)(2\sum_{i=1}^{n-1} x_i - \sum_{i=1}^{n-1} b_i) + b_n(2\sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n b_i).$$

$b_k \geq b_{k+1}, \forall k \in \{1, 2, \dots, n\}$  tengsizlik o'rinli bo'lganligi uchun so'nggi yig'indidagi qo'shiluvchilar nomanfiy.

4-misol. (Rassiya MO 2000). Faraz qilaylik,  $-1 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < 1$  va  $y_1 < y_2 < \dots < y_n$

haqiqiy sonlar  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = x_1^{13} + x_2^{13} + \dots + x_n^{13}$  shartni qanoatlantirsin.

Quyidagi tengsizlikni isbotlang

$$x_1^{13} y_1 + x_2^{13} y_2 + \dots + x_n^{13} y_n < x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n.$$

Yechish. Abel formulasidan foydalanib quyidagi munosabatni yozishimiz mumkin

$$\sum_{i=1}^n y_i(x_i^{13} - x_i) = (y_1 - y_2)(x_1^{13} - x_1) + (y_2 - y_3)(x_1^{13} + x_2^{13} - x_1 - x_2) + \dots$$

$$+ (y_{n-1} - y_n)(\sum_{i=1}^{n-1} x_i^{13} - \sum_{i=1}^{n-1} x_i) + y_n(\sum_{i=1}^n x_i^{13} - \sum_{i=1}^n x_i).$$

$y_k \geq y_{k+1}, \forall k \in \{1, 2, \dots, n-1\}$  tengsizlik o'rinli bo'lganligi uchun biz faqatgina quyidagi tengsizlikni isbotlashimiz yetarli.

$$\sum_{i=1}^k x_i^{13} \geq \sum_{i=1}^k x_i \Leftrightarrow \sum_{i=1}^k x_i(x_i^{12} - 1) \geq 0.$$

Abel formulasini yana bir bor qo'llab, quyidagi munosabatni hosil qilamiz

$$\sum_{i=1}^k x_i(x_i^{12} - 1) = (x_1 - x_2)(x_1^{12} - 1) + (x_2 - x_3)(x_1^{12} + x_2^{12} - 2) + \dots$$

$$+ (x_{k-1} - x_k)(\sum_{i=1}^{k-1} x_i^{12} - k + 1) + x_k \sum_{i=1}^k x_i^{12} - k).$$

$x_i \in [-1, 1], \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$  bo'lganligi uchun  $\sum_{i=1}^j x_i^{12} \leq j, \forall j \in \{1, 2, \dots, k\}$  munosabat o'rinli.

Shuningdek,  $x_1 < x_2 < \dots < x_k$  tengsizlikka ko'ra yuqoridagi yig'indining oxirgi hadidan boshqa

barcha hadlari musbat. Agar  $x_k \leq 0$  bo'lsa, u holda  $\sum_{i=1}^k x_i(x_i^{12} - 1)$  yig'indining har bir hadi

nomanfiy bo'ladi. Agar  $x_k \geq 0$  bo'lsa, u holda  $x_1 \geq 0, \forall i \geq k+1$  munosabatga ko'ra quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$$\sum_{i=k+1}^n x_i^{13} \leq \sum_{i=k+1}^n x_i \Rightarrow \sum_{i=1}^k x_i^{13} \geq \sum_{i=1}^k x_i.$$

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. A. A. A'zamov, B. K. Xaydarov. Matematika sayyorasi. "O'qituvchi", T., 1993.
2. S. I. Afonina. Matematika va go'zallik, "O'qituvchi", T., 1987.
3. Sh. A. Ayupov, B. B. Rixsiyev, O. Sh. Qo'chqomov. Matematika olimpiadalari masalalari. I, II qismlar, „FAN“ T., 2004.

### MAXSUS TUB SONLAR.

**S.A.Suyunova**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali talabasi*

*e-mail: [SUYUNOVA.SADIYA5A@GMAIL.COM](mailto:SUYUNOVA.SADIYA5A@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya:** Maqolada Pierre de Fermat va Marin Mersenne tomonidan o'rganilgan maxsus tub sonlar — Ferma va Mersenn sonlari yoritiladi. Leonhard Euler Ferma gipotezasini rad etgani, Mersenn tub sonlari va mukammal sonlar o'rtasidagi bog'liqlik hamda ularning tarixiy rivoji qisqacha bayon qilingan.

**Kalit so'zlar:** mukammal son, tub son, natural son, ajoyib son, gipoteza.

Qadimdan dunyoning mashhur matematiklari tub sonlarni o'rganish bilan birga maxsus tub sonlarni o'rganishga katta e'tibor berib kelganlar.

XVII asrda yashagan buyuk fransuz matematigi P. Ferma  $F_n = 2^{2^n} + 1$

ko'rinishidagi sonlar bilan shug'ullanib "istalgan natural son  $n$  uchun  $F_n$  hamma vaqt tub sonni beradi"-degan gipotezani aytgan.  $F_n = 2^{2^n} + 1, n = 0, 1, 2, 3, \dots$

ko'rinishidagi sonlar Ferma sonlari deyiladi.

Misollar:

$n = 0$  bo'lganda  $F_0 = 2^{2^0} + 1 = 3$  — tub son,

$n = 1$  bo'lganda  $F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5$  — tub son,

$n = 2$  bo'lganda  $F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17$  — tub son,

$n = 3$  bo'lganda  $F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257$  — tub son

$n = 4$  bo'lganda  $F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65537$  — tub son

$n = 5$  bo'lganda  $F_5 = 2^{2^5} + 1$  o'n xonali son bo'lib, uning tub yoki murakkab ekanligini aniqlash P. Ferma uchun qiyin edi, chunki uning tub son ekanligini tekshirish uchun 100 minggacha bo'lgan tub sonlar jadvali zarur, u davrda esa bunday jadval yo'q edi.

1732 yilda L. Euler Ferma gipotezasining noto'g'riligini isbotladi. Eyler  $F_n$  ning har bir bo'luvchisi  $k \cdot 2^{n+2} + 1$  ko'rinishda bo'lishi kerakligini va  $F_5 = 2^{2^5} + 1$  ning 641 ga bo'linishini isbotladi, ya'ni  $F_5 = 641 \cdot 6700417$  ekanini aniqladi.

Keyinchalik Selyon (Shri-Lanka) matematigi Kanagasabapaxti  $F_5$  ning murakkab ekanligini elementar yo'l bilan isbotladi.

1867 yili Lendri  $n \leq 64$  bo'lganda  $2^n + 1$  va  $2^n - 1$  ko'rinishdagi sonlarning ko'paytuvchilarga ajratish jadvalini berib,  $2^{32} + 1$  ning 641 ga bo'linishini ko'rsatdi.

1880 yilda Landri  $F_6 = 274177 * 6728042131 0721$  ekanini aniqladi.

1971 yilda Morrison va Brillhart  $F_7$  ning, 1981 yilda Richard Brent va John Pollardlar  $F_8$  ning ko'paytuvchilarga yoyilishini aniqladilar.

1963 yili Selfridge va Gurvid  $F_{14}$  ning murakkab son ekanini aniqladilar.

1964 yilga kelib hammasi bo'lib 37 tasi murakkab Ferma sonlari topildi, ular  $n = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 23, 36, 38, 39, 55, 58, 63, 73, 77, 81, 117,$  bo'lgandagi  $F_n$  lardir  
125, 144, 150, 207, 226, 228, 250, 267, 268, 284, 316, 452, 1945

Fermaning eng katta tub soni  $F_4 = 65537$  dir, Fermaning eng katta murakkab soni 1984 yili Keller tomonidan aniqlangan bo'lib, u  $F_{23471}$  dir. Keller  $F_{23471}$  soni  $5 * 2^{23473} + 1$  ga bo'linishini aniqladi.

Fermaning murakkab sonlari cheklimi yoki cheksizmi?-degan savol hali isbot qilingan emas.

Agar  $2^m - 1$  soni tub son bo'lsa, u holda  $m$ -tub son bo'ladi, aksi doim ham to'g'ri bo'lavermaydi.

Ixtiyoriy  $p$ -tub son uchun  $M_p = 2^p - 1$  ko'rinishdagi sonlar mashhur fransuz matematigi Mersenn (1588-1648yy) nomi bilan ataladi.

Mersenn sonlarining ayrimlari tub, ayrimlari murakkabdir.

$p = 2$  bo'lganda  $M_2 = 2^2 - 1 = 3$  - tub son,

$p = 3$  bo'lganda  $M_3 = 2^3 - 1 = 7$  -tub son,

$p = 7$  bo'lganda  $M_7 = 2^7 - 1 = 127$  -tub son hosil bo'ladi.

$p = 11$  bo'lganda  $M_{11} = 23 * 89$  -murakkab son.

1640 yilda Mersenn  $p = 13, 17, 19, 31, 67, 127, 257$  lar uchun  $M_p$  ning tub sonlardan iboratligini isbotsiz aytib ketgan, uning  $p = 67, 257$  lar uchun chiqargan xulosasi noto'g'ri ekan. Keyinchalik  $p = 61, 89, 107$  lar uchun  $M_p$  tub son bo'lishi isbotlangan.

$M_{31} = 2^{31} - 1$  sonining tub ekanligini Eyler isbotlagan.

1903 yili Amerikadagi matematiklar yig'ilishida Kolumbiya universitetining professori Frenk Koul  $2^{67} - 1$  ning murakkab ekanligi isbotlandi:

$$2^{67} - 1 = 193707721 * 7618382572 87.$$

Bu sonning murakkab ekanligini ko'rsatish uchun undan qancha vaqt sarflanligini so'raganlarida, - "9 yilda qancha dam olish kunlari bo'lsa, shuncha vaqt"-deb aytgan.

V.A. Golubev 1956 yilda 27409 soni  $M_{571}$  ning va 6089 soni  $M_{761}$  ning bo'luvchisi bo'lishini ko'rsatdi.

1961 yilga kelib hamma  $p \leq 1193$  tub sonlar uchun  $M_p = 2^p - 1$  shaklidagi murakkab Mersenn sonlarining bo'luvchilari aniqlangan edi.

$M_{127}$  Mersenn tub soni 39 xonali son,

$M_{1279}$  Mersenn tub soni 386 xonali son,

$M_{11213}$  Mersenn tub soni 3376 xonali son,

$M_{19937}$  Mersenn tub soni 12003 xonali sonlardir.

Elektron hisoblash mashinalari yordamida  $p = 521$  dan boshlab Mersenn sonlarning tub son ekanligi isbotlandi.



Xozircha 30 ta Mersenn tub sonlari ma'lum. Ular quyidagi  $p$  larga mos keladi:

$$p = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, \\ 9689, 9941, 11213, 19937, 21701, 23209, 44497, 86243, 132049, 216091.$$

1963 yili elektron hisoblash mashinasi yordamida Donalid Jellis  $M_{11213}$  ning tub son ekanini va u 3376 xonali sondan iborat ekanini ko'rsatdi. Hozircha ma'lum bo'lgan eng kata 30-Mersenn tub soni  $M_{216091} = 2^{216091} - 1$  dir uni 1985 yili Slovinskiy aniqlagan.

Mersenn tub sonlari cheksiz ko'pmi? - degan savolga hozircha javob topilgan emas.

Ma'lum Mersenn tub sonlari, quyidagi jadvalda ko'rsatilgan:

1985 yili Keller eng kata murakkab Mersenn soni  $M_p$  ni aniqlagan, u  $\alpha = 16695 \cdot 2^{3002} - 1$  songa bo'linadi.

Mersenn tub sonlari bilan mukammal sonlar uzviy bog'liqdir. Mukammal sonlar bilan dastlab Yevklid shug'ullangan. Yevklid **mukammal son** deb, o'zidan boshqa bo'luvchilari yig'indisiga teng bo'lgan sinni atagan.

Agar  $n$  ning bo'luvchilari yig'indisini  $s_1(n)$  bilan bergilasak, u holda mukammal sonlar uchun  $s_1(n) = n$  o'rinli bo'ladi.

Masalan, 6 va 28 sonlari mukammal sonlardir:

$$6 = 1 + 2 + 3, 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.$$

Yunon olimi Platon "6 raqami juda ajoyib sonidir", -deb yozgan.

Rimliklarda, o'tkaziladigan bazmlarda oltinchi o'rin eng hurmatli, donishmand odamlarga berilgan.

1917-yili Rimda juda katta yer osti saroyi topildi, unda 28 ta xona bo'lib, u 28 a'zosi bo'lgan Pifagor nomidagi Akademiya edi.

Qadimgi greklarga (ikki ming yil oldin) faqat 4 ta mukammal sonlar ma'lum bo'lgan: 6, 28, 496, 8128. Mukammal son haqida Yevklidning quyidagi teoremasi o'rinli:

**1-teorema.** Agar  $n = 2^{k-1}(2^k - 1)$  ko'rinishda bo'lib,  $2^k - 1$  tub son bo'lsa, u holda  $n$  mukammal son bo'ladi. Bu yerda  $k > 1$ .

Haqiqatan,  $k = 2, 3, 5, 7$  bo'lganda  $2^k - 1$  mos ravishda 3, 7, 31, 127 tub sonlari bo'ladi va ularga Yevklid davrida ma'lum bo'lgan 6, 28, 496, 8128 mukammal sonlari mos keladi.

Yevkliddan keyin mukammal sonlar haqida L. Eyler quyidagi teoremani isbot qildi.

**2-teorema.** Har qanday  $n$  mukammal son  $2^{k-1}(2^k - 1)$  ko'rinishda bo'lib, bunda  $2^k - 1 (k > 1 \text{ natural son})$  tub sonidir.

Yuqoridagi mulohazalarga ko'ra mukammal sonni topish uchun  $2^k - 1$  shaklidagi Mersenn tub sonlarini olish kerak.

Shunday qilib,  $p$  tub son uchun  $n = 2^{p-1}(2^p - 1)$  mukammal sonning umumiy ko'rinishi bo'ladi.

Ba'zi  $p$  tub sonlari uchun  $n = 2^{p-1}(2^p - 1)$  mukammal sonlar jadvalini keltiramiz.

| $p$ | $2^{p-1}$ | $2^p - 1$ | Mukammal sonlar |
|-----|-----------|-----------|-----------------|
| 2   | 2         | 3         | 6               |
| 3   | 4         | 7         | 28              |
| 5   | 16        | 31        | 496             |
| 7   | 64        | 127       | 8128            |
| 13  | 4096      | 6191      | 33550336        |
| 17  | 65536     | 131071    | 858966956       |
| 19  | 262144    | 524287    | 13748691328     |

|    |            |            |                      |
|----|------------|------------|----------------------|
| 31 | 1073741824 | 2147483647 | 23058430008139952128 |
|----|------------|------------|----------------------|

E'tibor bersangiz bu jadvaldagi har bir mukammal son yoki 6 yoki 28 sonlari bilan tugallangan.

“Barcha juft mukammal sonlari 6 yoki 28 sonlari bilan tugallanadi”-degan gipoteza mavjud.

Beshinchi mukammal son 1460 yilda 33550336 topilgan.

XVI asrda matematik Katalidi oltinchi 858966956, yettinchi 13748691328, sakkizinchi 23058430008139952128 mukammal sonlarni topgan.

XIX asrda Egelgof va Pervushinlar to'qqizinchi 2658455991569831744654692615953842176 mukammal sonni topdilar.

Xozircha Mersenn tub sonlarining 30 tasi ma'lum bo'lgani uchun mukammal sonlarning ham 30 tasi ma'lum, ularning eng kichigi 6, eng kattasi  $n = 2^{216090}(2^{216091} - 1)$  dir.

Yuqoridagi mukammal sonlar juft sonlardir. Hozircha birorta ham toq mukammal son topilgan emas.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. A. A. A'zamov, B. K. Xaydarov. Matematika sayyorasi. “O'qituvchi”, T., 1993.
2. T. A. Azlarov, M. A. Mirzaahmedov, D. O. Otaqo'ziyev, M. A. Sobirov, S.T.To'laginov. Matematikadan qo'llanma (maktab o'qituvchilari uchun qo'llanma). 2-qism. O'qituvchi, T., 1990.
3. S. I. Afonina. Matematika va go'zallik. , , O'qituvchi”, T., 1987.
4. Sh. A. Ayupov, B. B. Rixsiyev, O.Sh.Qo'chqomov. Matematika olimpiadalari masalalari. I, II qismlar, „FAN“ T., 2004.

## STATIONARY SOLUTIONS TO THE REACTION–DIFFUSION EQUATION

**M.M.Bobokandov<sup>1</sup>, S.O.Yusupbayeva<sup>2</sup>, M.Sh.Tuychiyeva<sup>3</sup>**

<sup>1,2,3</sup>National University of Uzbekistan, 100174, Tashkent, Uzbekistan

\*e-mail: [M.BOBOQANDOV@NUU.UZ](mailto:M.BOBOQANDOV@NUU.UZ)

**Annotation.** We consider stationary solutions to a doubly nonlinear reaction–diffusion equation. After a change of variables, the stationary problem reduces to a second-order ordinary differential equation (ODE). An energy integral is derived and used to obtain an explicit quadrature formula for all positive regular solutions.

**Аннотация.** Мы рассматриваем стационарные решения уравнения реакции-диффузии с двойной нелинейностью. После замены переменных стационарная задача сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Выводится энергетический интеграл, который используется для получения явной квадратурной формулы для всех положительных регулярных решений.

**Annotatsiya.** Biz ikki karra nochiziqli reaksiya-diffuziya tenglamasining statsionar yechimlarini qaraymiz. Yangi o'zgaruvchilar kiritilgandan so'ng, statsionar masala ikkinchi darajali oddiy differensial tenglamaga aylanadi. Barcha musbat regular yechimlar uchun kvadratura formulasini olish uchun energiya integralidan keltirib chiqariladi va foydalaniladi.

**Keywords:** Parabolic equation, Nonlinear equation, Reaction-diffusion equation, Stationary solution, Cauchy problem.

**Ключевые слова:** Параболическое уравнение, Нелинейное уравнение, Уравнение реакции-диффузии, Стационарное решение, Задача Коши.

**Kalit so'zlar:** Parabolik tenglama, Nochiziqli tenglama, Reaksiya-diffuziya tenglamasi, Statsionar yechim, Koshi masalasi.

We study the following doubly nonlinear reaction–diffusion equation

$$\partial_t u = \partial_x (u^{m-1} \partial_x u^l) + \gamma u^\beta, \quad (x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad (2)$$

with parameters  $m \neq 1$ ,  $l, \beta \in \mathbb{R}$ , and positive regular solutions  $u \in C^{2,1}(\mathbb{R} \times (0, T)) \cap C(\mathbb{R} \times [0, T])$ .

The equation (1) use to describe diffusion (Aripov et al., 2025) - (Aripov and Bobokandov, 2025), heat transfer (Aripov et al., 2024) - (Aripov and Bobokandov, 2024), and other processes (Polyanin and Zhurov, 2021). Introduce the  $n = m + l - 1 \neq 0$  and  $\kappa = l / n$ . Then

$$\partial_x (u^{m-1} \partial_x u^l) = \kappa \partial_{xx} (u^n),$$

so the equation becomes

$$\partial_t u = \kappa \partial_{xx} (u^n) + \gamma u^\beta.$$

The stationary regime is obtained by setting  $u_t = 0$ . Writing  $y = u^n$ , one gets a second-order ODE

$$\kappa y'' + \gamma y^{\beta/n} = 0.$$

This ODE admits an energy integral, which is the main tool for the qualitative classification of stationary profiles (Polyanin and Zhurov, 2021).

**Lemma 1.** Let  $n \neq 0$  and  $\beta \neq -n$ . Then every stationary solution satisfies

$$\frac{\kappa}{2} (y')^2 + \frac{\gamma n}{\beta + n} y^{(\beta+n)/n} = C, \quad C = \text{const.}$$

Consequently,

$$x = x_0 \pm \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \int_{y_0}^y \left( C - \frac{\gamma n}{\beta + n} s^{1+\beta/n} \right)^{-1/2} ds \quad (3)$$

**Proof.** Multiply the stationary ODE by  $y'$ . Then

$$\kappa y'' y' + \gamma y^{\beta/n} y' = 0,$$

which is equivalent to

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\kappa}{2} (y')^2 + \frac{\gamma n}{\beta + n} y^{(\beta+n)/n} \right) = 0.$$

Integration yields the claimed identity, and solving for  $y'$  gives the quadrature formula (Polyanin and Zhurov, 2021).

**Lemma 2.** Assume  $\beta = n \neq \{0, 1\}$ . Then the stationary equation is equivalent to

$$u(x) = \begin{cases} (A \cos(\mu x) + B \sin(\mu x))^{1/n}, & \text{if } \gamma \kappa > 0 \\ (A \cosh(\mu x) + B \sinh(\mu x))^{1/n}, & \text{if } \gamma \kappa < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

where  $\mu = \sqrt{|\gamma / \kappa|}$ .

A useful global positivity condition can be stated for the hyperbolic branch. If  $\gamma \kappa < 0$  and  $A > |B|$ , then the solution satisfies:

$$A \cosh(\mu x) + B \sinh(\mu x) = \sqrt{A^2 - B^2} \cosh(\mu x + \mu_0) > 0.$$

From the partial differential equation viewpoint, this resonant layer identifies a special stationary manifold of the evolution equation. From the ODE viewpoint, it is the unique exponent at which the nonlinear profile equation becomes exactly linear. This is why the layer  $\beta = n$  is a natural anchor point in any classification of exact solutions.

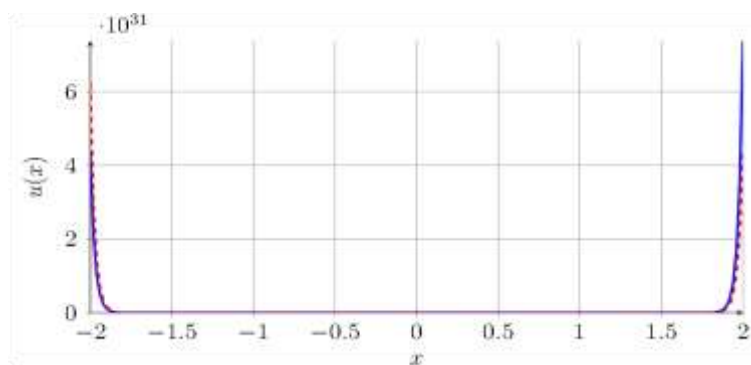


Figure 1. Typical regular profiles in the resonant stationary layer  $\beta = n$  for the hyperbolic branch. Different values of  $(A, B)$  deform the same linearized ODE family.

The case  $\beta = n$  is not merely an algebraic curiosity. It is the point where the stationary ODE loses its genuinely nonlinear character. Consequently, it serves as a natural benchmark for asymptotic formulas, shooting procedures, and numerical continuation of neighboring nonintegrable regimes.

### References

- [1] M. Aripov, M. Bobokandov, and M. Mamatkulova. “Analysis of a double nonlinear diffusion equation in inhomogeneous medium,” *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 289, no. 5, pp. 657-669, 2025. [HTTPS://DOI.ORG/10.1007/s10958-024-07384-7](https://doi.org/10.1007/s10958-024-07384-7)
  - [2] M. Aripov and M. Bobokandov. “Analysis of a double nonlinear parabolic equation with a source in an inhomogeneous medium,” *Proceedings of Institute of Mathematics & Mechanics National Academy of Sciences of Azerbaijan*, vol. 50, no. 2, pp. 285–306, 2024. [HTTPS://DOI.ORG/10.30546/2409-4994.2024.50.2.285](https://doi.org/10.30546/2409-4994.2024.50.2.285)
  - [3] M. Aripov and M. Bobokandov, and M. Mamatkulova. “To numerical solution of the non-divergent diffusion equation in non-homogeneous medium with source or absorption.” *AIP Conference Proceedings*, vol. 3085, no. 1, p. 020024, 2024. [HTTPS://DOI.ORG/10.1063/5.0194632](https://doi.org/10.1063/5.0194632)
  - [4] M. Aripov and M. Bobokandov. “Asymptotic behavior of solutions for a doubly nonlinear parabolic non-divergence form equation with density.” *AIP Conference Proceedings*, vol. 3004, no. 1, p. 060006, 2024. [HTTPS://DOI.ORG/10.1063/5.0199587](https://doi.org/10.1063/5.0199587)
- A.D. Polyanin and A.I. Zhurov, *Separation of Variables and Exact Solutions to Nonlinear PDEs*. New York: Chapman and Hall/CRC, 2021. [HTTPS://DOI.ORG/10.1201/9781003042297](https://doi.org/10.1201/9781003042297)

## M O‘ZGARUVCHI FUNKSIYA VA UNING LIMITI

*Hasanova Sevinch Nasimjon qizi*

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,*

[SAMSUNGYYY964@GMAIL.COM](mailto:SAMSUNGYYY964@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada ko‘p o‘zgaruvchili funktsiyalar nazariyasining fundamental asoslari, xususan m o‘zgaruvchili funktsiya tushunchasi va uning limiti tahlil qilingan. Maqolada  $R^m$  ko‘p o‘lchovli Evklid fazosining geometrik va metrik xossalari, nuqtaning sferik hamda parallelepipedial atroflari ekvivalentligi T. Azlarov va H. Mansurovning darslik metodologiyasi asosida yoritilgan. Shuningdek, m o‘zgaruvchili funktsiya limitining Koshi (atroflar tilida) va Geyne (ketma-ketliklar tilida) ta’riflari o‘rtasidagi uzviylik hamda ko‘p o‘lchovli fazoda limit mavjudligining o‘ziga xos geometrik xususiyatlari ochib berilgan.

**Kalit so‘zlar:** m o‘zgaruvchili funktsiya, Evklid fazosi, metrika, masofa, ochiq shar, nuqtaning atrofi, Koshi ta’rifi, Geyne ta’rifi, funktsiya limiti.

**Kirish:** Matematik analiz kursining fundamental asoslaridan biri bir o‘zgaruvchili funktsiyalar va ularning xossalari o‘rganishga qaratilgan. Biroq real dunyodagi fizik jarayonlar,

iqtisodiy qonuniyatlar va geometrik bog'liqliklar ko'p hollarda faqatgina bitta omilga emas, balki bir nechta mustaqil parametrlarga bog'liq bo'ladi. Masalan, oddiy geometriyadan ma'lum bo'lgan doiraviy silindrning hajmi ( $V=\pi r^2 h$ ) uning radiusi ( $r$ ) hamda balandligi ( $h$ ) kabi ikki o'zgaruvchiga bog'liq. Fizikadagi Om qonuniga ko'ra, zanjirdagi tok kuchi ( $J = \frac{E}{R}$ ) elektr yurituvchi kuch ( $E$ ) va qarshilik ( $R$ ) qiymatlari orqali aniqlanadi.

Tabiat va fanning turli tarmoqlarida uchraydigan mana shunday ko'p parametrlilik bog'liqliklar matematikada m o'zgaruvchili funksiya tushunchasini chuqur tadqiq etish va uning nazariy asoslarini yaratish zaruriyatini tug'dirdi. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasini tizimli bayon etish va ularning dinamikasini o'rganish uchun, dastlab, ko'p o'lchovli fazolar geometriyasini, xususan  $R^m$  Evklid fazosini va undagi masofa xossalarini aniqlab olish lozim. Ushbu maqolada m o'zgaruvchili funksiyaning aniqlanish sohasi bo'lgan  $R^m$  fazosining tuzilishi, uning muhim to'plamlari hamda ko'p o'zgaruvchili funksiya limiti tushunchasining matematik ta'riflari va ularning mohiyati batafsil tahlil qilinadi.

### Asosiy qism: 1. $R^m$ Fazosi va Undagi Masofa Tushunchasi

m o'zgaruvchili funksiyaning aniqlanish sohasi bo'lgan  $R^m$  fazosi (yoki m o'lchovli Evklid fazosi) deb ataladi:

$$R^m = \{x \in R^n : x = (x_1, x_2, \dots, x_m)\}$$

$R^m$  to'plamining har bir  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  elementi fazoning nuqtasi, u yerda qatnashgan  $x_1, x_2, \dots, x_m$  sonlar esa mos ravishda  $x$  nuqtaning koordinatalari deyiladi. Ikki nuqtaning tengligi ularning barcha mos koordinatalarining tengligi orqali ta'riflanadi.

Fazoda nuqtalar o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganish uchun metrika, ya'ni masofa tushunchasi kiritiladi. Ixtiyoriy  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  va  $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  nuqtalar orasidagi Evklid masofasi quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$\rho(x, y) = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + \dots + (y_m - x_m)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (y_i - x_i)^2}$$

Bu masofa funksiyasi metrika shartlarini to'la qanoatlantiradi:

1. Aksioma (Manfiy emaslik):  $\rho(x, y) \geq 0$  va  $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
2. Simmetriklik xossasi:  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ .
3. Uchburchak tengsizligi:  $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z) \ (\forall x, y, z \in R^m)$ . Bu xossa fundamental Koshi-Bunyakovskiy tengsizligiga tayanib isbotlanadi.

### 2. $R^m$ Fazosidagi Muhim To'plamlar va Nuqtaning Atrofi

Limit tushunchasini mukammal bayon etish uchun fazodagi maxsus geometrik to'plamlarni aniqlash zarur. Biror  $a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_m) \in R^m$  nuqta va  $r > 0$  son berilgan bo'lsin.

Ochiq shar: Markazi  $a$  nuqtada va radiusi  $r$  ga teng bo'lgan  $\{x \in R^m : \rho(x, a) < r\}$  to'plamdir.

Parallelepiped: Koordinata o'qlariga parallel bo'lgan  $\{x \in R^m : a_i \leq x_i \leq b_i, i=1, \dots, m\}$  ko'rinishdagi to'plamdir.

Nuqtaning atrofi:  $x^0 \in R^m$  nuqtaning  $\epsilon$ -atrofi (sferik atrofi) deb, markazi  $x^0$  nuqtada, radiusi  $\epsilon > 0$  bo'lgan ochiq sharga aytiladi va u  $U_\epsilon(x^0) = \{x \in R^m : \rho(x, x^0) < \epsilon\}$  deb belgilanadi. Shuningdek, tahlilda ochiq parallelepiped ko'rinishidagi atroflardan ham  $\epsilon$ anday sferik atrof ichiga parallelepipedni va har qanday parallelepiped ichiga ma'lum sferik atrofni joylashtirish mumkin.

### 3. m O'zgaruvchili Funksiya Tushunchasi

Aytilik,  $R^m$  fazosida biror  $D$  to'plam ( $D \subset R^m$ ) berilgan bo'lsin. Agar  $D$  to'plamdagi har bir  $x=(x_1, x_2, \dots, x_m)$  nuqtaga biror qoida yoki qonuniyatga ko'ra aniq bir haqiqiy  $y$  soni ( $y \in R$ ) mos qo'yilgan bo'lsa,  $D$  to'plamda m o'zgaruvchili funksiya aniqlangan deyiladi va u quyidagicha belgilanadi:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \text{ yoki } y = f(x)$$

Bunda  $D$  to'plam funksiyaning aniqlanish sohasi,  $x_1, x_2, \dots, x_m$  lar erkli o'zgaruvchilar (argumentlar),  $y$  esa bog'liq o'zgaruvchi hisoblanadi.

#### 4. m O'zgaruvchili Funksiyaning Limiti

Ko'p o'zgaruvchili funksiya limiti bir o'zgaruvchili funksiya limitiga qaraganda murakkabroq xarakterga ega, chunki argument  $x$  nuqta limit nuqtasi  $a$  ga fazoning ixtiyoriy yo'nalishi bo'yicha intilishi mumkin. Limit tushunchasini ikki xil ekvivalent usulda - Geyne (ketma-ketliklar tilida) va Koshi ( $\epsilon - \delta$  tilida) ta'riflash mumkin.

Faraz qilaylik,  $y = f(x)$  funksiya  $D \subset R^m$  sohada berilgan bo'lsin va  $a = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_m)$  nuqta  $D$  to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

A) Koshi ta'rif ( $\epsilon - \delta$  tilida)

B) Agar ixtiyoriy  $\epsilon > 0$  soni uchun shunday bir  $\delta > 0$  soni topilsaki, funksiyaning aniqlanish sohasidan olingan va  $0 < \rho(x, a) < \delta$  shartni qanoatlantiruvchi barcha  $x$  nuqtalarda

$$|f(x) - L| < \epsilon$$

tengsizlik bajarilsa,  $L$  soni  $f(x)$  funksiyaning  $x \rightarrow a$  dagi limiti deb ataladi va

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ yoki } \lim_{x_1 \rightarrow a_1} f(x_1, \dots, x_m) = L$$

ko'rinishida yoziladi.

B) Geyne ta'rif (Ketma-ketlik tilida)

Agar  $D$  to'plamning nuqtalaridan tuzilgan va  $a$  nuqtaga yaqinlashuvchi har qanday  $\{x^{(n)}\}$  ketma-ketlik ( $x^{(n)} \neq a$ ) olinganda ham, unga mos ravishda funksiya qiymatlaridan iborat  $\{f(x^{(n)})\}$  sonli ketma-ketlik har doim bitta  $L$  soniga intilsa  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x^{(n)}) = L$ ,  $L$  soni funksiyaning limiti deyiladi.

Kariyeraviy va geometrik ma'nosi:  $m=2$  bo'lgan holatda (ikki o'zgaruvchili funksiya  $z=f(x,y)$ ), argument  $(x,y)$  nuqta tekislik bo'ylab  $(a_1, a_2)$  nuqtaga spiral simon, to'g'ri chiziqli yoki ixtiyoriy egri chiziq bo'ylab intilganda ham funksiya faqat va faqat bitta  $L$  qiymatiga ega bo'lishi shart. Agar turli chiziqlar bo'ylab intilganda turlicha limitlar hosil bo'lsa, u holda ko'p o'zgaruvchili funksiyaning bu nuqtada limiti mavjud bo'lmaydi.

**Xulosa.**  $m$  o'zgaruvchili funksiyalar va ularning limiti tushunchalarini o'rganish matematik analizni amaliyotga tatbiq etishning yangi ufqlarini ochadi. Biz ushbu maqolada ko'p o'lchovli Evklid fazosining metrik xossalari o'rganish orqali funksiya argumentlarining o'zaro joylashish qonuniyatlarini ko'rib chiqdik. Koshi va Geyne ta'riflarining berilishi murakkab ko'p o'lchovli jarayonlarni sonlar ketma-ketliklari va atroflar tili orqali qat'iy modellashirish imkonini beradi. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning limiti uning keyingi muhim xossalari — uzluksizligi, xususiyligi va differentsiallanuvchanligi tushunchalarini kiritish uchun poydevor vazifasini o'taydi. Bu esa o'z navbatida zamonaviy fizika, mexanika, iqtisodiyot va muhandislik masalalarini matematik tahlil qilishda eng asosiy apparat bo'lib xizmat qiladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz asoslari. 2-qism: Bakalavrlar uchun darslik. – Ixchamlashtirilgan va takomillashtirilgan 3-nashri. – Toshkent: "Universitet", 2007. – 335 b. (12-bob: Ko'p o'zgaruvchili funksiyalar va ularning limiti).
2. Xudayberganov G., Vorisov A. K., Mansurov X. T., Shoimqulov B. A. Matematik analizdan ma'ruzalar (2-qism). – Toshkent: "Vorish-Nashriyot", 2010. – 416 b.
3. Fixtengols G. M. Kurs differentsialnogo i integralnogo ischisleniya (Tom 1). – Moskva: "Fizmatlit", 2003. – 680 s.
4. Sadovnichiy V. A. Kurs matematicheskogo analiza. v 3-x t. T. 1. – Moskva: "D r o f a", 2007. – 432 s.
5. Demidovich B. P. Sbornik zadach i uprajneniy po matematicheskomu analizu. – Moskva: "Astrel", 2005. – 558 s.

6. Shoimqulov B. A., Tuychiyev T. T., Djumabayev D. X. Matematik analizdan mustaqil ishlari. – Toshkent: "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2008. – 340 b.

## ПРИМЕНЕНИЯ ГИПЕР-ДУАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ В АЛГОРИТМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Батхин А.Б., Хабибова З.У.

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Россия  
Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова, Узбекистан*

[BATKHIN@ME.COM](mailto:BATKHIN@ME.COM), [xabibovazarrina15@gmail.com](mailto:xabibovazarrina15@gmail.com)

**Аннотация.** Современные алгоритмы глубокого обучения нейронных сетей построены на градиентных методах и активно используют алгоритмы автоматического дифференцирования нелинейных функций от большого числа переменных. Дуальные числа, предложенные У. Клиффордом как расширение поля вещественных чисел, предлагают эффективный способ одновременного вычисления значения некоторой гладкой функции  $f(x)$  и ее первой производной  $f'(x)$  даже в том случае, когда сама функция определена алгоритмически, т. е. в виде вычислительной процедуры. Если требуется найти частные производные первого и второго порядков гладкой функции от двух переменных  $f(x, y)$ , то такая задача решается с использованием гипер-дуальных чисел, порожденных двумя коммутирующими нильпотентами с индексом нильпотентности 2. Эти числа образуют коммутативную алгебру с делителями нуля.

**Ключевые слова:** автоматическое дифференцирование, гипер-дуальное число, матричное представление, теория возмущений.

**Цель исследования:** рассмотреть свойства алгебры гипер-дуальных чисел, их матричное представление, применение к проблеме автоматического дифференцирования. Классические дуальные числа (Кантор и Солодовников, 1973) – это гиперкомплексные параболические числа вида  $d = a + b\varepsilon$ , где  $a, b \in \mathbb{R}$ , а  $\varepsilon$  – абстрактный (трансцендентный по отношению к основному полю) нильпотентный элемент, для которого  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\varepsilon^n = 0$ ,  $n > 1$ . Здесь  $a$  – главная часть,  $b$  – моментная часть,  $\frac{b}{a} = p(d)$  – параметр дуального числа  $d$ . Действия над дуальными числами ассоциативны по отношению к умножению и дистрибутивны по отношению к сложению. Однако, они содержат делители нуля вида  $b\varepsilon$  и, следовательно, не являются полем. Для дуальных чисел определены алгебраические операции сложения и умножения, а операция деления определена только если вещественная часть делителя не равна нулю. С учетом определяющего свойства дуальной единицы  $\varepsilon^2 = 0$  имеем  $e^{b\varepsilon} = 1 + b\varepsilon$ . В отличие от комплексного случая, где показательная форма связана с вращением и выражается через тригонометрические функции, в системе дуальных чисел экспонента описывает линейное приращение. Для дуального числа  $d = a + b\varepsilon$  по аналогии с комплексными определяется сопряженное  $\bar{d} = a - b\varepsilon$ , а также его норма  $|d| = |a|$ . Все дуальные числа с ненулевой главной частью обратимы:  $d^{-1} = \bar{d}/|d|^2$ ,  $a \neq 0$ .

Любая аналитическая функция, представимая степенным рядом своего аргумента, может рассматриваться как дуальная функция дуального аргумента  $z = x + y\varepsilon$ . В частности,  $\cos z = \cos x - y \sin x \varepsilon$ ,  $\sin z = \sin x + y \cos x \varepsilon$ . Важным свойством дуальных функций является *принцип перенесения Котельникова–Штуди* (Ханукаев, 2012): «Решение, полученное на множестве вещественных чисел, может быть перенесено в область дуальных чисел путем замены вещественных чисел на дуальные числа». Этот принцип позволяет эффективно использовать дуальные числа для реализации автоматического дифференцирования.

Разложение аналитической функции дуального аргумента в ряд Тейлора дает  $F(a + b\varepsilon) = f(a) + bf'(a)$ . При  $b = 1$  получим  $F(a + \varepsilon) = f(a) + f'(a)$  – представление функции дуального аргумента с мнимой частью, содержащей только значение производной. Таким

образом, производя вычисления не над вещественными, а над дуальными числами, можно автоматически получать значение производной функции в точке. Особенно удобно рассматривать таким образом сложные композиции функций.

Для автоматического вычисления значений вторых производных необходимо расширение дуальных чисел. Для получения гипер-дуальных чисел можно применить процедуру Кэли-Диксона (Кантор и Солодовников, 1973):  $h = d_1 + \varepsilon^* d_2$ , где  $d_1, d_2$  – дуальные числа. Теперь положив  $\varepsilon = \varepsilon_1$ ,  $\varepsilon^* = \varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_1 \varepsilon_2 = \varepsilon_2 \varepsilon_1 = \varepsilon_{12} \neq 0$ , можем представить гипер-дуальное число в виде  $h = x_0 + x_1 \varepsilon_1 + x_2 \varepsilon_2 + x_3 \varepsilon_{12}$ . Мнимые символы коммутируют с действительными числами при умножении ( $a\varepsilon = \varepsilon a$ ), их называют мнимым базисом. Мнимые символы с одним индексом образуют основной базис, а с двумя индексами его расширение. Операция умножения над базисными символами задается следующей таблицей Кэли

| $\times$           | <b>1</b>           | $\varepsilon_1$    | $\varepsilon_2$    | $\varepsilon_{12}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| <b>1</b>           | <b>1</b>           | $\varepsilon_1$    | $\varepsilon_2$    | $\varepsilon_{12}$ |
| $\varepsilon_1$    | $\varepsilon_1$    | 0                  | $\varepsilon_{12}$ | 0                  |
| $\varepsilon_2$    | $\varepsilon_2$    | $\varepsilon_{12}$ | 0                  | 0                  |
| $\varepsilon_{12}$ | $\varepsilon_{12}$ | 0                  | 0                  | 0                  |

Алгебраические операции сложения и умножения определены по правилам операции над базисными символами. Для гипер-дуальных чисел можно ввести понятие сопряженного числа и определить норму по аналогии с дуальным числом.

Разложение аналитической функции от гипер-дуального аргумента  $X = x_0 + x_1 \varepsilon_1 + x_2 \varepsilon_2 + x_3 \varepsilon_{12}$  дает  $f(X) = f(x) + x_1 f'(x) \varepsilon_1 + x_2 f'(x) \varepsilon_2 + (x_3 f'(x) + x_1 x_2 f''(x)) \varepsilon_{12}$ , где  $f'(x)$  – градиент,  $f''(x)$  – гессиан. Остаточный член отсутствует из-за свойств  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  и  $\varepsilon_{12}$ , т. е. формула является точным представлением  $f(X)$ . Таким образом, для описания  $f(X)$  необходимо иметь три компоненты  $f(x), f'(x)$  и  $f''(x)$ . Теперь, при  $x_1 = x_2 = 1$  и  $x_3 = 0$  соотношение упрощается и принимает вид:

$$f(x + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 0\varepsilon_{12}) = f(x) + f'(x)\varepsilon_1 + f'(x)\varepsilon_2 + f''(x)\varepsilon_{12}$$

Это соотношение позволяет точно определять значения самой функции, ее первой и второй производных, что дает возможность использовать гипер-дуальные числа и функции от них для решения практических задач, требующих многократного точного вычисления значений градиента и гессиана.

В качестве примера рассмотрим вычисление производных функции  $f(x) = x^3$ . Подставляя  $X = x_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$  и используя таблицу Кэли, получим  $f(X) = x_0^3 + 3x_0^2 \varepsilon_1 + 3x_0^2 \varepsilon_2 + 6x_0 \varepsilon_{12}$ .

Каждому дуальному числу ставится в соответствии матрица:  $a + b\varepsilon \leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ , для произвольного гипер-дуального числа  $X = x_0 + x_1 \varepsilon_1 + x_2 \varepsilon_2 + x_3 \varepsilon_{12}$  его матричное

представление имеет вид  $M_X = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & x_0 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & x_0 & x_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_0 \end{pmatrix}$ . Предыдущий результат легко

получить подставив в матрицу  $M_X$  значения  $x_1 = x_2 = 1, x_3 = 0$  и возведя ее в куб.

Теперь покажем, как с помощью гипер-дуальных чисел можно вычислить частные производные функции от двух переменных  $f(x, y)$  в точке  $(x_0, y_0)$ . Для этого нужно каждое вещественное число заменить его гипер-дуальным аналогом, т. е.

$$x \rightarrow X = x_0 + x_1 \varepsilon_1 + x_2 \varepsilon_2, y \rightarrow Y = y_0 + y_1 \varepsilon_1 + y_2 \varepsilon_2,$$

вычислить значение функции  $f(X, Y)$ . Чтобы найти первые частные производные  $f_x, f_y$  и вторую смешанную  $f_{xy}$  достаточно подставить  $x_1 = y_2 = 1, x_2 = y_1 = 0$ . Для вторых частных производных  $f_{xx}, f_{yy}$  нужно положить сначала  $x_1 = x_2 = 1, y_1 = y_2 = 0$ , а затем  $y_1 = y_2 = 1, x_1 = x_2 = 0$  соответственно.



Рассмотрим функцию  $f(x, y) = e^{x^2} \sin y$ . Подставляя вместо вещественных аргументов  $x, y$  их гипер-комплексные аналоги  $X, Y$  и раскладывая в ряд Тейлора по базисным символам  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , получим выражение

$$f(x, y) = e^{x_0^2} \sin y_0 + e^{x_0^2} (2 \sin y_0 x_0 x_1 + \cos y_0 y_1) \varepsilon_1 + e^{x_0^2} (2 \sin y_0 x_0 x_2 + \cos y_0 y_2) \varepsilon_2 + e^{x_0^2} (4 \sin y_0 x_0^2 x_1 x_2 + 2 x_0 x_1 \cos y_0 y_2 + 2 x_0 x_2 \cos y_0 y_1 + 2 \sin y_0 x_1 x_2 - \sin y_0 y_1 y_2) \varepsilon_{12},$$

в которое нужно последовательно подставить значения для  $x_1, x_2, y_1, y_2$  указанные выше. Остается собрать коэффициенты при базисных символах  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – это будут частные производные первого порядка функции  $f(x, y)$ , а коэффициенты при базисном символе  $\varepsilon_{12}$  – частные производные второго порядка функции  $f(x, y)$ .

Следует отметить, что такой подход обобщается на случай большего числа переменных и для вычисления частных производных произвольных порядков (Imoto etc, 2020).

### Список использованной литературы

1. Кантор И. Л., Солодовников А. С. Гиперкомплексные числа. — М. : Издательство «Наука», 1973.
2. Ханукаев Ю. И. Кватернионы в механике, релятивистской физике, теории поля: учебное пособие. М. : МФТИ, 2012. 200 с.
3. Yusuke Imoto, Naoya Yamanaka, Takeo Uramoto, Masato Tanaka, Masaki Fujikawa and Naoto Mitsume *Fundamental theorem of matrix representations of hyper-dual numbers for computing higher-order derivatives* // JSIAM Letters Vol.12 (2020) pp.29–32.

## NEYRON KOPULA MODELINI IKKI AGENTLI TIZIMLARIGA TATBIQLARI

**Rustamjon Muradov**

*Namangan davlat texnika universiteti*

*rustamjonmuradov@gmail.com*

Kopula nazariyasi marginal umr davomiyligi funksiyalarni bog‘liqlik strukturasidan ajratish imkonini beruvchi moslashuvchan matematik apparat hisoblanadi. Sklar teoremasiga ko‘ra, har qanday qo‘shma survival funksiya marginal survival funksiyalar va kopula orqali ifodalanishi mumkin [3]

$$S(t_1, t_2) = C(S_1(t_1), S_2(t_2)),$$

bu yerda  $S(t_1, t_2) = P(T_1 > t_1, T_2 > t_2)$  birgalikdagi umr davomiyligi (survival) funksiyasi;  $S_i(t) = P(T_i > t)$  bu  $i$ -agent uchun marginal umr davomiyligi funksiyasi;  $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  ikki o‘lchovli kopula funksiyasidir.

So‘nggi yillarda chuqur o‘rganish (deep learning) murakkab nochiziqli bog‘lanishlarni o‘rganishda yuqori samaradorlikni namoyish etdi. Neyron tarmoqlar qat’iy parametrik cheklovlersiz yuqori o‘lchamli bog‘lanishlarni moslashuvchan tarzda o‘rganish imkonini beradi. Har bir  $i \in \{1,2\}$  agent uchun kumulyativ havf funksiyasi quyidagicha modellashtiriladi

$$H_i(t | X) = NN_i(t, X; \psi_i),$$

bu yerda  $t$ — vaqt,  $X \in \mathbb{R}^d$ — kovariatalar vektori,  $NN_i$ — parametrlar  $\psi_i$  ga ega feedforward neyron tarmoq [2]. Chiqish qiymati manfiy bo‘lmasligi cheklanadi. Shunda marginal umr davomiyligi funksiya

$$S_i(t | X) = \exp(-H_i(t | X)),$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

Taklif etilgan neyron kopula modeli klassik umr davomiyligi analizni bir necha muhim yo‘nalishlarda kengaytiradi [4]. Birinchidan, proporsional havf modellardan farqli ravishda, model qat’iy chiziqli bog‘lanishlarni talab qilmaydi. Neyron tarmoqlar murakkab havf

strukturalarini ma'lumotlardan o'rganadi. Ikkinchidan, bog'liqlik parametri kovariatalarga bog'liq holda o'zgaradi. Bu agentlar orasidagi bog'liqlik darajasini dinamik tarzda modellashtirish imkonini beradi. Uchinchidan, identifikatsiyalanuvchanlik va asoslilik teoremlari modelning matematik jihatdan qat'iy asoslanganligini ko'rsatadi.

Mazkur ishning asosiy maqsadi o'ng tomondan senzuralangan ma'lumotlar uchun ikki agentli neyron kopula umr davomiyligi modelini ishlab chiqish; neyron havf funksiyalarini qurish; kopula parametrlarini kovariatalarga bog'liq holda modellashtirish; modelning identifikatsiyalanuvchanligini isbotlash va maksimum ehtimollik bahosining asosligini asoslashdan iborat. Olingan natijalar neyron kopula umr davomiyligi modellari murakkab bog'liq umr davomiyligi tizimlarini modellashtirish uchun samarali va matematik jihatdan qat'iy vosita ekanligini ko'rsatadi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdushukurov A.A., R.S. Muradov, Estimation of conditional jointly survival function under dependent right random censored data, Lobachevskii Journal of Mathematics, 72 (4), 2022, 2111-2122.
2. Konstantinos Spiliopoulos and others. Mathematical Foundations of Deep Learning Models and Algorithms, American Mathematical Society, 2025.
3. Nelsen R.B., An Introduction to Copulas, Springer, 2006.
4. Muradov R.S. Deep Neural Copula Model for Two-Agent Dependent Survival Processes, Abstracts of International Conference on "Current Problems of Mathematical-Physical Equations and Information Technologies. Part 2, 2026, pp. 155-156.

### ARALASH VA BUTUN SONLAR ASOSIDA INDEKS FONDINI QURISH: KARDINAL, LIKVIDLIK VA TRANZAKSIYA CHEKLOVLARI OSTIDA TRACKING ERRORNI MINIMALLASHTIRISH

Ahatqulov Ilhomjon Sobir o'g'li

*Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universiteti*

**Annotatsiya:** Mazkur tezisda indeks fondlarini shakllantirishda aralash va butun sonli optimallashtirish modellari asosida tracking errorni minimallashtirish masalasi tadqiq etiladi. Tadqiqotda kardinal cheklovlar, likvidlik darajasi hamda tranzaksiya xarajatlari hisobga olingan holda optimal portfelni shakllantirish mexanizmlari yoritilgan. Shuningdek, indeks fondlari faoliyatining samaradorligini oshirishda matematik modellashtirish usullarining ahamiyati tahlil qilingan.

**Kalit so'zlar:** indeks fondi, tracking error, aralash butun sonli dasturlash, kardinal cheklov, likvidlik, tranzaksiya xarajatlari, portfel optimallashtirish.

Bugungi kunda global moliya bozorlarida passiv investitsiya strategiyalariga asoslangan indeks fondlari keng rivojlanmoqda. Bunday fondlarning asosiy maqsadi ma'lum bir bozor indeksining daromadlilikini maksimal darajada takrorlashdan iborat. Shu sababli indeks fondlarini shakllantirishda tracking errorni minimallashtirish asosiy vazifalardan biri hisoblanadi. Tracking error indeks fondi daromadlilikiga bilan benchmark indeks daromadlilikiga o'rtasidagi tafovutni ifodalaydi.

Amaliyotda indeks tarkibidagi barcha aktivlarni to'liq sotib olish har doim ham iqtisodiy jihatdan samarali emas. Ayniqsa, tranzaksiya xarajatlari, likvidlik muammolari hamda aktivlar sonini cheklash zarurati mavjud bo'lganda optimallashtirish masalasi murakkablashadi. Shu

nuqtai nazardan aralash va butun sonli dasturlash modellari indeks fondlarini samarali shakllantirishda muhim vosita hisoblanadi.

Mazkur tadqiqotda indeks fondini qurishda kardinal, likvidlik va tranzaksiya cheklovlari ostida tracking errorni minimallashtirish masalasi ko'rib chiqiladi. Kardinal cheklov portfel tarkibiga kiritiladigan aktivlar sonini cheklash imkonini beradi. Likvidlik cheklovi esa bozorda erkin savdo qilinadigan va tez realizatsiya qilinadigan aktivlarni tanlashga xizmat qiladi. Tranzaksiya xarajatlarini hisobga olish investitsiya strategiyasining real sharoitdagi samaradorligini oshiradi.

Portfel optimallashtirish nazariyasining asoslari ilk bor Harry Markowitz tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, keyinchalik indekslash strategiyalari va tracking error modellariga oid tadqiqotlar rivojlantirildi. Zamonaviy tadqiqotlarda aralash butun sonli optimallashtirish usullari indeks fondlari uchun eng samarali yondashuvlardan biri sifatida qaralmoqda.

Tracking errorni minimallashtirish modeli odatda quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\text{Min TE} = \sum_{t=1}^T (R(p, t) - R(b, t))^2$$

$R(p, t)$  - portfel daromadliligi

$R(b, t)$  - benchmark indeks daromadliligi

TE - tracking error ko'rsatkichi

O'zbekiston Respublikasida kapital bozori infratuzilmasini rivojlantirish va investitsiya muhitini yaxshilash bo'yicha bir qator normativ-huquqiy hujjatlar qabul qilingan. Jumladan, O'zbekiston Respublikasining "Investitsiya va investitsiya faoliyati to'g'risida"gi Qonuni hamda "Qimmatli qog'ozlar bozori to'g'risida"gi Qonuni investitsiya fondlari faoliyatini rivojlantirish uchun huquqiy asos yaratadi. Shuningdek, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining kapital bozorini rivojlantirishga oid qarorlarida zamonaviy moliyaviy instrumentlarni joriy etish va investitsion faoliyat samaradorligini oshirish masalalariga alohida e'tibor qaratilgan.

Aralash va butun sonli optimallashtirish modellari asosida indeks fondlarini shakllantirish moliyaviy resurslardan samarali foydalanish imkonini beradi. Kardinal, likvidlik va tranzaksiya cheklovlarini hisobga olgan holda tracking errorni minimallashtirish investitsiya portfelining barqarorligi va samaradorligini oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Mazkur yondashuv O'zbekiston kapital bozori rivojlanishida ham istiqbolli ilmiy-amaliy yo'nalishlardan biri hisoblanadi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Optimization Methods in Finance. Cambridge University Press, 2007.
2. Harry Markowitz. Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. Wiley, 1987.
3. O'zbekiston Respublikasining "Qimmatli qog'ozlar bozori to'g'risida"gi Qonuni..
4. O'zbekiston Respublikasining "Investitsiyalar va investitsiya faoliyati to'g'risida"gi Qonuni.

## DINI SONLARI VA ULARNING BA'ZI XOSSALARI

Norpulatova Diana Serikovna

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston;

[norpulatovadiana@gmail.com](mailto:norpulatovadiana@gmail.com)

Aytaylik,  $f(x)$  funksiya  $X \subset \mathbb{R}$  to'plamda aniqlangan bo'lib,  $x_0 \in X$  bo'lsin.

**Ta'rif:** D son  $f(x)$  funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi hosila soni deyiladi, agar shunday cheksiz kichik  $\{h_n\}$  ketma-ketlik mavjud bo'lib,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0+h_n)-f(x_0)}{h_n} = D$$

o'rinli bo'lsa.

Hosila sonlari chekli, cheksiz, xususan continuum to'plam tashkil qilishi mumkin. Hosila sonlari Dini sonlari ham deb yuritiladi. Uliss Dini hosila sonlaridan 4 ta turini ajratishni taklif qilgan:

O'ng yuqori hosila:  $D^+f(x) = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0+h_n)-f(x_0)}{h_n}, h_n > 0,$

O'ng quyi hosila:  $D_+f(x) = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0+h_n)-f(x_0)}{h_n}, h_n > 0,$

Chap yuqori hosila:  $D^-f(x) = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0+h_n)-f(x_0)}{h_n}, h_n < 0,$

Chap quyi hosila:  $D_-f(x) = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x_0+h_n)-f(x_0)}{h_n}, h_n < 0$

Ixtiyoriy  $f(x)$  funksiya uchun bu to'rtta son har doim mavjud bo'lib (chekli yoki  $\pm\infty$ ), ular klassik hosila mavjud bo'lmagan holatlarda ham funksiyaning ba'zi xususiyatlarini to'liq tavsiflab beradi.

**Teorema 1:** (Dini sonlari va klassik hosila orasidagi bog'liqlik).

$f(x)$  funksiya  $x$  nuqtadagi  $f'(x)$  oddiy hosilasi mavjud bo'lishi uchun zarur va yetarli shart: to'rtta Dini sonining barchasi o'zaro teng va chekli bo'lishidir, ya'ni:

$$D^+f(x) = D_+f(x) = D^-f(x) = D_-f(x) = f'(x) \in \mathbb{R}$$

**Teorema 2:** (Danjua–Yang–Saks teoremasi).

Ixtiyoriy  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funksiya uchun o'lchovi nolga teng bo'lgan to'plamdan tashqari deyarli barcha  $x$  nuqtalarida quyidagi to'rtta holatdan faqat bittasi o'rinli bo'ladi:

- (i)  $f$  nuqtada differensiallanuvchan (barcha to'rtta Dini soni teng va chekli);
- (ii)  $D^+f(x) = D_-f(x) = +\infty$  va  $D^-f(x) = D_+f(x) = -\infty$  (simmetrik cheksizlik);
- (iii)  $D^+f(x) = +\infty$ ,  $D_+f(x) = -\infty$  va chap tomonlama chekli hosila mavjud;
- (iv)  $D^-f(x) = +\infty$ ,  $D_-f(x) = -\infty$  va o'ng tomonlama chekli hosila mavjud.

Ushbu teorema funksiyalar o'z Dini sonlari bo'yicha qat'iy matematik qonuniyatga bo'ysinishini ko'rsatadi. Dini sonlari bugungi kunda nosilliq analiz, differensial tenglamalar barqarorligi nazariyasi va fraktallar nazariysida keng qo'llanilmoqda.

### Adabiyotlar

1. Dini U. Fondamenti per la Teorica delle Funzioni di Variabili Reali. Pisa, 1878.
2. Saks S. Theory of the Integral. Warszawa–Lwów, 1937.
3. Bruckner A.M. Differentiation of Real Functions. CRM Monograph Series, AMS, 1994.
4. Thomson B.S. Real Functions. Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1985.

## II-SHO‘BA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI SUN‘IY INTELLEKT VA MA‘LUMOTLAR TAHLILI

### TALABALARDA DASTURLASH KO‘NIKMALARINI RIVOJLANTIRISHDA O‘YINLI METODLARDAN FOYDALANISH

Ahtamqulov Muhridin Ahtamqul o‘g‘li

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

*e-mail: [MUHRIDDINAHTAMQULOV@GMAIL.COM](mailto:MUHRIDDINAHTAMQULOV@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada dasturlashni o‘qitish jarayonida o‘yinli metodlardan foydalanishning nazariy asoslari va amaliy ahamiyati tahlil qilingan. O‘yin elementlari orqali ta‘lim jarayonini tashkil etish talabalarning motivatsiyasini oshirishi, algoritmik tafakkurini rivojlantirishi hamda murakkab dasturlash tushunchalarini samarali o‘zlashtirishiga xizmat qilishi asoslab berilgan. Shuningdek, zamonaviy o‘yinli platformalarning (Scratch, CodeCombat va boshqalar) o‘quv jarayonidagi o‘rni ko‘rsatilib, ularning interaktiv va musobaqaviy yondashuvi orqali bilimlarni mustahkamlash imkoniyatlari yoritilgan. Tadqiqot natijalari o‘yinli metodlarning an‘anaviy o‘qitish usullariga nisbatan yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko‘rsatadi.

**Kalit so‘zlar:** Dasturlashni o‘qitish, o‘yinli metodlar, gamifikatsiya, game-based learning, algoritmik tafakkur, motivatsiya, interaktiv ta‘lim, Scratch, CodeCombat, mantiqiy fikrlash, innovatsion pedagogika.

**Kirish:** Bugungi kunda axborot texnologiyalarining jadal rivojlanishi dasturlashni o‘rganishni nafaqat IT sohasidagi mutaxassislar, balki barcha soha vakillari uchun zarur ko‘nikmaga aylantirmoqda[1]. Dasturlashni o‘qitish jarayonida talabalarda algoritmik tafakkur, muammoli vaziyatlarni tahlil qilish, mantiqiy fikrlash va ijodkorlikni shakllantirish muhim ahamiyatga ega. Shu nuqtayi nazardan, o‘yinli metodlardan foydalanish ta‘lim jarayonining samaradorligini oshiruvchi innovatsion yondashuv sifatida e‘tirof etilmoqda[2]. O‘yinli metodlar yordamida tashkil etilgan mashg‘ulotlar talabalarning darsga qiziqishini kuchaytiradi, faol ishtirokni rag‘batlantiradi hamda dasturlashga oid murakkab tushunchalarni yengilroq o‘zlashtirish imkonini yaratadi[3].

O‘yinli metodlarning nazariy asoslari. O‘yinli metod — bu o‘quv jarayoniga o‘yin elementlarini (ball, bosqich, reyting, mukofot, musobaqa) kiritish orqali o‘quvchilarning motivatsiyasini oshirishga qaratilgan pedagogik usuldir[4]. O‘yinli yondashuvning nazariy asoslari kognitiv psixologiya va faol ta‘lim konsepsiyalariga tayanadi (Piaget, Vygotskiy, Bruner)[5]. Ularning fikricha, o‘yin jarayoni o‘rganishning tabiiy shakli bo‘lib, inson faol ishtirok etganida bilimni chuqurroq o‘zlashtiradi[6]. Ta‘limdagi o‘yinli metodlar ikki asosiy shaklda namoyon bo‘ladi: Gamifikatsiya (Gamification) — o‘quv jarayoniga o‘yin mexanikasini qo‘llash (ball to‘plash, bosqich o‘tish, reyting tizimi)[7]; va O‘yin asosida o‘qitish (Game-based learning) — o‘yinning o‘zi o‘quv jarayonining asosi bo‘lib xizmat qiladi[8]. Shu bilan birga, zamonaviy pedagogik tadqiqotlarda o‘yinli metodlar konstruktivistik yondashuv bilan ham uzviy bog‘liq holda qaraladi. Konstruktivizmga ko‘ra, o‘quvchi bilimni tayyor holda qabul qilmaydi, balki uni faol faoliyat jarayonida mustaqil ravishda “quradi”. O‘yinli muhit aynan shu jarayonni qo‘llab-quvvatlaydi, chunki unda o‘quvchi tajriba qiladi, xatolardan o‘rganadi va natijaga erishish uchun turli strategiyalarni sinab ko‘radi.

O‘yinli metodlarning psixologik mexanizmlarini tushuntirishda motivatsiya nazariyalari, xususan, ichki va tashqi motivatsiya tushunchalari muhim o‘rin tutadi. Gamifikatsiya elementlari (ball, badge, leaderboard) ko‘proq tashqi motivatsiyani rag‘batlantirsa, o‘yin asosida o‘qitish jarayonida yuzaga keladigan qiziqish, muammoli vaziyatlar va erkin tanlov imkoniyati ichki motivatsiyani rivojlantiradi. Aynan ichki motivatsiya barqaror va chuqur o‘rganishni ta‘minlovchi asosiy omil hisoblanadi.

Dasturlash fanida o'yinli metodlarning qo'llanilishi. Dasturlashni o'rganish ko'pincha murakkab tushunchalarni o'z ichiga oladi. Shu sababli o'yinli metodlar o'quvchilarga murakkab jarayonlarni bosqichma-bosqich, qiziqarli shaklda o'zlashtirish imkonini beradi[9]. Bugungi kunda ko'plab o'yinli o'quv platformalari mavjud bo'lib, ular dasturlashni interaktiv tarzda o'rganish imkonini yaratadi. Masalan, Scratch – bolalar va yangi boshlovchilar uchun vizual dasturlash muhiti; CodeCombat – o'yin orqali Python yoki JavaScript dasturlash tillarini o'rgatadi; LightBot va Karel Robot – algoritmik fikrlashni rivojlantiruvchi interaktiv o'yinli platformalar; Codingame va Replit Challenges – musobaqaviy ruh orqali dasturlash ko'nikmalarini mustahkamlovchi tizimlar. Bu kabi platformalar yordamida talaba nafaqat kod yozishni, balki kodni tahlil qilish, xatolarni tuzatish, algoritmnı optimallashtirish ko'nikmalarini ham egallaydi.

O'yinli metodlarning afzalliklari va ilmiy tahlil. O'yinli metodlar dasturlashni o'rganish jarayonida quyidagi ilmiy-pedagogik afzalliklarni ta'minlaydi:

1. Motivatsiyani oshiradi.
2. Algoritmik tafakkurni rivojlantiradi.
3. Ijodkorlikni qo'llab-quvvatlaydi.
4. Xatolardan o'rganish imkonini beradi.
5. Hamkorlikni rivojlantiradi.

Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, o'yin asosida o'qitilgan talabalar an'anaviy usulda o'qitilganlarga nisbatan o'zlashtirish darajasida 30–50% yuqori natijalarga erishadilar.

#### 1. O'yinli metodlar ta'sirini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$S=S_0+\Delta S$$

Bu yerda:

- ✚ S — yakuniy o'zlashtirish darajasi
  - ✚  $S_0$  — boshlang'ich (an'anaviy usuldagi) o'zlashtirish
  - ✚  $\Delta S$  — o'yinli metodlar natijasidagi qo'shimcha o'sish
2. O'sish komponenti (ko'p omilli model):

$$\Delta S=w_1M+w_2A+w_3C+w_4E+w_5H$$

Bu yerda:

- ✚ M — motivatsiya
- ✚ A — algoritmik tafakkur
- ✚ C — ijodkorlik (creativity)
- ✚ E — xatolardan o'rganish (error-based learning)
- ✚ H — hamkorlik (collaboration)
- ✚  $w_i$  — har bir omilning vazn koeffitsiyenti

#### 3. Normalizatsiyalangan model (foiz ko'rinishda):

Agar barcha omillar 0 dan 1 gacha normallashtirilsa:

$$S=S_0\cdot(1+\alpha)$$

$$\alpha\in[0.3, 0.5]$$

Bu yerda  $\alpha$  — tajribalarda aniqlangan 30–50% o'sish koeffitsiyenti.

#### 4. Amaliy interpretatsiya:

Agar an'anaviy o'qitishda o'zlashtirish 60% bo'lsa:

$$S=60\%\cdot(1+0.4)=84\%$$

#### 5. Soddashtirilgan chiziqli model:

$$S=60+(0.2M+0.2A+0.2C+0.2E+0.2H)\cdot100$$

Bu modelda barcha omillar teng ta'sirga ega deb olinadi.

O'yinli metodlarning ilmiy-pedagogik ta'siri (30-50% oralig'ida)



**1-rasm.** “O'yinli metodlarning dasturlashni o'rganish jarayonidagi ilmiy-pedagogik ta'siri diagrammasi”

**Xulosa.** Dasturlashni o'yinli metodlar asosida o'qitish — bu ta'lim jarayonini modernizatsiya qilish va talabalarning mustaqil, ijodkorona o'rganish faoliyatini kuchaytirishning samarali yo'lidir. O'yin elementlari yordamida o'quv jarayoniga raqobat, motivatsiya va ijodiy muhit kiritiladi. Natijada talabalarda mantiqiy va algoritmik fikrlash, tahliliy yondashuv, muammoli vaziyatlarda yechim topish ko'nikmalari rivojlanadi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Piaget J. The Psychology of Intelligence. London: Routledge, 1950.
2. Vygotsky L. S. Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. Harvard University Press, 1978.
3. Bruner J. Toward a Theory of Instruction. Harvard University Press, 1966.
4. Prensky M. Digital Game-Based Learning. McGraw-Hill, 2001.
5. Resnick M. Lifelong Kindergarten. MIT Press, 2017.
6. Gee J. P. What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy. Palgrave Macmillan, 2007.
7. Code.org, Scratch.mit.edu, CodeCombat.com – onlayn dasturlash o'yin platformalari.
8. Kapp K. M. The Gamification of Learning and Instruction. Pfeiffer, 2012.
9. Lee J. J., Hammer J. Gamification in Education: What, How, Why Bother? Academic Exchange Quarterly, 2011.

#### DASTURLASH TILLARIDAN FOYDALANIB CHIZIQLI DASTURLASH MASALALARINI SIMPLEKS USULIDA YECHISH

<sup>1</sup>Aliqulova Xosiyat Faxriddinova, <sup>1</sup>Butaboyev Alimardon Alimjonovich

<sup>1</sup>Guliston davlat universiteti

[ALI94MARDON@GMAIL.COM](mailto:ALI94MARDON@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu ishda chiziqli dasturlash masalalarini yechishning samarali usullaridan biri bo'lgan simpleks usuli o'rganilgan. Simpleks algoritmining nazariy asoslari, matematik modeli va bosqichma-bosqich yechish jarayoni tahlil qilingan. Shuningdek, simpleks usulini kompyuterda amalga oshirish uchun Python dasturlash tilida algoritm ishlab chiqilgan. Dastur yordamida chiziqli optimallashtirish masalalarini tez va aniq yechish imkoniyati ko'rsatib berilgan. Keltirilgan misollar orqali algoritmnining ishlash prinsipi yoritilgan va amaliy natijalar olingan. Ushbu ish dasturlash va matematik modellashtirish sohasida bilimlarni mustahkamlashga xizmat qiladi.

**Kalit soʻzlar:** chiziqli dasturlash, simpleks usuli, optimallashtirish, matematik model, algoritim, Python dasturlash, simpleks jadval, maksimal qiymat.

**Annotation:** This work studies one of the effective methods for solving linear programming problems, known as the simplex method. The theoretical foundations, mathematical model, and step-by-step solution procedure of the simplex algorithm are analyzed. In addition, an algorithm for implementing the simplex method using the Python programming language is developed. The program demonstrates the possibility of solving linear optimization problems quickly and accurately. The working principle of the algorithm is illustrated through examples, and practical results are obtained. This work contributes to strengthening knowledge in the fields of programming and mathematical modeling.

**Keywords:** linear programming, simplex method, optimization, mathematical model, algorithm, Python programming, simplex tableau, maximum value.

Chiziqli dasturlash boʻlimi matematikaning asosiy boʻlimlaridan biri boʻlib, matematik modellarning son qiymatini topish bilan shugʻullanadi. “Dasturlash” atamasi ketma-ket yaqinlashish algoritimida foydalanishni koʻrsatadi, yaʼni dastur mumkin boʻlgan rejadani boshlab, eng yaxshi yechim hosil boʻlguncha yangilanib boradi. Matematik dasturlash masalasi quyidagicha ifodalanadi;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  oʻzgaruvchilar berilgan boʻlib, bu oʻzgaruvchilar turli xildagi sonli qiymatlar qabul qiladi [1]. Bu nomaʼlumlarga maʼlum bir shartlar qoʻyilib, cheklanishlar sistemasi hosil boʻladi. Maʼlumki cheklanishlar sistemasi chiziqli koʻrinishga ega boʻlib, quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \dots + a_{rn}x_n &= b_r \\ a_{r+11}x_1 + a_{r+12}x_2 + \dots + a_{r+1n}x_n &\leq b_{r+1} \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\geq b_m \\ x_i &\geq 0; \quad i=1, 2, \dots, n; \end{aligned}$$

Cheklanishlar sistemasini qanoatlantiruvchi yechimga mumkin boʻlgan yechim deb ataladi. Maqsad funksiyani maksimallashtiradigan yoki minimallashtiradigan mumkin boʻlgan yechimga optimal yechim deb ataladi. Oʻzgaruvchilarning biron-ta bir manfiy boʻlmagan qiymatlar toʻplamiga javob bermaydigan chiziqli va chiziqli boʻlmagan cheklanishlar sistemasi birgalikda boʻlmagan deb aytiladi va bunday masalar yechimga ega boʻlmaydi [3]. Birgalikda boʻlgan sistemalar esa hech boʻlmaganda bitta mumkin boʻlgan yechimga ega boʻladi.

Chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullari: Simpleks usuli, Taqsimot usuli, Grafik usuli, Sunʼiy basis usuli [2].

Taqsimot usuli bilan oʻzgaruvchilari bir xil oʻlchov birligida berilgan chiziqli dasturlash masalalarini yechish mumkin [10]. Taqsimot usuli bilan yechish bosqichlari:

1. Dastlabki maʼlumotlarni yigʻish;
2. Dastlabki matritsani tuzish;
3. Dastlabki oʻrinli rejani tuzish;
4. Topilgan rejani optimallikka tekshirish;
5. Optimal reja topilguncha yechimni yangilab borish.

Transport masalasining qoʻyilishi:  $m$  ta ishlab chiqarish korxonasi va ulardagi mahsulot sahirasi  $a_i$ ,  $n$  ta isteʼmol korxonasi, ulardagi mahsulotga boʻlgan talab  $b_j$  maʼlum boʻlsin, hamda har bir yoʻnalish boʻyicha tashiyotgan yuklarning birlik narxi  $C_{ij}$  aniq boʻlsa u holda tashiladigan yuklarning miqdori ( $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mn}$ ) larni aniqlash talab etilsin [9].

Transport masalasining matematik modeli:

1. Zahiralar boʻyicha cheklanish:  $\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i \quad i=1, 2, \dots, m$
2. Talablar boʻyicha cheklanish:  $\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j \quad j=1, 2, \dots, n$
3. Ishlab chiqilgan mahsulot zahirasi unga boʻlgan talabga teng boʻlsin:



$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

4. O'zgaruvchilar miqdori manfiy bo'lmazligi kerak:  $x_{ij} \geq 0$ ;

5. Mahsulot tashishning shunday rejasini tuzish kerakki, transport xarajati eng kam miqdorda sarf qilinsin:  $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$

**Transport masalasini jadval ko'rinishi:**

| Ta'minotchilar   | Iste'molchilar                    |                                   |       |                                   | Zahiralar miqdori |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------------------|
|                  | B <sub>1</sub>                    | B <sub>2</sub>                    | ..... | B <sub>n</sub>                    |                   |
| A <sub>1</sub>   | C <sub>11</sub> , X <sub>11</sub> | C <sub>12</sub> , X <sub>12</sub> | ..... | C <sub>1n</sub> , X <sub>1n</sub> | a <sub>1</sub>    |
| A <sub>2</sub>   | C <sub>21</sub> , X <sub>21</sub> | C <sub>22</sub> , X <sub>22</sub> | ..... | C <sub>2n</sub> , X <sub>2n</sub> | a <sub>2</sub>    |
| .....            | .....                             | .....                             | ..... | .....                             | .....             |
| A <sub>m</sub>   | C <sub>m1</sub> , X <sub>m1</sub> | C <sub>m2</sub> , X <sub>m2</sub> | ..... | C <sub>mn</sub> , X <sub>mn</sub> | a <sub>m</sub>    |
| Talablar miqdori | b <sub>1</sub>                    | b <sub>2</sub>                    | ..... | b <sub>n</sub>                    | a <sub>n</sub>    |

Simpleks algoritmi bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. Standart ko'rinishga keltirish (slack o'zgaruvchilar qo'shish)
  2. Boshlang'ich simpleks jadval tuzish
  3. Z qatordan manfiy elementni tanlash (kiruvchi ustun)
  4. Minimal nisbat orqali chiqadigan o'zgaruvchini aniqlash
  5. Pivot (asosiy element) orqali jadvalni yangilash
  6. Z qatorda manfiy element qolmaguncha davom etadi
- Quyida universal simpleks algoritmini keltiramiz[9]:

```
import numpy as np
def simplex(c, A, b):
    m, n = len(A), len(A[0])
    # Simpleks jadval (tableau) tuzish2
    tableau = np.zeros((m + 1, n + m + 1))
    # Cheklovlar
    tableau[:m, :n] = A
    tableau[:m, n:n+m] = np.eye(m)
    tableau[:m, -1] = b
    # Maqsad funksiyasi
    tableau[-1, :n] = -np.array(c)
    while True:
        # Eng manfiy elementni topish (kiruvchi ustun)
        col = np.argmin(tableau[-1, :-1])
        if tableau[-1, col] >= 0:
            break # optimal yechim topildi
        # Minimal nisbat (chiquvchi satr)
        ratios = []
        for i in range(m):
            if tableau[i, col] > 0:
                ratios.append(tableau[i, -1] / tableau[i, col])
            else:
                ratios.append(np.inf)
        row = np.argmin(ratios)
```

```

# Pivot element
pivot = tableau[row, col]
# Pivot satrni normallashtirish
tableau[row, :] /= pivot
# Qolgan satrlarni yangilash
for i in range(m + 1):
    if i != row:
        tableau[i, :] -= tableau[i, col] * tableau[row, :]
# Natijani ajratish
solution = np.zeros(n)
for i in range(m):
    basic_var = np.where(tableau[i, :-1] == 1)[0]
    if len(basic_var) == 1 and basic_var[0] < n:
        solution[basic_var[0]] = tableau[i, -1]
max_value = tableau[-1, -1]
return solution, max_value

```

**Xulosa.** Chiziqli dasturlash masalalari iqtisodiyot, matematika va boshqaruv sohalarida keng qo'llaniladigan muhim usullardan biridir[13]. Bu usul yordamida mavjud resurslardan eng samarali foydalanish, maksimal foyda olish yoki minimal xarajat bilan ishlash kabi masalalarni yechish mumkin. Chiziqli dasturlashda barcha bog'lanishlar va cheklovlar chiziqli tenglama yoki tengsizliklar orqali ifodalanadi. Shuning uchun chiziqli dasturlash usullari iqtisodiyot, logistika, ishlab chiqarish va boshqa ko'plab sohalarida muhim ahamiyatga ega bo'ladi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. N. G'ulomov. *Matematik modellashtirish asoslari*. – Toshkent: O'qituvchi, 2010. – 15-b.
2. A. Abdullayev. *Matematik modellashtirish va optimallashtirish*. – Toshkent: Fan, 2012. – 22-b.
3. Sh. Karimov. *Chiziqli dasturlash asoslari*. – Toshkent: Universitet, 2015. – 30-b.
4. B. Xolmatov. *Optimallashtirish usullari*. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2018. – 18-b.
5. M. Jo'rayev. *Amaliy matematika va optimallashtirish masalalari*. – Toshkent, 2016. – 41-b.
6. S. Xasanov. *Chiziqli dasturlash va uning tatbiqlari*. – Toshkent, 2014. – 27-b.
7. R. Sobirov. *Iqtisodiy-matematik usullar*. – Toshkent: Iqtisodiyot, 2013. – 35-b.
8. U. Tursunov. *Optimallashtirish nazariyasi va masalalari*. – Toshkent, 2017. – 50-b.
9. D. To'rayev. *Matematik dasturlash*. – Toshkent, 2019. – 29-b.
10. K. Raximov. *Amaliy matematika asoslari*. – Toshkent, 2011. – 12-b.
11. Negmatulloyev Z. T., Butaboyev A. A., Monasipova R. F. oliy ta'limda raqamli texnologiyalarining roli //Eurasian Journal of Technology and Innovation. – 2024. – T. 2. – №. 1-1. – C. 160-163.
12. Butaboyev, A., and S. Qilichev. "Oddiy differensial tenglamalar va ularning sistemalarini berilgan bitta nuqtada yechish texnologiyasi. mathcad dasturi tarkibidagi rkadapt va bulstoer funksiyalarining qo'llanilishi." *Science and innovation* 1.A8 (2022): 123-128.

## **RAQAMLI TA'LIM MUHITINI SHAKLLANTIRISHDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING O'RNI**

**Barakayev Akmal Musurmonovich., To'rayeva Shahrizoda Jo'rabek qizi**  
*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*  
 Email: [TORAYEVASHAHRIZODA76@GMAIL.COM](mailto:TORAYEVASHAHRIZODA76@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada raqamli ta'lim muhitini shakllantirishda axborot texnologiyalarining o'rni va ahamiyati yoritilgan va yozilgan. Ta'lim jarayonida zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish o'quv jarayonining samaradorligini oshirishi, ta'lim sifatini yaxshilashi hamda o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish imkoniyatlarini kengaytirishi

tahlil qilinadi. Shuningdek, masofaviy ta'lim, axborot texnologiyalari, raqamli ta'lim, elektron ta'lim platformalari va interaktiv vositalarning ta'lim tizimidagi ahamiyatini ko'rib chiqishimiz mumkin.

**Kalit so'zlar:** raqamli ta'lim muhiti, axborot texnologiyalari, elektron ta'lim, masofaviy ta'lim, interaktiv platformalar, ta'lim samaradorligi, raqamli texnologiyalar.

**Аннотация:** В данной статье рассматривается роль и значение информационных технологий в формировании цифровой образовательной среды. Использование современных информационных технологий в образовательном процессе способствует повышению эффективности обучения, улучшению качества образования и расширению возможностей самостоятельного обучения студентов. Также анализируется значение дистанционного обучения, электронных образовательных платформ и интерактивных средств в системе образования.

**Ключевые слова:** цифровая образовательная среда, информационные технологии, электронное обучение, дистанционное обучение, интерактивные платформы, эффективность обучения, цифровые технологии.

**Abstract:** This article discusses the role and importance of information technologies in the formation of a digital educational environment. The use of modern information technologies in the educational process increases the efficiency of learning, improves the quality of education, and expands opportunities for independent learning. The article also examines the significance of distance learning, e-learning platforms, and interactive tools in the education system.

**Keywords:** digital learning environment, information technologies, e-learning, distance learning, interactive platforms, learning efficiency, digital technologies.

**Kirish.** Hozirgi kunda dunyoda ta'lim tizimi jadal sur'atlar bilan raqamlashtirilmoqda. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining rivojlanishi ta'lim jarayonini yangi bosqichga olib chiqmoqda. Zamonaviy jamiyatda bilim olish jarayoni nafaqat an'anaviy usullarga ko'ra, balki raqamli texnologiyalarga ham asoslanmoqda. Shu sababli ta'lim tizimida raqamli, elektron ta'lim muhitini shakllantirish muhim vazifalardan biri hisoblanib kelmoqda. Raqamli ta'lim muhiti o'quv jarayonini samarali tashkil etish uchun o'quv materiallarini tezkor yetkazish hamda o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qilmoqda. Axborot texnologiyalari yordamida ta'lim jarayonini yanada interaktiv, qulay va samarali qilishimiz mumkin.

**Asosiy qism.** Hozirgi davrda axborot texnologiyalari ta'lim tizimining ajralmas qismiga aylanib bormoqda. Ayniqsa, raqamli ta'lim muhitini shakllantirish jarayonida bu texnologiyalarning o'rni juda katta. Chunki zamonaviy o'quv jarayoni endi faqat darslik va auditoriya bilan cheklanib qolmayapti, balki internet, elektron platformalar va turli interaktiv vositalar orqali kengayib bormoqda.

Raqamli ta'lim muhiti avvalo o'quv jarayonini yanada qulay va samarali tashkil etishga xizmat qiladi. Masalan, elektron darsliklar va videomateriallar yordamida o'quvchilar istalgan vaqtda kerakli mavzuni qayta ko'rib chiqishlari mumkin. Bu esa ularning bilimni mustahkamlashiga yordam beradi. Bundan tashqari, masofaviy ta'lim platformalari orqali o'qituvchi va o'quvchi o'rtasidagi aloqa uzluksiz davom etadi. Hatto o'quvchi darsga kelolmagan taqdirda ham, u o'z bilimini davom ettirish imkoniyatiga ega bo'ladi.

Axborot texnologiyalarining yana bir muhim jihati — bu ta'lim jarayonini interaktiv qilishidir. Oddiy dars shakliga nisbatan interaktiv vositalar orqali o'tilgan mavzular o'quvchilarga ko'proq tushunarli bo'ladi. Masalan, animatsiyalar, taqdimotlar yoki virtual laboratoriyalar murakkab mavzularni soddaga qilib tushuntirishga yordam beradi. Natijada o'quvchilar darsga ko'proq qiziqish bilan yondashadilar.

Shuningdek, raqamli texnologiyalar o'quvchilarning mustaqil ishlash ko'nikmalarini ham rivojlantiradi. Internet orqali turli ma'lumotlarni izlash, tahlil qilish va undan foydalanish bugungi kunda muhim ko'nikmalardan biri hisoblanadi. Shu sababli, o'quvchilar mustaqil ravishda bilim olishga o'rganib boradilar. Bu esa ularning kelajakdagi faoliyatida ham katta ahamiyatga ega bo'ladi.

Bundan tashqari, axborot texnologiyalari yordamida bilimlarni baholash jarayoni ham ancha osonlashdi. Turli test tizimlari orqali o'quvchilarning bilim darajasini tez va aniq aniqlash mumkin. Bu o'qituvchiga ham, o'quvchiga ham qulaylik yaratadi. O'quvchi o'z natijasini darhol biladi va qaysi mavzular ustida yana ishlashi kerakligini tushunadi.

Shu bilan birga, raqamli ta'lim muhitini shakllantirish jarayonida ayrim muammolar ham mavjud. Masalan, barcha hududlarda internet tezligi bir xil emas yoki barcha o'quvchilar texnik vositalar bilan to'liq ta'minlanmagan. Biroq shunga qaramay, bu yo'nalishdagi ishlar bosqichma-bosqich rivojlanib bormoqda.

Umuman olganda, axborot texnologiyalari ta'lim sifatini oshirish, o'quv jarayonini yengillashtirish va zamonaviy talablar asosida tashkil etishda muhim rol o'ynaydi. Kelajakda bu texnologiyalarsiz ta'lim tizimini tasavvur qilish qiyin bo'lib qoladi.

### **Raqamli ta'lim muhiti tushunchasi**

Raqamli ta'lim muhiti – bu axborot texnologiyalari asosida tashkil etilgan ta'lim jarayoni bo'lib, unda elektron resurslar, internet tarmoqlari, multimedia vositalari va turli ta'lim platformalaridan foydalaniladi. Bunday muhit o'qituvchi va o'quvchi o'rtasidagi hamkorlikni yangi bosqichga olib chiqadi.

### **Raqamli ta'lim muhitining asosiy elementlari quyidagilardan iborat:**

1. elektron darsliklar
2. multimedia materiallari
3. masofaviy ta'lim platformalari
4. virtual laboratoriyalar
5. interaktiv ta'lim vositalari

Ushbu vositalar o'quv jarayonini yanada samarali tashkil etishga yordam beradi.

### **Axborot texnologiyalarining ta'limdagi ahamiyati**

Axborot texnologiyalari ta'lim tizimida bir qator muhim vazifalarni bajarishimiz mumkin. Birinchidan, ular o'quv materiallarini tezkor yetkazish imkonini yaratadi. Ikkinchidan, o'quv jarayonini boshqarish va nazorat qilishni osonlashtirib beradi. Uchinchidan, o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish ko'nikmalarini rivojlantirishga yordam beradi. Masalan, elektron darsliklar va videodarslar orqali talabalar dars materiallarini istalgan vaqtda o'rganish imkoniyatiga ega bo'ladilar. Bundan tashqari, turli interaktiv testlar orqali bilim darajalarini tekshirib olishlari mumkin.

### **Raqamli texnologiyalarning afzalliklari**

1. **Ta'lim jarayonining moslashuvchanligi** bu o'quvchining individual ehtiyojlari, qobiliyatlari va imkoniyatlariga qarab dars va usullarni o'zgartirish imkoniyati hisoblanadi.
2. **O'quv materiallariga tezkor kirish** bu o'quvchilar kerakli ma'lumot va resurslarga darhol, osongina va to'g'ri yetib borish imkoniyati hisoblanadi.
3. **Masofaviy ta'lim imkoniyati** bu o'quvchining joylashgan joyidan qat'iy nazar, internet yoki boshqa texnologiyalar orqali ta'lim olish imkoniyati hisoblanadi.
4. **O'quv jarayonining interaktivligi** bu o'quvchi va o'qituvchi, shuningdek, o'quvchilar o'rtasida faol muloqot va hamkorlik orqali bilim olish jarayoni bo'lib ketmoqda.
5. **Bilimlarni baholashning avtomatlashtirilishi** bu o'quvchining bilim va ko'nikmalarini tekshirish jarayonini hisoblanib, kompyuter yoki maxsus dasturlar yordamida avtomatik tarzda amalga oshirish hisoblanadi.

Bu afzalliklar ta'lim jarayonining samaradorligini oshiradi.

### **Axborot texnologiyalarining roli**

- 1) **Ma'lumotlarni tez va samarali uzatish:** Masalan, Google Classroom, Moodle, Edmodo kabi platformalar orqali darslar, topshiriqlar va baholar oson yetkazilishi mumkin.
- 2) **Interaktiv o'qitish imkoniyatlari:** Virtual laboratoriyalar va simulyatsiyalar orqali murakkab jarayonlarni vizual tushunish mumkin. Video darslar, animatsiyalar va 3D modellar bilimlarni qiziqarli qiladi va osonlashtiradi.
- 3) **Shaxsiylashtirilgan ta'lim:** Sun'iy intellekt yordamida o'quvchining darajasi

aniqlanadi va unga mos mashqlar tavsiya qilinadi. Masofaviy test va baholash tizimlari bilan o'quvchi o'z natijasini tez biladi.

4) **Hamkorlik va kommunikatsiya:** Forumlar, chatlar va video konferensiyalar orqali o'quvchilar va o'qituvchilar o'rtasida muloqot rivojlanadi. Guruh ishlari va loyihalarni onlayn bajarish osonlashadi va tez bitadi.

**Muammolar va ularning yechimlari.** Raqamli ta'lim muhitini joriy etish jarayonida bir qator muammolar kuzatilmoqda. Eng asosiy muammolardan biri — internet sifati va texnik vositalarning yetarli emasligidir. Ayniqsa, qishloq hududlarida o'quvchilar doimiy ravishda onlayn ta'limdan foydalana olmayapti. Bu esa ta'lim sifatiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. Ushbu muammoni hal qilish uchun internet infratuzilmasini yaxshilash va o'quvchilarni zarur qurilmalar bilan ta'minlash muhim hisoblanadi.

Yana bir muammo — o'qituvchilarning raqamli texnologiyalar bilan ishlash ko'nikmalari yetarli darajada rivojlanmaganidir. Ba'zi o'qituvchilar zamonaviy platformalardan to'liq foydalana olmaydi. Shu sababli ular uchun maxsus o'quv kurslari va treninglar tashkil etish zarur.

Bundan tashqari, o'quvchilarning hammasi ham mustaqil ta'lim olishga tayyor emas. Masofaviy ta'lim jarayonida ayrim o'quvchilarda motivatsiya pasayishi kuzatiladi. Bu muammoni hal qilish uchun interaktiv darslar sonini oshirish, qiziqarli metodlardan foydalanish va o'quvchilarni rag'batlantirish tizimini kuchaytirish lozim.

**Xulosa.** Axborot texnologiyalari raqamli ta'lim muhitini shakllantirishda muhim omil hisoblanadi. Ular ta'lim jarayonini modernizatsiya qilish, bilimlarni tezkor yetkazish va o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi. Kelajakda raqamli texnologiyalar ta'lim tizimining ajralmas qismiga aylanishi shubhasiz.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. **Abduqodirov A.A., Begmatov U.Sh.** Axborot texnologiyalari va ta'lim jarayoni. — Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2019. — 120–125-betlar.
2. **Muslimov N.A.** Pedagogik texnologiyalar va ta'lim samaradorligi. — Toshkent: Fan va texnologiya, 2018. — 85–90-betlar.
3. **Yuldashev J.G., Usmonov S.A.** Zamonaviy pedagogik texnologiyalar. — Toshkent: O'qituvchi, 2017. — 45–50-betlar.
4. **Qosimov A.A.** Raqamli ta'lim muhitini rivojlantirish masalalari // Pedagogika va psixologiya jurnali. — Toshkent, 2021. — №3. — 52–56-betlar.
5. **Tursunov X.T.** Ta'lim jarayonida axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish // Zamonaviy ta'lim jurnali. — Toshkent, 2020. — №4. — 34–38-betlar.

### **RAQAMLI TA'LIM MUHITINI SHAKLLANTIRISHDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING O'RNI. INSON MEHNATI VA ZAMONAVIY TEXNOLOGIYALAR**

**Barakayev Akmal Musurmonovich, To'rayeva Shahrizoda Jo'rabek qizi**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

Email: [torayevashahrizoda76@gmail.com](mailto:torayevashahrizoda76@gmail.com)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada sun'iy intellektning zamonaviy mehnat bozori va inson mehnati shakliga ko'rsatgan ta'siri tahlil qilinadi. Maqolada SI texnologiyalarining qanday sohalarda qo'llanilayotgani, inson mehnatini qanday o'zgartirayotgani, samaradorlikka qanday ta'sir ko'rsatayotgani va qanday yangi kasblar paydo bo'layotgani muhokama qilinadi. Shuningdek, avtomatlashtirish natijasida yuzaga kelayotgan ishsizlik, malaka o'zgarishi kabi muammolar ham yoritiladi.

**Kalit so'zlar:** O'zbekistonda sun'iy intellekt, O'zbekiston mehnat bozori, Raqamli iqtisodiyot O'zbekistonda, Texnologik ishsizlik, AI va ta'lim tizimi O'zbekistonda, Yoshlar va sun'iy intellekt, Mehnat migratsiyasi va texnologiyalar.

**Аннотация:** В данной статье анализируется влияние искусственного интеллекта на

современный рынок труда и форму человеческого труда. Обсуждаются области применения технологий ИИ, их воздействие на изменение человеческого труда, влияние на производительность, а также появление новых профессий. Кроме того, освещаются такие проблемы, как безработица, возникающая в результате автоматизации, и изменение требований к квалификации работников.

**Ключевые слова:** Искусственный интеллект в Узбекистане, рынок труда Узбекистана, цифровая экономика в Узбекистане, технологическая безработица, ИИ и система образования в Узбекистане, молодежь и искусственный интеллект, миграция рабочей силы и технологии.

**Abstract:** This article analyzes the impact of artificial intelligence on the modern labor market and the structure of human work. It discusses the areas where AI technologies are applied, how they are transforming human labor, their effects on productivity, and the emergence of new professions. The article also highlights issues such as unemployment caused by automation and shifts in workforce qualifications.

**Keywords:** Artificial intelligence in Uzbekistan, labor market in Uzbekistan, digital economy in Uzbekistan, technological unemployment, AI and education system in Uzbekistan, automation in Uzbekistans industry, youth and artificial intelligence, labor migration and technologies.

**Kirish.** So‘nggi yillarda sun‘iy intellekt (SI) texnologiyalarining jadal rivojlanishi global miqyosda mehnat bozorining strukturaviy o‘zgarishiga sabab bo‘lmoqda. Jahon Iqtisodiy Forumi (World Economic Forum)ning 2023-yilgi hisobotiga ko‘ra, 2027-yilgacha sun‘iy intellekt va avtomatlashtirish sababli 83 million ish o‘rni yo‘qolishi, biroq 69 million yangi ish o‘rni yaratilishi kutilmoqda[1]. Bu o‘zgarishlar nafaqat rivojlangan mamlakatlar, balki rivojlanayotgan davlatlar — jumladan, O‘zbekiston uchun ham dolzarbdir. O‘zbekistonda ham so‘nggi yillarda raqamli iqtisodiyot, sun‘iy intellekt va avtomatlashtirishga oid davlat strategiyalari qabul qilinmoqda. 2020-yilda qabul qilingan “Raqamli O‘zbekiston – 2030” dasturi mamlakatda IT sohasini rivojlantirish, zamonaviy texnologiyalarni ishlab chiqarish va xizmat ko‘rsatish sohalariga joriy etish maqsadini o‘z ichiga oladi[2]. Biroq bu jarayon mehnat bozori uchun muammolarni ham, imkoniyatlarni ham keltirib chiqarmoqda. Ushbu maqolada SI texnologiyalarining aynan qaysi yo‘nalishlarda qo‘llanilayotgani, inson mehnatini qanday o‘zgartirayotgani, shuningdek, yuzaga kelayotgan yangi kasblar va texnologik ishsizlik tahdidi tahlil qilinadi.

**Asosiy qism.** Bugungi kunda raqamli texnologiyalar hayotimizning deyarli barcha jabhalariga kirib kelmoqda. Ayniqsa, sun‘iy intellektning rivojlanishi mehnat bozori va ta‘lim tizimida sezilarli o‘zgarishlarni yuzaga keltirmoqda. O‘zbekistonda ham bu jarayon bosqichma-bosqich amalga oshirilmoqda va u turli sohalarda o‘z aksini topmoqda.

Hozirgi vaqtda sun‘iy intellekt sanoat, ta‘lim hamda sog‘liqni saqlash tizimlarida faol qo‘llanilmoqda. Ishlab chiqarish korxonalarida avtomatlashtirilgan tizimlarning joriy etilishi ish jarayonini tezlashtirib, mahsulot sifatini oshirishga xizmat qilmoqda. Ta‘lim sohasida esa raqamli platformalar orqali o‘quv jarayonini individuallashtirish imkoniyati paydo bo‘ldi. Bu o‘quvchilarning bilim darajasini yaxshiroq aniqlash va ularga mos metodlarni tanlashga yordam bermoqda. Tibbiyotda esa sun‘iy intellekt yordamida kasalliklarni aniqlash jarayonlari ancha tez va aniq bo‘lib bormoqda.

Shu bilan birga, bu texnologiyalar inson mehnatiga ham o‘z ta‘sirini o‘tkazmay qolmayapti. Oddiy va takrorlanuvchi ishlarning avtomatlashtirilishi natijasida ayrim kasblarga ehtiyoj kamaymoqda. Biroq buning o‘rniga yangi kasblar paydo bo‘lmoqda. Masalan, ma‘lumotlar tahlilchisi yoki sun‘iy intellekt bilan ishlovchi mutaxassislariga talab ortib bormoqda. Bu esa o‘z navbatida, zamonaviy bilim va ko‘nikmalarga ega bo‘lish zaruratini kuchaytirmoqda.

Endilikda ishchi kuchidan faqatgina an‘anaviy bilim emas, balki raqamli savodxonlik ham talab qilinmoqda. Shu sababli ko‘plab mutaxassislar o‘z malakasini oshirishga yoki yangi kasb o‘rganishga majbur bo‘lmoqda. Bu holat ta‘lim tizimiga ham yangi vazifalarni yuklamoqda, ya‘ni

yoshlarni zamonaviy texnologiyalar bilan ishlashga tayyorlash muhim ahamiyat kasb etmoqda.

Biroq bu jarayon muammolardan holi emas. Avtomatlashtirish natijasida ayrim ish o'rinlarining qisqarishi, ayniqsa past malakali ishchilar uchun qiyinchiliklar tug'dirmoqda. Agar bu qatlam uchun qayta tayyorlash imkoniyatlari yetarli darajada yaratilmasa, ishsizlik darajasi oshishi mumkin. Bu esa jamiyatda ijtimoiy tengsizlikni kuchaytirish ehtimolini ham yuzaga keltiradi.

Umuman olganda, sun'iy intellekt inson mehnatiga raqib sifatida emas, balki yordamchi vosita sifatida ko'rish maqsadga muvofiqdir. To'g'ri yondashuv orqali texnologiyalar inson faoliyatini yengillashtirishi va samaradorlikni oshirishi mumkin. Shu bois raqamli ta'lim muhitini rivojlantirish va yoshlarni zamonaviy kasblarga yo'naltirish bugungi kunning muhim vazifalaridan biri hisoblanadi.

### **Muhokamalar va natijalar:**

#### **1. Sun'iy intellekt qaysi sohalarida qo'llanilmoqda?**

O'zbekistonda SI texnologiyalari quyidagi yo'nalishlarda bosqichma-bosqich joriy etilmoqda.

Sanoatda **"Texnopark"**, **"Yangi Andijon"**, **"Chirchiq texnoparki"** kabi zamonaviy ishlab chiqarish hududlarida avtomatlashtirilgan ishlab chiqarish liniyalari joriy etilmoqda. Misol uchun, **"Artel"** zavodida ayrim sexlar robototexnika va SI asosida boshqariladi.

Ta'limda **"Digital Generation"** loyihasi doirasida maktablarda sun'iy intellekt asosida ishlaydigan o'quv platformalar testdan o'tkazilmoqda. Bundan tashqari, Toshkentdagi ba'zi universitetlarda ChatGPT kabi vositalardan o'qitishda foydalanilmoqda.

Sog'liqni saqlashda, Tibbiyot muassasalarida AI asosidagi diagnostika tizimlari (masalan, rentgen tasvirlarini avtomatik tahlil qilish) joriy etilmoqda. 2024-yilda Toshkentdagi xususiy klinikalardan birida AI yordamida yurak ritmini aniqlash loyihasi sinovdan o'tkazildi.

#### **2. Sun'iy intellekt inson mehnatini qanday o'zgartirmoqda?**

Avtomatlashtirish zavodlarda va xizmat ko'rsatish sohalarida oddiy, takrorlanuvchi ishlar SI asosidagi tizimlar bilan almashtirilmoqda. Bu esa oddiy ishchilarning ehtiyojini kamaytirmoqda. Yangi kasblar **"AI developer"**, **"Data analyst"**, **"Prompt engineer"** kabi kasblarga talab ortmoqda. Masalan, 2024-yilda IT Parkning rasmiy saytida 3 oy ichida AI yo'nalishida 150 dan ortiq yangi ish e'lon qilingan[5].

Malaka o'zgarishi endilikda oddiy texnik ko'nikmalar yetarli emas. Ishchilar doimiy o'qish, qayta tayyorlanish zaruriyatiga duch kelmoqda. O'zbekistonda 2023-yil davomida 50 mingdan ortiq ishchi **"Digital Skills"** kurslari orqali raqamli malaka oshirishga jalb etilgan (Axborot texnologiyalari vazirligi ma'lumotiga ko'ra)[3].

#### **3. Ishsizlik va ijtimoiy muammolar haqida nimalar deyishimiz mumkin?**

Texnologik ishsizlik. O'zbekiston Mehnat vazirligi 2024-yil 1-choragi yakunlariga ko'ra, avtomatlashtirilgan liniyalar joriy etilgan 20 dan ortiq korxonada kamida 800 ishchi o'z ish o'rnini yo'qotganini bildirgan[4].

Miqyosli ta'sir ayniqsa, qishloq joylarida past malakali ishchilarga ish topish qiyinlashmoqda. Sun'iy intellektning keng joriy etilishi ijtimoiy tengsizlikni chuqurlashtirish xavfini tug'diradi, agar qayta tayyorlash va o'quv imkoniyatlari kengaytirilmasa.

Sun'iy intellekt O'zbekiston mehnat bozorida muhim o'zgarishlarni boshlab berdi. U ishlab chiqarish va xizmat ko'rsatish sohalarini avtomatlashtirib, ish unumdorligini oshirmoqda, lekin ayni paytda past malakali ishchilarning ishsiz qolish xavfini kuchaytirmoqda.

**Xulosa.** Sun'iy intellekt texnologiyalari zamonaviy mehnat bozorida keskin o'zgarishlarga sabab bo'lmoqda. U ishlab chiqarish jarayonlarining avtomatlashtirilishi, mehnat unumdorligining oshishi va yangi kasblarning paydo bo'lishi kabi ijobiy natijalarni yuzaga chiqarayotgani holda, boshqa tomondan, past malakali ishchilarning ishsiz qolish xavfi, malaka talabining keskin ortishi kabi muammolarni ham keltirib chiqarmoqda. Ayniqsa, O'zbekiston sharoitida bu jarayon muvozanatli tarzda olib borilishi, davlat siyosati bilan qo'llab-quvvatlanishi zarur. Ta'lim tizimida raqamli va texnologik ko'nikmalarni kuchaytirish, qayta tayyorlash dasturlarini yo'lga qo'yish

bugungi kunning dolzarb vazifalaridandir. Kelajakda inson mehnati sun'iy intellekt bilan raqobat qilmasligi, balki u bilan hamkorlikda ishlashi orqali yanada samarali natijalarga erishilishi mumkin.

### **Foydanilgan adabiyotlar**

1. Axborot texnologiyalari va kommunikatsiyalarini rivojlantirish vazirligi. Raqamli ko'nikmalar bo'yicha o'quv kurslari hisobotlari. -Toshkent: MITC axborot-tahlil markazi, 2023. - 45 bet.
2. International Labour Organization (ILO). The Impact of Technology on the Quality and Quantity of Jobs. - Geneva (Shveytsariya): International Labour Office, 2021. - 86 pages.
3. Jahon Iqtisodiy Forumi (World Economic Forum). The Future of Jobs Report 2023. - Davos (Shveytsariya): WEF Publishing, 2023. - 296 pages.
4. O'zbekiston Respublikasi Mehnat vazirligi. 2024-yil I chorak mehnat bozori holati yuzasidan statistik axborot. - Toshkent: Mehnat va ijtimoiy himoya vazirligi matbaa markazi, 2024. - 33 bet.
5. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti. "Raqamli O'zbekiston - 2030" strategik dasturi. - Toshkent: "O'zbekiston" nashriyoti, 2020. -52 bet.
6. Tashkent IT Park. IT sohasida yangi ish o'rinlari va kasblar tahlili (2024-yil 1-chorak hisobot). - Toshkent: IT Park axborot xizmati, 2024. - 28 bet.
7. World Bank. Digital Uzbekistan: Skills and Jobs of the Future. -Washington D.C. (AQSh): World Bank Group, 2023. -104 pages.

### **TURLI MA'LUMOTLARNI MATRITSA TILIGA O'TKAZISH**

**<sup>1</sup>Butaboyev Alimardon Alimjonovich, <sup>1</sup>Nurullayeva Ozoda Akbar qizi**

<sup>1</sup>*Guliston davlat universiteti*

[ALI94MARDON@GMAIL.COM](mailto:ALI94MARDON@GMAIL.COM)

[NURULLAYEVAOZODA141@GMAIL.COM](mailto:NURULLAYEVAOZODA141@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada ma'lumotlarni matritsa tiliga o'tkazishning nazariy asoslari va amaliy jihatlari tahlil qilinadi. Matritsa ko'rinishida ifodalash orqali katta hajmdagi ma'lumotlarni ixcham, tartibli va tizimli shaklda tasvirlash imkoniyatlari yoritilgan. Shuningdek, ma'lumotlarni matritsaga o'tkazish jarayonida qo'llaniladigan asosiy algoritmlar, ularning samaradorligi hamda hisoblash jarayonlarini tezlashtirishdagi roli ko'rib chiqilgan. Maqolada matritsalar va vektorlar ustida bajariladigan amallar yordamida turli amaliy masalalarni yechish usullari misollar asosida tahlil qilingan. Bundan tashqari, mazkur yondashuvning dasturlash va matematik modellashtirish sohalarida qo'llanilishi ham asoslab berilgan. Tadqiqot natijalari ma'lumotlarni qayta ishlash, optimallashtirish va ilmiy hisoblashlarda keng foydalanish imkonini beradi.

**Kalit so'zlar:** matritsa, ma'lumotlarni matritsaga o'tkazish, chiziqli algebra, algoritim, matematik modellashtirish, ma'lumotlarni qayta ishlash, optimallashtirish.

**Annotation:** This article analyzes the theoretical foundations and practical aspects of transforming data into matrix form. Representing data in matrix form allows large volumes of information to be organized in a compact, structured, and systematic way. The paper examines the main algorithms used for converting data into matrices, their efficiency, and their role in accelerating computational processes. In addition, methods for solving various applied problems using matrix and vector operations are discussed with illustrative examples. The applicability of this approach in programming and mathematical modeling is also substantiated. The results of the study demonstrate that matrix-based data representation is an effective tool for data processing, optimization, and scientific computing.

**Keywords:** matrix, data transformation into matrix form, linear algebra, algorithm, mathematical modeling, data processing, optimization.



Ma'lumotlarni matritsa tiliga o'tkazish – bu har qanday ob'ektlarni (matn,rasm,jadval) kompyuter hisoblay oladigan koordinatalar tizimiga joylashtirishdir. Ya'ni har xil turdagi tartibsiz ma'lumotlarni kompyuter qayta ishlay olishi uchun aniq tartibga solingan sonli jadval ko'rinishiga keltirishdir[3].

Raqamli jadvallarni matritsa tiliga o'tkazish – bu, har bir satr ob'ekt (masalan, foydalanuvchilar), har bir ustun esa uning xususiyati (yoshi,daromadi) sifatida saqlanadi. Agar bizda 10000ta mijoz va ularning 5-6 xil xarakterlarini oladigan bolsak, bular 10000 x 5 yoki 10000 x 6 o'lchamli matritsaga aylanadi .

Misol uchun Faraz qilaylik, bizda uchta do'kon bor va shu do'konlardagi ikki turdagi mahsulot qolgani haqida javal bor.

(1-jadval)

| Do'kon  | Mahsulot A (dona) | Mahsulot B (dona) |
|---------|-------------------|-------------------|
| 1-dokon | 150               | 200               |
| 2-dokon | 80                | 120               |
| 3-dokon | 300               | 450               |

Bu jadvalni M matritsa ko'rinishida ifodalaymiz:

$$M = \begin{pmatrix} 150 & 200 \\ 80 & 120 \\ 300 & 450 \end{pmatrix}$$

Bu yerda:

Matritsa o'lchami 3x 2 (3ta satr va 2ta ustun).

Har bir satr (i) ma'lum bir do'konni ifodalaydi.

Har bir (j) ma'lum bir mahsulotni turini ifodalaydi.

Yuqorida ko'rib chiqqan misolimiz raqamli jadvallarni matritsa usuliga o'tkazishga yaqqol misol bo'la oladi[11].

Tasvirlar (Piksellar) ni matritsa tiliga o'tkazish – bu, raqamli tasvirni kompyuter tushunadigan sonlar to'plamiga aylantirish jarayonidir. Kompyuter uchun har qanday rasm aslida katta bir jadval ya'ni matritsa hisoblanadi[12].

Har bir tasvir mayda kvadatchalardan,ya'ni piksellardan tashkil topadi. Matritsada har bir piksel bitta element (son) bo'lib xizmat qiladi. Agar rasmning o'lchami 1080 x 1920 bo'lsa, bu matritsaning 1080 ta satri va 1920 ta ustuni bor degani.Tasvirning rangiga qarab matritsa ko'rinishi o'zgaradi. Har bir piksel o'z rangi intensivligi bo'yicha (0 dan 255 gacha) sonli qiymat oladi. Bu ranglar quyidagicha sonlarni o'ziga o'zlashtiradi[6].

Oq – qora yoki kulrang tasvirlar: Ikki xil qiymatdan iborat matritsa: 0 = qora, 1= oq yoki 0 – mutlaqo qora , 255 – mutlaqo oq .

Rangli tasvirlar: Bu yerda bitta matritsa emas, balki uch qatlamli matritsa ishlatiladi[2].

1. R (Red – qizil )

2. G (Green – yashil)

3. B ( Blue – ko'k )

Har bir pikselda uchta son bo'ladi .

Misol uchun: Kichik oq-qora tasvir hosil qilamiz qoida juda oddiy qora kvadrat=0, oq kvadrat = 1 ga.

|          | 1 – ustun | 2 – ustun | 3 – ustun |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| 1 – satr | 0         | 1         | 0         |
| 2 – satr | 1         | 0         | 1         |
| 3 – satr | 0         | 1         | 0         |

Bu jadvalning matritsaviy usuli quyidagicha bo'ladi:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Yuqorida ko‘rib chiqqan misolimiz matritsadan tasvir hosil qilishimiz yoki tasvirdan matritsa hosil qilishimiz mumkinligini anglatadi[2].

Matnli ma’lumotlarni matritsa tiliga o‘tkazish – bu , harflarni,so‘zlarni yoki gaplarni kompyuter tushunadgan sonli massivlarga (vektorlarga) aylantirish jarayonidir. Kompyuter matnni yoki harflarni tushunmaydi, u faqat sonlar ustida amallar bajara oladi. Shu sababli matnni matritsaga o‘tkazishning bir qancha sodda usullari ishlatiladi[9].

1.Sodda usullaardan biri: Harflarni raqamlashdir.

Har bir harfga alfbo tartbida bittadan raqam berilgan.

A=1, B=2, D=3 ...

Misol uchun:

“ ONA” so‘zi (15,14,11) ko‘rinishidagi kichik matritsa (vector) bo‘ladi.

2. So‘zlar sumkasi usuli.

Bu usul matndagi so‘zlarning necha marotaba takrorlanishiga qarab matritsa tuzadi ya’ni;

1 – gap: “ Men o‘qishga bordim.”

2 – gap: “Men uyga bordim.”

| Gaplar  | Men | O‘qishga | Uyga | Bordim |
|---------|-----|----------|------|--------|
| 1 – gap | 1   | 1        | 0    | 1      |
| 2 – gap | 1   | 0        | 1    | 1      |

Yuqorida ko‘rib chiqqan misolimizning natijasida gaplar (1,1,0,1) ko‘rinishida kompyuter tiliga matritsa usulida o‘girildi.

Amallarning samaradorligi – na’lumotlar matritsaga o‘tgach,  $A \times B$  kabi bitta amal bilan milliardlab ma’lumotlarni bir vaqtda qayta ishlash imkonini beradi[8].

**Xulosa** qilib aytganda turli xil ma’lumotlarning matritsa tiliga o‘girilib ishlanishi bizning hayotimizga yengillik olib kiradi, ya’ni qanday yengilliklarni nazarda tutamiz bu yengilliklar ma’lumotlarni tezroq, ixchamroq va sifatliroq olishimizga yordam beradi. Ma’lumotlar matritsa tiliga aylangach, ular shunchaki raqamlar emas balki, fazodagi nuqtalarga aylanadi va ularning o‘zaro bog‘liqligini matematik hisoblash imkonini yaratadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. N. G‘ulomov. *Matematik modellashirish asoslari*. – Toshkent: O‘qituvchi, 2010. – 15-bet.
2. A. Abdullayev. *Matematik modellashirish va optimallashtirish*. – Toshkent: Fan, 2012. – 22-bet.
3. Sh. Karimov. *Chiziqli algebra va uning tatbiqlari*. – Toshkent: Universitet, 2015. – 30-bet.
4. B. Xolmatov. *Optimallashtirish usullari*. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2018. – 18-bet.
5. M. Jo‘rayev. *Amaliy matematika va hisoblash usullari*. – Toshkent, 2016. – 41-bet.
6. S. Xasanov. *Chiziqli dasturlash va matematik modellashirish*. – Toshkent, 2014. – 27-bet.
7. R. Sobirov. *Iqtisodiy-matematik usullar*. – Toshkent: Iqtisodiyot, 2013. – 35-bet.
8. U. Tursunov. *Optimallashtirish nazariyasi*. – Toshkent, 2017. – 50-bet.
9. D. To‘rayev. *Matematik dasturlash asoslari*. – Toshkent, 2019. – 29-bet.
10. K. Raximov. *Amaliy matematika asoslari*. – Toshkent, 2011. – 12-bet.
11. Negmatulloyev Z. T., Butaboyev A. A., Monasipova R. F. Oliy ta’limda raqamli texnologiyalarining roli //Eurasian Journal of Technology and Innovation. – 2024. – T. 2. – №. 1-1. – C. 160-163.
12. Butaboyev, A., and S. Qilichev. "Oddiy differensial tenglamalar va ularning sistemalarini berilgan bitta nuqtada yechish texnologiyasi. mathcad dasturi tarkibidagi rkadapt va bulstoer funksiyalarining qo‘llanilishi." *Science and innovation* 1.A8 (2022): 123-128.

# ELEKTRON HUKUMAT VA RAQAMLI IQTISODIYOT FANINI O'QITISHDA MUAMMOLI VAZIYATLARNING TAHLILI VA HAL ETISH USULLARI

<sup>1</sup>Xursandov Hamidillo Fayzillo o'g'li

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali

E-mail: [HAMIDILLOXURSANDOV@GMAIL.COM](mailto:HAMIDILLOXURSANDOV@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqola elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot fanlarini o'qitishda yuzaga keladigan muammolarni tahlil qiladi. Maqolada texnologik ta'minot, o'qituvchilarning malakasi, o'quvchilarning motivatsiyasi, o'quv dasturlarining moslashuvchanligi va axborot xavfsizligi masalalari keltiriladi. Har bir muammoli vaziyatni o'rganish bilan birga, ularni hal qilish usullari ham taklif etiladi. Texnologik ta'minotni yaxshilash, o'qituvchilarning malakasini oshirish, o'quvchilarni rag'batlantirish, o'quv dasturlarini yangilash va axborot xavfsizligi bo'yicha ta'lim berish kabi chora-tadbirlar ko'rsatilgan. Maqola, shuningdek, elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot sohalarida malakali mutaxassislarni tayyorlashning ahamiyatini ta'kidlaydi. Ushbu tadqiqot, ta'lim jarayonini samarali va sifatli tashkil etishda muhim manba bo'lishi kutilmoqda.

**Аннотация:** В данной статье анализируются проблемы, возникшие при преподавании дисциплин электронного правительства и цифровой экономики. Рассматриваются вопросы, связанные с технологическим обеспечением, квалификацией преподавателей, мотивацией студентов, гибкостью учебных планов и информационной безопасностью. Каждая проблемная ситуация изучается, и предлагаются решения. Описаны меры по улучшению технологического обеспечения, повышению квалификации преподавателей, мотивации студентов, обновлению учебных планов и обучению вопросам информационной безопасности. В статье также подчеркивается важность подготовки квалифицированных специалистов в области электронного правительства и цифровой экономики. Ожидается, что данное исследование станет значимым ресурсом для эффективной и качественной организации образовательного процесса.

**Abstract:** This article analyzes the challenges faced in teaching the subjects of e-government and digital economy. It discusses issues related to technological provision, teachers' qualifications, student motivation, the flexibility of curricula, and information security. Each problematic situation is examined, and solutions are proposed. Measures to improve technological provision, enhance teachers' qualifications, motivate students, update curricula, and provide education on information security are outlined. The article also emphasizes the importance of training qualified specialists in the fields of e-government and digital economy. This research is expected to serve as a significant resource for effectively and qualitatively organizing the educational process.

**Kalit so'zlar:** Muammoli vaziyatlar, motivatsiya, tahlil qilish, interaktiv darslar, qobiliyat, kichik guruhlar, ma'lumot, texnologiya, muammoli o'qitish, mashg'ulot, material, usullar, teoretik, o'zaro hamkorlik, onlayn.

**Ключевые слова:** Проблемные ситуации, мотивация, анализ, интерактивные уроки, способности, малые группы, информация, технология, проблемное обучение, обучение, материал, методы, теоретический, взаимодействие, онлайн.

**Keywords:** Problem situations, motivation, analysis, interactive lessons, ability, small groups, information, technology, problem-based teaching, training, material, methods, theoretical, interaction, online.

Zamonaviy dunyoda elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot fanlari, davlat boshqaruvi va iqtisodiy rivojlanishda muhim o'rin tutadi. Bu fanlar nafaqat nazariy bilimlarni, balki amaliy

ko'nikmalarni ham o'rgatadi. Elektron hukumat — bu davlat xizmatlarini raqamli shaklda taqdim etish jarayoni bo'lib, u fuqarolar va davlat o'rtasidagi aloqalarni yaxshilaydi. Raqamli iqtisodiyot esa iqtisodiy faoliyatning raqamli texnologiyalar asosida tashkil etilishini anglatadi. Biroq, ushbu fanlarni o'qitishda bir qator muammolar mavjud. A.Khalilov ta'kidlaganidek, "Raqamli iqtisodiyotning o'sishi ta'lim sifatiga bevosita ta'sir ko'rsatadi" [1].

### **Muammoli vaziyatlarni tahlil va hal qilish usullari:**

1) Texnologik ta'minotdagi muammolar: O'quv muassasalarida zarur texnologik vositalarning yetishmasligi elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot fanini o'qitishda katta to'siq qiladi. Ba'zi maktablar va universitetlarda zamonaviy kompyuterlar va dasturlar mavjud emas. Bu esa talabalar uchun amaliy mashg'ulotlar o'tkazishni qiyinlashtiradi. T.Mamatov shuni ta'kidlaydi: "Zamonaviy texnologiyalarni o'rganish uchun zaruriy infratuzilma mavjud bo'lishi shart" [2].

Maktablarda va universitetlarda zamonaviy kompyuterlar va dasturlarning mavjudligini ta'minlash zarur. Buning uchun davlat va xususiy sektor o'rtasida hamkorlik o'rnatish muhimdir. T.Mamatovning fikricha, "Elektron hukumatning samaradorligi ta'lim infratuzilmasiga bog'liq" [2]. Bulutli texnologiyalarni joriy etish orqali o'quv jarayonini yanada samarali qilish mumkin.

2) O'qituvchilarning malakasi: O'qituvchilarning elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot sohasida yetarli bilimga ega emasligi muammosi ham mavjud. M.Jabborovning fikriga ko'ra, "O'qituvchilarning malakasini oshirish, ta'lim sifatini yaxshilashda muhim rol o'ynaydi" [3]. Ko'plab o'qituvchilar zamonaviy texnologiyalarni o'zlashtira olmaydilar, bu esa ta'lim sifatiga salbiy ta'sir ko'rsatadi.

O'qituvchilar uchun elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot bo'yicha malaka oshirish kurslarini tashkil etish zarur. Buning uchun o'qituvchilarni zamonaviy texnologiyalar va metodologiyalar bilan tanishtirish muhimdir. A.Khalilovning fikricha, "Mutaxassislardan o'rganish, o'qituvchilarning bilimlarini oshirishga yordam beradi" [1]

3) O'quvchilarning motivatsiyasi: O'quvchilarning ushbu fanlarga qiziqishining pastligi ham muhim masala hisoblanadi. O'quvchilar elektron hukumat va raqamli iqtisodiyotning amaliy qo'llanilishini to'g'ri anglamayptilar. S.Yusupovning ta'kidlashicha, "motivatsiyaning pastligi o'quv jarayonining samaradorligini pasaytiradi" [4]. O'qitish jarayonida passiv qatnashish, ularning bilim olish jarayoniga salbiy ta'sir ko'rsatadi.

Interaktiv o'quv metodlaridan foydalanish: o'yinlar, simulyatsiyalar va loyihalar o'quvchilarni rag'batlantirishga yordam beradi. O'quvchilarga elektron hukumatning amaliy qo'llanilishi haqida axborot berish, ularning qiziqishini oshiradi. M.Jabborovning fikricha: "Qiziqarli ta'lim metodlari o'quvchilarning faol ishtirokini ta'minlaydi" [3].

4) O'quv dasturlarining moslashuvchanligi: O'quv dasturlarining zamon talablariga mos emasligi muammosi ham mavjud. Raqamli iqtisodiyot va elektron hukumat sohalarida tez-tez yangiliklar paydo bo'lib turadi. Biroq, o'quv dasturlari ko'pincha bu o'zgarishlarga mos kelmaydi. R.Heeks ta'kidlashicha: "O'quv dasturlari tezkor o'zgaruvchanlikka moslashishi kerak" [5]. Natijada talabalar zamonaviy malakalarni o'zlashtira olmaydilar, bu esa ularning ishga joylashish imkoniyatlarini cheklaydi.

O'quv dasturlarini tez-tez qayta ko'rib chiqish va yangilash zarur. Raqamli iqtisodiyot va elektron hukumatning rivojlanish tendensiyalarini inobatga olish, o'quvchilarga zamonaviy malakalarni o'rganishga yordam beradi. OECD (2021) hisobotlarida, "O'quv dasturlarini muntazam yangilash, ta'lim sifatini oshirishda muhimdir" [7]

5) Axborot xavfsizligi masalalari: Axborot xavfsizligi bo'yicha bilimlarning yetishmasligi ham muhim muammo hisoblanadi. O'quvchilarning internet xavfsizligi va axborot xavfsizligi bo'yicha bilimlari past. Bu esa ularda kiberxavfsizlikka rioya qilishni o'rganmaydilar. R.Akhmedov nazarida, "Axborot xavfsizligi bo'yicha ta'lim berish, o'quvchilarni zamonaviy xavf-xatarlar bilan kurashishga tayyorlaydi" [6].

O'quvchilarga internet xavfsizligi va axborot xavfsizligi bo'yicha kurslar o'tkazish zarur. Kiberxavfsizlikka oid amaliy mashg'ulotlar tashkil etish, o'quvchilarning bilimlarini oshirishga yordam beradi. World Bank (2020) ta'kidlaydiki, "Axborot xavfsizligi bo'yicha ta'lim berish, fuqarolarni raqamli muhitda himoya qilishga yordam beradi" [8].

**Xulosa.** Elektron hukumat va raqamli iqtisodiyot fanlarini o'qitishda mavjud muammoli vaziyatlar ta'lim sifatiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. Ushbu muammolarni hal qilish uchun texnologik ta'minotning yaxshilanishi, o'qituvchilarning malakasini oshirish, o'quvchilarni rag'batlantirish va o'quv dasturlarini yangilash zarur. Shuningdek, axborot xavfsizligi bo'yicha ta'lim berish ham muhim ahamiyatga ega. Bu chora-tadbirlar o'quv jarayonini samarali va sifatli tashkil etishga yordam beradi. Raqamli iqtisodiyot va elektron hukumat sohalarida malakali mutaxassislarni tayyorlash, mamlakatimizning iqtisodiy rivojlanishiga katta hissa qo'shadi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Khalilov, A. (2020). Raqamli iqtisodiyot: nazariyasi va amaliyoti. Tashkent: O'zbekiston davlat iqtisodiyot universiteti.
2. Mamatov, T. (2019). Elektron hukumat va uning rivojlanishi. Tashkent: O'zbekiston Respublikasi Axborot texnologiyalari va kommunikatsiyalarini rivojlantirish vazirligi.
3. Jabborov, M. (2022). Ta'limda raqamli texnologiyalarni joriy etish. Tashkent: O'zbekiston ta'lim vazirligi.
4. Yusupov, S. (2018). O'zbekistonda elektron hukumat: holat va istiqbollar. Tashkent: O'zbekiston Respublikasi Prezidentining Xalq qabulxonalari.
5. Heeks, R. (2018). The Role of Digital Technologies in Development. London: Routledge.
6. Akhmedov, R. (2020). Raqamli iqtisodiyot va atrof-muhit. Tashkent: O'zbekiston ekologiya va atrof-muhitni muhofaza qilish davlat qo'mitasi.
7. OECD (2021). Digital Government Index 2021. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development.
8. World Bank (2020). Digital Economy for Uzbekistan: Building the Future. Washington, DC: World Bank Publications.

## **RAQAMLI TA'LIM MUHITIDA MALAKA OSHIRISH TINGLOVCHILARINING SANOGEN TAFAKKURINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI**

**<sup>1</sup>I.I.Komilov**

*<sup>1</sup>Andijon viloyati pedagogik mahorat markazi*

*"Aniq va tabiiy fanlarni o'qitish metodikasi kafedrası" o'qituvchisi*

*ii.studio0018@gmail.com*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada raqamli ta'lim muhitida biologiya fani o'qituvchilarining malaka oshirish jarayonida sanogen tafakkurni rivojlantirish metodikasi ilmiy asoslangan tarzda taqdim etiladi. Tadqiqotda sun'iy intellekt texnologiyalari, adaptiv o'qitish tizimlari va neyrokognitiv yondashuvlarning sinergiyasi orqali tinglovchilarda konstruktiv va ijodiy fikrlashni shakllantirish usullari ko'rib chiqilgan. Eksperimental natijalar ko'rsatishicha, raqamli muhitda tashkil etilgan sanogen tafakkur mashqlari o'qituvchilarning kasbiy samaradorligini 34,7 foizga oshiradi.

**Kalit so'zlar:** *sanogen tafakkur, raqamli ta'lim, sun'iy intellekt, malaka oshirish, biologiya o'qituvchilari, adaptiv o'qitish, neyropedagogika.*

Zamonaviy ta'lim paradigmasining tub o'zgarishi — raqamli texnologiyalar, sun'iy intellekt (SI) va neyrokognitiv fanlarning integratsiyasi — pedagogik jarayonni butunlay

yangilashni taqozo etmoqda. Ayniqsa, biologiya kabi empirik-analitik fanlarda dars beruvchi o'qituvchilar uchun tafakkur madaniyatini rivojlantirish alohida ahamiyat kasb etadi.

Sanogen (salomatlik baxsh etuvchi) tafakkur nazariyasi — Yu.M.Orlov tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, bu kontsepsiya inson psixologik farovonligini ta'minlovchi, stressni kamaytiradigan va ijodiy potentsialni ozod qiluvchi fikrlash usulini anglatadi. Raqamli ta'lim muhitida ushbu tafakkurni maqsadli rivojlantirish zamonaviy pedagogikaning eng dolzarb vazifalaridan biriga aylangan.

Sun'iy intellektning ta'lim sohasiga kirib kelishi bilan malaka oshirish kurslarining formati tubdan o'zgardi: endi o'qituvchi nafaqat bilimlarini yangilovchi, balki algoritmlar bilan hamkorlikda ishlaydigan, ma'lumotlarni tahlil qiladigan va adaptiv qarorlar qabul qiladigan kognitiv agent sifatida shakllantirilmoqda. Aynan shu jarayonda sanogen tafakkur metodikalari kasbiy muhitda psixologik chidamlilik va ijodiy erkinlikni ta'minlashning metodologik vositasiga aylanadi.

Mazkur tadqiqotning maqsadi: biologiya o'qituvchilari uchun mo'ljallangan malaka oshirish kurslarida raqamli muhit imkoniyatlaridan foydalanib sanogen tafakkurni rivojlantirishning ilmiy asoslangan metodikasini ishlab chiqish.

Sanogen tafakkur konsepsiyasi dastlab klinik psixologiya doirasida ishlab chiqilgan bo'lsa-da, keyinchalik pedagogika, xususan andragogika (kattalar ta'limi) sohasida kengroq qo'llanila boshlandi. Bandura (1997) ning o'z-o'zini samarali boshqarish nazariyasi va Csikszentmihalyi (1990) ning "oqim" (flow) holati kontsepsiyasi bilan hamohang bo'lgan sanogen yondashuv, raqamli muhitda o'quvchining ichki motivatsiyasini uyg'otish uchun qulay platforma sifatida namoyon bo'ladi.

Rossiya olimasi T.N.Savchenko (2003) tadqiqotlari shuni ko'rsatdiki, o'qituvchilar orasida patogen (zararli) tafakkur naqshlari — katastrofizatsiya, haddan tashqari umumlashtirish va muvaffaqiyatsizlikka moyillik — kasbiy burnout (hissiy charchoq)ning asosiy omillari hisoblanadi. Raqamli muhit esa ushbu naqshlarni ham kuchaytirishi, ham zaiflashtirishga qodir: bu vosita qanday pedagogik maqsadlar yo'nalishida ishlatilishiga bevosita bog'liq.

So'nggi yillarda UNESCO (2023) va OECD (2022) hisobotlari raqamli ta'lim texnologiyalarini qo'llash doirasida o'qituvchilarning psixologik salomatligi masalasiga alohida e'tibor qaratishni tavsiya etmoqda. Xususan, ChatGPT, Gemini va Claude kabi katta til modellarining ta'lim platformalariga integratsiyasi o'qituvchilarda kognitiv haddan tashqari yuklanish va professional identifikatsiya inqirozini yuzaga keltirishi mumkinligi qayd etilgan.

Tadqiqot davomida metodlar qo'llanildi:

- Orlov sanogen tafakkur diagnostikasi shkalalari (2010 yil versiyasi);
- Raqamli o'quv muhitida kuzatuv protokollari (eye-tracking va click heatmap tahlili);
- SI-asistentlar (Claude 3.5 Sonnet) bilan muloqot sessiyalarining matnli tahlili;
- Kasbiy faoliyat samaradorligining kuzatuv natijalari (dars sifati ekspert baholovi).

Ishlab chiqilgan metodika uch moduldan iborat bo'lib, har bir modul raqamli vositalar bilan chambarchas integratsiya qilingan:

Birinchi modul — «Kognitiv xaritalash» (12 soat): O'qituvchilar Miro va Canva platformalari yordamida biologiya bo'yicha tushunchalar tizimini vizual xaritalaydi. SI-assistent real vaqt rejimida fikrlash jarayonidagi patogen naqshlarni (masalan, «Men buni hech qachon tushuntira olmayman» kabi limitlovchi e'tiqodlarni) aniqlab, alternativ konstruktiv formulirovkalar taklif qiladi. Neyroplastiklik tamoyiliga asoslangan ushbu yondashuv amygdala faolligini kamaytiradi va prefrontal korteksning ijodiy faoliyatini rag'batlantiradi.

Ikkinchi modul — «Refleksiv dialog» (8 soat): Kichik guruhlarda olib boriladigan SI-moderatsiyali muhokama sessiyalari. Har bir tinglovchi biologiya darsining qiyin momentini tahlil qilib, Chat-asistentga savollar beradi. Asinxron fikr-mulohaza usuli qo'llaniladi: tinglovchi savol

beradi — SI yechimlar taklif qiladi — tinglovchi tanqidiy baholaydi. Bu jarayon metakognitiv ko‘nikmalarni va sanogen tafakkurning asosiy xususiyati — muammoni fojiaga aylantirmasdan yechim izlash — ni shakllantiradi.

Uchinchi modul — «Adaptiv amaliyot» (16 soat): Moodle va Google Classroom platformalariga integratsiya qilingan amaliy topshiriqlar tizimi. Yagona xususiyati — har bir topshiriq tinglovchining oldingi xatolarini tahlil qilib, murakkablik darajasini avtomatik moslashtiruvchi adaptiv algoritmi (Bayesian Knowledge Tracing) asosida beriladi. O‘qituvchi muvaffaqiyatsizlik holatida ham «bu tajriba, nafaqat xato» degan freymingni ichki qabul qilishga yordamlashuvchi motivatsion xabarlar oladi.

Ayniqsa e’tiborli natija — SI bilan dialogik o‘qitish sessiyalari davomida tinglovchilar o‘z ichki ovozlari (inner speech) yozib qoldirib, ularni tahlil qilganida, patogen tafakkur naqshlarini aniqlab olish va qayta tuzish ko‘nikmasi nazorat guruhiga nisbatan 3,4 marta yuqori bo‘lganligi aniqlandi. Bu holat SI-assisted reflection (SI yordamida refleksiya) ning samaradorligini tasdiqlaydi.

Muhim chegaralanish: tadqiqot o‘zbek ta’lim kontekstida o‘tkazilganligi sababli, natijalar boshqa madaniy muhitlarga to‘g‘ridan-to‘g‘ri ekstrapolyatsiya qilinishi ehtiyotkorlik talab etadi. Keyingi tadqiqotlarda longitudinal kuzatuv (2-3 yil) va boshqa fanlar o‘qituvchilari bilan qiyosiy tahlil o‘tkazish tavsiya etiladi.

Raqamli ta’lim muhiti sanogen tafakkurni rivojlantirishda ikki tomonlama rol o‘ynaydi: u bir tomondan kognitiv yuklanishni oshirsa, boshqa tomondan maqsadli pedagogik dizayn bilan ushbu yuklanishni konstruktiv energiyaga aylantirish imkonini beradi. Sun’iy intellekt texnologiyalari — ayniqsa katta til modellari — ushbu jarayonning katalizatori sifatida namoyon bo‘ladi, chunki ular tinglovchi bilan personalizatsiyalashgan, xavfsiz va noan’anaviy dialog olib borishga imkon yaratadi.

Biologiya o‘qituvchilari misolida sinab ko‘rilgan uch modulli metodika o‘z samaradorligini isbotladi. Metodikaning asosiy yangiligi — an’anaviy psixologik trening va raqamli didaktika sintezi, hamda SI-vositachilikning refleksiv o‘qitish texnologiyasiga integratsiyasi.

Kelajak tadqiqotlar uchun quyidagi yo‘nalishlar tavsiya etiladi: (1) metodikani boshqa STEM fanlar o‘qituvchilari uchun adaptatsiya qilish; (2) neyrointerfeys texnologiyalari (EEG biofeedback) yordamida sanogen tafakkur holatini real vaqtda monitoring qilish; (3) o‘zbek tilidagi SI-tutorlarni maktab muhiti uchun moslashtirish.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. Bandura A. (1997). Self-Efficacy: The Exercise of Control. New York: Freeman. 604 p.
2. Csikszentmihalyi M. (1990). Flow: The Psychology of Optimal Experience. New York: Harper. 303 p.
3. Mayer R.E. (2021). Multimedia Learning. 3rd ed. Cambridge University Press. 504 p.
4. Mirziyoev Sh.M. (2022). Yangi O‘zbekiston strategiyasi. Toshkent: O‘zbekiston nashriyoti.
5. OECD (2022). Education at a Glance 2022: OECD Indicators. Paris: OECD Publishing.
6. Orlov Yu.M. (2010). Sanogeennoe myshlenie. Moskva: Imprintin-Goljfstim. 320 b.
7. Savchenko T.N. (2003). Psixologiya ozdorovleniya. Moskva: Nauka. 218 b.
8. Selwyn N. (2022). Is Technology Good for Education? Cambridge: Polity Press. 160 p.
9. UNESCO (2023). Generative AI in Education and Research. Paris: UNESCO Publishing.
10. Yusupova G.F., Toshmatov B.O. (2023). «O‘qituvchi kasbiy kompetentligida raqamli savodxonlik». Ta’lim va rivojlanish, 4(2), 45-58 b.

# SUN'IY INTELLEKT VA KIBERXAVFSIZLIK IMKONIYATLARI VA XAVF XATARLAR

**Xolmuratova Sarvara Bahodir qizi**

*Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

e-mail: [XOLMURATOVASARVARA@GMAIL.COM](mailto:XOLMURATOVASARVARA@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu tezisda sun'iy intellekt va uning kiberxavfsizlik sohasidagi roli tahlil qilinadi. Maqolada SI texnologiyalarining imkoniyatlari, ularning xavf-xatarlar bilan bog'liqligi va zamonaviy himoya vositalari ko'rib chiqiladi. Shuningdek, SI yordamida kiberhujumlarni aniqlash, xavfsizlikni oshirish va ehtimoliy xatarlarni kamaytirish usullari ham yoritiladi.

**Kalit so'zlar:** sun'iy intellekt, kiberxavfsizlik, imkoniyatlar, xavf-xatarlar, kiberhujumlar, himoya vositalari

**Annotation:** This scientific paper analyzes artificial intelligence and its role in cybersecurity. The article examines the possibilities of AI technologies, their connection with risks, and modern protection methods. It also highlights ways to detect cyberattacks, enhance security, and reduce potential threats using AI.

**Keywords:** artificial intelligence, cybersecurity, opportunities, risks, cyberattacks, protection methods

**Kirish:** Hozirgi kunda sun'iy intellekt (SI) texnologiyalari jamiyatning turli sohalarida jadal rivojlanmoqda. SI tizimlari insonning fikrlash, qaror qabul qilish va ma'lumotlarni tahlil qilish qobiliyatlarini kompyuter orqali taqlid qilishga imkon beradi. Shu bois, SI nafaqat ilm-fan va texnologiya, balki biznes, sanoat, ta'lim, tibbiyot va transport sohalarida ham keng qo'llanilmoqda. SI yordamida katta hajmdagi ma'lumotlarni tez va aniq qayta ishlash mumkin, bu esa qaror qabul qilish jarayonini soddalashtiradi va samaradorlikni oshiradi. Misol uchun, tibbiyotda SI diagnostika jarayonini tezlashtiradi, sanoatda ishlab chiqarishni optimallashtiradi, transportda esa haydovchisiz avtomobillarni boshqarishda yordam beradi. Sun'iy intellektning kiberxavfsizlik sohasidagi ahamiyati ortib bormoqda. SI texnologiyalari yordamida kiberhujumlarni aniqlash, ma'lumotlarni himoya qilish va xavf-xatarlarni kamaytirish mumkin. Biroq, SI tizimlarining rivojlanishi bilan birga yangi tahdidlar ham paydo bo'lmoqda. Masalan, sun'iy intellekt yordamida amalga oshirilgan xakerlik hujumlari, avtomatlashtirilgan firibgarlik va ma'lumotlarni o'g'irlash kabi xatarlar yuzaga keladi[1].

Sun'iy intellekt va kiberxavfsizlik bir-birini to'ldiruvchi va bir vaqtning o'zida muvozanat talab qiladigan tizimlar sifatida qaraladi. Bu ilmiy ishning maqsadi sun'iy intellektning imkoniyatlarini, xavf-xatarlarini va zamonaviy himoya vositalarini tahlil qilishdan iborat.

**Tadqiqotning maqsadi.** Ushbu ilmiy ishning asosiy maqsadi sun'iy intellektning kiberxavfsizlik sohasidagi rolini chuqur tahlil qilishdan iborat. Tadqiqot sun'iy intellektning imkoniyatlarini, uning yordamida kiberhujumlarni aniqlash va oldini olish jarayonlarini, shuningdek, yuzaga kelishi mumkin bo'lgan xavf-xatarlarni o'rganishga qaratilgan. Shu bilan birga, SI texnologiyalari yordamida ma'lumotlar xavfsizligini ta'minlash, tizimlarning barqarorligini oshirish va kiberxavfsizlik strategiyalarini samarali qo'llash imkoniyatlari ham ko'rib chiqiladi. Tadqiqot, sun'iy intellektning kiberxavfsizlikdagi amaliy ahamiyati va uning rivojlanish istiqbollarini ilmiy asosda yoritishga xizmat qiladi[3].

**Tadqiqotning vazifalari.** Tadqiqot maqsadiga erishish uchun bir qator vazifalar belgilangan. Birinchidan, sun'iy intellekt tushunchasi, uning ishlash prinsiplari va turlari batafsil o'rganiladi, shuningdek, SI texnologiyalarining kiberxavfsizlik sohasidagi qo'llanilishi tahlil qilinadi. Ikkinchidan, SI yordamida yuzaga keladigan xavf-xatarlar va ularni bartaraf etish usullari aniqlanadi, shu jumladan avtomatlashtirilgan xakerlik hujumlari, ma'lumotlarni o'g'irlash, firibgarlik va boshqa tahdidlar ko'rib chiqiladi. Uchinchidan, zamonaviy himoya vositalari, xususan Zero Trust modeli, foydalanuvchi xulq-atvorini tahlil qilish tizimlari va kriptografik himoya usullari samaradorligi baholanadi. To'rtinchidan, SI va kiberxavfsizlikni uyg'unlashtirish



orqali xavfsiz va samarali tizimlar yaratish imkoniyatlari o'rganiladi. Shu bilan birga, tadqiqot kiberxavfsizlikni ta'minlashda texnik, tashkiliy va inson omili muhimligini yoritadi va amaliy tavsiyalar ishlab chiqishga asos bo'ladi.

**Tadqiqot metodlari.** Ushbu ilmiy ishda sun'iy intellekt va kiberxavfsizlikning imkoniyatlari va xavf-xatarlarini tahlil qilish uchun bir necha metodlardan foydalanildi.

**Taqqoslash va tahlil.** An'anaviy xavfsizlik vositalari va sun'iy intellekt yordamidagi tizimlar bir-biri bilan solishtirildi. Masalan, klassik antiviruslar va SI asosidagi tahdid aniqlash tizimlari samaradorligi, Zero Trust modeli va oddiy tarmoq himoyasi taqqoslandi. Taqqoslash natijalari shuni ko'rsatdiki, sun'iy intellekt asosidagi kiberxavfsizlik tizimlari an'anaviy himoya vositalariga nisbatan ancha samarali hisoblanadi. Klassik antiviruslar asosan oldindan ma'lum bo'lgan tahdidlarni aniqlasa, SI tizimlari yangi va noma'lum hujumlarni ham aniqlash imkoniga ega. Zero Trust modeli oddiy tarmoq himoyasiga qaraganda xavfsizlikni yuqori darajada ta'minlaydi, chunki unda har bir kirish alohida tekshiriladi va doimiy nazorat qilinadi. Shu sababli, zamonaviy yondashuvlar kiberxavfsizlikni kuchaytirishda muhim ustunliklarga ega ekanligi aniqlandi.

**Kuzatish.** Tarmoq trafigi va foydalanuvchi xulq-atvori monitoring qilindi. Shu yo'l bilan ichki va tashqi tahdidlar, shuningdek foydalanuvchilarning ehtiyotsiz harakatlari aniqlandi. Natijada real vaqt rejimida tahdidlarni aniqlash va ularning oldini olish imkoniyati mavjudligi kuzatildi.

**Modellashtirish va prognozlash.** Oldingi kiberhujumlar va tarmoq naqshlari tahlil qilinib, SI yordamida kelajakdagi tahdidlar prognoz qilindi. Bu metod kiberxavfsizlik choralari oldindan rejalashtirish imkonini berdi[3].

### **Sun'iy intellekt va kiberxavfsizlik imkoniyatlari va xavf xatarlarning asosiy turlari**

Sun'iy intellekt (SI) bugungi kunda axborot tizimlarida va kiberxavfsizlik sohasida katta ahamiyatga ega. Kiberxavfsizlik sohasida SI yordamida avtomatik tarzda zararli dasturlarni aniqlash, g'ayrioddiy faoliyatlarni kuzatish va tahdidlarni oldini olish mumkin. SI tizimlarining asosiy turlari quyidagilardir. Tor (zaif) SI faqat bitta vazifani bajarishga mo'ljallangan bo'lib, masalan, shaxmat o'ynash dasturi yoki ovozli yordamchilar (Siri, Alexa) shu turga kiradi. Umumiy SI inson kabi turli vazifalarni bajarishga qodir tizim bo'lib, u o'rganish, tahlil qilish va qaror qabul qilish qobiliyatiga ega. Hozircha bu turdagi SI amalda yaratilmagan va ilmiy tadqiqot darajasida mavjud. Superintellekt inson aqlidan yuqori darajada ishlashga qodir tizim bo'lib, murakkab muammolarni tez va samarali hal qila oladi, ammo u ham nazariy tushuncha hisoblanadi. Tarmoq xavfsizligi orqali tizimlarni ruxsatsiz kirish va hujumlardan himoya qilish, ma'lumotlarni shifrlash va himoya qilish orqali ularning buzilmasligini ta'minlash, foydalanuvchi xulqini tahlil qilish tizimlari yordamida ichki va tashqi tahdidlarni aniqlash, avtomatlashtirilgan SI vositalari orqali kiberhujumlarni tezkor ravishda bloklash kabi usullar mavjud. SI bu jarayonlarni samarali qiluvchi vosita sifatida ishlatiladi, lekin uning noto'g'ri qo'llanilishi xavf-xatarlarni oshirishi mumkin[4].

**Sun'iy intellekt va kiberxavfsizlik imkoniyatlar va xavf xatarlarning zamonaviy usullari:** Sun'iy intellekt (SI) kiberxavfsizlik sohasida zamonaviy himoya usullarini samarali amalga oshirishga yordam beradi. Avvalo, SI tizimlari katta hajmdagi ma'lumotlarni real vaqt rejimida tahlil qilish imkoniga ega, bu esa xakerlik harakatlarini tez aniqlash va oldini olish imkonini beradi. Masalan, SI yordamida zararli dasturlarni avtomatik aniqlash, phishing xabarlarini bloklash va tarmoqdagi g'ayrioddiy harakatlarni kuzatish mumkin[7].

Zero Trust modeli ham kiberxavfsizlikni mustahkamlashda zamonaviy yondashuv hisoblanadi. Ushbu modelga ko'ra, tizim ichidagi hech bir foydalanuvchi yoki qurilmaga avtomatik ishonch bildirilmaydi. Har bir kirish autentifikatsiya va avtorizatsiya jarayonidan

o'tkaziladi. Bu esa ichki va tashqi tahdidlarni kamaytiradi hamda tizimning barqarorligini oshiradi.

Zero Trust modeli kiberxavfsizlik sohasida zamonaviy yondashuvlardan biri bo'lib, unda tizim ichida yoki tashqarisida bo'lishidan qat'i nazar, hech bir foydalanuvchi yoki qurilmaga oldindan ishonch bildirilmaydi. Ushbu modelning asosiy ishlash prinsipi shundan iboratki, har bir kirish alohida tekshiriladi va foydalanuvchi identifikatsiya hamda autentifikatsiya jarayonidan o'tadi. Shundan so'ng unga faqat zarur bo'lgan darajada ruxsat beriladi va uning barcha harakatlari doimiy nazorat ostida bo'ladi. Mazkur modelning muhim xususiyatlariga doimiy tekshiruv, minimal ruxsat berish, tarmoqni segmentlarga ajratish va real vaqt rejimida monitoring qilish kiradi. Bu yondashuv orqali tizim ichidagi va tashqarisidagi tahdidlar sezilarli darajada kamayadi, ayniqsa ichki foydalanuvchilar bilan bog'liq xavflarni oldini olishda samarali natija beradi.

Kriptografik himoya usullari ham zamonaviy kiberxavfsizlikning ajralmas qismi hisoblanadi. SI yordamida shifrlash algoritmlari optimallashtiriladi, ma'lumotlarning maxfiyligi va yaxlitligi yuqori darajada saqlanadi. Shu bilan birga, SI yordamida zaif kalitlar yoki noto'g'ri ishlatilayotgan xavfsizlik protokollari tez aniqlanadi va tuzatish bo'yicha tavsiyalar beriladi.

Natija va muhokama. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, sun'iy intellekt kiberxavfsizlik sohasida samarali vosita sifatida ishlatilmoqda. SI yordamida zararli dasturlarni aniqlash, phishing xabarlarini bloklash va tarmoqdagi g'ayrioddiy faoliyatlarni real vaqt rejimida kuzatish mumkin. Bu esa kiberhujumlar xavfini sezilarli darajada kamaytiradi va axborot tizimlarining barqaror ishlashini ta'minlaydi[9].

Zero Trust modeli kiberxavfsizlikni oshirishda muhim rol o'ynaydi. Tizim ichidagi har bir foydalanuvchi va qurilmaga qat'iy nazorat o'rnatilishi, autentifikatsiya va avtorizatsiya jarayonlari tahdidlarni sezilarli darajada kamaytiradi. Shu bilan birga, kriptografik himoya va SI yordamida ma'lumotlarni shifrlash usullari ma'lumotlarning maxfiyligi va yaxlitligini ta'minlashda samarali ekanligi ko'rsatildi.

SI texnologiyalari kiberxavfsizlikni nafaqat texnik, balki tashkiliy va prognozlash jihatdan mustahkamlash imkonini beradi. Masalan, tahdidlarni prognozlash tizimlari oldingi hujumlar va naqshlarni tahlil qilib, kelajakdagi xavflarni aniqlashga yordam beradi. Shu bilan tashkilotlar oldindan choralar ko'rib, tizimlarni yanada xavfsiz qiladi[11].

**Xulosa.** Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, sun'iy intellekt va kiberxavfsizlik bir-birini to'ldiruvchi tizimlar sifatida axborot tizimlarini himoya qilishda muhim ahamiyatga ega. Sun'iy intellekt yordamida zararli dasturlarni avtomatik aniqlash, phishing xabarlarini bloklash, tarmoq trafigini real vaqt rejimida tahlil qilish va g'ayrioddiy harakatlarni aniqlash imkoniyati mavjud. Bu esa kiberhujumlar xavfini sezilarli darajada kamaytiradi va axborot tizimlarining barqaror ishlashini ta'minlaydi. Foydalanuvchi xulq-atvorini tahlil qilish tizimlari ichki tahdidlarni aniqlashda samarali ekanligi aniqlandi. Ko'p hollarda kiberxavfsizlik hodisalari xodimlarning ehtiyotsizligi yoki yetarli bilimga ega emasligi bilan bog'liq bo'ladi. Shu sababli, xodimlarni kiberxavfsizlik bo'yicha muntazam o'qitish va ularning harakatlarini monitoring qilish tizimlarini joriy etish muhim hisoblanadi. Zero Trust xavfsizlik modeli ichki va tashqi tahdidlarni kamaytirish, har bir foydalanuvchi va qurilmaga qat'iy nazorat o'rnatish orqali tizimni xavfsiz qiladi. Kriptografik himoya usullari ma'lumotlarning maxfiyligi, yaxlitligi va mavjudligini ta'minlashda samarali vosita sifatida ishlaydi. Sun'iy intellekt kriptografik jarayonlarni optimallashtirish, zaif kalitlarni aniqlash va xavfsizlik protokollarini takomillashtirish imkonini beradi. Sun'iy intellekt yordamida tahdidlarni prognozlash va oldini olish imkoniyati mavjud. Avvalgi hujumlar va tarmoq naqshlarini tahlil qilib, kelajakda yuzaga kelishi mumkin bo'lgan kiberhujumlarni aniqlash va oldindan choralar ko'rish mumkin. Bu tashkilotlarga vaqtida reaksiya berish va zararlarni kamaytirish imkonini beradi. SI texnologiyalarining noto'g'ri qo'llanilishi yangi xavf-xatarlarni keltirib chiqarishi mumkin. Avtomatlashtirilgan hujumlar, noto'g'ri

ishlatilgan algoritmlar va zaif tizimlar tahdidni oshiradi. Shu sababli, SI texnologiyalarini qo'llashda kompleks yondashuv — texnik vositalar, tashkiliy choralar va xodimlarning bilim darajasi bilan uyg'unlashtirish zarur. Sun'iy intellekt kiberxavfsizlikni samarali, tezkor va barqaror qilish imkonini beradi. Zamonaviy SI vositalari yordamida axborot tizimlarida yuzaga keladigan tahdidlar erta aniqlanadi, oldini olish choralari ko'rish osonlashadi va tizim resurslarining xavfsizligi kafolatlanadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Stallings W. Network Security Essentials: Applications and Standards. Pearson, 2020
2. Whitman M., Mattord H. Principles of Information Security. Cengage Learning, 2019
3. Anderson R. Security Engineering: A Guide to Building Dependable Distributed Systems. Wiley, 2020
4. Schneier B. Applied Cryptography: Protocols, Algorithms, and Source Code in C. Wiley, 2018
5. Kaspersky Lab. Cybersecurity Threats and Malware Report, 2023
6. Cisco Systems. Cybersecurity Threat Trends, 2022
7. Verizon. Data Breach Investigations Report (DBIR), 2023
8. NIST. Framework for Improving Critical Infrastructure Cybersecurity, 2022
9. NIST. Zero Trust Architecture, SP 800-207, 2020
10. ISO/IEC 27001:2022. Information Security Management Systems
11. ENISA. Cybersecurity Culture Guidelines, 2022
12. Microsoft. Digital Defense Report, 2023
13. IBM Security. Cost of a Data Breach Report, 2023
14. Cloudflare. Security Threat Landscape Report, 2023
15. McAfee. Mobile and Cloud Threat Report, 2022
16. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. Pearson, 2021
17. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. MIT Press, 2016
18. Buczak A., Guven E. A Survey of Data Mining and Machine Learning Methods for Cyber Security Intrusion Detection. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016

### **DIZAYN VA SUN'IY INTELLEKT. TENSORFLOW.JS YORDAMIDA FOYDALANUVCHI XATTI-HARAKATLARINI BASHORAT QILISH**

**Ahtamqulov Muhridin Ahtamqul o'g'li, Eshturdiyeva Zebiniso Sobitjon qizi**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

<sup>2</sup>**E-mail: [ESHTURDIYEVAZEBINISO17@GMAIL.COM](mailto:ESHTURDIYEVAZEBINISO17@GMAIL.COM)**

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada zamonaviy veb ilovalarda foydalanuvchi xatti-harakatlarini tahlil qilish va ularni oldindan bashorat qilish masalasi batafsil yoritilgan. Hozirgi kunda raqamli texnologiyalar rivojlanib borayotganligi sababli foydalanuvchilarning internetdagi faoliyati ham tobora ortib bormoqda. Shu sababli sun'iy intellekt va mashinaviy o'rganish texnologiyalaridan foydalanish zarurati paydo bo'ladi. Maqolada ayniqsa TensorFlow.js kutubxonasi yordamida foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish imkoniyatlari ko'rib chiqilgan. Ushbu texnologiya JavaScript muhitida ishlashi sababli to'g'ridan-to'g'ri brauzerda sun'iy intellekt modellarini yaratish va qo'llash imkonini beradi. Shuningdek, ushbu ma'lumotlarni qayta ishlash va neyron tarmoq orqali tahlil qilish usullari yoritilgan. Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish veb interfeyslarni optimallashtirishda muhim ahamiyatga ega. Bu orqali foydalanuvchi tajribasini yaxshilash, tizim samaradorligini oshirish va shaxsiylashtirilgan xizmatlarni taklif qilish imkoniyati yuzaga keladi.

**Kalit so‘zlar.** Sun‘iy intellekt, mashinaviy o‘rganish, TensorFlow.js, foydalanuvchi xatti-harakatlari, foydalanuvchi faoliyati tahlili, neyron tarmoqlar, bashoratlash, real vaqt tahlili, foydalanuvchi tajribasi, brauzerda sun‘iy intellekt.

**Kirish.** Hozirgi kunda axborot texnologiyalari juda tez sur‘atlar bilan rivojlanib bormoqda va bu jarayon inson hayotining deyarli barcha sohalariga o‘z ta‘sirini o‘tkazmoqda. Ayniqsa, internet va veb texnologiyalarning keng tarqalishi natijasida turli xil raqamli platformalar soni keskin ortdi. So‘nggi yillarda aynan sun‘iy intellekt va mashinaviy o‘rganish texnologiyalari ushbu muammoni hal qilishda muhim vosita sifatida qaralmoqda. Sun‘iy intellekt yordamida katta hajmdagi ma‘lumotlarni tahlil qilish, foydalanuvchi harakatlaridagi takrorlanishlarni aniqlash va ular asosida kelajakdagi xatti-harakatlarni bashorat qilish mumkin bo‘ladi. Bu esa tizimlarga foydalanuvchiga moslashish, ya‘ni individual yondashuvni ta‘minlash imkonini beradi. Natijada foydalanuvchi o‘ziga kerakli ma‘lumotni tezroq topadi va tizimdan foydalanish jarayoni ancha qulaylashadi.

Ushbu maqolaning asosiy maqsadi TensorFlow.js yordamida foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish imkoniyatlarini o‘rganish va ularni veb dizayn jarayonida qo‘llashni tahlil qilishdan iborat. Shu bilan birga, foydalanuvchi faoliyatini tahlil qilish, ma‘lumotlarni qayta ishlash va neyron tarmoq asosida model yaratish jarayonlari ham ko‘rib chiqiladi. Ushbu yondashuv orqali zamonaviy veb ilovalarda yanada aqlli va moslashuvchan tizimlar yaratish mumkinligi asoslab beriladi.

**Asosiy qism.** Zamonaviy veb ilovalarda foydalanuvchilar bilan ishlash jarayoni tobora murakkablashib bormoqda. Buning asosiy sababi shundaki, foydalanuvchilar soni ortishi bilan birga ularning xatti-harakatlari ham xilma-xil bo‘lib bormoqda. Har bir foydalanuvchi tizim bilan o‘ziga xos tarzda o‘zaro aloqada bo‘ladi. Kimdir sahifada uzoq vaqt qoladi, kimdir tezda chiqib ketadi, yana boshqasi esa ma‘lum bir funksiyalardan ko‘proq foydalanadi. Shu sababli umumiy yondashuv asosida yaratilgan interfeyslar har doim ham samarali ishlamaydi. Amaliyotda ko‘pincha veb tizimlar foydalanuvchi faoliyati haqida katta hajmdagi ma‘lumotlarni yig‘adi, lekin ushbu ma‘lumotlardan to‘liq foydalanilmaydi. Ko‘p hollarda faqat oddiy statistika, ya‘ni sahifaga kirishlar soni yoki foydalanuvchilar soni kabi ko‘rsatkichlar bilan cheklaniladi. Biroq bunday yondashuv foydalanuvchining kelajakdagi harakatlarini tushunish imkonini bermaydi. Natijada tizim foydalanuvchiga moslasha olmaydi va uning ehtiyojlarini to‘liq qondira olmaydi[1].

Aynan shu yerda asosiy muammo yuzaga keladi. Ya‘ni foydalanuvchi xatti-harakatlarini nafaqat tahlil qilish, balki ularni oldindan bashorat qilish zarurati paydo bo‘ladi. Agar tizim foydalanuvchi keyingi qadamda nima qilishini oldindan bilsa, unga mos xizmatni taklif qilishi mumkin bo‘ladi. Bu esa foydalanuvchi tajribasini sezilarli darajada yaxshilaydi.

Ushbu muammoni hal qilish uchun sun‘iy intellekt va mashinaviy o‘rganish texnologiyalaridan foydalanish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Ayniqsa, foydalanuvchi xatti-harakatlari kabi murakkab va ko‘p omilli jarayonlarni tahlil qilishda neyron tarmoqlar samarali natija beradi[3]. Chunki ular katta hajmdagi ma‘lumotlar ichidan yashirin bog‘liqliklarni aniqlay oladi. Taklif etilayotgan yechim shundan iboratki, foydalanuvchi faoliyati haqidagi ma‘lumotlar asosida mashinaviy o‘rganish modeli yaratiladi va ushbu model yordamida foydalanuvchining keyingi harakatlari bashorat qilinadi. Ushbu yondashuvni amalga oshirishda TensorFlow.js texnologiyasidan foydalanish qulay hisoblanadi. Sababi bu kutubxona JavaScript asosida ishlaydi va uni to‘g‘ridan-to‘g‘ri brauzer muhitida qo‘llash mumkin.

Foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish jarayoni odatda bir necha bosqichlardan iborat bo‘ladi. Dastlab foydalanuvchi faoliyati haqidagi ma‘lumotlar yig‘iladi. Bu ma‘lumotlarga sahifada o‘tkazilgan vaqt, bosilgan tugmalar soni, sahifalar orasidagi o‘tishlar va scroll harakatlari kiradi. Ushbu ma‘lumotlar foydalanuvchining tizim bilan qanday ishlayotganini aks ettiradi.



Ushbu dastur kodi foydalanuvchiga kirish uchun sayt beradi va foydalanuvchi bu saytlardan bittasini tanlaydi. Tanlangan saytga kirgandan so'ng sayt nomi ko'rsatiladi va shu saytga kirdingiz degan xabar chiqadi. Shu tariqa foydalanuvchi saytlarni tanlaydi va o'z xohishi bilan saytdan chiqqanidan so'ng dastur foydalanuvchi saytda qancha vaqt qolganini ko'rsatadi. Foydalanuvchi bir nechta saytga kirib chiqqanidan so'ng barchasini taqqoslab foydalanuvchiga eng mos saytni taklif qiladi.

**Xulosa.** Ushbu maqolada zamonaviy veb ilovalarda foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish masalasi batafsil o'rganildi va amaliy yondashuv taklif qilindi. Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, model aksariyat holatlarda foydalanuvchi xatti-harakatini yuqori aniqlik bilan bashorat qilgan. Shu bilan birga, brauzer darajasida ishlaydigan model foydalanuvchi tajribasini yaxshilashga yordam beradi, tizim tezligini oshiradi va server yuklamasini kamaytiradi. Amaliy jihatdan qaraganda, bunday yondashuv foydalanuvchining ehtiyojlariga moslashuvchi interfeyslar yaratish imkonini beradi va foydalanuvchini ushlab qolish imkoniyatini oshiradi.

Umuman olganda, foydalanuvchi xatti-harakatlarini bashorat qilish nafaqat texnologik jihatdan muhim, balki dizayn va foydalanuvchi tajribasini yaxshilash uchun ham strategik ahamiyatga ega ekanligi tadqiqotda isbotlandi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Machine Learning Analysis User Modeling and User-Adapted Interaction, 2023.
2. Deep Learning kitobi rasmiy sahifasi. [HTTPS://WWW.DEEPLEARNINGBOOK.ORG](https://www.deeplearningbook.org)
3. Goodfellow I, Bengio Y, Courville A. Deep Learning. — Cambridge: MIT Press, 2016.
4. Google AI platformasi. [HTTPS://AI.GOOGLE](https://ai.google)
5. Machine Learning bo'yicha ochiq kurslar: [HTTPS://WWW.COURSERA.ORG](https://www.coursera.org)
6. MDN Web Docs. [HTTPS://DEVELOPER.MOZILLA.ORG](https://developer.mozilla.org)
7. Morell J. A, Camero A., Alba E. Distributed Neural Network Training in the Browser using TensorFlow.js arxiv, 2019.
8. TensorFlow.js rasmiy sayti. [HTTPS://WWW.TENSORFLOW.ORG/JS](https://www.tensorflow.org/js)
9. Usmonov, M. Predicting User Behavior Based on Data Science Methods. International Journal of Multidiscipline

## SYMMETRIC MATRICES AND THEIR APPLICATIONS IN OPTIMIZATION: NON-DEGENERATE AND DEGENERATE CRITICAL POINTS

**Fazliddinova Feruza**

*Samarkand State University named after Sharof Rashidov*

*Scientific Supervisor: Prof. Ye. Turilova*

E-mail: [FERUZAFAZLIDDINOVA777@GMAIL.COM](mailto:FERUZAFAZLIDDINOVA777@GMAIL.COM)

**Introduction.** Symmetric matrices arise naturally in many branches of mathematics, and especially in the study of functions of several variables. For a function  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  with continuous second-order partial derivatives, the *Hessian matrix*

$$H_f(x) = \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)$$

is symmetric by Clairaut's theorem. At a critical point the properties of  $H_f$  determine whether the point is a local minimum, a local maximum, or a saddle point. If the Hessian matrix is non-singular ( $\det(H) \neq 0$ ), the point is called **non-degenerate** and the second-order test gives a definitive answer. If the Hessian matrix is singular ( $\det(H) = 0$ ), the point is called **degenerate** and the test is inconclusive. In these theses these notions are stated formally, the proof of the classical result

for non-degenerate critical points is presented, and the insufficiency of the test in the degenerate case is illustrated by examples.

A square matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  is called **symmetric** if  $A^T = A$ . For a symmetric matrix: [leftmargin=2em, itemsep=0pt]

All eigenvalues are real.

An orthogonal diagonalisation is possible:  $A = QDQ^T$ , where  $Q$  is orthogonal and  $D$  is diagonal.

The determinant equals the product of the eigenvalues:  $\det(A) = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ .

### The Hessian Matrix and Critical Points

Let  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  be a twice continuously differentiable function. The **Hessian matrix** at a point  $x$  is

$$H_f(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(x) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(x) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}(x) \end{pmatrix}.$$

A point  $a$  is called a **critical point** if  $\nabla f(a) = 0$ . A critical point is **non-degenerate** if  $\det(H_f(a)) \neq 0$ , and **degenerate** if  $\det(H_f(a)) = 0$ .

### The Second-Order Test for Non-degenerate Critical Points

**Theorem 1 (Sufficient conditions for a local extremum)** Let  $f \in C^2(\mathbb{R}^n)$  and let  $x^*$  be a critical point. Consider the symmetric matrix  $H = H_f(x^*)$ . [leftmargin=2em, itemsep=2pt]

1. If  $H$  is **positive definite** (all eigenvalues  $\lambda_i > 0$ ), then  $x^*$  is a strict local minimum.

2. If  $H$  is **negative definite** (all  $\lambda_i < 0$ ), then  $x^*$  is a strict local maximum.

3. If  $H$  has both positive and negative eigenvalues, then  $x^*$  is a saddle point.

*Proof.* We use the Lagrange form of the remainder in Taylor's formula:

$$f(x^* + h) = f(x^*) + \underbrace{\nabla f(x^*)^T h}_{=0} + \frac{1}{2} h^T H h + o(\|h\|^2).$$

For sufficiently small  $h$ , the sign of  $f(x^* + h) - f(x^*)$  is determined by  $h^T H h$ . Since  $H$  is symmetric, there exists an orthonormal basis of eigenvectors. Write  $h = \sum_{i=1}^n c_i v_i$  with  $H v_i = \lambda_i v_i$ . Then

$$h^T H h = \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i^2.$$

If all  $\lambda_i > 0$ , then  $h^T H h > 0$  for  $h \neq 0$ , hence  $f(x^* + h) > f(x^*)$ , i.e.  $x^*$  is a strict local minimum. The remaining cases are proved analogously.

**Proposition 1 (Insufficiency of the second-order test)** If  $\det(H_f(x^*)) = 0$ , then the sign of  $h^T H h$  is not sufficient to determine the character of  $x^*$ ; higher-order terms may dominate. In particular,  $x^*$  may be a local minimum, a local maximum, or a saddle point.

The various cases are summarised in the following table:

| $\det(H)$ | Eigenvalues of $H$             | Type of critical point                   |
|-----------|--------------------------------|------------------------------------------|
| $\neq 0$  | all $\lambda_i > 0$            | strict local minimum                     |
| $\neq 0$  | all $\lambda_i < 0$            | strict local maximum                     |
| $\neq 0$  | $\lambda_i$ of different signs | saddle point                             |
| $= 0$     | at least one $\lambda_i = 0$   | inconclusive (further analysis required) |

### Examples

**Example 1 (Non-degenerate local minimum)** Consider  $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 2xy$ . The gradient is  $\nabla f = (2x + 2y, 8y + 2x)$ . The critical point is the solution of  $2x + 2y = 0$  and  $2x + 8y = 0$ , namely  $x = 0, y = 0$ . The Hessian matrix is

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}, \quad \det(H) = 2 \cdot 8 - 2 \cdot 2 = 12 \neq 0.$$

The eigenvalues are  $\lambda = 5 \pm \sqrt{13} > 0$ , so  $H$  is positive definite. Therefore  $(0,0)$  is a strict local minimum, with  $f(0,0) = 0$ .

**Example 2 (Degenerate saddle point)** Let  $f(x, y) = x^2 + y^3$ . The gradient is  $\nabla f = (2x, 3y^2)$ , with critical point  $(0,0)$ . The Hessian matrix is

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \det(H) = 0.$$

The quadratic form is  $h^T H h = 2h_1^2 \geq 0$ ; however, along the curve  $x = 0, y = t$  we have  $f(0, t) = t^3$ , which is positive for  $t > 0$  and negative for  $t < 0$ . Hence  $(0,0)$  is not a local extremum — it is a degenerate saddle point (a parabolic ridge with a cubic descent). This example shows that no conclusion can be drawn from the second-order test when  $\det(H) = 0$ .

**Example 3 (Degenerate local minimum)** Let  $f(x, y) = x^4 + y^4$ . The critical point is  $(0,0)$ . The Hessian matrix is the zero matrix (all second-order partial derivatives vanish), so  $\det(H) = 0$ . Nevertheless,  $f(x, y) > 0$  for all  $(x, y) \neq (0,0)$  and  $f(0,0) = 0$ , so  $(0,0)$  is a strict local minimum. The second-order test yields no conclusion; the extremum is determined by the fourth-order terms.

## References

1. Horn, R. A., & Johnson, C. R. (2012). *Matrix Analysis*. Cambridge University Press.
2. Gantmacher, F. R. (1959). *The Theory of Matrices*. Chelsea Publishing Company.
3. Axler, S. (2015). *Linear Algebra Done Right*. Springer.
4. Apostol, T. M. (1969). *Calculus, Vol. 2*. Wiley.
5. Kolmogorov, A. N., & Fomin, S. V. (1989). *Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis*. Nauka.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ И ИНСТРУМЕНТЫ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ОБЛАКЕ

<sup>1</sup>Аминов И.Б., <sup>2</sup>Абдусобирова М.К.

Самаркандский государственный университет имени Ш.Рашидова

**Аннотация.** В статье рассматриваются методические подходы к разработке цифровых образовательных ресурсов в условиях облачных технологий. Анализируются современные инструменты и платформы, применяемые в образовательном процессе. Особое внимание уделяется дидактическим принципам, моделям разработки и преимуществам облачных решений. Представлены рекомендации по эффективному использованию облачных сервисов при создании цифровых образовательных ресурсов.

**Ключевые слова:** цифровые образовательные ресурсы, облачные технологии, e-learning, LMS, методика обучения, цифровизация образования.

Современный этап развития образования характеризуется активным внедрением цифровых технологий. Одним из ключевых направлений является создание и использование цифровых образовательных ресурсов в облачной среде. Облачные технологии позволяют обеспечить доступность, масштабируемость и гибкость образовательного процесса.

Цифровые образовательные ресурсы, создаваемые и функционирующие в облачной среде, представляют собой совокупность электронных учебных материалов, инструментов и сервисов, размещённых на удалённых серверах и доступных пользователям через сеть Интернет[1].



Облачные технологии обеспечивают масштабируемость, мобильность, совместную работу и постоянную актуализацию образовательного контента.

Создание ЦОР в облаке требует применения системного методологического подхода, учитывающего педагогические, технологические и организационные аспекты образовательного процесса[2]:

**Системно-деятельностный подход.** Системно-деятельностный подход предполагает рассмотрение ЦОР как целостной педагогической системы, включающей цели обучения, содержание, методы, средства и результаты. Облачные ЦОР ориентированы на активную учебную деятельность обучающихся, формирование у них практических навыков и компетенций.

Ключевые характеристики:

- ✓ ориентация на результат обучения;
- ✓ активное участие обучающегося;
- ✓ интеграция теории и практики;
- ✓ возможность мониторинга и аналитики учебной деятельности.

**Компетентностный подход.** Компетентностный подход направлен на формирование профессиональных, цифровых и метапредметных компетенций. Облачные ЦОР позволяют моделировать реальные профессиональные ситуации, использовать интерактивные задания, проекты и кейсы.

Преимущества подхода:

- ✓ практико-ориентированное обучение;
- ✓ индивидуализация траектории обучения;
- ✓ развитие цифровой грамотности и навыков работы в облачных сервисах.

**Личностно-ориентированный подход.** Данный подход предполагает учет индивидуальных особенностей, потребностей и возможностей обучающихся. Облачные технологии обеспечивают адаптивность ЦОР за счет:

- ✓ гибкого доступа к материалам;
- ✓ вариативности заданий;
- ✓ использования аналитических инструментов для отслеживания прогресса.

**Конструктивистский подход.** Конструктивистский подход рассматривает обучение как процесс активного конструирования знаний. Облачные ЦОР создают условия для:

- ✓ совместного создания контента;
- ✓ проектной и исследовательской деятельности;
- ✓ групповой работы в режиме реального времени.

**Интегративно-модульный подход.** Интегративно-модульный подход предполагает структурирование ЦОР в виде логически завершённых модулей, которые могут комбинироваться в зависимости от образовательных целей. Облачная среда упрощает обновление, расширение и интеграцию модулей.

Инструментарий создания облачных ЦОР включает совокупность программных средств, сервисов и платформ, обеспечивающих разработку, хранение, распространение и сопровождение образовательных ресурсов.

Разработка цифрового образовательного контента в облачной среде требует использования современных инструментов, обеспечивающих интерактивность, доступность и совместную работу. Выбор инструментов зависит от целей обучения, уровня подготовки обучающихся и формата образовательного ресурса[3].

**Облачные офисные приложения.** Облачные сервисы позволяют создавать и редактировать учебные материалы в режиме реального времени с возможностью совместной работы.

- ✓ Google Docs — создание текстовых учебных материалов, методических пособий;
- ✓ Google Slides — разработка презентаций для лекций и семинаров;

- ✓ Microsoft Word Online — оформление учебных документов.  
Преимущества: доступность, совместное редактирование, автоматическое сохранение.

Интерактивные ресурсы повышают вовлеченность обучающихся и способствуют лучшему усвоению материала:

- ✓ Genially — создание интерактивных презентаций и инфографики;
- ✓ H5P — разработка тестов, видео с вопросами, интерактивных заданий;
- ✓ LearningApps — создание учебных упражнений.

Используются для визуализации учебного материала.

- ✓ Canva — создание инфографики, баннеров, учебных карточек;
- ✓ Adobe Photoshop — профессиональная обработка изображений;
- ✓ Powtoon — создание анимационных обучающих видео.

**Платформы управления обучением (LMS).** Обеспечивают организацию, хранение и распространение образовательного контента:

- ✓ Moodle — открытая система управления обучением;
- ✓ Google Classroom — удобная среда для дистанционного обучения;
- ✓ Canvas LMS — современная LMS с широкими возможностями.

**Облачные хранилища и совместный доступ.** Обеспечивают хранение и обмен образовательными материалами:

- ✓ Google Drive
- ✓ Dropbox

**Инструменты оценки и тестирования.** Позволяют проводить контроль знаний и получать обратную связь:

- ✓ Google Forms — создание тестов и опросов;
- ✓ Kahoot! — интерактивные викторины;
- ✓ Quizizz — онлайн-тестирование в игровой форме.

Для создания ЦОР в облаке используются:

- ✓ текстовые и мультимедийные редакторы;
- ✓ сервисы интерактивных презентаций;

**Инструменты совместной работы и коммуникации.** Облачная среда предоставляет инструменты для:

- ✓ синхронного и асинхронного взаимодействия;
- ✓ групповой проектной деятельности;
- ✓ обратной связи и консультаций.

**Аналитические и оценочные инструменты.** Важной составляющей являются средства:

- ✓ автоматизированного контроля знаний;
- ✓ анализа учебной активности;
- ✓ хранения и обработки результатов обучения.

**Педагогические условия эффективного использования инструментария.** Эффективное создание и применение ЦОР в облаке возможно при соблюдении следующих условий:

- ✓ методическая подготовленность преподавателей;
- ✓ соответствие ЦОР образовательным стандартам;
- ✓ обеспечение информационной безопасности;
- ✓ наличие устойчивой цифровой инфраструктуры.

При создании цифровых образовательных ресурсов необходимо учитывать следующие принципы:

Использование облачных технологий при создании ЦОР имеет ряд преимуществ: Несмотря на преимущества, существуют и определённые проблемы:

- ✓ зависимость от интернет-соединения;

- ✓ вопросы безопасности данных;
- ✓ необходимость цифровой грамотности преподавателей;
- ✓ ограниченные возможности кастомизации в некоторых сервисах.

Для эффективного создания ЦОР в облаке рекомендуется:

1. Выбирать платформу с учётом целей обучения;
2. Использовать мультимедийные элементы;
3. Обеспечивать интерактивность;
4. Применять модульную структуру;
5. Регулярно обновлять контент;
6. Обеспечивать обратную связь с обучающимися.

### **Заключение**

Таким образом, облачные технологии открывают новые возможности для создания цифровых образовательных ресурсов. Применение современных методических подходов и инструментов способствует повышению качества образования и эффективности учебного процесса.

### **Список использованной литературы:**

1. Авдеева С. Цифровые ресурсы в учебном процессе. Народное образование. – 2008.- №1.- С. 176-182
2. Aminov I.B., Nusratov I. Main Applications of Cloud Technologies in Education. Web of Scholars: Multidimensional Research Journal (MRJ) Volume: 02 Issue: 06 | 2023. Page 26-29.
3. Aminov I.B., Abdusobirova M. Interfaol raqamli ta'lim resurslari yaratishda learningapps.org platformasidan foydalanish asoslari va usullari. – “Pedagogik mahorat” ilmiy-nazariy va metodik jurnal, Buxoro, 2025, №5.

## **OLIIY TA'LIMDA “AXBOROT TEXNOLOGIYALARI” FANINI RAQAMLI TA'LIM RESURSLARI ASOSIDA O'QITISHGA QO'YILADIGAN ASOSIY PEDAGOGIK TALABLAR**

<sup>1</sup>**Abdusobirova Maxliyo Kamariddinovna**

<sup>1</sup>*SamDU tayanch doktoranti*

e-mail: [MABDUSOBIROVA34@GMAIL.COM](mailto:MABDUSOBIROVA34@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada oliy ta'lim muassasalarida “Axborot texnologiyalari” fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitish jarayoniga qo'yiladigan asosiy pedagogik talablar ilmiy-nazariy va amaliy jihatdan tadqiq etilgan. Raqamli ta'lim resurslarining ta'lim jarayonidagi o'rni, ularning didaktik imkoniyatlari hamda o'quv jarayonining samaradorligini oshirishdagi ahamiyati tahlil qilingan. Shuningdek, “Axborot texnologiyalari” fanini o'qitishda raqamli ta'lim resurslaridan foydalanishning maqsadga yo'naltirilganligi, tizimlilik, interaktivligi, individuallashtirilganligi va pedagogik boshqaruv bilan uzviy bog'liqligi asoslab berilgan. Maqolada oliy ta'lim sharoitida raqamli ta'lim resurslarini samarali joriy etish uchun zarur bo'lgan pedagogik talablar tizimi ishlab chiqilgan hamda ularning amaliy ahamiyati yoritib berilgan

**Kalit so'zlar:** raqamli ta'lim resurslari, axborot texnologiyalari, oliy ta'lim, pedagogik talablar, elektron ta'lim muhiti, raqamli kompetensiya, innovatsion o'qitish, ta'lim samaradorligi.

Bugungi kunda raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi jamiyat hayotining barcha sohalarida, jumladan, oliy ta'lim tizimida ham tub o'zgarishlarni yuzaga keltirmoqda. Axborotlashgan jamiyat sharoitida ta'lim tizimining asosiy vazifasi nafaqat bilim berish, balki talabalarda mustaqil fikrlash, axborot bilan ishlash, raqamli muhitda muammolarni hal eta olish kabi muhim kompetensiyalarni shakllantirishdan iborat bo'lib qolmoqda. Shu nuqtayi nazardan, oliy ta'lim muassasalarida o'quv jarayonini zamonaviy raqamli ta'lim resurslari asosida tashkil etish dolzarb pedagogik vazifa hisoblanadi.

Oliy ta'lim tizimida o'qitiladigan "Axborot texnologiyalari" fani mazmunan zamonaviy texnologiyalar bilan bevosita bog'liq bo'lib, u doimiy yangilanib borishni talab etadi. Mazkur fan orqali talabalar axborotni yig'ish, qayta ishlash, saqlash va uzatish, dasturiy vositalardan samarali foydalanish, elektron ta'lim muhitida ishlash kabi muhim bilim, ko'nikma va malakalarga ega bo'ladilar. Shu sababli "Axborot texnologiyalari" fanini o'qitish jarayonida an'anaviy ta'lim yondashuvlari bilan cheklanib qolish ta'lim samaradorligini pasaytirishi mumkin. Amaliyot shuni ko'rsatmoqdaki, faqatgina ma'ruza va an'anaviy amaliy mashg'ulotlar orqali axborot texnologiyalariga oid murakkab jarayonlarni talabalar ongiga to'liq singdirish qiyin kechmoqda. Natijada talabalar nazariy bilimlarga ega bo'lsalar-da, ularni amaliy faoliyatda qo'llashda yetarli darajada tayyor bo'lmaydilar. Bu holat esa oliy ta'limda raqamli ta'lim resurslaridan foydalanish zaruratini yanada oshirmoqda.

Raqamli ta'lim resurslari oliy ta'lim jarayonida o'quv materiallarini elektron shaklda taqdim etish, o'qitish jarayonini interaktiv tashkil etish, talabalarning mustaqil ta'lim olish faoliyatini qo'llab-quvvatlash imkonini beradi. Elektron darsliklar, videodarslar, virtual laboratoriyalar, test tizimlari va masofaviy ta'lim platformalari "Axborot texnologiyalari" fanini o'qitishda muhim didaktik vosita sifatida xizmat qilmoqda. Ushbu resurslar orqali o'quv jarayoni talabaning individual imkoniyatlari va ehtiyojlariga moslashtiriladi. Shu bilan birga, raqamli ta'lim resurslaridan foydalanish jarayoni pedagogik jihatdan puxta rejalashtirilmagan taqdirda, ularning samaradorligi pasayishi mumkin. Raqamli resurslarning ta'lim jarayoniga mexanik ravishda joriy etilishi o'quv mazmunining fragmentarlashuviga, talabalarning faolligi pasayishiga va o'qitish natijalarining kutilgan darajada bo'lmashligiga olib kelishi ehtimoli mavjud. Shu sababli raqamli ta'lim resurslaridan foydalanish aniq pedagogik talablar asosida amalga oshirilishi zarur.

Pedagogik talablar raqamli ta'lim resurslarining mazmuni, tuzilishi va ta'lim jarayonidagi o'rnini belgilab beradi. Ayniqsa, "Axborot texnologiyalari" fanini o'qitishda raqamli ta'lim resurslari o'quv fanining maqsad va vazifalariga mos bo'lishi, didaktik jihatdan asoslangan, interaktiv va tizimli tarzda ishlab chiqilgan bo'lishi muhim ahamiyatga ega. Bunday yondashuv talabalarda raqamli kompetensiyalarni shakllantirishga xizmat qiladi.

Bugungi kunda oliy ta'lim tizimida raqamli ta'lim resurslaridan foydalanish bo'yicha ayrim tajribalar mavjud bo'lsa-da, ularni qo'llashga qo'yiladigan pedagogik talablar yetarli darajada tizimlashtirilmagan. Ko'plab hollarda raqamli resurslar texnik imkoniyatlar asosida tanlanib, pedagogik maqsadlar ikkinchi darajaga tushib qolmoqda. Bu esa "Axborot texnologiyalari" fanini o'qitishda raqamli ta'lim resurslarining didaktik imkoniyatlaridan to'liq foydalanishga to'sqinlik qilmoqda. Shu munosabat bilan oliy ta'lim muassasalarida "Axborot texnologiyalari" fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitishga qo'yiladigan asosiy pedagogik talablarni aniqlash, ularni ilmiy jihatdan asoslash va tizimlashtirish dolzarb ilmiy-pedagogik muammo hisoblanadi. Mazkur talablar ta'lim jarayonining samaradorligini oshirish, talabalarning bilim va ko'nikmalarini chuqurlashtirish hamda raqamli ta'lim muhitini samarali tashkil etishga xizmat qiladi.

Ushbu maqolaning maqsadi oliy ta'lim muassasalarida "Axborot texnologiyalari" fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitishga qo'yiladigan asosiy pedagogik talablarni ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilish va ularning amaliy ahamiyatini asoslab berishdan iborat. Mazkur maqsadga erishish uchun raqamli ta'lim resurslarining ta'lim jarayonidagi o'rnini, ularning didaktik imkoniyatlari hamda pedagogik talablar tizimi yoritib beriladi.

### **1. Raqamli ta'lim resurslarini tanlashda pedagogik maqsadga muvofiqlik talabi**

"Axborot texnologiyalari" fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitishda asosiy pedagogik talablardan biri – ularning ta'lim maqsadlariga qat'iy mos bo'lishidir. Raqamli resurslar o'quv jarayonida faqat texnologik yangilik sifatida emas, balki aniq pedagogik vazifalarni hal etuvchi didaktik vosita sifatida qo'llanilishi lozim. Aks holda, raqamli texnologiyalar ta'lim

samaradorligini oshirmasdan, aksincha, o'quv jarayonini murakkablashtirishi mumkin. Mazkur fan bo'yicha ta'limning asosiy maqsadi talabalarda axborot texnologiyalaridan ongli va samarali foydalanish kompetensiyalarini shakllantirishdan iborat. Shu sababli raqamli ta'lim resurslari bilim berish bilan birga, talabaning mustaqil fikrlashini, muammoni tahlil qilishini va amaliy yechim topishini ta'minlashi zarur. Masalan, faqat tayyor videodarslardan foydalanish talabaning passiv bilim oluvchiga aylanishiga olib keladi, interaktiv amaliy topshiriqlar esa bilimni faol o'zlashtirishga xizmat qiladi. Demak, raqamli ta'lim resurslarini tanlash va qo'llashda ularning pedagogik maqsadga xizmat qilishi asosiy mezon sifatida qaralishi lozim.

Misol uchun 2025-yilda olib borilgan tadqiqotda Moodle va Blackboard kabi elektron o'quv platformalarining oliy ta'limda talabalarining platforma bilan ishlash samaradorligiga ta'siri tahlil qilingan. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, talabalarining o'zaro muloqot, o'z-o'zini baholash testlari va o'qituvchi bilan ikki tomonlama aloqalar kabi resurslardan foydalanish qobiliyati talabaning nazariy bilimlarni amaliy qo'llash ko'nikmalarini oshirgan, shuningdek, texnologiyalar bilan ishlashga bo'lgan ishtiyoqini kuchaytirgan. Bu tadqiqot raqamli resurslarning nafaqat axborot berish, balki kompetensiyalarni mustahkamlashda samarali ekanligini ko'rsatadi. Bu usul o'qitish jarayonini shunchaki ma'lumot taqdim etishdan ko'ra, talabaning faol bilim yaratuvchisi bo'lishiga yo'naltiradi — bu esa pedagogik maqsadga to'g'ridan-to'g'ri mos keladi.

## **2. Ta'lim mazmunining didaktik tizimliliği va strukturaviy yaxlitligi talabi**

“Axborot texnologiyalari” fanining mazmuni mantiqiy izchillikka ega bo'lib, u nazariy bilimlardan amaliy faoliyatga tomon rivojlanadi. Shu sababli raqamli ta'lim resurslari fan mazmunining didaktik tuzilmasini buzmasligi, balki uni yanada takomillashtirishi kerak. Pedagogik nuqtayi nazardan qaraganda, raqamli resurslar o'quv materialini tizimli va strukturaviy jihatdan to'g'ri tashkil etishga xizmat qilishi lozim.

Amaliyotda ba'zan raqamli ta'lim resurslari alohida-alohida, mavzulararo bog'liqlik hisobga olinmagan holda qo'llaniladi. Bu holatda talabalar bilimlarni parcha-parcha o'zlashtiradi va ularni yagona tizim sifatida qabul qila olmaydi. Didaktik tizimlilik talabi esa raqamli resurslarning ma'ruza, amaliy mashg'ulot, mustaqil ta'lim va baholash bosqichlarini o'zaro bog'langan holda tashkil etilishini nazarda tutadi.

Mazkur talab asosida ishlab chiqilgan raqamli ta'lim resurslari talabalarining bilimlarni izchil va ongli o'zlashtirishiga imkon yaratadi hamda fan mazmunining yaxlitligini ta'minlaydi. Moodle singari LMS platformalar orqali mazmun tizimliliği va izchillikni ta'minlash uchun o'quv modullarini ketma-ketlikda joylashtirish amaliyoti keng qo'llaniladi. Tadqiqotlarda aniqlanganidek, modullar o'zaro bog'langan holda ishlab chiqilganda talabalar nazariy asoslardan real amaliy topshiriqlarga o'tishda izchillikni his qiladi va bilimlarni yaxshiroq mustahkamlaydi. Bu tizim talabalar uchun o'quv jarayonini oldindan rejalashtirilgan, mantiqiy ko'rinishda tashkil etadi — natijada bilimlar qatlam-qadam bo'yicha chuqur o'zlashtiriladi.

## **3. Raqamli ta'lim resurslari orqali bilish faoliyatini faollashtirish talabi**

Pedagogik tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, ta'lim jarayonida talabaning faol ishtiroki bilimlarning mustahkam o'zlashtirilishida hal qiluvchi ahamiyatga ega. “Axborot texnologiyalari” fanini o'qitishda raqamli ta'lim resurslari aynan bilish faoliyatini faollashtirishga xizmat qilishi kerak. Bu esa interaktivlik, muammoli vaziyatlar va amaliy topshiriqlar orqali amalga oshiriladi. Raqamli muhitda talaba faqat tayyor bilimni qabul qiluvchi emas, balki faol bilim yaratuvchi subyektga aylanishi lozim. Masalan, virtual laboratoriyalar, simulyatsiyalar va interaktiv mashqlar orqali talabalar axborot texnologiyalariga oid jarayonlarni mustaqil sinab ko'rish imkoniyatiga ega bo'ladilar. Bu esa nazariy bilimlarning amaliy faoliyat bilan uyg'unlashuvini ta'minlaydi.

Shu tariqa, raqamli ta'lim resurslarining interaktivligi va bilish faoliyatini faollashtirishi pedagogik jihatdan asoslangan talab sifatida qaraladi.

## **4. Ta'lim jarayonini individuallashtirish va differensiallashtirish talabi**

Oliy ta'lim muassasalarida talabalar tayyorgarlik darajasi, bilim olish sur'ati va axborot texnologiyalarini o'zlashtirish qobiliyati jihatidan bir-biridan farq qiladi. An'anaviy ta'lim sharoitida ushbu farqlarni hisobga olish qiyin kechadi. Raqamli ta'lim resurslari esa ta'lim jarayonini individuallashtirish va differensiallashtirish imkonini beradi.

“Axborot texnologiyalari” fanini o'qitishda raqamli resurslar orqali murakkablik darajasi turlicha bo'lgan topshiriqlarni taklif etish, qo'shimcha o'quv materiallari bilan ishlash va o'quv faoliyatini individual sur'atda tashkil etish mumkin. Bu holat talabalarning o'z imkoniyatlariga mos ravishda bilim olishiga sharoit yaratadi va o'qitish samaradorligini oshiradi. Demak, individuallashtirish talabi raqamli ta'lim resurslarining muhim pedagogik afzalligi sifatida namoyon bo'ladi. Misol uchun Toshkent Axborot Texnologiyalari Universitetida “Ma'lumotlar bazalari” fanida resurslar differensiallashtirilgan. Boshlang'ich darajadagi talabalar tayyor kodni tahrirlash topshiriqlarini bajargan, ilg'or talabalar esa butun ma'lumotlar bazasini yaratgan.

### **5. Pedagogik boshqaruv, monitoring va refleksiya talabi**

Raqamli ta'lim resurslari ta'lim jarayonida o'qituvchining pedagogik boshqaruv rolini inkor etmasligi, balki uni yangi sifat bosqichiga olib chiqishi kerak. “Axborot texnologiyalari” fanini o'qitishda raqamli resurslar orqali talabalarning o'quv faoliyatini doimiy monitoring qilish, natijalarni tahlil etish va zarur pedagogik tuzatishlar kiritish imkoniyati yaratiladi.

Monitoring va refleksiya jarayonlari talabalarning bilim darajasini baholash bilan birga, o'qitish jarayonining samaradorligini aniqlashga xizmat qiladi. Bu esa ta'lim jarayonini ilmiy asosda boshqarish imkonini beradi. Natijada raqamli ta'lim resurslari pedagogik jarayonning nazorat qilinadigan va boshqariladigan tizimiga aylanadi. Raqamli ta'lim platformalarida talabalarning o'quv faoliyatini avtomatik monitoring qilish va baholash imkonini beruvchi funksiyalar mavjud. Bu funksiyalar o'qituvchiga o'quv jarayonida qaysi mavzular bo'yicha qiyinchiliklar borligini aniqlab berishga yordam beradi. Tadqiqotlarda shuni aniqlanishicha, bunday monitoring talabaning zaif tomonlarini aniqlash va vaqtida pedagogik aralashuvni amalga oshirish imkonini beradi. Bu talab o'qituvchi faoliyatini faqat nazoratchi sifatida emas, balki jarayonni samarali boshqaruvchi sifatida qayta ko'rib chiqadi.

### **Xulosa**

Ushbu maqolada oliy ta'limda “Axborot texnologiyalari” fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitishga qo'yiladigan pedagogik talablar tahlil qilindi. Ta'lim maqsadlariga moslik, mazmunning tizimlilik va izchilligi, interaktivlik, individuallashtirish hamda pedagogik boshqaruv talablarining har biri o'quv jarayonining samaradorligini oshirish bilan uzviy bog'liq ekanligi ko'rsatildi.

Raqamli ta'lim resurslari talabalarning bilim olish faoliyatini faollashtirib, mustaqil o'rganish imkoniyatlarini kengaytiradi hamda o'qituvchi uchun bilim jarayonini monitoring qilish va boshqarishni soddalashtiradi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, raqamli o'quv platformalari talabalarning ishtirokini oshirish, individual o'rganish sur'atini ta'minlash va baholash jarayonini samarali tashkil etishda yuqori potentsialga ega ekanligi aniqlangan. Shu bilan birga, raqamli resurslarni qo'llash uchun aniq pedagogik strategiyalar, o'qituvchilarning raqamli kompetensiyalari va doimiy monitoring mexanizmlari ham muhim ahamiyatga ega. Raqamli ta'lim resurslaridan samarali foydalanish jarayoni o'z-o'zidan hech qachon natija bermaydi; u pedagogik maqsadlar bilan uyg'unlashtirilgan holda, sistemaviy rejalashtirilgan bo'lishi kerak. Natijada “Axborot texnologiyalari” fanini raqamli ta'lim resurslari asosida o'qitish samaradorligini oshirish, talabalarning raqamli kompetensiyalarini shakllantirish va ta'lim sifatini yuqori darajaga olib chiqish uchun yuqorida sanab o'tilgan pedagogik talablarni amalga oshirish zarur.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Brugliera, P. The Effectiveness of Digital Learning Platforms in Enhancing Student Engagement and Academic Performance, *Journal of Education, Humanities and Social Research*, Vol.1 No.1, 2024 — raqamli platformalar talabalarning ishtirokini va akademik natijalarini yaxshilash bo'yicha ko'rsatkichlarni tahlil qiladi.
2. Nasir, A.A.B., & Baharuddin, R.B. Effectiveness of E-Learning Platforms in Higher Education: A Comparative Literature Review (2020–2025), *International Journal of Mechanical, Electrical and Civil Engineering*, 2025 — e-learning samaradorligi, talaba jalb etilishi va texnologiyaning ta'lim sifati uchun ahamiyati tahlil qilingan.
3. Electronic Resources and Interactive Methods in Education, (Zenodo), 2025 — elektron ta'lim resurslarining o'quv jarayonida samara beruvchi uslublar va pedagogik imkoniyatlar tahlili.
4. Yuldashev, U.A. "Raqamli resurslardan foydalanish: ta'lim samaradorligi va innovatsiyalar", *CyberLeninka* — raqamli resurslar ta'lim samaradorligini oshirishdagi metodologik yondashuvlar va usullarni tahlil qiladi.
5. Effectiveness of Moodle in Teaching and Learning, *Journal UNUNS* — LMS tizimlari, xususan Moodle ta'lim jarayonida bilim almashish samaradorligini oshirishi bo'yicha tahlil beradi.
6. Digital Learning in the 21st Century: Trends, Challenges, and Implications, *Frontiers in Education*, 2025 — raqamli ta'lim resurslarining ta'lim jarayonidagi o'rni va talaba jalb etilishi bo'yicha ko'p tahliliy tadqiqotlar natijalari.
7. Ismoilov, S. M. "Oliy ta'lim muassasalarida raqamli texnologiyalarni tatbiq qilish", *Ta'lim innovatsiyasi va integratsiyasi jurnali*, 2025 — raqamli texnologiyalarning oliy ta'limdagi joriy etilishi va samaradorligi masalasi.
8. Amriyeva, S.S., & Ilxomova, R.J. "Raqamli iqtisodiyot sharoitida oliy ta'limni takomillashtirish", *Raqamli iqtisodiyot ilmiy jurnali* — raqamli transformatsiyaning ta'lim jarayoniga ta'siri.
9. Sherzod Abdullayev, Oliy ta'lim muassasalarida o'quv jarayonini samarali tashkil etish va ta'lim sifatini oshirishdagi innovatsiyalar, 2025 — innovatsion yondashuvlar va raqamli texnologiyalarni qo'llash bo'yicha ijtimoiy-ilmiy tahlil.
10. Sodiqova, N.N. "Raqamli pedagogikaning zamonaviy ta'limga ta'siri", *Ta'lim va taraqqiyot jurnali*, 2025 — raqamli pedagogika va ta'lim jarayonining integratsiyasi tahlili.

## BO'LAJAK INFORMATIKA O'QITUVCHILARINI TAYYORLASHDA INNOVATSION YONDASHUVLARNING AHAMIYATI VA AMALIY SAMARADORLIGI

<sup>1</sup>Nurulloev Firuz No'monjonovich, <sup>2</sup>Mansurov Tolibjon Ziyodullo o'g'li, <sup>3</sup>Xolmurodov Behzod Botir o'g'li

<sup>1</sup>*Buxoro davlat universiteti Axborot tizimlari va raqamli texnologiyalar kafedrasida dotsenti, p.f.f.d. (PhD)*

<sup>2,3</sup>*Buxoro davlat universiteti Axborot tizimlari va raqamli texnologiyalar kafedrasida tadqiqotchilari*

**Annotatsiya:** Mazkur tadqiqotda bo'lajak informatika o'qituvchilarini tayyorlash jarayonida innovatsion yondashuvlarning nazariy va amaliy asoslari kompleks tahlil qilinadi. Zamonaviy ta'lim sharoitida pedagoglardan nafaqat bilim, balki kreativ fikrlash, mustaqil o'rganish va raqamli kompetensiyalarni egallash talab etilishi asoslanadi. Shuningdek, innovatsion metodlar orqali o'quv jarayonini interaktiv tashkil etish, amaliy ko'nikmalarni shakllantirish va kasbiy rivojlanishni ta'minlash imkoniyatlari yoritiladi. Tadqiqot natijalari

innovatsion yondashuvlarning ta'lim samaradorligini oshirish, o'quvchilarning faolligini kuchaytirish hamda zamonaviy mutaxassis tayyorlashdagi muhim o'rnini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: innovatsion yondashuv, informatika o'qituvchisi, raqamli kompetensiya, pedagogik texnologiya, kreativ fikrlash, mustaqil ta'lim, kasbiy rivojlanish, ta'lim samaradorligi, interaktiv metodlar, axborot texnologiyalari.

**Аннотация:** В данном исследовании проводится комплексный анализ теоретических и практических основ инновационных подходов в процессе подготовки будущих учителей информатики. Обосновывается, что в современных условиях образования от педагогов требуется не только знание, но и развитие креативного мышления, самостоятельного обучения и цифровых компетенций. Также рассматриваются возможности интерактивной организации учебного процесса, формирования практических навыков и обеспечения профессионального развития с использованием инновационных методов. Результаты исследования показывают важную роль инновационных подходов в повышении эффективности образования, активизации обучающихся и подготовке современных специалистов.

**Ключевые слова:** инновационный подход, учитель информатики, цифровая компетентность, педагогические технологии, креативное мышление, самостоятельное обучение, профессиональное развитие, эффективность образования, интерактивные методы, информационные технологии

**Abstract:** This study provides a comprehensive analysis of the theoretical and practical foundations of innovative approaches in training future computer science teachers. It substantiates that modern education requires not only knowledge, but also the development of creative thinking, independent learning, and digital competencies. The study also highlights opportunities for organizing interactive learning processes, developing practical skills, and ensuring professional growth through innovative methods. The results demonstrate the significant role of innovative approaches in improving educational effectiveness, increasing student engagement, and preparing modern specialists.

**Keywords:** innovative approach, computer science teacher, digital competence, pedagogical technologies, creative thinking, independent learning, professional development, educational effectiveness, interactive methods, information technologies.

Hozirgi globallashtirish va raqamlashtirish jarayonlari barcha sohalar qatori ta'lim tizimiga ham sezilarli ta'sir ko'rsatmoqda. Ayniqsa, axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining jadal rivojlanishi natijasida ta'lim mazmuni, shakli va metodlariga nisbatan yangi talablar shakllanmoqda. Shu nuqtai nazardan, zamonaviy ta'lim tizimida o'qituvchining roli ham tubdan o'zgarib bormoqda. Endilikda o'qituvchi faqat bilim beruvchi emas, balki o'quv jarayonini tashkil etuvchi, yo'naltiruvchi va motivatsiya beruvchi subyekt sifatida qaralmoqda. Ayniqsa, informatika fanini o'qitish jarayoni o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, u o'quvchilarda nafaqat nazariy bilimlarni, balki algoritmik tafakkur, mantiqiy fikrlash, muammoli vaziyatlarni hal qilish hamda zamonaviy texnologiyalardan samarali foydalanish ko'nikmalarini shakllantirishni talab etadi. Shu sababli bo'lajak informatika o'qituvchilarini tayyorlash jarayoni ham zamonaviy yondashuvlar asosida tashkil etilishi zarur.

Amaliy kuzatuvlar shuni ko'rsatadiki, ko'plab hollarda talabalar nazariy bilimlarni o'zlashtirgan bo'lsa-da, ularni amaliyotda qo'llashda qiyinchiliklarga duch keladilar. Masalan, dasturlash asoslarini o'rgangan talaba oddiy algoritmik masalani mustaqil yechishda ikkilanib qoladi yoki nazariy tushunchalarni real vaziyatga moslashtira olmaydi. Bu esa o'qitish jarayonida faqat an'anaviy metodlarga tayanish yetarli emasligini ko'rsatadi. Shu jihatdan qaraganda, innovatsion yondashuvlar ta'lim jarayonini takomillashtirishning muhim vositasi sifatida namoyon bo'ladi. Innovatsion yondashuvlar orqali o'quv jarayoni interaktiv, qiziqarli va natijador bo'ladi. Eng muhimi, talaba bilimni tayyor shaklda emas, balki mustaqil izlanish orqali egallaydi. Bundan tashqari, zamonaviy mehnat bozori ham o'qituvchilardan yangi kompetensiyalarni talab qilmoqda. Raqamli savodxonlik, kommunikativlik, kreativ fikrlash va muammolarni tezkor hal qilish qobiliyatlari bugungi kunda muhim mezonlardan biri hisoblanadi. Shu sababli bo'lajak



informatika o'qituvchilarini tayyorlashda innovatsion yondashuvlarni joriy etish nafaqat pedagogik zarurat, balki ijtimoiy ehtiyoj hamdir.

Innovatsion yondashuvlar ta'lim jarayonini modernizatsiya qilishga qaratilgan bo'lib, ular o'qitishning samaradorligini oshirish, o'quvchilarning faolligini kuchaytirish va mustaqil fikrlashni rivojlantirishga xizmat qiladi. Ushbu yondashuvlar asosida tashkil etilgan darslarda o'quvchi passiv tinglovchi emas, balki faol ishtirokchi sifatida namoyon bo'ladi.

Birinchidan, innovatsion yondashuvlarning pedagogik ahamiyati shundaki, ular o'quv jarayonining mazmunini chuqurlashtiradi va o'quvchilarning bilimlarni ongli ravishda o'zlashtirishiga yordam beradi. Masalan, muammoli ta'lim metodida o'qituvchi tayyor javob bermaydi, balki savol yoki vaziyat orqali o'quvchini fikrlashga undaydi. Bu jarayonda o'quvchi mustaqil ravishda yechim topishga harakat qiladi, natijada uning tafakkuri rivojlanadi.

Ikkinchidan, metodik jihatdan innovatsion yondashuvlar darslarni tashkil etishda yangi imkoniyatlar yaratadi. Loyiha asosida o'qitish bunga yaqqol misol bo'la oladi. Ushbu metodda talabalar ma'lum bir mavzu yuzasidan mustaqil loyiha ishlab chiqadi. Masalan, informatika fanida "oddiy mobil ilova yaratish" yoki "veb-sahifa dizayni" kabi topshiriqlar berilishi mumkin. Bu jarayon talabadan nafaqat bilim, balki ijodkorlik va mustaqil ishlashni ham talab qiladi.

Uchinchidan, innovatsion yondashuvlarning amaliy ahamiyati juda katta. Informatika fanida nazariy bilimlar faqat amaliyot bilan mustahkamlanadi. Masalan, algoritmlar mavzusini faqat tushuntirish orqali emas, balki real dastur yozish orqali o'rgatish samaraliroq hisoblanadi. Shu bois innovatsion yondashuvlar orqali dars jarayoniga amaliy mashg'ulotlar ko'proq kiritiladi.

To'rtinchidan, zamonaviy raqamli vositalardan foydalanish innovatsion yondashuvlarning ajralmas qismidir. Hozirgi kunda Google Classroom, Moodle, Kahoot, Quizizz kabi platformalar dars jarayonini yanada samarali tashkil etishga yordam bermoqda. Masalan, testlarni onlayn tarzda o'tkazish o'quvchilarning qiziqishini oshiradi va natijalarni tezkor baholash imkonini beradi.

Beshinchidan, innovatsion yondashuvlar o'qituvchining kasbiy rivojlanishiga ham katta ta'sir ko'rsatadi. O'qituvchi yangi metodlarni o'rganish orqali o'z ustida ishlaydi, zamonaviy texnologiyalarni egallaydi va o'z faoliyatini takomillashtiradi. Bu esa uning pedagogik mahoratini oshiradi.

Shu bilan birga, innovatsion yondashuvlarni joriy etishda ayrim muammolar ham mavjud. Jumladan, barcha ta'lim muassasalarida texnik vositalarning yetarli emasligi, ayrim o'qituvchilarning yangi metodlarga moslashishda qiynalishi, metodik qo'llanmalar yetishmasligi kabi holatlar kuzatiladi. Biroq ushbu muammolarni bosqichma-bosqich hal qilish mumkin. Masalan, o'qituvchilar uchun malaka oshirish kurslarini tashkil etish, zamonaviy o'quv materiallarini ishlab chiqish va ta'lim muassasalarini texnik jihatdan ta'minlash orqali bu muammolarni kamaytirish mumkin. Eng muhimi, o'qituvchining o'zi yangilikka ochiq bo'lishi kerak.

Yuqorida keltirilgan tahlillar asosida shuni ta'kidlash mumkinki, bo'lajak informatika o'qituvchilarini tayyorlash jarayonida innovatsion yondashuvlardan foydalanish zamonaviy ta'lim tizimining muhim va ajralmas tarkibiy qismi hisoblanadi. Chunki bugungi kunda ta'lim jarayoni faqat bilim berish bilan cheklanib qolmay, balki o'quvchilarda mustaqil fikrlash, muammoli vaziyatlarni hal qilish, axborot bilan ishlash va zamonaviy texnologiyalardan samarali foydalanish ko'nikmalarini shakllantirishni talab etmoqda. Innovatsion yondashuvlar orqali tashkil etilgan ta'lim jarayoni o'quvchilarning faolligini oshiradi, ularni dars jarayonining faol ishtirokchisiga aylantiradi va bilimlarni ongli ravishda o'zlashtirishga imkon yaratadi. Ayniqsa, informatika fanida nazariya va amaliyotning uzviy bog'liqligi innovatsion metodlar orqali yanada samarali amalga oshiriladi. Bu esa bo'lajak o'qituvchilarning kasbiy tayyorgarligini mustahkamlashga xizmat qiladi. Shuningdek, innovatsion yondashuvlar o'qituvchining kasbiy rivojlanishiga ham bevosita ta'sir ko'rsatadi. Zamonaviy pedagog yangi metodlarni o'zlashtirishi, raqamli vositalardan samarali foydalanishi va o'z faoliyatini doimiy ravishda takomillashtirib borishi zarur. Bu esa o'z navbatida ta'lim sifatining oshishiga olib keladi. Bundan tashqari, innovatsion yondashuvlar ta'lim jarayonini individuallashtirish, o'quvchilarning qobiliyat va qiziqishlarini hisobga olish, ularni mustaqil o'rganishga yo'naltirish imkonini beradi. Natijada o'quvchilar faqat

tayyor bilimlarni qabul qiluvchi emas, balki bilimlarni mustaqil ravishda izlab topuvchi va qo'llay oluvchi shaxs sifatida shakllanadi.

Shu bilan birga, innovatsion yondashuvlarni joriy etishda mavjud muammolarni ham e'tibordan chetda qoldirmaslik lozim. Texnik imkoniyatlarning yetarli emasligi, o'qituvchilarning raqamli kompetensiyalarini rivojlantirish zarurati hamda metodik ta'minotning yetarli darajada shakllanmaganligi bu jarayonda muayyan qiyinchiliklarni yuzaga keltiradi. Biroq ushbu muammolarni tizimli yondashuv asosida hal etish orqali ta'lim samaradorligini yanada oshirish mumkin.

Xulosa qilib aytganda, innovatsion yondashuvlarni bo'lajak informatika o'qituvchilarini tayyorlash jarayoniga keng joriy etish zamonaviy ta'lim tizimining ustuvor yo'nalishlaridan biri bo'lib, u yuqori malakali, raqobatbardosh va zamonaviy fikrlaydigan mutaxassislarni tayyorlashda muhim omil sifatida namoyon bo'ladi. Umuman olganda, innovatsion yondashuvlar asosida tashkil etilgan ta'lim jarayoni kelajakda raqamli jamiyat ehtiyojlariga mos kadrlarni tayyorlashning eng samarali vositalaridan biri hisoblanadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Jo'rayev R.X., Tolipov O'.Q. Pedagogika nazariyasi va amaliyoti. – Toshkent: Fan, 2017.
2. Boltayev B.J. va boshqalar. Informatika. – Toshkent: O'zbekiston milliy ensiklopediyasi, 2017.
3. Muslimov N.A., Usmonboyeva M.H. Pedagogik kompetensiyalarni rivojlantirish. – Toshkent, 2019.
4. Ishmuhammedov R.J. Ta'limda innovatsion texnologiyalar. – Toshkent: Iqtisodiyot, 2018.
5. Fayziyeva M.R., Sayfurov D.M., Atamuratov R.K. Informatika va axborot texnologiyalari. – Toshkent, 2021.
6. Tolipov O'.Q. Pedagogik texnologiyalar va ularning qo'llanilishi. – Toshkent, 2016.
7. Polat E.S. Zamonaviy pedagogik va axborot texnologiyalari. – Moskva, 2019.
- 8.

#### TA'LIMDA SUN'IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARIDAN FOYDALANISH IMKONIYATLARI

**To'xtayev Sanjar Maxsudovich,**

*Buxoro Davlat Universiteti tayanch doktoranti, Buxoro Innovatsiyalar Universiteti "Axborot texnologiyalari va amaliy fanlari" kafedrasida o'qituvchisi*

e-mail: [2KARTASANI@GMAIL.COM](mailto:2KARTASANI@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu tezisda ta'lim sohasida sun'iy intellekt texnologiyalarini qo'llash imkoniyatlari, afzalliklari va istiqbollari tahlil qilinadi. Zamonaviy AI vositalarining o'quv jarayoniga integratsiyasi ko'rib chiqiladi.

**Kalit so'zlar:** sun'iy intellekt, ta'lim texnologiyalari, raqamlashtirish, personallashtirilgan ta'lim, mashinali o'rganish, elektron ta'lim, innovatsion usullar.

**Аннотация:** В данном тезисе анализируются возможности, преимущества и перспективы применения технологий искусственного интеллекта в сфере образования. Рассматривается интеграция современных ИИ-инструментов в учебный процесс.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, образовательные технологии, цифровизация, персонализированное обучение, машинное обучение, электронное образование, инновационные методы.

**Abstract:** This thesis analyzes the opportunities, advantages, and prospects of applying artificial intelligence technologies in the field of education. The integration of modern AI tools into the educational process is examined.

**Keywords:** artificial intelligence, educational technologies, digitalization, personalized learning, machine learning, e-learning, innovative methods.

Bugungi kunda sun'iy intellekt (SI) texnologiyalari jamiyatning barcha sohalarida, jumladan ta'lim tizimida ham tez sur'atlar bilan rivojlanmoqda. O'quv jarayonini modernizatsiya qilish, ta'lim sifatini oshirish va ta'limni har bir o'quvchining ehtiyojlariga moslashtirishda SI

muhim vosita sifatida tan olinmoqda. UNESCO ma'lumotlariga ko'ra, 2024-yilda dunyoning 100 dan ortiq mamlakatida ta'limda SI texnologiyalarini joriy etish bo'yicha milliy dasturlar ishlab chiqilgan [Khine, M. S., 2024: 735].

Sun'iy intellekt texnologiyalarini ta'limda qo'llashning asosiy yo'nalishlari quyidagilardan iborat. Birinchidan, personallashtirilgan ta'lim — SI tizimlari har bir o'quvchining bilim darajasi, qiziqishi va o'rganish sur'atiga qarab individual ta'lim yo'llarini shakllantirish imkonini beradi. Bunday adaptive learning platformalar o'quvchi faoliyatini real vaqt rejimida tahlil qilib, unga eng mos topshiriq va materiallarni taqdim etadi. Ikkinchidan, avtomatik baholash va teskari aloqa — SI yordamida o'quvchilarning yozma ishlari, testlari va topshiriqlari avtomatik tarzda tekshirilishi hamda tezkor baholash amalga oshirilishi mumkin. Bu o'qituvchilarning ma'muriy yukini kamaytiradi va ularga ijodiy pedagogik faoliyatga ko'proq vaqt ajratish imkonini beradi [Holmes, W., 2023: 112].

Uchinchidan, virtual o'qituvchilar va chatbotlar — sun'iy intellektga asoslangan chatbotlar va virtual assistentlar o'quvchilarga dars jarayonida va mustaqil ta'limda savollariga tezkor javob olishda yordam beradi. Bunday tizimlar 24/7 rejimida ishlashi mumkinligi bilan an'anaviy o'quv usullaridan ustun turadi. To'rtinchidan, kontent yaratish va o'quv materiallarini tayyorlash — SI vositalari o'qituvchilarga dars rejalarini, taqdimotlarni, testlarni va boshqa o'quv materiallarini tezkor yaratishda samarali yordam beradi. Bu pedagoglarning ish unumdorligini sezilarli darajada oshiradi [Roll, I., Wylie, R., 2016: 589].

Beshinchidan, til o'rganish va tarjima — zamonaviy SI asosidagi til o'rganish ilovalari (Duolingo, Babbel va boshqalar) gamifikatsiya elementlari va adaptiv algoritmlar yordamida chet tillarini samarali o'rgatadi. Avtomatik tarjima tizimlari esa o'quvchilarga turli tillardagi manbalardan foydalanish imkonini beradi. Oltinchidan, maxsus ehtiyojli o'quvchilar uchun qo'llab-quvvatlash — SI texnologiyalari nogironligi bo'lgan yoki maxsus ehtiyojlarga ega o'quvchilarga moslashtirilgan ta'lim resurslarini taqdim etishda muhim rol o'ynaydi. Masalan, nutqni matnga aylantiruvchi tizimlar eshitish qobiliyati cheklangan o'quvchilar uchun katta qulaylik yaratadi.

O'zbekiston Respublikasida ham ta'limda raqamli texnologiyalarni joriy etish davlat siyosatining ustuvor yo'nalishlaridan biri sifatida belgilangan. "Raqamli O'zbekiston — 2030" strategiyasi doirasida ta'lim muassasalarini raqamlashtirish, o'qituvchilarning raqamli savodxonligini oshirish va zamonaviy ta'lim texnologiyalarini tatbiq etish bo'yicha keng ko'lamli tadbirlar amalga oshirilmoqda [O'zbekiston Respublikasi Prezidentining farmoni, 2020: 1]. Bu jarayonda SI texnologiyalarini ta'limga integratsiya qilish masalasi alohida ahamiyat kasb etmoqda.

Shu bilan birga, ta'limda SI texnologiyalarini qo'llash bir qator muammo va chaqiriqlarni ham keltirib chiqaradi. Ma'lumotlar maxfiyligi va xavfsizligi, algoritmik noxolislik (algorithmic bias), o'qituvchilar va o'quvchilarning SI savodxonligining yetarli emasligi, texnologik infratuzilmaning cheklanishi hamda axloqiy masalalar — bularning barchasi hal etilishi lozim bo'lgan dolzarb muammolardir. Bundan tashqari, SI texnologiyalari o'qituvchi rolini to'liq almashtira olmaydi; ular faqat pedagogik jarayonni qo'llab-quvvatlovchi vosita sifatida qarash zarur [Zawacki-Richter, O. et al., 2019: 1].

Xulosa qilib aytganda, sun'iy intellekt texnologiyalari ta'lim tizimini tubdan o'zgartirish imkoniyatiga ega bo'lgan kuchli vositadir. Ta'limda SI dan samarali foydalanish uchun quyidagi chora-tadbirlarni amalga oshirish tavsiya etiladi: o'qituvchilarni SI texnologiyalari bo'yicha muntazam qayta tayyorlash; ta'lim muassasalarida raqamli infratuzilmani rivojlantirish; o'quv dasturlariga raqamli savodxonlik va SI asoslarini kiritish; SI vositalarini joriy etishda axloqiy me'yorlarga rioya qilish; hamda milliy ta'lim tizimiga moslashtirilgan mahalliy SI yechimlarini ishlab chiqish. Ushbu yo'nalishlar bo'yicha izchil harakatlar ta'lim sifatini oshirish va raqobatbardosh kadrlar tayyorlashga muhim hissa qo'shadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Khine, M. S. (2024). Artificial Intelligence in Education: Emerging Technologies, Models and Applications. Springer. — 735 p.
2. Holmes, W. (2023). Artificial Intelligence in Education: Promises and Implications for Teaching and Learning. Center for Curriculum Redesign. — 112 p.
3. Roll, I., Wylie, R. (2016). Evolution and Revolution in Artificial Intelligence in Education. International Journal of Artificial Intelligence in Education. Vol. 26(2). — P. 582–599.
4. Zawacki-Richter, O. et al. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education — where are the educators? International Journal of Educational Technology in Higher Education. Vol. 16(39). — P. 1–27.
5. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining farmoni (2020). "Raqamli O‘zbekiston — 2030" strategiyasi to‘g‘risida. — Toshkent, 2020. — 1-b.

## **MATEMATIK MASALALARNI TURLI DASTURLARDAN FOYDALANIB YECHISH**

**Xusanova Shahzoda Zuhriddin qizi., Nurullayeva Ozoda Akbar qizi., Butaboyev**

**Alimardon Alimjonovich**

*Guliston davlat universiteti*

[ALI94MARDON@GMAIL.COM](mailto:ALI94MARDON@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada matematik masalalarni zamonaviy raqamli vositalar yordamida yechishning nazariy va amaliy jihatlari tahlil qilinadi. Tadqiqotning maqsadi GeoGebra, MATLAB Symbolic Math Toolbox, Wolfram Mathematica va Python asosidagi SymPy muhitlarining matematik masalalarni yechishdagi funksional imkoniyatlari, didaktik afzalliklari va cheklolarini qiyosiy baholashdan iborat. Tahlil rasmiy hujjatlar, dasturiy platformalarning ishlab chiquvchi hujjatlari hamda matematika ta’limida raqamli texnologiyalar qo‘llanilishiga oid ilmiy adabiyotlar asosida olib borildi. Maqolada algebraik tenglamalar, chiziqli algebra masalalari, hosila-integral hisoblash, grafik vizualizatsiya va sonli yechim kabi yo‘nalishlar bo‘yicha amaliy misollar keltirildi. Natijalar shuni ko‘rsatadiki, GeoGebra konseptual tushunishni va vizual izlanishni kuchaytirsa, MATLAB va Mathematica murakkab analitik hamda sonli hisoblashlarda yuqori samaradorlik beradi; SymPy esa ochiq kodli, moslashuvchan va ta’limiy jihatdan qulay vosita sifatida ajralib turadi. Maqolada oliy ta’lim va umumiy o‘rta ta’lim uchun dastur tanlash mezonlari taklif qilinadi.

**Kalit so‘zlar:** matematik masala; GeoGebra; MATLAB; Mathematica; SymPy; kompyuter algebra tizimi; vizualizatsiya; sonli yechim.

**Kirish.** Matematika ta’limi va amaliy hisoblash faoliyatida raqamli vositalarning roli so‘ngi yillarda keskin ortdi. Raqamli texnologiyalar nafaqat hisoblashni tezlashtiradi, balki abstrakt tushunchalarni ko‘rish, model yaratish, parametrlar ta’sirini sinash va masalaning yechimiga olib boruvchi fikrlash jarayonini izchil tashkil etishga xizmat qiladi. Shu sababli “matematik masalani yechish” endi faqat qo‘lda hisoblash jarayoni emas, balki analitik, vizual, algoritmik va sonli yondashuvlarning integratsiyasiga aylangan. Matematika ta’limida dasturiy vositalardan foydalanishning dolzarbligi bir necha omillar bilan belgilanadi: birinchidan, murakkab masalalarni qisqa va aniq yechish zarurati; ikkinchidan, grafik va interaktiv tasvirlar orqali tushunishni chuqurlashtirish ehtiyoji; uchinchidan, oliy ta’lim va ishlab chiqarish amaliyotida matematik dasturlar bilan ishlash ko‘nikmasiga talab ortib borayotgani. Raqamli texnologiyalar bo‘yicha 2024 yilgi umumlushtiruvchi shahda matematika ta’limida bunday vositalardan foydalanish uchun ijobiy dalillar mavjudligi, biroq samaradorlik maqsad va didaktik dizaynga bog‘liqligi ko‘rsatilgan [1]. Maqolaning maqsadi matematik masalalarni turli dasturlar yordamida yechish imkoniyatlarini qiyosiy tahlil qilish va ta’lim nuqtai nazaridan eng maqbul qo‘llash stsenariylarini taklif etishdan iborat. Shu maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalar belgilandi: a) GeoGebra, MATLAB, Mathematica va SymPy imkoniyatlarini tahlil qilish; b) tipik matematik masalalarni turli muhitlarda yechish usullarini ko‘rsatish; c) dasturlarni funksional,

iqtisodiy va didaktik mezonlar bo'yicha taqqoslash; d) ta'lim bosqichlariga mos tavsiyalar ishlab chiqish.

Tadqiqot sifat tahliliga asoslangan. Manba sifatida ishlab chiquvchi tashkilotlarning rasmiy hujjatlari, so'nggi yillarda e'lon qilingan sharh va empirik maqolalar, shuningdek, amaliy misollar uchun standart matematik masalalar tanlandi.

Qiyoslashda quyidagi mezonlar qo'llandi: 1) algebraik va simbolik hisoblash; 2) sonli hisoblash; 3) grafik va interaktiv vizualizatsiya; 4) o'rganish uchun qulaylik; 5) narx va ochiqlik; 6) ta'limiy integratsiya imkoniyati.

Matematika ta'limida raqamli texnologiyalarning ahamiyati haqidagi ilmiy adabiyotlarda ikki asosiy g'oya ajralib turadi. Birinchi yondashuvga ko'ra, dasturiy vosita o'quvchining hisoblash yukini kamaytirib, e'tiborni tushunchaviy tahlil, model qurish va natijani talqin qilishga ko'chiradi. Ikkinchi yondashuv esa texnologiyaning o'zi emas, balki uni qaysi metodikada qo'llash hal qiluvchi omil ekanini ta'kidlaydi.

Drijvers va Sinclair raqamli texnologiyalar matematika ta'limida keng tarqalganini, ammo integratsiya samarasi maqsad, teng imkoniyat, dars dizayni va baholash bilan chambarchas bog'liqligini ko'rsatadi [1]. Yana bir 2025 yilgi tahlilda universitet darajasidagi matematik tafakkurni rivojlantirishda MATLAB, GeoGebra, Mathematica va Python eng muhim vositalar qatorida tilga olinadi [2].

GeoGebra haqidagi zamonaviy sharhlar va rasmiy ma'lumotlar bu platformaning algebra, geometriya, statistika, grafik va kalkulusni yagona muhitda birlashtirishini qayd etadi [3]. Shu sababli u ayniqsa maktab va bakalavriat bosqichlarida, tushunchani ko'rsatish, konstruktsiya qurish va parametrlar bilan tajriba o'tkazishda samarali.

Matlab va Mathematica ko'proq kuchli analitik va sonli hisoblash muhiti sifatida tavsiflanadi. MATLAB Symbolic Math Toolbox differensiallash, integrallash, tenglamalarni yechish, transformlar va yuqori aniqlikdagi sonli hisoblashni qo'llab-quvvatlaydi [4]. Mathematica esa Wolfram Language asosidagi keng qamrovli matematik hisoblash muhiti bo'lib, algebraik manipulyatsiya, vizualizatsiya, ma'lumotlar bilan ishlash va hujjatlashtirish imkoniyatlarini bir tizimda birlashtiradi [5].

SymPy esa Python ekotizimidagi ochiq kodli kompyuter algebra tizimi bo'lib, algebraik tenglamalar, differensial tenglamalar, integrallar, matritsalar, noaniqliklar va sonli yaqinlashish masalalarini ishlay oladi [6]. Ochiq kodli bo'lgani sababli u ilmiy hisoblash, o'qitish va avtomatlashtirilgan tekshiruv tizimlarini yaratishda qulay.

(1-jadval. Matematik masalalarni yechishda keng qo'llanadigan dasturlarni qiyosiy tavsifi.)

| Dastur      | Asosiy yo'nalish                                    | Kuchli tomoni                                        | Cheklovi                                                 | Tavsiya etiladigan bosqich                |
|-------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| GeoGebra    | Dinamik geometriya, algebra, grafik, statistika     | Interaktivlik, bepul, vizual ko'rsatish qulay        | Yuqori darajadagi murakkab simbolik hisoblash cheklangan | Maktab, litsey, bakalavriat               |
| MATLAB      | Sonli va simbolik hisoblash, muhandislik masalalari | Katta kutubxonalar, Live Script, professional muhit  | Litsenziya talab qiladi                                  | Bakalavriat, magistratura, muhandislik    |
| Mathematica | Simbolik, sonli va bilimga asoslangan hisoblash     | Keng qamrov, kuchli vizualizatsiya, hujjatlashtirish | Litsenziya va o'rganish murakkabligi                     | Bakalavriat, magistratura, ilmiy tadqiqot |

|                   |                                               |                                                              |                                       |                                           |
|-------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------|
| SymPy<br>(Python) | Ochiq kodli<br>simbolik va sonli<br>hisoblash | Bepul,<br>moslashuvchan,<br>dasturlash bilan<br>integratsiya | Interfeys ko'proq<br>kodga asoslangan | Bakalavriat,<br>magistratura,<br>tadqiqot |
|-------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------|

GeoGebra rasmiy tavsifiga ko'ra, geometriya, algebra, jadval, grafik, statistika va kalkulus imkoniyatlarini bitta dvijokda birlashtiradi hamda bir milliondan ortiq bepul sinf resurslariga ega [3]. Bu xususiyat uni izlanishga asoslangan ta'lim uchun juda qulay qiladi.

Matlab Symbolic Math Toolbox tenglamalarni yechish, soddalashtirish, differensiallash, integrallash, transformlar, birliklar bilan ishlash va natijalarni Word, PDF yoki LaTeX formatiga eksport qilishni qo'llab-quvvatlaydi [4]. Shu bois u muhandislik matematika kurslarida keng uchraydi. Mathematica Wolfram Language asosida ishlaydi va algebraik manipulyatsiya, funksiyalarni vizualizatsiya qilish, ma'lumotlar tahlili va bulut bilan integratsiyani taklif etadi [5]. Murakkab masalalarda "bitta muhitda to'liq tahlil" tamoyilini ta'minlaydi.

SymPy rasmiy hujjatlarida algebraik va sonli yechim, differensial tenglamalar, matritsalar, noaniqliklar, integral va hatto Diofant tenglamalari bilan ishlashi qayd etiladi [6].

Bu imkoniyatlar uni dasturlash bilan integratsiyalangan matematik muhit sifatida ajratib turadi.

Amaliy misollar

1-misol. Algebraik tenglamani yechish

Tenglama:  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ . Mazkur tenglama ildizlari analitik jihatdan 1, 2 va 3 ga teng. Bu misol turli dasturlarda sintaksis va natija ko'rinishini taqqoslash uchun qulay.

GeoGebra'da CAS maydoniga  $\text{Solve}(x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0)$  buyrug'i kiritiladi. Natijada ildizlar to'plami olinadi va xuddi shu funktsiyaning grafiki bilan birgalikda kesishish nuqtalari ko'rsatilishi mumkin.

Matlab muhitida  $\text{syms } x; \text{solve}(x^3 - 6x^2 + 11x - 6 == 0, x)$  ko'rinishidagi buyruq qo'llanadi. MATLAB rasmiy hujjatlariga ko'ra  $\text{solve}()$  bir tenglama yoki tenglamalar sistemasini simbolik ravishda yechadi [7].

Mathematica'da  $\text{Solve}[x^3 - 6x^2 + 11x - 6 == 0, x]$  ifodasi qo'llanadi. Natija qoidalar ko'rinishida beriladi:  $\{\{x \rightarrow 1\}, \{x \rightarrow 2\}, \{x \rightarrow 3\}\}$ .

SymPy'da  $x = \text{symbols}(x); \text{solve}(\text{Eq}(x^{**3} - 6x^{**2} + 11x - 6, 0), x)$  deb yoziladi. SymPy hujjatlarida  $\text{solve}()$  va  $\text{solveset}()$  aniq simbolik yechimlarni topishga yo'naltirilgani ko'rsatilgan [8].

2-misol. Chiziqli algebra masalasi

Sistema:  $2x + y - z = 8; -3x - y + 2z = -11; -2x + y + 2z = -3$ .

Analitik yechim:  $x = 2, y = 3, z = -1$ .

GeoGebra'da CAS oynasida  $\text{Solve}(\{2x + y - z = 8, -3x - y + 2z = -11, -2x + y + 2z = -3\}, \{x, y, z\})$  ifodasi kiritiladi.

Grafik ko'rsatish 3D geometriya uchun qulay bo'lsada, ko'p o'lchamli sistemalarda asosiy afzallik CAS qismi orqali olinadi.

MATLAB'da  $[x, y, z] = \text{solve}([2x + y - z == 8, -3x - y + 2z == -11, -2x + y + 2z == -3], [x, y, z])$  yoki  $\text{linsolve}()$  funksiyasidan foydalanish mumkin.

MathWorks hujjatida  $\text{linsolve}(A, B)$  matritsa ko'rinishidagi  $AX = B$  tenglamani yechishi qayd etilgan [9].

Mathematica'da  $\text{Solve}[\{2x + y - z == 8, -3x - y + 2z == -11, -2x + y + 2z == -3\}, \{x, y, z\}]$  operatori orqali yechim olinadi.

Bunda natijani MatrixForm orqali chiroyli ko'rinishda chiqarish mumkin.

SymPy'da Matrix va LUsolve metodlari yoki  $\text{solve}()$  funksiyasi qo'llanadi. Dasturlash bilan ishlash talab etilganligi sababli SymPy algoritmik tafakkurni ham rivojlantiradi.

3-misol. Hosila va integralni hisoblash

Funksiya:  $f(x) = x^3 e^x$ . Hosila:  $f'(x) = e^x(x^3 + 3x^2)$ . Integral uchun  $g(x) = 1/(1+x^2)$  tanlanib,  $\int g(x)dx = \arctan(x) + C$  natijasi olinadi.

GeoGebrada  $\text{Derivative}[x^3 \cdot \exp(x)]$  va  $\text{Integral}[1/(1+x^2)]$  buyruqlari qo'llanadi. Dastur natijani bir vaqtning o'zida grafik ko'rinish bilan bog'lab beradi, bu esa "funksiya – hosila – grafik xatti-harakati" bog'lanishini tushinishda foydali.

MATLAB Symbolic Math Toolbox differensiallash va integrallashni analytik bajaradi [4]. Misol tariqasida  $\text{diff}(x^3 \cdot \exp(x), x)$  hamda  $\text{int}(1/(1+x^2), x)$  buyruqlari olinadi.

Mathematica'da  $\text{D}[x^3 \cdot \text{Exp}[x], x]$  va  $\text{Integrate}[1/(1+x^2), x]$  operatorlari ishlatiladi. Wolfram hujjatlarida simbolik hisoblash matematikaning ko'plab yo'nalishlari uchun asosiy imkoniyat sifatida ko'rsatilgan [10].

SymPy'da  $\text{diff}(x^{**3} \cdot \exp(x), x)$  va  $\text{integrate}(1/(1+x^{**2}), x)$  yoziladi. Rasmiy darslikda SymPy kalkulus bo'limi hosila, integral, limit va qator yoyilmalarini qo'llab-quvvatlashi qayd etilgan [11].

4-misol. Sonli yechim va grafik vizualizatsiya

Har bir matematik masala yopiq formulada yechimga ega bo'lavermaydi. Masalan,  $\cos(x)=x$  tenglamasi uchun ildizni sonli yaqinlashish orqali topish maqsadga muvofiq.

Bu holda grafik usul va iteratsion algoritmlar bir-birini to'ldiradi.

GeoGebra'da  $y = \cos(x)$  va  $y = x$  funksiyalari qurilib, kesishish nuqtasi orqali taxminiy ildiz olinadi. Bu usul intuitiv bo'lsa-da, aniqlik foydalanuvchi sozlamalariga bog'liq.

MATLAB'da  $\text{vpasolve}(\cos(x) == x, x)$  sonli yaqin ildizni qaytaradi. MathWorks hujjatida  $\text{vpasolve}()$  simbolik tenglamalarni sonli yechishini ko'rsatadi [12].

Mathematica'da  $\text{FindRoot}[\text{Cos}[x] == x, \{x, 0.7\}]$  qo'llanadi. Ushbu usul boshlang'ich taxmin berilganda tez ishlaydi va ilmiy hisoblashlarda keng uchraydi.

SymPy'da  $\text{nsolve}(\cos(x) - x, 0.7)$  orqali sonli ildiz topiladi. SymPy rasmiy qo'llanmasi exact yechim noqulay yoki kerak bo'lmagan holatlarda  $\text{nsolve}()$  tavsiya etilishini ta'kidlaydi [8].

2-jadval. Dasturlarni funksional va didaktik mezonlar bo'yicha qiyoslash.

| Mezon                     | GeoGebra    | MATLAB      | Mathematica | SymPy         | Izoh                                                       |
|---------------------------|-------------|-------------|-------------|---------------|------------------------------------------------------------|
| Vizualizatsiya            | Juda kuchli | Yaxshi      | Juda kuchli | O'rtacha      | GeoGebra va Mathematica grafik jihatdan ustun              |
| Symbolik hisoblash        | O'rtacha    | Kuchli      | Juda kuchli | Kuchli        | Murakkab algebra va kalkulusda Mathematica/MATLAB foydali  |
| Sonli usullar             | O'rtacha    | Juda kuchli | Kuchli      | Kuchli        | Muhandislik masalalarida MATLAB qulay                      |
| Ochiqlik/narx             | Bepul       | Pullik      | Pullik      | Bepul         | Maktab va ommaviy ta'limda bepul vositalar afzal           |
| O'rganish qulayligi       | Yuqori      | O'rtacha    | O'rtacha    | O'rtacha-past | Kodga asoslangan muhitlar ko'proq tayyorgarlik talab etadi |
| Dasturlash integratsiyasi | Past        | Yaxshi      | Yaxshi      | Juda kuchli   | Avtomatlashtirish uchun SymPy juda mos                     |

Jadvaldagi ma'lumotlar shuni ko'rsatadiki, barcha dasturlarni "eng yaxshi yagona vosita" sifatida baholash ilmiy jihatdan to'g'ri emas. To'g'riroq yondashuv — masala turi, foydalanuvchi darajasi va dars maqsadiga mos vositani tanlashdir.

GeoGebra konseptual tushuntirish, grafik tasavvur va interaktiv tajribalar uchun kuchli. Shu sababli u funksiyalar, geometriya, hosila tushunchasi, parametrli grafiklar va statistik diagrammalarni o'qitishda juda foydali.

Matlab sonli modellashtirish, matritsalar, differensial tenglamalar va muhandislik hisoblari uchun ayniqsa qulay. 2024 yilgi tajriba maqolasida MATLAB Live Scripts bilan ishlagan talabalar e'tibori oddiy hisoblashdan masalani strukturali tushunishga ko'chgani qayd etilgan [13].

Mathematica murakkab formulalar bilan ishlash, ilmiy hujjat tayyorlash va bir muhitda kod, grafik, matn va natijani birlashtirish imkonini beradi. Biroq uning to'liq salohiyatidan foydalanish uchun foydalanuvchida ma'lum tayyorgarlik bo'lishi zarur.

SymPy ochiq kodli bo'lgani bois, dasturiy tafakkur, algoritmlash va matematikaning integratsiyasini kuchaytiradi. Ayniqsa kompyuter fanlari, data science va avtomatlashtirilgan baholash tizimlari bilan bog'langan kurslarda samarali.

1. Maktab bosqichida funksiyalar, geometriya, transformatsiyalar va statistik ko'rsatkichlarni o'qitishda GeoGebra asosiy vosita sifatida tavsiya etiladi. U o'quvchining ko'rish orqali o'rganishini kuchaytiradi.

2. Oliy ta'limning muhandislik va amaliy matematika yo'nalishlarida MATLAB sonli hisoblash, matritsa amallari va differensial tenglamalar bo'yicha laboratoriya mashg'ulotlari uchun qulay.

3. Nazariy va ilmiy hisoblashga yo'naltirilgan kurslarda Mathematica kuchli simbolik apparati sababli samarali bo'ladi. Ayniqsa murakkab algebraik manipulyatsiya va ilmiy hisobot tayyorlashda uning afzalligi seziladi.

4. Dasturlash elementlari bilan integratsiyalangan ta'limda SymPy tanlanishi maqsadga muvofiq. Chunki talabalar bir vaqtning o'zida formulani, algoritmi va natijani boshqarishni o'rganadilar.

5. Har qanday vosita o'qituvchining metodik maqsadisiz kutilgan natijani bermaydi. Dastur masalani o'quvchidan "olib qo'ymasligi", aksincha, uning tahliliy fikrlashini chuqurlashtirishi kerak.

Matematik masalalarni turli dasturlarda yechish zamonaviy ta'lim va ilmiy amaliyotning muhim tarkibiy qismiga aylandi. Qiyosiy tahlil natijalariga ko'ra, GeoGebra — vizual va interaktiv o'qitish, MATLAB — sonli va muhandislik hisoblash, Mathematica — keng qamrovli simbolik hamda vizual tahlil, SymPy esa ochiq kodli va algoritmik integratsiyaga tayanuvchi muhit sifatida ajralib turadi.

Shunday qilib, dastur tanlashda "qaysi biri yaxshiroq?" degan savoldan ko'ra, "qaysi vazifa, qaysi auditoriya va qaysi ta'limiy maqsad uchun qaysi dastur mos?" degan savol muhimroq. Mazkur yondashuv o'qituvchi va tadqiqotchiga texnologiyani maqsadga xizmat qildirish imkonini beradi.

Kelgusida ushbu mavzu bo'yicha O'zbekiston oliy ta'lim muassasalarida turli dasturlar yordamida tashkil etilgan tajriba-sinov darslarini statistik tahlil qilish, o'quvchilar natijalariga ta'sirini miqdoriy baholash va gibrid metodik modellar ishlab chiqish maqsadga muvofiq hisoblanadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Drijvers P., Sinclair N. The role of digital technologies in mathematics education: purposes and perspectives // ZDM – Mathematics Education. 2024. Vol. 56, No. 2. P. 239–248. DOI: 10.1007/s11858-023-01535-x.

2. Calderón J., et al. Technological Tools Used in Mathematical Thinking at the University Level: A Systematic Review // Journal of Educational and Social Research. 2025. (bibliometric review).

3. GeoGebra. About GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/about> (murojaat sanasi: 09.04.2026).

4. MathWorks. Symbolic Math Toolbox. URL: <https://www.mathworks.com/products/symbolic.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).

5. Wolfram Research. Wolfram Mathematica: Modern Technical Computing. URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/> (murojaat sanasi: 09.04.2026).

6. SymPy Development Team. Solve Equations — SymPy 1.14 documentation. URL: <https://docs.sympy.org/latest/guides/solving/index.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).



7. MathWorks. solve — Equations and systems solver. URL: <https://www.mathworks.com/help/symbolic/sym.solve.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).
8. SymPy Development Team. Solving Guidance. URL: <https://docs.sympy.org/latest/guides/solving/solving-guidance.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).
9. MathWorks. linsolve — Solve symbolic linear equations in matrix form. URL: <https://www.mathworks.com/help/symbolic/sym.linsolve.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).
10. Wolfram Research. Symbolic Calculations. URL: <https://reference.wolfram.com/language/tutorial/SymbolicCalculations.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).
11. SymPy Development Team. Calculus — Introductory Tutorial. URL: <https://docs.sympy.org/latest/tutorials/intro-tutorial/calculus.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).
12. MathWorks. vpasolve — Solve symbolic equations numerically. URL: <https://www.mathworks.com/help/symbolic/sym.vpasolve.html> (murojaat sanasi: 09.04.2026).
13. Fazio C., et al. Students' perceptions of solving mathematical tasks with MATLAB LiveScripts // Teaching Mathematics and Computer Science. 2024. Vol. 22, No. 1.

## AXBOROT TEXNOLOGIYALARINI O'RGANISHDA DASTURIY PLATFORMALAR BILAN OPTIMAL O'QUV JARAYONLARINI TASHKIL ETISH

**A.Barakayev, E.B.Miryahyoyeva**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universitetining Urgut Filiali*

<sup>2</sup>E-mail: [miryahyoyevaelmira@gmail.com](mailto:miryahyoyevaelmira@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada axborot texnologiyalarini o'rganishda dasturiy platformalar bilan optimal o'quv jarayonlarini tashkil qilish masalasi ko'rib chiqiladi. Zamonaviy ta'limni rivojlantirishda dasturiy platformalarning o'rni va ularning foydasi haqida batafsil ma'lumotlar berilgan. Zamonaviy ta'lim platformasi bo'lgan moodle va Google classroom platformalari haqida batafsil ma'lumotlar berilib, ularning o'xshashliklari va farqlari ko'rib chiqiladi. Shuningdek optimal o'quv jarayonlarini tashkil qilishning bir qator usullari yoritilgan.

Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, Moodle va Google classroom dasturlarining afzalliklarini birlashtirib, optimal o'quv jarayonini tashkil qilish mumkin.

**Kalit so'zlar.** Moodle, Google classroom, Zamonaviy ta'lim, ta'lim platformalari, axborot texnologiyalari, MoodleCloud, Moodle Workplace, Google, Martin Dougiamas, Premium funksiyalar.

**Kirish.** Hozirgi kunda axborot texnologiyalari jadal suratlar bilan rivojlanib ta'lim sohasiga ham o'z ta'sirini ko'rsatmoqda. Zamonaviy ta'lim platformalari ishlab chiqarilmoqda. Talabalarni an'anaviy o'qitish bilan birga zamonaviy ta'lim platformalari orqali o'qitish ham yo'lga qo'yilmoqda. Butun dunyoda ta'lim platformalari orqali talabalarni bilimini oshirish masalasi dolzarb masalaga aylanmoqda. Shunday ta'lim platformalarga misol qilib Moodle va Google Classroom kabi platformalarni aytsak bo'ladi. Ushbu platformalar orqali o'quv materiallarni talabalarga yetkazish, ularni nazorat qilish, ular bilan masofaviy muloqot qilish imkonini beradi.

Mazkur maqolaning maqsadi, Moodle va Google Classroom dasturlari orqali optimal o'quv jarayonini tashkil etish imkoniyatlarini tahlil qilib, bu platformalarning afzallik va kamchiliklarini solishtirishdan iborat. Shu bilan birga qaysi platformani qanday vaqtda ishlatish ma'qul, o'quv jarayonini qanday tashkil etsa samaraliroq bo'lishini ko'rib chiqiladi. Moodle va Google classroom yordamida optimal o'quv jarayonini tashkil qilish usullarini o'rganishdan iborat.

**Asosiy qism.** Ta'lim platformalari o'quv jarayonini tashkil qilish, boshqarish, nazorat qilish va onlayn muloqot qilishda muhim ahamiyat kasb etadi. Bu esa talaba va o'qituvchi

o'rtasidagi masofani qisqartiradi, bilim olish jarayonini qulay qiladi. Masofaviy o'qitishni rivojlantirishda ta'lim platformalari muhim hisoblanadi.

Axborot texnologiyalari ma'lumotlarni yig'ish, qayta ishlash va uzatish uchun ishlatiladigan texnologiyalar majmuidir. Mazkur tushuncha quyidagicha izohlanadi, axborot texnologiyalari ma'lumotlar, dasturlar va internet bilan ishlaydigan ma'lumotlarni qayta ishlash, ular bilan ishlash usullari. Axborot texnologiyalarini o'rganish esa dasturlar, kompyuterlar va internet yordamida ma'lumotlar bilan ishlashni o'rganish hisoblanadi. Shuning uchun ham hozirgi kunda ko'plab ta'lim platformalari ishlab chiqarilmoqda. Ta'lim platformalari orqali ham bolaga bilim berib, ham uni zamonaviy texnologiyalarni o'rgatib bolani har tomonlama yetuk bo'lib yetishishi uchun shart-sharoitlar yaratilib berilmoqda.

Moodle o'quv materiallarini turli usullarda uzatish, bilimlarni tekshirish va o'zlashtirish monitoringini yuritish uchun mo'ljallangan platforma. Moodle platformasida o'quvchilar mustaqil va erkin ravishda istagan bilimini olish imkoniyatiga ega bo'ladi.[1]

Moodle dasturi 2002-yilda Martin Dougiamas tomonidan ishlab chiqilgan. Martin Dougiamas Avstraliyalik pedagog va dasturchi hisoblanadi. U ta'limni yanada samaraliroq va interaktiv qilish uchun ushbu tizimni o'ylab topgan. Hozirgi kunda moodle dasturini Moodle Pty Ltd kompaniyasi rivojlantirmoqda.

O'zbekistonga 2008-2010-yillar oralig'ida kirib kelgan. Moodle dasturi yaratilishi bilan ishlatib sinovdan o'tkazilgandan keyin xorijiy universitetlarda ishlatilgan. O'zbekistonga ham kirib kelishi bilan bosqichma-bosqich Moodle dasturiga foydalanishga o'tildi. Keyinchalik Covid-19 tufayli karantin e'lon qilingandan so'ng ba'zi maktablarda ham moodledan foydalanish boshlandi. Lekin moodle platformasi murakkab bo'lganligi uchun ayrim foydalanuvchilar foydalanishda qiyinchiliklarga duch kelishdi.

Moodle ochiq kodli ta'limni boshqarish tizimi hisoblanadi. Moodle hamma operatsion sistemalarda ishlaydi. Chunki uni yuklab olsa ham bo'ladi, web foydalansa ham bo'ladi. Moodle dasturining o'zi bepul hisoblanadi. Uni yuklab olish, ishlatish mutlaqo bepul foydalanuvchidan pul talab qilinmaydi. Lekin hozirgi kunda uni pullik variantlar ham bor. Bular: MoodleCloud va Moodle Workplace dasturlari. MoodleCloud dasturini o'rnatish uchun hech narsa o'rnatishingiz shart emas. MoodleCloud dasturiga to'lovni oylik qilish ham mumkin, yillik ham qilish mumkin. Bu dastur asosan kichik bo'lgan joylarga mo'ljallangan. Masalan kichik o'quv markazlarini olsak ham bo'ladi. Moodle Workplace dasturi esa katta korxonalar uchun maxsus versiyadir. Premium funksiyalari ham bor. Lekin narxi nisbatan yuqori hisoblanadi.



### **1-rasm.** Moodle dasturining logotipi.

Moodle dasturining logotipidagi m harfiga akademik qalpoq qo'ygan, chunki bu ta'lim jarayonini bildiradi.

Moodle dasturida o'qituvchi kursni yaratadi. Talabalar esa ro'yxatdan o'tib materiallarni ko'rishlari mumkin.

Google classroom platformasi Google kompaniyasi tomonidan 2014-yil yaratilgan. Google classroom dasturi onlayn ta'lim platformasi hisoblanadi. Bu platforma masofaviy ta'limni rivojlantirish uchun yaratilgan. Google classroom dasturi masofadan turib dars jarayonini tashkil qilish imkonini beradi. Google classroom dasturi oddiy, tushunish va o'rganish uchun qulay va tezkorligi bilan boshqa dasturlardan farq qiladi.

Google classroom dasturida darslarni tashkil etadi. Google Classroomda o'quvchilarni 2 xil qo'shish mumkin: e-mail orqali qo'shish va kurs kodi orqali.

Kurs kodi orqali qo'shishda kerakli kursga kirib "Class code" degan joyida sinf kodi bo'ladi, shu kodni o'quvchilarga yuboramiz. o'quvchilar Classroomga kirib "Join class" tugmasini bosib kodni kiritadi va shu bilan ular kursga qo'shiladi.

E-mail orqali qo'shishda kursni ochib "people" bo'limiga o'tib "students" yonidagi "+" tugmasini bosib, o'quvchilarni e-mailini yoziladi va "Invite" tugmasi bosiladi. Shu orqali o'quvchilarga taklifnoma boradi. o'quvchilar kursga kirishi uchun ularga Google akaunt bo'lishi kerak va bu kodni ular hech kimga bermasligi kerak.

Google classroom dasturi android, iOS, kompyuter, Chrome OS operatsion sistemalarda muammosiz o'rnatiladi. Google classroom dasturi maktablarda, kichik o'quv markazlarida, onlayn kurslarda foydalaniladi.

Google for Education tashabbusi asosida Google classroomni ishga tushirdi. Ushbu bulutli LMS hech qanday sozlovlarni talab etmaydi va Googleda akauntga ega foydalanuvchi platformadan bemalol foydalanishi mumkin. Google classroom platformasida o'quvchilar o'qituvchilar tomonidan kiritilgan o'quv materiallarini o'qishi, topshiriqlarni bajarishi, savollarga javob berishi, nazorat testlarini topshirishlari mumkin. Mazkur platformadan xohlagan qurilma va brauzer yordamida foydalanish mumkin. Eng muhimi, Google classroom -bepul foydalanish imkoniyati mavjud![2].



## 2-rasm. Google classroom dasturining logotipi.

**Moodle va Google classroom farqi va o'xshashliklari.** Moodle dasturi murakkab, professional LMS tizimi hisoblanadi. Google classroom dasturi esa sodda, tezkor ta'lim platformasi hisoblanadi. Moodle dasturida ko'p funksiyalar bor. Masalan test, analitika, pluginlar va boshqalar. Google classroom esa asosan vazifa va muloqotga yo'naltirilgan bo'lib, ba'zi funksiyalari cheklangan. Moodle dasturini o'rganish murakkab. Ko'pchilik foydalanuvchilar tomonidan ham dasturni o'rganish qiyinroq ekanligi aytilgan. Google classroom dasturi o'rganish juda sodda, tushunarli va oson. Moodle dasturidan foydalanish uchun server kerak va o'rnatish va uni sozlash kerak bo'ladi. Google classroom dasturi tayyor dastur bo'lganligi sababli hech qanday server talab qilinmaydi va faqat akaunt bilan ishlaydi. Moodle dasturida nazorat kuchli va tahlil tizimi ham bor. Google classroom dasturida topshiriqlarni bajarilsa oddiy baho qo'yiladi. Moodle dasturi bepul, lekin uni pulli versiyalari ham bor. Google classroom dasturi esa mutlaqo bepul hisoblanadi.

Moodle va Google classroom dasturlarining o'xshashliklari esa ikkala platforma ham o'quv jarayonini tashkil qiladi, dars materiallarini joylashtirish mumkin va ta'limni jarayonini nazorat qilishga yordam beradi. Ikkala dasturda ham o'qituvchi vazifa beradi, o'quvchi berilgan vazifalarni bajaradi va o'quvchi bajargan vazifalarga o'qituvchi baho qo'yadi. Moodle ham, Google classroomda ham xabarlashish ya'ni muloqot qilish imkonini beradi. Ikkala platforma ham internet orqali ishlab turli qurilmalarda ishlaydi va video, matn va fayllar yuklash va boshqalar bilan ishlash mumkin.

**Optimal o'quv jarayonini tashkil qilish usullari.** Optimal o'quv jarayonini tashkil qilish bugungi kunda zamonaviy ta'lim tizimining muhim vazifalaridan biri hisoblanadi. Bu jarayonni tashkil qilishda Moodle va Google classroom kabi dasturlardan foydalanish samarali hisoblanadi. o'quv jarayonini optimal tashkil qilishda bir necha usullar qo'llaniladi. Masalan, rejalashtirish orqali o'quv maqsadlari aniqlanib, mavzular tizimli joylashtiriladi. Modulli o'qitishda usulida o'quv materiallarini kichik bo'limlarga ajratish orqali bosqichma- bosqich o'zlashtirish imkonini

beradi. Interaktiv o'qitishda talabalar faolligi oshirilib, ularning mustaqil ishlashi, fikrlashi rivojlantiriladi.

**Xulosa.** Masofaviy va aralash ta'lim usullari zamonaviy ta'limda keng qo'llanilmoqda. Bu esa an'anaviy ta'lim va raqamli ta'limning uyg'unlashuvini ta'minlamoqda. Nazorat va baholash orqali talabalarning bilim darajasi aniqlanib, tahlil qilinmoqda. Yuqorida aytib o'tilgan usullarni kompleks qo'llash orqali o'quv jarayonini samarali va optimal tashkil qilish mumkin. Moodle va Google classroom platformalarining afzalliklarini uyg'unlashtirib samarali va optimal o'quv jarayonlarini tashkil qilish mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:**

1. M. R. Fayziyeva, D. M. Sayfurov "Informatika va axborot texnologiyalari": umumiy o'rta ta'lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik. - Toshkent: "Tasvir", 2020.
2. "Classroom platformasida ishlash bo'yicha metodik tavsiyalar uslubi QO'LLANMA." Buxoro. 2020.
3. Xaydarova S. "Google classroom platformasida o'quv kurslarini yaratish."
4. Sayidova Nazokat Sayfullayevna "O'quv jarayonida moodle tizimining imkoniyatlari va afzallikLARI."

## **RAQAMLI IQTISODIYOTDA MA'LUMOTLAR TAHLILI VA SUN'IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINING INTEGRATSIYASI**

**Madina Narzullayeva Shomurodovna**

*Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

**E-MAIL. MADINANARZULLAYEVA478@GMAIL.COM**

**Annotatsiya:** Ushbu tezisda raqamli iqtisodiyotni rivojlantirishda ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt (AI) texnologiyalarining o'zaro integratsiyalashuvi masalalari tadqiq etiladi. Maqolada katta hajmdagi ma'lumotlarni qayta ishlash orqali iqtisodiy jarayonlarni optimallashtirish, qaror qabul qilish tezligini oshirish va biznes modellarini avtomatlashtirish imkoniyatlari tahlil qilingan. Shuningdek, AI algoritmlarining bozor tendensiyalarini bashorat qilishdagi samaradorligi bo'yicha takliflar ilgari surilgan.

**Kalit** so'zlar: raqamli iqtisodiyot, sun'iy intellekt, ma'lumotlar tahlili, Big Data, algoritmlar, optimallashtirish, prognozlash.

**Аннотация:** В данной тезисной работе исследуются вопросы интеграции технологий анализа данных и искусственного интеллекта (ИИ) в развитии цифровой экономики. В статье анализируются возможности оптимизации экономических процессов, повышения скорости принятия решений и автоматизации бизнес-моделей путем обработки больших объемов данных. Также рассматривается эффективность алгоритмов ИИ в прогнозировании рыночных тенденций существованию цифровой инфраструктуры.

Ключевые слова: цифровая экономика, искусственный интеллект, анализ данных, Big Data, алгоритмы, оптимизация, прогнозирование.

**Kirish:** Bugungi kunda jahon iqtisodiyoti shiddatli transformatsiya davrini boshidan kechirmoqda. Raqamli iqtisodiyotning shakllanishi va rivojlanishi an'anaviy biznes modellarini butunlay o'zgartirib, samaradorlikning yangi bosqichiga chiqish imkonini berdi. Ushbu jarayonda axborot texnologiyalari, xususan, ma'lumotlar tahlili (Data Analytics) va sun'iy intellekt (AI) texnologiyalari asosiy drayverlar sifatida namoyon bo'lmoqda. Katta hajmdagi ma'lumotlar (Big Data) oqimining ko'payishi ularni nafaqat saqlash, balki aqlli tahlil qilish zaruriyatini keltirib chiqardi. Sun'iy intellekt algoritmlarining ma'lumotlar tahlili bilan integratsiyalashuvi korxonalarga bozor tendensiyalarini aniq bashorat qilish, mijozlar xatti-harakatini tushunish va xavf-xatarlarni minimallashtirish imkonini beradi.

Tadqiqotning maqsadiraqamli iqtisodiyot sharoitida ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt texnologiyalarining o'zaro integratsiyalashuv mexanizmlarini hamda ularning iqtisodiy samaradorlikka ta'sirini kompleks ravishda o'rganishdan iborat. Shuningdek, ushbu jarayonda

katta hajmdagi ma'lumotlarni (Big Data) aqlli qayta ishlash orqali biznes jarayonlarini avtomatlashtirish, qaror qabul qilish tezligini oshirish va xarajatlarni optimallashtirish imkoniyatlarini tahlil qilish nazarda tutilgan.

Belgilangan maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalar amalga oshiriladi:

1. Raqamli iqtisodiyotda ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt texnologiyalarining o'zaro integratsiyalashuv mexanizmlarini nazariy jihatdan o'rganish.
2. Katta hajmdagi ma'lumotlarni (Big Data) qayta ishlash orqali biznes jarayonlarini avtomatlashtirish va iqtisodiy samaradorlikni oshirish yo'llarini aniqlash.
3. Sun'iy intellekt algoritmlari yordamida bozor konyunkturasi va iste'molchilar xatti-harakatini aniq bashorat qilish metodikasini tahlil qilish.
4. Zamonaviy IT infratuzilmasida ma'lumotlar tahlili asosida xarajatlarni optimallashtirish va resurslardan oqilona foydalanish imkoniyatlarini baholash.

Ushbu tadqiqotda qo'yilgan maqsad va vazifalarni hal etish uchun bir qator zamonaviy ilmiy metodlardan foydalanilgan. Dastlab, raqamli iqtisodiyot va sun'iy intellekt sohasidagi mavjud adabiyotlar hamda xalqaro tajribalarni o'rganish uchun tizimli tahlil va qiyosiy-mantiqiy tahlil usullari qo'llanildi. Ma'lumotlar tahlili jarayonida iqtisodiy ko'rsatkichlarning o'zaro bog'liqligini aniqlash maqsadida statistik guruhlash va ekonometrik modellash metodlaridan foydalanildi. Bu usul turli himoya yondashuvlarining ustun va zaif tomonlarini aniqlash imkonini berdi.

Raqamli iqtisodiyotning asosini katta hajmdagi ma'lumotlar tashkil etadi. Har bir inson, tashkilot va tizim o'z faoliyati davomida turli xil ma'lumotlarni generatsiya qiladi. Ushbu ma'lumotlar oqimi to'g'ri boshqarilsa, ular iqtisodiy rivojlanishning muhim omiliga aylanishi mumkin. Shu sababli, ma'lumotlar ko'pincha "yangi neft" sifatida e'tirof etilmoqda. Ma'lumotlar tahlili ushbu katta hajmdagi axborotni qayta ishlash va undan foydali bilimlar ajratib olish imkonini beradi[3]. Tahlil jarayonida turli statistik usullar, algoritmlar va dasturiy vositalar qo'llanilib, yashirin qonuniyatlar aniqlanadi[2]. Natijada, tashkilotlar o'z faoliyatini optimallashtirish, xarajatlarni kamaytirish va daromadni oshirish imkoniyatiga ega bo'ladi. Masalan, savdo sohasida ma'lumotlar tahlili yordamida mijozlarning xarid qilish odatlari, ularning qiziqishlari va ehtiyojlari aniqlanadi. Bu esa kompaniyalarga individual yondashuvni ta'minlash, marketing strategiyalarini takomillashtirish va mijozlar sodiqligini oshirish imkonini beradi. Bank-moliya sektorida esa ma'lumotlar tahlili kredit risklarini baholash, firibgarlik holatlarini aniqlash va investitsiya qarorlarini qabul qilishda keng qo'llaniladi[5].

Sun'iy intellekt texnologiyalari esa ma'lumotlar tahlilining yanada yuqori bosqichi hisoblanadi. Sun'iy intellekt tizimlari inson fikrlash jarayonlariga o'xshash tarzda ishlaydi va mustaqil ravishda qaror qabul qilish imkoniyatiga ega. Mashinaviy o'rganish va chuqur o'rganish algoritmlari yordamida tizimlar katta hajmdagi ma'lumotlarni tahlil qilib, kelajakdagi tendensiyalarni bashorat qilishi mumkin[4]. Sun'iy intellektning qo'llanilishi ishlab chiqarish, xizmat ko'rsatish va boshqaruv jarayonlarini avtomatlashtirishga olib keladi. Natijada inson omili kamayadi, xatoliklar qisqaradi va umumiy samaradorlik oshadi.

Ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt texnologiyalarining integratsiyasi esa yanada katta imkoniyatlarni ochib beradi. Ushbu integratsiya orqali tizimlar real vaqt rejimida ma'lumotlarni qayta ishlash, aniq prognozlar berish va avtomatik qarorlar qabul qilish imkoniyatiga ega bo'ladi. Bu esa ayniqsa tezkor qarorlar talab etiladigan sohalarida muhim ahamiyatga ega. Masalan, elektron tijorat platformalarida foydalanuvchilarning oldingi faoliyati asosida AI algoritmlari mos mahsulotlarni tavsiya qiladi. Bu esa sotuv hajmini oshirish bilan birga, mijozlar tajribasini yaxshilaydi. Tibbiyot sohasida esa sun'iy intellekt yordamida kasalliklarni erta aniqlash va davolash usullarini optimallashtirish mumkin[6].

Davlat boshqaruvi tizimida ham ushbu texnologiyalar muhim rol o'ynaydi. Raqamli hukumat konsepsiyasi asosida davlat xizmatlari elektron shaklga o'tkazilmoqda. Ma'lumotlar

tahlili va AI yordamida aholi ehtiyojlari o'rganilib, samarali boshqaruv qarorlari qabul qilinmoqda[1]. Bu esa davlat xizmatlarining sifatini oshirish va byurokratik to'siqlarni kamaytirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, ushbu texnologiyalarni joriy etishda bir qator muammolar ham mavjud. Jumladan, ma'lumotlar xavfsizligini ta'minlash, shaxsiy ma'lumotlarni himoya qilish, yuqori texnologik xarajatlar va malakali mutaxassislar yetishmasligi dolzarb masalalar hisoblanadi.

**Xulosa.** Xulosa qilib aytganda, raqamli iqtisodiyot sharoitida ma'lumotlar tahlili va sun'iy intellekt texnologiyalarining integratsiyasi iqtisodiy rivojlanishning muhim omillaridan biri hisoblanadi. Ushbu texnologiyalar yordamida iqtisodiy jarayonlar samaradorligi oshadi, resurslardan oqilona foydalanish ta'minlanadi va innovatsion rivojlanish uchun keng imkoniyatlar yaratiladi. Kelajakda ushbu texnologiyalar yanada rivojlanib, iqtisodiyotning barcha sohalariga chuqur kirib borishi kutilmoqda. Shu sababli, ularni rivojlantirish, zamonaviy infratuzilmani yaratish va malakali kadrlar tayyorlash ustuvor vazifalardan biri bo'lib qoladi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining PQ-4699-son qarori, 2020.
2. OECD Digital Economy Outlook, 2020
3. McKinsey Global Institute – Big Data Report, 2011
4. Davenport T. – Data Analytics and Business Intelligence, 2018
5. Russell S., Norvig P. – Artificial Intelligence: A Modern Approach, 2021
6. Kelleher J., Tierney B. – Data Science, 2018
7. World Bank – Digital Development Report, 2021

### **OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA AXBOROT TIZIMLARI FANINI O'QITISH UCHUN LMS PLATFORMASINI LOYIHALASH**

**A.M.Barakayev., R.B.Abduraximova**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

**E-mail: ABDURAXIMOVARUXSHONA03@GMAIL.COM**

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada oliy ta'lim muassasalarida "Axborot tizimlari" fanini o'qitish samaradorligini oshirish maqsadida ixtisoslashgan Ta'limni boshqarish tizimi (LMS) platformasini loyihalash masalalari tadqiq etilgan. Tadqiqot davomida zamonaviy AKT yo'nalishidagi fanlarning o'ziga xos xususiyatlari, umumiy maqsadli LMS platformalarining cheklavlari va talabalarning amaliy ko'nikmalarini shakllantirishda interaktiv modullarning o'rni tahlil qilingan. Maqolada tizimning uch pog'onali arxitekturasini, ma'lumotlar bazasi modeli va ixtisoslashgan o'quv modullarini loyihalash bo'yicha ilmiy-amaliy tavsiyalar keltirilgan.

**Kalit so'zlar:** LMS (Learning Management System), Axborot tizimlari, Oliy ta'lim, Tizimli loyihalash, SQL Sandbox, Raqamli ta'lim, Arxitektura, CASE-vositalar,

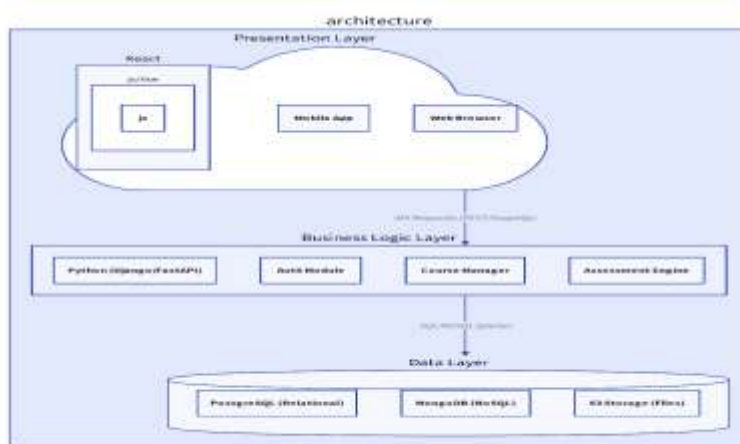
**Kirish.** Bugungi kunda global ta'lim makonida raqamli transformatsiya jarayonlari oliy ta'lim muassasalari (OTM) oldiga o'qitish sifatini yangi bosqichga ko'tarish vazifasini qo'yimoqda. O'zbekiston Respublikasida oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasida belgilanganidek, ta'lim jarayonlarini raqamlashtirish nafaqat masofaviy ta'limni tashkil etish, balki an'anaviy ta'limni zamonaviy texnologik vositalar bilan boyitishni ham ko'zda tutadi [1]. Ayniqsa, "Axborot tizimlari" fani kabi texnologik jihatdan murakkab va doimiy yangilanib turuvchi fanlarni o'qitishda an'anaviy metodikalar va umumiy maqsadli platformalar talab qilinadigan kompetentsiyalarni to'liq shakllantirishga yetarli bo'lmashligi mumkin. LMS (Learning Management System) platformalari ta'lim jarayonini boshqarishda markaziy o'rinni egallaydi. Biroq, statistik ma'lumotlar shuni ko'rsatadiki, aksariyat OTMlarda qo'llaniladigan Moodle yoki Google Classroom kabi tizimlar ko'proq gumanitar va ijtimoiy fanlar uchun



moslashgan bo‘lib, texnik fanlar uchun zarur bo‘lgan interaktiv laboratoriya muhitlarini taqdim etmaydi [2]. “Axborot tizimlari” fanida talaba nafaqat nazariyani o‘rganishi, balki real vaqt rejimida ma’lumotlar bazasini loyihalashi, SQL so‘rovlarini optimallashtirishi va tizim arxitekturasini tahlil qilishi lozim. Shu sababli, ushbu fan uchun ixtisoslashgan, amaliy muhit bilan integratsiyalashgan LMS platformasini loyihalash dolzarb ilmiy va amaliy ahamiyatga ega.

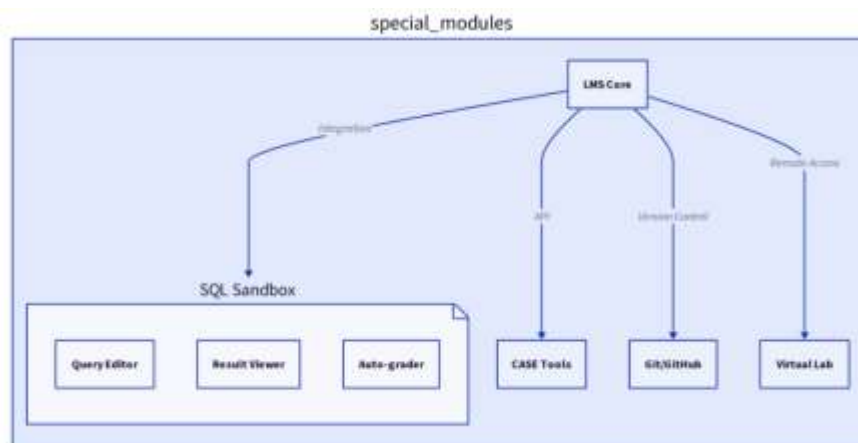
**Axborot tizimlari fanining o‘ziga xosligi va o‘qitish metodikasi.** “Axborot tizimlari” fani o‘z mohiyatiga ko‘ra fanlararo bog‘liqlikni talab qiluvchi murakkab soha hisoblanadi. U o‘z ichiga tizimli tahlil, algoritmizatsiya, ma’lumotlar bazasi texnologiyalari, dasturiy ta’minot muhandisligi va foydalanuvchi interfeysi dizayni kabi yo‘nalishlarni qamrab oladi [3]. Bunday ko‘p qirrali fanni o‘qitishda talabalarning o‘zlashtirish darajasi bevosita amaliy mashg‘ulotlarning sifatiga bog‘liq. An’anaviy o‘qitish tizimida talabalar o‘z shaxsiy kompyuterlariga turli MBBT (Oracle, PostgreSQL, MySQL) va CASE-vositalarini (Enterprise Architect, Visual Paradigm) o‘rnatishlari talab etiladi. Bu esa quyidagi texnik va pedagogik qiyinchiliklarni keltirib chiqaradi: Qurilmalarning texnik imkoniyatlari har xilligi sababli dasturlarning turlicha ishlashi; O‘qituvchi tomonidan talabaning ish jarayonini real vaqtda kuzatish imkoniyati yo‘qligi; Talaba tomonidan bajarilgan loyihalarni (diagrammalar, kodlar) tekshirish va xatolarni tuzatish jarayonining uzoq davom etishi [4]. Ixtisoslashgan LMS platformasi ushbu muammolarni bulutli texnologiyalar asosida hal etishga imkon beradi. Platforma ichida yaratilgan virtual laboratoriya muhiti barcha talabalar uchun bir xil texnik sharoitni ta’minlaydi va o‘qituvchiga har bir talabaning o‘qish traektoriyasini avtomatlashtirilgan tahlil qilish imkonini beradi.

**Tizim arxitekturasini loyihalash tamoyillari.** LMS platformasini loyihalashda uning barqarorligi, xavfsizligi va masshtablanuvchanligi asosiy mezonlar hisoblanadi. “Axborot tizimlari” fani uchun platforma arxitekturasini foydalanuvchi interfeysi, biznes mantiqi va ma’lumotlar bazasi qatlamlariga ajratilgan bo‘lishi lozim. 1-rasmdagi diagrammada ko‘rsatilganidek, taqdimot qatlami (Presentation Layer) zamonaviy veb-texnologiyalar yordamida foydalanuvchiga qulay interfeys taqdim etadi. Biznes mantiqi qatlami (Business Logic Layer) esa barcha hisob-kitoblar, baholash algoritmlari va tashqi tizimlar (masalan, Git serverlari) bilan integratsiyani ta’minlaydi. Ma’lumotlar qatlami (Data Layer) nafaqat matnli ma’lumotlarni, balki talabalarning amaliy loyihalari va media resurslarini ham samarali saqlash uchun relatsion va norelatsion bazalar kombinatsiyasidan foydalanadi [5].



**1-rasm. LMS platformasining uch pog‘onali (3-tier) arxitektura modeli.**

**Funksional modullar va ularning pedagogik ahamiyati.** “Axborot tizimlari” faniga ixtisoslashgan LMS platformasining markaziy qismini uning funksional modullari tashkil etadi. Har bir modul muayyan o‘quv maqsadiga xizmat qiladi va talabaning amaliy kompetentsiyalarini rivojlantirishga yo‘naltirilgan.

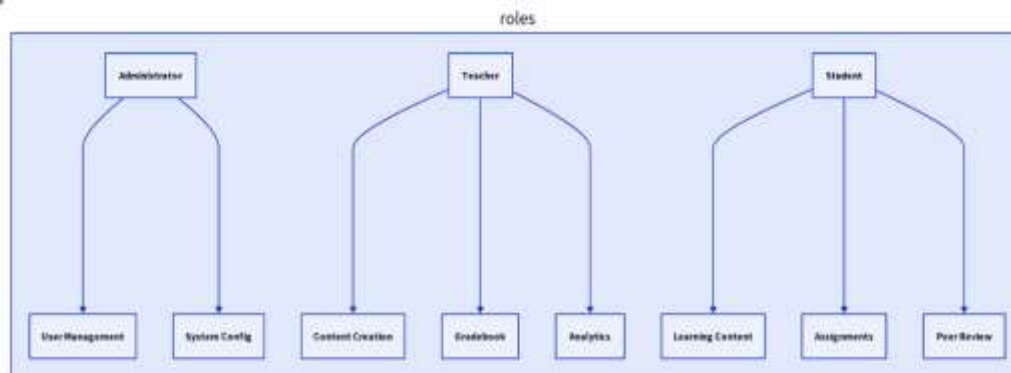


**2-rasm. LMS platformasining ixtisoslashgan o'quv modullari strukturasi.**

**1. Virtual SQL Sandbox moduli.** Ushbu modul talabalarga ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlari (MBBT) bilan ishlashda nazariy bilimlarni amaliyotda qo'llash imkonini beradi. Talaba brauzer orqali SQL so'rovlarini yozadi va tizim ularni real vaqtda ijro etib, natijani qaytaradi. Eng muhimi, tizimda avtomatlashtirilgan baholash (Auto-grader) funksiyasi mavjud bo'lib, u so'rovning to'g'riligini, samaradorligini va mantiqiy xatolarni o'qituvchi aralashuvisiz tekshiradi [6]. Bu esa o'qituvchining yuklamasini kamaytirib, talabaga darhol qayta aloqa (feedback) berish imkonini yaratadi.

**2. CASE-vositalar integratsiyasi va Loyihaviy ta'lim.** Axborot tizimlarini loyihalash jarayonida UML (Unified Modeling Language) diagrammalarini yaratish talabalardan katta mahorat talab qiladi. LMS ichidagi maxsus modul talabalarga diagrammalarni onlayn chizish yoki tayyor loyihalarni yuklash imkonini beradi. Loyihaviy ta'lim (Project-Based Learning) metodikasi asosida talabalar guruhlariga bo'linib, umumiy axborot tizimi modelini yaratadilar.

**Foydalanuvchi rollari va ta'lim jarayonini boshqarish.** LMS platformasining samaradorligi undagi rollar va huquqlarning to'g'ri taqsimlanishiga ham bog'liq. Tizimda uchta asosiy rol mavjud: Administrator, O'qituvchi va Talaba.



**3-rasm. Tizimda foydalanuvchi rollari va funksional huquqlari taqsimoti.**

Administrator tizimning texnik sozlamalari, foydalanuvchilarni ro'yxatga olish va xavfsizlik masalalari uchun mas'ul bo'ladi. O'qituvchi o'quv kontentini yaratish, talabalar natijalarini tahlil qilish va individual ta'lim traektoriyasini belgilash huquqiga ega. Talaba esa barcha o'quv resurslaridan foydalanish, topshiriqlarni topshirish va o'z yutuqlarini kuzatib borish imkoniyatiga ega bo'ladi [8].

**Ma'lumotlar oqimi va tahliliy monitoring (Learning Analytics).** Zamonaviy LMS platformalari shunchaki ma'lumot saqlash joyi emas, balki katta ma'lumotlarni (Big Data) tahlil qiluvchi aqlli tizimdir. Talabaning platformadagi har bir harakati – qaysi videoni necha marta ko'rgani, test savollariga qancha vaqt sarflagani, SQL so'rovlarida qanday xatolarga yo'l qo'ygani tizim xotirasida salanadi.



Ushbu ma'lumotlar oqimi asosida o'qituvchi uchun "Analytics Dashboard" yaratiladi. Bu orqali o'qituvchi qaysi talabalar mavzuni o'zlashtirishda qiynalayotganini, qaysi topshiriqlar talabalar uchun juda murakkabligini aniqlay oladi. Statistik tahlillar shuni ko'rsatadiki, bunday monitoring tizimi joriy etilgan guruhlarda o'zlashtirish ko'rsatkichi an'anaviy guruhlariga nisbatan 20-25% ga yuqori bo'ladi [9].

**Xavfsizlik va axborotni himoya qilish.** LMS platformasi katta hajmdagi shaxsiy va mualliflik ma'lumotlarini saqlashi sababli, uning xavfsizligini ta'minlash loyihalashning eng muhim bosqichlaridan biri hisoblanadi. "Axborot tizimlari" fani talabalari uchun ushbu xavfsizlik qatlamlarining o'zi ham amaliy o'rganish obyekti bo'lib xizmat qiladi.



**5-rasm. LMS platformasining ko'p qatlamli xavfsizlik tizimi.**

Tizimda foydalanuvchi avtorizatsiyasi uchun OAuth2 va JWT (JSON Web Token) standartlaridan foydalaniladi. Ma'lumotlar almashinuvi SSL/TLS protokollari orqali shifrlanadi. Shuningdek, talabalarining SQL Sandbox moduli orqali tizimning asosiy serveriga zarar yetkazmasligi uchun "Sandboxing" texnologiyasi va so'rovlarni cheklovchi filtrlar joriy etiladi [10].

**Tizimni joriy etishning kutilayotgan samaradorligi.** LMS platformasini "Axborot tizimlari" fani o'quv jarayoniga tatbiq etish nafaqat texnik, balki ijtimoiy-pedagogik samaradorlikka ham ega. Maqolada keltirilgan loyihalash tamoyillari asosida yaratilgan tizim quyidagi natijalarni beradi:

1. **Akademik natijadorlik:** Talabalarining amaliy ko'nikmalari (SQL, loyihalash) real muhitda shakllanishi hisobiga o'zlashtirish sifati ortadi.

2. **O'qituvchi unumdorligi:** Baholash jarayonining avtomatlashishi o'qituvchiga ko'proq vaqtni talabalar bilan ijodiy va ilmiy muloqotga sarflash imkonini beradi.

3. **Resurslarni tejash:** Qimmatbaho dasturiy ta'minotlarni har bir kompyuterga o'rnatish ehtiyoji qolmaydi, barcha amaliyot bulutli platformada amalga oshiriladi.

**Xulosa** Oliy ta'lim muassasalarida "Axborot tizimlari" fanini o'qitish uchun ixtisoslashgan LMS platformasini loyihalash zamonaviy ta'lim standartlari va texnologik taraqqiyot talabidir. Tadqiqot davomida ishlab chiqilgan uch pog'onali arxitektura va interaktiv modullar fanning amaliy yo'nalishini to'liq qamrab olishga xizmat qiladi.

Loyihalashtirilgan platforma nafaqat bilim berish vositasi, balki talabalarining kasbiy mahoratini real vaqt rejimida shakllantiruvchi va nazorat qiluvchi aqlli ekotizimdir. Kelajakda ushbu platformaga sun'iy intellektga asoslangan "shaxsiy repetitor" modullarini integratsiya qilish orqali ta'limni yanada shaxsiylashtirish va har bir talabaning individual qobiliyatlarini maksimal darajada yuzaga chiqarish mumkin. Bu esa, o'z navbatida, O'zbekiston oliy ta'lim tizimining xalqaro raqobatbardoshligini oshirishga xizmat qiladi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 8-oktabrdagi PF-5847-son Farmoni bilan tasdiqlangan "Oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasi".
2. Ochilova M.S., Xamroeva F.A. Xalqaro ta'lim platformalarini tahlili. // Inter education & global study. 2024.
3. Burita L. Teaching Methodology of Information Systems. // SCITEPRESS, 2012.
4. Zanjani N. The important elements of LMS design that affect user engagement with e-learning tools. // Australasian Journal of Educational Technology, 2017.
5. Nguyen A., Tuunanen T., Gardner L. Design principles for learning analytics information systems in higher education. // Journal of Strategic Information Systems, 2021.

6. Sabry K., AlShawi S. Information systems for higher education: interactive design perspective. // Transforming Government: People, Process and Policy, 2009.
7. Krylova E.B., Simakina M.A., Tarasova G.V. COVID-2019 sharoitida o'quv jarayonini masofadan tashkil etish muammolari. // Ta'lim va XXI asr bilimdon shaxsi. 2021.
8. Gyrus. 8 Steps of Learning Management System Development. [Online source]. URL:(2024 ).
9. Numondjonovna D.G. Comparative analysis of higher education systems of Uzbekistan and developed countries in the context of digital transformation. // TIJST, 2026
10. Pawar M., Dongardive J. Leveraging artificial intelligence in learning management systems: A systematic review. // Indian Journal of Science and Technology, 2025.

## **PYTHONDA KRIPTOGRAFIK ALGORITMLARNI AMALGA OSHIRISHNING ZAMONAVIY YONDASHUVLARI VA AMALIYOTI**

**M.A.Ahtamqulov., J.J.Farhodov**

*Sharof Rashidov nomidagi SamDU Urgut filiali*

E-mail: [FARHODOVJAVLONBEK@GMAIL.COM](mailto:FARHODOVJAVLONBEK@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada Python dasturlash tili yordamida kriptografik algoritmlarni amaliyotga tatbiq etish va ularni axborot xavfsizligi tizimlarida samarali qo'llash masalalari yoritilgan. Kiberxavfsizlik tahdidlari ortib borayotgan hozirgi davrda ma'lumotlarni to'g'ri shifrlash va dasturiy ta'minot darajasida xavfsizlikni ta'minlash dolzarb ahamiyatga ega. Maqolada "cryptography" va "PyCryptodome" kutubxonalarining imkoniyatlari qiyosiy tahlil qilinib, AES va RSA algoritmlarini qo'llashning amaliy namunalari keltirilgan. Shuningdek, dasturlash jarayonida uchraydigan keng tarqalgan xatolar - xususan, kalitlarni noto'g'ri boshqarish va eskirgan shifrlash usullaridan foydalanish muammolariga to'xtalib o'tilgan. Tadqiqot yakunida Python muhitida xavfsiz kriptografik tizimlarni loyihalash bo'yicha shaxsiy kuzatuvlarim va eng maqbul tavsiyalar jamlangan.

**Kalit so'zlar:** Python, kriptografiya, axborot xavfsizligi, shifrlash, AES, RSA, dasturiy ta'minot, kiberxavfsizlik.

**Kirish:** Ma'lumotlarni himoya qilish bugungi raqamli asrda shaxslar va tashkilotlar uchun muhim masala bo'lib, axborotning hayotiy siklining barcha bosqichlarida qat'iy nazorat qilinishi kerak. Shifrlash, xavfsiz ma'lumotlar almashinuvi va kiber-tahdidlarga chidamli tizimlarni ishlab chiqish bugungi kunda axborot xavfsizligining poydevori hisoblanadi. Ma'lumotlarni himoya qilishning kompleks yondashuvi - shifrlash, kirishni boshqarish va tarmoq xavfsizligini ta'minlashni o'z ichiga oladi. Xususan, dasturiy ta'minotni ishlab chiqish jarayonida kriptografik algoritmlarni to'g'ri tatbiq etish muhim ma'lumotlarning maxfiyligini saqlashda hal qiluvchi rol o'ynaydi. Texnologiya taraqqiyoti va rivojlanayotgan tahdidlarni doimiy o'rganib borish, xavfsizlik choralarini muntazam ravishda baholash va yangilash muhimdir[1]. Ushbu maqolada Python dasturlash tili imkoniyatlaridan foydalangan holda, zamonaviy kriptografik algoritmlarni amaliyotga joriy etish va ularning samaradorligini tahlil qilish masalalari yoritiladi.

### **Zamonaviy kiberxavfsizlik tahdidlari:**

1. Zararli dasturlar (Malware): Viruslar, troyanlar va ayniqsa, ma'lumotlarni garovga oluvchi ransomware dasturlari tizimlarga jiddiy ziyon yetkazmoqda. Hujumchilar ushbu dasturlar orqali foydalanuvchilarning shaxsiy ma'lumotlarini o'g'irlash yoki tizim faoliyatini butunlay to'xtatib qo'yishga urinadilar.
2. Fishing (Phishing): Bu foydalanuvchilarni aldov yo'li bilan moliyaviy yoki shaxsiy ma'lumotlarini oshkor qilishga majburlovchi eng keng tarqalgan usuldir. Firibgarlar soxta web-sahifalar yoki elektron pochta xabarlarini orqali ishonchni suiiste'mol qiladilar.
3. IoT qurilmalariga hujumlar: Internetga ulangan qurilmalar soni ortib borayotgan bo'lsa-da, ularning ko'pchiligi yetarli darajada xavfsizlik himoyasiga ega emas. Aynan shu zaifliklar kiberhujumchilar uchun "o'lja" vazifasini o'taydi.

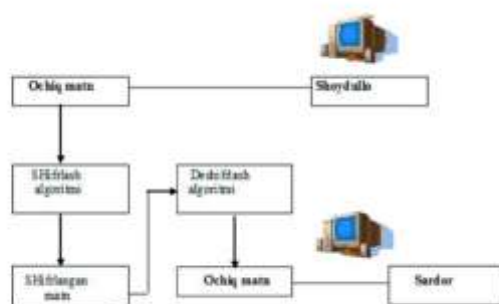
4. DDoS hujumlari: Server yoki tarmoqqa haddan tashqari ko'p trafik yuborish orqali tizimni ishdan chiqarish holatlari hamon dolzarb muammo bo'lib qolmoqda.

5. Inson omili: Statistik tahlilarga ko'ra, kiberxavfsizlikning eng zaif halqasi bu - insonlardir. Xodimlarning kiberhujumlar borasidagi bilimining yetishmasligi yoki shunchaki beparvoligi texnik jihatdan eng himoyalangan tizimlarni ham xavf ostiga qo'yishi mumkin[3].

Ma'lumotlarni himoya qilishning eng samarali yo'li - kriptografiya bo'lib, u axborotni maxsus algoritmlar yordamida shifrlash va uni vakolatsiz shaxslar uchun tushunarsiz holga keltirish jarayonidir. Kriptografik tizimlar ikki asosiy turga bo'linadi:

Simmetrik shifrlash: Bunda ma'lumotni shifrlash va shifrnı ochish uchun bir xil yagona kalitdan foydalaniladi (masalan, AES algoritmi). Bu usul juda tez va samarali bo'lib, katta hajmdagi ma'lumotlarni himoyalashda qo'llaniladi.

Asimmetrik shifrlash: Bu usulda bir juft kalitdan - ochiq (public) va shaxsiy (private) kalitlardan foydalaniladi. Ochiq kalit ma'lumotni shifrlash uchun, shaxsiy kalit esa uni ochish uchun xizmat qiladi (masalan, RSA yoki ECC algoritmlari). Asimmetrik shifrlash raqamli imzo qo'yish va xavfsiz kalit almashish jarayonlarida keng qo'llaniladi.



1-rasm: Asimmetrik shifrlash sxemasi

Ushbu usul bilan axborotning maxfiyligini taminlash mumkun. Agar birinchi kalit sirli bo'lsa, u holda uni elektron imzo sifatida qo'llash mumkin va bu usul bilan axborotni autentifikatsiyalash, ya'ni axborotning yaxlitligini ta'minlash imkoni paydo bo'ladi[2].

Kriptografik tizimlar yaratishda Python tilidan foydalanish bir nechta amaliy jihatlar bilan bog'liq.

Birinchiidan, bu tilning kutubxona bazasi juda keng. Kriptografiya sohasi uchun maxsus ishlab chiqilgan cryptography, PyCryptodomekabi kutubxonalar dasturchini murakkab matematik funksiyalarni "noldan" yozishdan ozod qiladi. Ya'ni, algoritmlarning matematik asosini yozib o'tirmasdan, tayyor va xavfsiz funksiyalarni chaqirib, shifrlash jarayonini tezroq amalga oshirish mumkin.

Ikkinchidan, Python sintaksisi juda sodda. Bu esa kodni tekshirish (audit) jarayonini osonlashtiradi. Kriptografiyada kodning har bir qatori shaffof bo'lishi muhim, chunki yozilgan kodda mantiqiy xato ketib qolsa, bu butun tizim xavfsizligini buzib yuboradi. Pythonda kodni o'qib, xatolarni topish C++ yoki Java kabi tillarga qaraganda kamroq vaqt oladi.

Uchinchiidan, Python yordamida tezkor prototiplash imkoniyati mavjud. Kriptografik yechimni loyihalashda uni dastlab kichik loyihada sinab ko'rish kerak bo'ladi. Python ushbu prototipni tezda yig'ib, uning samaradorligini tahlil qilishga imkon beradi. Python kriptografiyani o'rganish va amaliyotga joriy etish uchun bugungi kundagi eng optimal vositadir.

Cryptography kutubxonasi: Ushbu kutubxona dasturchilarga shifrlash jarayonlarini xavfsiz va tushunarli tarzda amalga oshirish imkonini beradi. U AES (simmetrik) va RSA (asimmetrik) kabi asosiy kriptografik standartlarni to'liq qo'llab-quvvatlaydi.

PyNaCl kutubxonasi: Bu kutubxona o'zining tezligi va samaradorligi bilan ajralib turadi. U xavfsizlikni birinchi o'ringa qo'yuvchi tizimlar uchun, ayniqsa tarmoq orqali uzatiladigan ma'lumotlarni himoyalashda juda foydali hisoblanadi.

### Algoritmlarni tanlash mezonlari

- AES (Simmetrik shifrlash): Asosiy maqsadi – katta hajmdagi ma'lumotlarni yuqori tezlikda shifrlash. AES standard bo'lib, diskdagi ma'lumotlar yoki ma'lumotlar bazasini himoyalashda keng qo'llaniladi.

- RSA va ECC (Asimmetrik shifrlash): Asosiy maqsadi – xavfsiz kalit almashinuvi va raqamli imzolash. RSA katta hajmdagi ma'lumotlarni shifrlash uchun sekinlik qiladi, shuning uchun u ko'pincha simmetrik kalitlarni himoyalash uchun ishlatiladi.

Python bilan ishlashni endi o'rganayotgan bo'lsam-da, kriptografiya kutubxonalari jarayonni ancha soddalashtirishini ko'rdim. Masalan, cryptography kutubxonasi yordamida simmetrik shifrlashni amalga oshirishda ko'p narsani noldan yozish shart emas.

Simmetrik shifrlashni sinab ko'rish:

Fernetklassi AES algoritmi asosida ishlaydi va men uni kichik dasturimda quyidagicha sinab ko'rdim:

```
from cryptography.fernet import Fernet
# 1. Avval maxfiy kalitni generatsiya qilamiz
kalit = Fernet.generate_key()
cipher = Fernet(kalit)
# 2. Shifrlanadigan matnni bayt formatiga o'tkazamiz
matn = "Maxfiy ma'lumot".encode()
shifrlangan_matn = cipher.encrypt(matn)
# 3. Va uni qayta o'qiyamiz
asl_matn = cipher.decrypt(shifrlangan_matn).decode()
```

Dastur avvalo kalitni generatsiya qiladi. Bu kalitsiz ma'lumotni ochishning iloji yo'q. Encrypt() funksiyasi matnni o'qib bo'lmaydigan kodga aylantiradi, decrypt() esa kalit yordamida uni qayta tiklaydi. Men uchun eng qiziq tomoni - jarayonning juda tezligi bo'ldi.

### **Ma'lumotning o'zgarmaganini tekshirish (Hashing)**

Ba'zida ma'lumotni shifrlash shart emas, lekin uning butunligini tekshirish kerak bo'ladi. Buning uchun hashlib kutubxonasi qulay:

```
import hashlib
data = "Ma'lumot".encode()
hash_qiymat = hashlib.sha256(data).hexdigest()
print(hash_qiymat)
```

Bu yerda SHA-256 funksiyasi matndan o'ziga xos "barmoq izi" yaratadi. Agar matnda bitta belgi o'zgarsa ham, hash qiymati butunlay boshqacha chiqadi. Bu esa xavfsizlik uchun juda muhim, chunki kimdir ma'lumotni o'zgartirsa, buni darhol bilib olish mumkin.

Dastur yozish jarayonida kriptografiyani qo'llashning o'zi yetarli emas, uni qanday ishlashini ham bilish kerak. Tajribamdan kelib chiqib, quyidagi jihatlarga e'tibor berishni maslahat beraman:

Kalitlarni saqlash: Eng ko'p uchraydigan xato - bu shifrlash kalitlarini kodning ichiga yozib ketishdir. Men tushundimki, kalitlarni koddan tashqarida, alohida fayllarida saqlash kerak.

Eski usullardan qochish: Internetda eski kodlar ko'p, lekin MD5 yoki SHA-1 kabi eski algoritmlar hozirda xavfsiz hisoblanmaydi. Shuning uchun har doim yangi va tasdiqlangan kutubxonalardan foydalanish kerak.

Kodlarni yangilab turish: Ishlatayotgan kutubxonalarimizni (masalan, cryptography) vaqti-vaqti bilan yangilab turish kerak, chunki dasturchilar ulardagi xatolarni doimiy tuzatib borishadi.

Kiruvchi ma'lumotlar: Foydalanuvchidan kelayotgan har qanday ma'lumotni darrov ishlatavermaslik, avval uni tekshirib olish kerak.

Aslida, xavfsizlik bu bir martalik ish emas, bu doimiy jarayon. Dastur qanchalik kuchli bo'lmasin, inson omili (xatoliklar) har doim eng katta xavf bo'lib qoladi. Shuning uchun kod yozayotganda, kelajakda uni tekshiruvchi odam uchun tushunarli va "toza" qilib yozish muhim.

**Xulosa.** Maqolani yozish va Pythonda kriptografik algoritmlarni sinab ko'rish jarayonida shuni tushundimki, axborot xavfsizligini ta'minlashda faqatgina yaxshi algoritmnining o'zi yetarli

emas. Python o'zining qulay kutubxonalari bilan bu sohani o'rganish uchun ajoyib platforma ekan. Kriptografik tizimlarni loyihalashda eng muhimi - bu kalitlarni to'g'ri boshqarish va doimiy ravishda xavfsizlik choralari yangilab borishdir. Kelajakda bu tizimlarni yanada kuchaytirish uchun AI va avtomatlashtirilgan audit vositalarini ham o'rganish maqsadga muvofiq, deb hisoblayman.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Omon Narimonovich Ruzimov. "Malumotlar xavfsizligini himoya qilish usullari va tahlili". Academic Research in Education Science Multidisciplinary Scientific Journal . May, 2024. 7 – bet.
2. Sh. Mengliyev. "Kriptografiya haqida asosiy tushunchalar". [HTTPS://TAMI.UZ/](https://tami.uz/). 2014-08-09.
3. To'ychiyeva Dilnozaxon Qodirjon qizi. "Axborot xavfsizligini ta'minlash usullari. axborot xavfsizligi tushunchasi va zaruriyati." . Ta'limda raqamli texnologiyalarni tadbiq etishning zamonaviy tendensiyalari va rivojlanish omillari. 42-to'plam 1-qism Aprel 2025. 4-bet.
4. Kiberxavfsizlik bo'yicha xalqaro standartlar (NIST Guidelines on Cryptographic Standards).
5. Python Software Foundation. "Cryptography Documentation". [online]. Available: [HTTPS://CRYPTOGRAPHY.IO](https://cryptography.io).
6. PyCryptodome contributors. "PyCryptodome Documentation". [online]. Available: [HTTPS://PYCRYPTODOME.READTHEDOCS.IO](https://pycryptodome.readthedocs.io)

## EKIN MAYDONLARINI OPTIMALLASHTIRISHDA CHIZIQLI DASTURLASH USULLARINING SAMARADORLIGI

O.A.Nurullayeva., M.B.Azimova., A.A.Butaboyev

*Guliston davlat universiteti*

[ALI94MARDON@GMAIL.COM](mailto:ALI94MARDON@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada yashil iqtisodiyot sharoitida oziq-ovqat xavfsizligini ta'minlashda ekin maydonlaridan samarali foydalanish masalalari tahlil qilinadi. Ekin maydonlarini optimallashtirishda chiziqli dasturlash usullari va matematik modellashning ahamiyati Rossiya va Janubiy Koreya tajribalari misolida yoritilgan. Shuningdek, resurs tejamkor texnologiyalarni agrar tarmoqqa tadbiq etishning metodologik asoslari bayon etilgan.

**Kalit so'zlar:** chiziqli dasturlash, optimallashtirish, yashil iqtisodiyot, oziq-ovqat xavfsizligi, Janubiy Koreya tajribasi, Rossiya innovatsiyalari, GulDU ilmiy maktabi, matematik model.

**Annotation:** This article analyzes the issues of effective use of crop areas in ensuring food security in the conditions of a green economy. The importance of linear programming methods and mathematical modeling in the optimization of crop areas is highlighted using the examples of Russia and South Korea. Also, methodological foundations for implementing resource-saving technologies in the agricultural sector are described.

**Keywords:** linear programming, optimization, green economy, food security, South Korean experience, Russian innovations, GulSU scientific school, mathematical model.

**Аннотация:** В данной статье анализируются вопросы эффективного использования посевных площадей в обеспечении продовольственной безопасности в условиях «зеленой» экономики. На примере опыта России и Южной Кореи освещается значение методов линейного программирования и математического моделирования в оптимизации посевных площадей. Также описаны методологические основы внедрения ресурсосберегающих технологий в аграрный сектор.

**Ключевые слова:** Линейное программирование, оптимизация, зеленая экономика, продовольственная безопасность, опыт Южной Кореи, российские инновации, научная школа ГулГУ, математическая модель.

Bugungi kunda jahon hamjamiyati oldida turgan eng dolzarb muammolardan biri- cheklangan yer va suv resurslari sharoitida oziq-ovqat xavfsizligini ta'minlashdir. "Yashil iqtisodiyot" tamoyillari asosida agrar tarmoqni rivojlantirish ekin maydonlaridan maksimal darajada samarali foydalanishni talab etadi. Bu jarayonda matematik modellash, chiziqli dasturlash usullari yechimlarni topishda muhim vosita bo'lib xizmat qiladi [12, 18-b.].

Respublika miqyosida olib borilayotgan agrar islohotlar doirasida ekin maydonlarini optimallashtirish nafaqat hosildorlikni oshirishga, balki xarajatlarni kamaytirishga ham qaratilgan. Bu borada izlanishlar olib borayotgan olimlarimiz, xususan O. Suvonov va H. Abdulkarimovlar ta'kidlaganidek, innovatsion texnologiyalarni qo'llashda har bir resursning matematik hisob-kitobi ta'lim va amaliyot uyg'unligini ta'minlovchi asosiy faktor hisoblanadi [1, 78-b.]. Ushbu maqolada chiziqli dasturlashning nazariy va amaliy ahamiyati xalqaro tajribalar misolida ko'rib chiqiladi.

Chiziqli dasturlash - bu cheklangan resurslar (yer, suv, o'g'it, mehnat resurslari) sharoitida maqsadli funktsiyaning (daromad yoki hosil) maksimal qiymatini topishga imkon beruvchi matematik usuldir. Qishloq xo'jaligida ushbu usul orqali qaysi ekin turini qancha maydonga ekish kerakligi aniqlanadi. GulDU olimi D. Toshtemirov qayd etganidek, raqamli iqtisodiyot sharoitida agrosanoat majmuasini boshqarishda matematik modellardan foydalanish kutilayotgan iqtisodiy samaradorlikni 20-25% ga oshiradi [4, 92-b.].

Optimallashtirish jarayoni ekinlarning biologik xususiyatlari va hududning iqlim sharoitidan kelib chiqib, eng kam resurs sarfi bilan eng yuqori natijaga erishishni maqsad qiladi. Bu esa yashil iqtisodiyotning barqaror rivojlanish tamoyillariga to'la mos keladi.

Rossiya Federatsiyasida ekin maydonlarini optimallashtirishda yirik agrosanoat klasterlari uchun ishlab chiqilgan maxsus dasturiy mahsulotlardan keng foydalaniladi. Rossiya tajribasida chiziqli dasturlash usullari quyidagi muhim maqsadlarda qo'llaniladi:

**Resurslarni strategik taqsimlash:** Yoqilg'i-moylash materiallari va texnika resurslarini minimal xarajat bilan taqsimlash modellarini tuzish [10, 45-b.].

**Ekin maydonlaridan foydalanishda navbatlab ekishni optimallashtirish:** Tuproq unumdorligini saqlab qolgan holda ekinlarni almashlab ekishning optimal sxemalarini chiziqli algoritmlar orqali hisoblash.

Bu yondashuv Rossiyaning Krasnodar va Oltoy o'lkalarida g'alla yetishtirish samaradorligini sezilarli darajada oshirishga xizmat qilmoqda va oziq-ovqat xavfsizligini ta'minlashda muhim rol o'ynamoqda [9, 112-b.].

Chiziqli dasturlash usullari dunyoning turli davlatlarida sharoitga qarab har xil qo'llaniladi. Masalan, Rossiya va Janubiy Koreya tajribasini solishtirib ko'rishimiz mumkin:

| Model elementlari        | Rossiya (Ekstensiv model)                                                         | Janubiy Koreya (Intensiv model)                                                                                |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Maqsad funksiyasi        | $Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max$<br>(umumiy foydani maksimalashtirish) | $Z = \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{r_i} * x_i$<br>$\rightarrow \max$ (Resurs birligiga tushadigan samarani oshirish) |
| O'zgaruvchilar ( $x_i$ ) | $x_1, x_2, \dots, x_n$ – yirik hududlardagi ekin turlari maydoni maydon (ga).     | $x_1, x_2, \dots, x_n$ – issiqxona va kichik maydonlardagi ekinlar (dona/m <sup>2</sup> ).                     |
| Resurs cheklovlari       | $\sum a_{ij} x_i \leq B_j$<br>$B_j$ – Yoqilg'i va texnika resurslari.             | $\sum a_{ij} x_i \leq W_j$<br>$W_j$ – Suv va energiya resurslari limiti.                                       |
| Matematik usuli          | Katta o'lchamli Simpleks usuli (Yirik agroxoldinglar uchun).                      | Butun sonli (Integer) dasturlash (Aniqva kichik modullar uchun).                                               |



|                   |                                                                   |                                                          |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Optimallik sharti | Hududiy logistikani hisobga olgan holda xarajat minimal bo'lishi. | Har bir kvadrat metrdan olingan hosil maksimal bo'lishi. |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|

Mazkur xorijiy tajribalarni tahlil qilish shuni ko'rsatadiki, mamlakatimiz qishloq xo'jaligida ham chiziqli dasturlash usullarini tabaqalashtirilgan holda qo'llash maqsadga muvofiqdir. Xususan, yirik g'allachilik va paxtachilik klasterlari uchun Rossiyaning xarajatlarni optimallashtirish modelini, intensiv bog'dorchilik va zamonaviy issiqxonalar uchun esa Janubiy Koreyaning resurs tejovchi usullarini joriy qilish yuqori iqtisodiy samaradorlikni ta'minlaydi.

Janubiy Koreya agrar tarmog'ida raqamlashtirishning eng yuqori bosqichi - "Aqlli fermerlik" (Smart Farming) tizimi yo'lga qo'yilgan. Bu tizimda chiziqli dasturlash usullari sun'iy intellekt (AI) bilan integratsiya qilingan:

**Real vaqt rejimidagi optimallashtirish:** Datchiklar orqali olingan ma'lumotlar asosida tizim chiziqli modellar yordamida har bir kvadrat metr maydon uchun kerakli resurs miqdorini hisoblab beradi.

**Vertikal dehqonchilik va maydon samaradorligi:** Yer maydoni cheklanganligi sababli, koreya olimlari chiziqli dasturlash orqali ko'p qavatli gidroponika fermalarida maydonlardan foydalanishning eng yuqori samaradorlik koeffitsientini topadilar [11, 56-b.].

Ushbu texnologiya kam joyda ko'p hosil olish imkonini beradi, bu esa o'z navbatida yashil innovatsiyalarning amaliy isbotidir. Yashil iqtisodiyot va ekologik barqarorlik masalalari

Ekin maydonlarini optimallashtirish nafaqat iqtisodiy foyda, balki ekologik xavfsizlikni ham ta'minlaydi. Chiziqli dasturlash orqali kimyoviy o'g'itlardan foydalanishni optimallashtirish atrof-muhitning ifloslanishini kamaytiradi. GulDU pedagogi M. Berdiqulova ta'kidlaganidek, xorijiy tajribalarni tahlil qilish va ularni milliy sharoitga moslashtirish barqaror rivojlanishning asosi hisoblanadi [2, 105-b.].

Chiziqli modellar yordamida suv resurslarini tejash metodikalari ham ishlab chiqiladi, bu esa "Yashil iqtisodiyot" islohotlari doirasida oziq-ovqat xavfsizligini ta'minlashning fundamental asosi bo'lib xizmat qiladi.

Xulosa qilib aytganda, ekin maydonlarini optimallashtirishda chiziqli dasturlash usullaridan foydalanish qishloq xo'jaligining barcha sohalarida yuqori samaradorlikka erishish imkonini beradi. Rossiyaning klasterli yondashuvi va Janubiy Koreyaning yuqori texnologik "smart" tizimlari O'zbekiston agrar tarmog'i uchun muhim tajriba manbaidir. Matematik modellar yordamida resurslarni to'g'ri taqsimlash, oziq-ovqat xavfsizligini ta'minlash va yashil iqtisodiyotga o'tish jarayonini tezlashtiradi. Bu borada mahalliy olimlarimiz tavsiyalari va xalqaro tajriba uyg'unligida yangi innovatsion yondashuvlarni yaratish davr talabidir.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Suvonov O., Abdukarimov H. Pedagogika kursidan o'quv-uslubiy majmua. - Guliston, 2020.
2. Berdiqulova M. E. Qiyosiy pedagogika. - Guliston, 2021.
3. Ummatkulova Sayyora. Umumiy pedagogika. - Guliston, 2022.
4. Bo'taboyev A. A. Iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirish. O'quv qo'llanma. - Guliston: "GulDU", 2019.
5. Bo'taboyev A.A. Agrosanoat majmuasida resurslardan foydalanish samaradorligini oshirish yo'llari. Ilmiy maqola "GulDU" axborotnomasi. - 2021.
6. Karimov I. A. Qishloq xo'jaligida matematik modellashtirish asoslari. - Toshkent, 2018.
7. Abdug'aniyev A. Qishloq xo'jaligi iqtisodiyoti. - Toshkent, 2019.
8. Sanaqulov H. Agrar sohada innovatsiyalar. - Guliston, 2021.
9. Vasiliev N. I. Lineynoye programmirovaniye v APK. - Moskva, 2020.
10. Petrov A. S. Matematicheskoye modelirovaniye selskogo hozyaystva Rossii. - Novosibirsk, 2021.

11. Ivanov V. M. Ekonomiko-matematicheskiiye metodi v agrobiznese. – Sankt Peterburg, 2019.
12. Negmatulloyev Z. T., Butaboyev A. A., Monasipova R. F. OLIY TA'LIMDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARINING ROLI //Eurasian Journal of Technology and Innovation. – 2024. – T. 2. – №. 1-1. – C. 160-163.
13. Lee, S. H. Smart Farming and AI in South Korea. - Seoul: TechPress, 2022.
14. Park, J. Optimization of vertical farming using linear models. - Korean Journal of Agriculture, 2021.

## ANIQ INTEGRALNI TAQIRIBIY HISOBLASHDA DASTURLASH TILLARIDAN FOYDALANISH

<sup>1</sup>Nurullayeva Ozoda Akbar qizi, <sup>2</sup>Jamolova Ozoda Toshpo'lat qizi, <sup>3</sup>Butaboyev Alimardon Alimjonovich

*Guliston davlat universiteti*

[ALI94MARDON@GMAIL.COM](mailto:ALI94MARDON@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada matematik tahlilning muhim yo'nalishlaridan biri bo'lgan aniq integrallarni taqribiy hisoblash muammolari va ularning zamonaviy dasturlash tillari yordamida yechimi tadqiq etiladi. Ko'pincha murakkab funksiyalarning boshlang'ich funksiyasini analitik usulda topish imkonsiz bo'lgan sharoitda, sonli usullar yagona samarali yechim bo'lib xizmat qiladi. Maqolada to'g'ri to'rtburchaklar, trapesiyalar va Simpson (parabolalar) usullarining matematik asoslari chuqur tahlil qilingan. Tadqiqot davomida Python va C++ dasturlash tillarida ushbu usullarning algoritmlari ishlab chiqilib, ularning hisoblash tezligi va aniqlik darajasi o'zaro solishtirilgan. Shuningdek, yurtimizdagi professorlarining ilmiy ishlariga tayangan holda, hisoblash jarayonidagi xatoliklar tartibi va ularni optimallashtirish masalalari yoritilgan. Maqola yakunida muhandislik va iqtisodiy modellarni qurishda kompyuter algoritmlarining afzalliklari bo'yicha ilmiy xulosalar berilgan.

**Kalit so'zlar:** Aniq integral, sonli usullar, Simpson formulasi, Python, algoritmik tahlil, hisoblash xatoligi, dasturlash texnologiyalari, matematik modellashtirish.

**Annotation:** This article explores the challenges of approximate calculation of definite integrals, a significant field of mathematical analysis, and their solutions using modern programming languages. The research analyzes the scientific contributions of our country's scientists toward the development of numerical methods and computational mathematics. The mathematical foundations of the rectangle, trapezoid, and Simpson's rules are studied, and their algorithms in Python and C++ programming languages are developed. Particular attention is paid to the issues of increasing computational accuracy and optimizing errors based on methodologies recommended by our local scientists. The article concludes with findings on the practical effectiveness of applying computer algorithms to complex mathematical models.

**Keywords:** Definite integral, numerical methods, Simpson's rule, Python, algorithmic analysis, computational error, programming technologies, mathematical modeling.

Matematika va muhandislik masalalarini yechishda aniq integrallarni hisoblash muhim ahamiyatga ega. Biroq hamma funksiyalarni ham an'anaviy Nyuton-Leybnis formulasi bilan hisoblab bo'lmaydi. Bunday hollarda sonli usullar yagona chora bo'lib xizmat qiladi. Yurtimiz olimlari o'zlarining darslik va ilmiy ishlarida ta'kidlaganidek, taqribiy hisoblash usullarini dasturlash tillari bilan bog'lash vaqtini tejaydi va aniqlikni keskin oshiradi. Agar murakkab formulalar kompyuter algoritmiga aylantirilsa, inson omili bilan bog'liq xatolar kamayadi. Ushbu maqolada aniq integralni hisoblashning eng ommabop usullari (trapesiyalar, Simpson) ko'rib chiqiladi. Shuningdek, ularni zamonaviy dasturlash tillari yordamida qanday qilib sodda va samarali amalga oshirish mumkinligi ko'rsatib beriladi.

Aniq integralni taqribiy hisoblashning bir qancha usullari mavjud bo'lib, ularning har biri o'ziga xos aniqlik darajasiga ega. Yurtimiz olimlari o'z ilmiy manbalarida asosan uchta usulga



ko'proq to'xtalib o'tadilar: to'g'ri to'rtburchaklar, trapesiyalar va Simpson (parabolalar) usuli. Ushbu usullarning barchasida asosiy g'oya bir xil — integral ostidagi sohani mayda bo'laklarga bo'lish va har bir bo'lak yuzasini geometrik shakllar yordamida hisoblashdir. Masalan, trapesiya usulida egri chiziqli yuza trapesiyalar yig'indisi bilan almashtirilsa, Simpson usulida kvadratik parabola qo'llaniladi. Dasturlash tillaridan foydalanish afzalliklari: Yurtimiz olimlari ta'kidlashicha, ushbu usullarni Python yoki C++ kabi tillarda kodga aylantirish quyidagi imkoniyatlarni beradi:

1. Yuqori aniqlik: Bo'laklar sonini (masalan,  $(n=1000\backslash)$ ) oshirish orqali xatolikni minimal darajaga tushirish mumkin.

2. Tezkorlik: Inson soatlab bajaradigan hisob-kitoblarni kompyuter soniyaning ulushlarida yakunlaydi.

3. Vizuallashtirish: Hisoblash jarayonini grafiklar yordamida ko'rsatish imkoniyati mavjud. Amaliyotda Simpson usuli eng aniq natija beruvchi algoritm sifatida ko'p qo'llaniladi, chunki u funksiyaning o'zgarishiga moslashuvchanroqdir.

Vizuallashtirish imkoniyatlarining mavjudligi hisoblash jarayonini nafaqat nazariy, balki dinamik grafiklar yordamida tahlil qilishga xizmat qiladi. Amaliyotda Simpson usuli eng aniq natija beruvchi algoritm sifatida ko'p qo'llaniladi, chunki u funksiyaning o'zgarishiga moslashuvchanroqdir. Nazariy jihatdan qaraganda, to'g'ri to'rtburchaklar va trapesiyalar usullari funksiyaning chiziqli yaqinlashtirsa, Simpson usuli ikkinchi tartibli ko'phadlar (parabolalar) yordamida yaqinlashtiradi, bu esa xatolik tartibini keskin kamaytiradi.

Amaliy misol va dasturiy tahlil:

Keling, amaliy misol sifatida quyidagi aniq integralni ko'rib chiqamiz:

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

Ushbu integralning aniq qiymati  $\frac{\pi}{4} \approx 0.785398$  ga teng. Ushbu misolni C++ dasturlash tilida Simpson usuli yordamida realizatsiya qilamiz:

```
#include <iostream>
using namespace std;
double f(double x) {
    return 1 / (1 + x * x);
}
int main() {
    double a = 0, b = 1, n = 100;
    double h = (b - a) / n;
    double sum = f(a) + f(b);
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        double x = a + i * h;
        if (i % 2 == 0) sum += 2 * f(x);
        else sum += 4 * f(x);
    }
    cout << "Natija: " << (h/3) * sum << endl;
    return 0;
}
```

Yuqorida keltirilgan dasturiy algoritm yordamida hisoblangan natija integralning nazariy qiymatiga (0.785398) o'ta yaqin ekanligi aniqlandi. Bu esa Simpson usulining boshqa sonli usullarga qaraganda yuqori aniqlikka ega ekanligini amalda isbotlaydi. Dasturda bo'laklar sonini (n) oshirish orqali xatolik darajasini yanada kamaytirish imkoniyati mavjud bo'lib, bu jarayon kompyuter resurslaridan samarali foydalanishni talab etadi.

Xulosa qilib aytganda, aniq integrallarni taqribiy hisoblashda sonli usullarni dasturlash tillari orqali tatbiq etish zamonaviy ilm-fanning eng samarali yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Tadqiqot davomida ko'rib chiqilgan Simpson usuli o'zining yuqori darajadagi aniqligi va hisoblash algoritmining soddaligi bilan boshqa taqribiy usullardan yaqqol ajralib turadi. Ushbu usulni C++ dasturlash tilida realizatsiya qilish, nafaqat nazariy bilimlarni amaliyot bilan

bog'lashga, balki murakkab matematik modellarni minimal vaqt sarfi bilan yechishga imkon beradi.

Olib borilgan amaliy tahlillar shuni ko'rsatdiki, dasturda bo'laklar sonini oshirish orqali biz integralning aniq qiymatiga xatolikni nolga yaqinlashtirgan holda erishishimiz mumkin. Bu esa muhandislik, fizika va iqtisodiyotning turli sohalarida uchraydigan, boshlang'ich funksiyasini topish murakkab bo'lgan integrallarni hisoblashda bebaho vositadir. Kompyuter texnologiyalarining matematik tahlil bilan bunday uyg'unligi kelajakda ilmiy izlanishlar samaradorligini yangi bosqichga olib chiqadi va yosh tadqiqotchilarda algoritmik fikrlash ko'nikmalarini shakllantirishda muhim poydevor bo'lib xizmat qiladi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Gaimnazarov O.G. Matematik analizdan ma'ruzalar kursi. - Guliston: GulDU, 2019. - 240 b.
2. Mamatov M.Sh. Sonli usullar va ularning dasturiy ta'minoti. - Toshkent: Fan, 2018.
3. Butaboyev A.A. Algoritmizatsiya va dasturlash tillari (C++). - Guliston: Universitet nashriyoti, 2021.
4. Azlarov T.A., Mansurov H. Matematik analiz, 1-qism. - Toshkent: O'qituvchi, 1994.
5. Sadullaev A. va boshqalar. Matematik analiz kursidan misol va masalalar to'plami. - Toshkent, 2008.
6. Gaziev A., Ismoilov I., Lakaev S. Matematik analiz. - Toshkent: Voris-Nashriyot, 2006.
7. Xurramov Sh.R. Oliy matematika (masalalar to'plami). - Toshkent: Fan va texnologiyalar, 2015.
8. Formalev V.F., Tyurev L.N. Chislennie metodi. - Moskva: Fizmatlit, 2004.
9. Panteleev A.V., Metlyova A.S. Metodi chislennogo analiza. - Moskva: Vyysshaya shkola, 2006.
10. Press W.H. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. - Cambridge University Press, 2007.
11. Guliston davlat universiteti "Axborotnomasi" ilmiy-nazariy jurnali. - 2023. - №2.
12. O'zbekiston Milliy universiteti "Xabarlar" ilmiy jurnali. - 2022. - №4.

## AXBOROT TIZIMLARIDA MA'LUMOTLAR XAVFSIZLIGINI TA'MINLASH

**Sadullayeva Dilnavo Shamsiddin qizi**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

*Email: [DILNAVOSADULLAYEVA39@GMAIL.COM](mailto:DILNAVOSADULLAYEVA39@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada axborot tizimlarida ma'lumotlar xavfsizligini ta'minlashning dolzarb masalalari, axborotni himoyalash usullari hamda zamonaviy kiberxavfsizlik texnologiyalari haqida ma'lumot berilgan. Shuningdek, ma'lumotlarni himoyalashda shifrlash algoritmlari, autentifikatsiya tizimlari va tarmoq xavfsizligining o'rni yoritilgan. Axborot tizimlarida yuzaga keladigan xavf va tahdidlarning oldini olish bo'yicha tavsiyalar keltirilgan.

**Kalit so'zlar:** Axborot tizimi, axborot xavfsizligi, kiberxavfsizlik, ma'lumotlarni himoyalash, autentifikatsiya, shifrlash, tarmoq xavfsizligi, firewall, antivirus.

**Abstract:** This article discusses current issues of ensuring data security in information systems, methods of information protection, and modern cybersecurity technologies. It also highlights the role of encryption algorithms, authentication systems, and network security in protecting data. Recommendations for preventing threats and risks in information systems are presented.

**Key words:** Information system, information security, cybersecurity, data protection, authentication, encryption, network security, firewall, antivirus.

**Kirish.** Hozirgi raqamli texnologiyalar rivojlangan davrda axborot tizimlari jamiyatning barcha sohalarida keng qo'llanilmoqda. Davlat boshqaruvi, bank tizimi, ta'lim, sog'liqni saqlash va biznes jarayonlari axborot tizimlari orqali amalga oshirilmoqda. Shu sababli axborot xavfsizligini ta'minlash muhim masalalardan biriga aylangan. Axborot tizimlarida saqlanayotgan ma'lumotlarning maxfiyligi, yaxlitligi va mavjudligini himoya qilish zarur. Kiberhujumlar, viruslar, zararli dasturlar hamda ruxsatsiz kirish holatlari axborot tizimlari uchun katta xavf tug'diradi. Shuning uchun zamonaviy himoya vositalaridan foydalanish talab etiladi.

Axborot xavfsizligi — axborotni ruxsatsiz foydalanish, o'zgartirish, yo'q qilish yoki tarqatishdan himoyalash jarayonidir. Axborot xavfsizligining asosiy maqsadi ma'lumotlarning:

- maxfiyligini;
- yaxlitligini;
- foydalanish imkoniyatini ta'minlashdan iborat.

Maxfiylik — ma'lumotlardan faqat ruxsat etilgan foydalanuvchilarning foydalanishini bildiradi. Yaxlitlik — ma'lumotlarning o'zgarmagan va to'g'ri saqlanishini anglatadi. Foydalanish imkoniyati esa foydalanuvchilarning kerakli paytda ma'lumotlarga murojaat qila olishini ta'minlaydi.

### **Axborot tizimlaridagi asosiy xavflar**

Axborot tizimlarida quyidagi xavf va tahdidlar uchraydi:

**Virus va zararli dasturlar.** Viruslar kompyuter tizimiga zarar yetkazadi va ma'lumotlarning yo'qolishiga sabab bo'ladi.

**Kiberhujumlar.** Hakerlik hujumlari orqali ma'lumotlarni o'g'irlash yoki tizim faoliyatini izdan chiqarish mumkin.

**Fishing hujumlari.** Foydalanuvchilarning shaxsiy ma'lumotlarini qo'lga kiritish maqsadida amalga oshiriladi.

**Ruxsatsiz kirish.** Parollarni buzish orqali tizimga noqonuniy kirish holatlari yuz beradi.

### **Ma'lumotlarni himoyalash usullari**

**Shifrlash texnologiyalari.** Shifrlash ma'lumotlarni maxsus algoritmlar yordamida kodlash jarayonidir. Eng mashhur shifrlash algoritmlari: AES va RSA

**AES algoritmi.** AES zamonaviy simmetrik shifrlash algoritmi bo'lib, yuqori xavfsizlikni ta'minlaydi.

**RSA algoritmi.** RSA ochiq kalitli shifrlash algoritmi hisoblanadi va internet xavfsizligida keng qo'llaniladi.

**Autentifikatsiya tizimlari.** Autentifikatsiya foydalanuvchining haqiqiyligini tekshiradi. Asosiy turlari: login va parol, biometrik autentifikatsiya, ikki bosqichli autentifikatsiya. Ikki bosqichli autentifikatsiya xavfsizlikni yanada kuchaytiradi.

Antivirus va firewall: Antivirus dasturlari zararli fayllarni aniqlaydi va yo'q qiladi. Firewall esa tarmoq orqali kiruvchi xavfli ulanishlarni bloklaydi.

**Zamonaviy kiberxavfsizlik texnologiyalari.** Bugungi kunda sun'iy intellekt asosidagi xavfsizlik tizimlari rivojlanmoqda. Bunday tizimlar tahdidlarni avtomatik aniqlaydi va tezkor choralar ko'radi. Bulutli texnologiyalar ham axborot xavfsizligida muhim o'rin tutadi. Ma'lumotlarni bulutda saqlash ularning zaxira nusxalarini yaratishga yordam beradi. Blockchain texnologiyasi esa ma'lumotlarning o'zgarmasligini ta'minlashda samarali vosita hisoblanadi.

**Axborot xavfsizligini ta'minlash bo'yicha tavsiyalar.** Murakkab parollardan foydalanish, antivirus dasturlarini muntazam yangilab borish, ikki bosqichli autentifikatsiyani yoqish, muhim ma'lumotlarni zaxiralash, shubhali havolalarga kirmaslik, tarmoq xavfsizligini nazorat qilish.

**Xulosa.** Axborot tizimlarida ma'lumotlar xavfsizligini ta'minlash zamonaviy jamiyatning muhim vazifalaridan biridir. Raqamli texnologiyalar rivojlanishi bilan bir qatorda kiberxavf va tahdidlar ham ortib bormoqda. Shu sababli axborotlarni himoyalashda zamonaviy shifrlash usullari, autentifikatsiya tizimlari va xavfsizlik vositalaridan samarali foydalanish zarur. Axborot xavfsizligini ta'minlash nafaqat tashkilotlar, balki har bir foydalanuvchi uchun ham muhim

hisoblanadi. Axborot tizimlarida ma'lumotlar xavfsizligini ta'minlash bugungi kunda eng dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi natijasida axborot almashinuvi hajmi ortib bormoqda va bu esa ma'lumotlarni himoyalashga bo'lgan ehtiyojni yanada kuchaytirmoqda. Davlat tashkilotlari, bank tizimlari, ta'lim muassasalari va turli korxonalar faoliyatida axborot tizimlaridan keng foydalanilishi sababli ularda saqlanayotgan ma'lumotlarning xavfsizligini ta'minlash muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada ko'rib chiqilganidek, axborot tizimlariga tahdid soluvchi asosiy xavflarga viruslar, zararli dasturlar, fishing hujumlari, hakerlik hujumlari va ruxsatsiz kirish holatlari kiradi. Ushbu tahdidlar natijasida muhim ma'lumotlarning yo'qolishi, o'zgartirilishi yoki oshkor bo'lishi mumkin. Shu sababli har bir tashkilot va foydalanuvchi axborot xavfsizligi qoidalariga qat'iy amal qilishi lozim. Ma'lumotlarni himoyalashda shifrlash texnologiyalari muhim o'rin egallaydi. AES va RSA kabi zamonaviy algoritmlar ma'lumotlarni xavfsiz uzatish va saqlash imkonini beradi. Bundan tashqari, autentifikatsiya tizimlari, ayniqsa ikki bosqichli autentifikatsiya usullari foydalanuvchi akkauntlarini himoyalashda samarali vosita hisoblanadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Abduqodirov A. A. Axborot texnologiyalari va tizimlari. – Toshkent: O'qituvchi, 2020.
2. Karimov M. M. Axborot xavfsizligi asoslari. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
3. Axmedov Q. T. Kompyuter tarmoqlari va axborot xavfsizligi. – Toshkent: Tafakkur Bo'stoni, 2021.
4. To'rayev B. R. Kiberxavfsizlik va ma'lumotlarni himoyalash usullari. – Toshkent: Innovatsiya-Ziyo, 2022.
5. Rasulov S. S. Zamonaviy axborot tizimlari. – Toshkent: Yangi asr avlodi, 2021.
6. O'zbekiston Respublikasining "Axborotlashtirish to'g'risida"gi Qonuni.
7. O'zbekiston Respublikasining "Elektron hukumat to'g'risida"gi Qonuni.
8. Yo'ldoshev N. X. Axborot xavfsizligini ta'minlash texnologiyalari. – Toshkent: Voris-Nashriyot, 2020.
9. Sattorov A. A. Ma'lumotlar bazasi va axborot tizimlari. – Toshkent: TDTU nashriyoti, 2019.
10. Mirzayev U. U. Raqamli texnologiyalar va kiberxavfsizlik. – Toshkent: Ilm-Ziyo, 2023.

## **GRAFIK MUHARIRLAR YORDAMIDA VIZUAL VOSITALAR TAYYORLASH METODIKASI**

**Z.M.G'afforov**

*SamDU Urgut filiali.*

**Annotatsiya.** Mazkur ilmiy maqolada kompyuter grafikasi dasturlari – Adobe Photoshop, CorelDRAW va Adobe Flash yordamida vizual vositalarni tayyorlash metodikasi tahlil qilingan. Rastrli, vektorli va animatsion grafikaning o'ziga xos xususiyatlari, ularni ta'lim va amaliy faoliyatda qo'llash imkoniyatlari yoritilgan. Maqolada vizual vositalarni yaratish bosqichlari, dasturlarning asosiy funksiyalari, grafik elementlarni qayta ishlash usullari va ularning samaradorligi ko'rib chiqilgan. Shuningdek, grafik dasturlardan ta'lim jarayonida foydalanishning metodik jihatlari, o'quvchilarning dizayn va grafika sohasidagi kompetensiyalarini rivojlantirish yo'llari tahlil qilingan.

**Kalit so'zlar:** kompyuter grafikasi, vizual vositalar, Adobe Photoshop, CorelDRAW, Adobe Flash, rastr grafika, vektor grafika, animatsiya, metodika, ta'lim texnologiyalari.

**Kirish.** Zamonaviy axborot jamiyatida vizual vositalarning ahamiyati tobora ortib bormoqda. Kompyuter grafikasi – bu grafik displey ekranida tasviriy informatsiyani vizuallash (ko'rinadigan qilish) jarayoni bo'lib, u hisoblash tizimlarining dasturiy va apparat vositalari

yordamida tasvirlarni hosil qilish va qayta ishlash vositalari hamda uslublarini o'rganuvchi informatikaning muhim sohasidir [1, 6-modul, 95-bet]. Bugungi kunda kompyuter grafikasi ilmfan, tijorat, san'at, sport, ta'lim, tibbiyot, arxitektura va boshqa ko'plab sohalarda keng qo'llanilmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 24-yanvardagi Oliy majlisga qilgan murojaatnomasida ta'kidlanganidek, «Soha uchun yuqori malakali mutaxassislar tayyorlash maqsadida xorijiy hamkorlarimiz bilan birgalikda 1 million dasturchi» loyihasini amalga oshirish dolzarb vazifalardan biridir [1, 9-bet]. Bu esa kompyuter grafikasi sohasida yetuk kadrlarni tayyorlash, yosh avlodga kompyuter grafikasiga doir bilimlarni yetkazish muhimligini ko'rsatadi.

Kompyuter grafikasi dasturlari yordamida vizual vositalar tayyorlash metodikasi masalasi muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega. Chunki grafik dasturlar bilan ishlash ko'nikmalari nafaqat dizaynerlar, balki har qanday soha mutaxassislari uchun zaruriy malakaga aylanmoqda. Ushbu maqolada Adobe Photoshop (rastrli grafika), CorelDRAW (vektorli grafika) va Adobe Flash (animatsiya) dasturlari asosida vizual vositalarni tayyorlash metodikasi tahlil qilinadi.

**Asosiy qism.** Ta'lim jarayonlarini samaradorligini oshirishda, visual vositalar yordamidan foydalangan holda o'qitish usullari tobora rivojlantirilib, takomillashtirilib kelinmoqda, bu esa o'z navbatida zamonaviy dasturiy vositalarni bilish va undan foydalana olishni talab qiladi. Visual vositalarni quyidagi turlarini grafik muharrirlar yordamida yaratish mumkinligini alohida takidlash lozim.

Rasm - suratlar, illustratsiyalar, Plakat - katta ko'rgazmali material, Jadval - ma'lumotlarni tartibli ko'rsatish, Diagramma - statistik yoki grafik ko'rinish, Grafik - sonlar o'zgarishini ko'rsatadi, Xarita - geografik joylashuvlarni ko'rsatadi, Slayd - prezentatsiya sahifalari, Sxema - jarayon yoki tizim tuzilishi, Model (maket) - buyumning kichik nusxasi, Video materiallar - o'quv videolari, animatsiyalar, Multimedia taqdimotlari - audio, video va rasmlar birgalikdagi vosita, Infografika - ma'lumotni rasm va belgilar orqali tushuntirish.

#### 1. Grafik dasturlar tasnifi va ularning imkoniyatlari

Kompyuter grafikasi tasvirlarni hosil qilish usullariga qarab rastrli, vektorli va fraktal grafika turlariga ajraladi [1, 6-modul, 96-bet]. Grafik dasturlar yordamida vizual vositalar tayyorlashda asosan quyidagi dasturlardan foydalaniladi:

Adobe Photoshop – rastrli (nuqtali) tasvirlarni qayta ishlash uchun mo'ljallangan kuchli grafik muharrir. Photoshop dasturi – grafik obyektlarni qayta ishlash, o'zgartirish, saqlash uchun qo'llanuvchi ko'p sonli dasturlardan biridir [1, 6.1-modul, 100-bet]. Uning yordamida quyidagi visual vositalar va amallar bajariladi:

Fotosuratlarining chekka qismlari va keraksiz obyektlarni olib tashlash;

Rasm o'lchami va pikseller zichligini o'zgartirish;

Rasmni transformatsiyalash (burish, qiyalash, masshtablash);

Fotosuratlarni olish paytidagi kamchiliklarni bartaraf qilish (yorqinlik, kontrast, rang balansi);

Qatlamlar bilan ishlash, filtrlash, matn kiritish va boshqalar [1, 99-bet].

CorelDRAW – vektorli tasvirlarni yaratish va qayta ishlash tizimi. CorelDRAW dasturida bir vaqtning o'zida bir nechta hujjatlar bilan ishlash imkoniyati mavjud bo'lib, unda matn kiritish va formatlash, geometrik figuralar yoki egrilar tuzish, har qanday obyektни sozlash, unga tus berish, shaklini o'zgartirish, tayyor tasvir kiritish va turli effektlar berish mumkin [1, 6.3-modul, 137-141-betlar].

Adobe Flash – vektorli grafikadan foydalanishga asoslangan texnologiya bo'lib, web-sahifalar uchun animatsiyalar yaratish va ularni bezashda keng qo'llaniladi [1, 6.5-modul, 171-bet]. Unda turli rasmlar, jadvallar, audio va video fayllar o'rnatish hamda matn kiritish imkoniyatlari mavjud.

#### 2. Adobe Photoshop dasturida vizual vositalarni tayyorlash metodikasi

Adobe Photoshop dasturining interfeysi quyidagi qismlardan iborat: sarlavha satri va asosiy menyu, parametrlar satri, uskunalar satri, palitralar sohasi, ishchi soha va holat satri [1, 101-bet].

Uskunalar satri – Photoshopning 70 dan ortiq uskunani o‘z ichiga olgan asosiy elementi bo‘lib, u to‘rt qismga ajratilgan: birinchisida oltita, ikkinchisida sakkizta, uchinchisida to‘rtta, to‘rtinchisida beshta tugma joylashgan [1, 103-bet]. Uskunalar satri yordamida quyidagi asosiy amallar bajariladi:

1) Tasvir bo‘lagini ajratib olish. Rastrli tasvirlarda ularning bir bo‘lagini ajratib olish uchun maxsus uskunalar – «Arqon», «To‘g‘ri chiziqli arqon», «Magnitli arqon», «Sehrli tayoqcha» va «Tezkor ajratish» vositalaridan foydalaniladi [1, 113-115-betlar].

2) Qatlamlar bilan ishlash. Photoshopda bir vaqtda 50 dan ortiq qatlam bilan ishlash mumkin. Qatlamlar yordamida tasvirning turli elementlarini mustaqil ravishda boshqarish, ularni siljitish, o‘lchamini o‘zgartirish, shaffoflik darajasini sozlash imkoniyati mavjud [1, 118-bet].

3) Tasvirga geometrik shakllarni joylash. Dasturda oltita geometrik shakl chizish uskunasi mavjud bo‘lib, ular yordamida to‘g‘ri to‘rtburchak, ellips, ko‘pburchak va boshqa shakllar chiziladi [1, 128-129-betlar].

4) Filtrlar va effektlar. PhotoShopda o‘nlab filtrlar mavjud bo‘lib, ular 10 ta guruhga bo‘lingan. Filtrlar yordamida tasvirga turli effektlar berish, uni stilizatsiyalash, chetlarini ajratish va boshqa amallarni bajarish mumkin [1, 125-bet].

### 3. CorelDRAW dasturida vizual vositalar yaratish metodikasi

CorelDRAW vektorli grafika muharriri bo‘lib, unda tasvir sodda grafik obyektlar to‘plamidan tuziladi. Vektorli grafikaning asosiy elementi chiziq hisoblanadi [1, 29-bet]. Dastur quyidagi imkoniyatlarga ega:

Geometrik figuralar va egrilar yordamida murakkab shakllar yaratish;

Obyektlarni sozlash, ularga rang va tus berish;

Matn kiritish va formatlash;

Tasviriy effektlar berish (3D formatda burish, cho‘zish, siqish, burama effektlar);

Obyektlarni to‘g‘ri joylashtirish va qatlamlar bilan ishlash [1, 141-165-betlar].

CorelDRAW dasturida rangli effektlar yaratish muhim ahamiyatga ega. «Яркость-Контраст-Интенсивность» filtri tasvirlarning rang tonlarini sozlaydi, «Цветовой баланс» filtri esa belgilangan obyekt ranglarini o‘zgartirish imkonini beradi [1, 146-bet].

### 4. Adobe Flash dasturida animatsion vositalar tayyorlash metodikasi

Adobe Flash dasturi web-sahifalar uchun animatsiyalar yaratishda samarali hisoblanadi. Uning jihozlar paneli to‘rt qismdan iborat: Tools (chizish vositalari), View (ko‘rish), Colors (rang berish) va Options (qo‘shimcha parametrlar) [1, 174-bet].

Flash dasturida animatsiyalar yaratish quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oladi:

Qatlamlar (Layer) va kadrlar (Frame) bilan ishlash – animatsiya yaratishda asosiy vositalar hisoblanadi. Kadr qo‘shish uchun F6 tugmasidan, qatlam qo‘shish uchun Timeline oynasining Insert Layer panelidan foydalaniladi [1, 175-bet].

Motion Tween animatsiyasi – obyektlarning bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga silliq harakatini yaratish imkonini beradi.

Tovushli ma’lumotlarni joylashtirish – File → Import → Import to Stage ketma-ketligi orqali amalga oshiriladi [1, 179-bet].

### 5. Grafik dasturlarni o‘qitish metodikasining asosiy tamoyillari

Kompyuter grafikasi dasturlarini o‘qitishda quyidagi metodik tamoyillarga amal qilish maqsadga muvofiq:

Nazariy va amaliy mashg‘ulotlar uyg‘unligi – har bir mavzu nazariy tushunchalar bilan birga amaliy topshiriqlar asosida mustahkamlanadi.

Bosqichma-bosqich o‘qitish – sodda elementlardan murakkab kompozitsiyalarga o‘tish printsiipi.

Loyihaviy yondashuv – talabalarga real loyihalar (logotip, banner, web-sahifa, animatsiya) topshiriq sifatida beriladi.

Mustaqil ishlash ko‘nikmalarini rivojlantirish – talabalar mustaqil ravishda dastur imkoniyatlarini o‘rganishga yo‘naltiriladi.

Integrativ yondashuv – turli dasturlarning imkoniyatlarini birlashtirgan holda kompleks loyihalar yaratish.

#### 6. Vizual vositalarni baholash mezonlari

Grafik dasturlar yordamida tayyorlangan vizual vositalarni baholashda quyidagi mezonlarni hisobga olish maqsadga muvofiq:

**Xulosa.** Grafik dasturlar yordamida vizual vositalar tayyorlash metodikasi zamonaviy ta'lim tizimining muhim tarkibiy qismidir. Kompyuter grafikasi dasturlari – Adobe Photoshop, CorelDRAW va Adobe Flash – keng funksional imkoniyatlarga ega bo'lib, ular yordamida yuqori sifatli vizual mahsulotlar yaratish mumkin.

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki:

Grafik dasturlarni o'qitishda nazariy bilimlarni amaliy mashg'ulotlar bilan bog'lash, bosqichma-bosqich va loyihaviy yondashuv eng samarali metodik usullardan hisoblanadi.

Rastrli grafika (Adobe PhotoShop) asosan fotosuratlarini qayta ishlash, ranglar bilan ishlash va murakkab tasvir effektlarini yaratishda;

Vektorli grafika (CorelDRAW) logotiplar, chizmalar, sxemalar va reklama mahsulotlarini yaratishda;

Adobe Flash dasturi esa web-animatsiyalar, interaktiv elementlar va multimedia vositalarini tayyorlashda samarali hisoblanadi.

O'quv jarayonida grafik dasturlardan foydalanish o'quvchilarda dizayn va grafika sohasiga qiziqishni uyg'otadi, darslarni samarali va qiziqarli o'tishni ta'minlaydi hamda ularda kompyuter grafikasi bo'yicha bilim, ko'nikma va malakalarni rivojlantiradi. Bu esa, o'z navbatida, jamiyatning turli sohalari uchun malakali mutaxassislar tayyorlashga, raqamli texnologiyalardan samarali foydalanish ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Zaripov N.N. «Kompyuter grafikasi» O'quv qo'llanma. – Buxoro, BuxDU, 2020. 200 b.
2. James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, John Hughes. Computer Graphics: Principles and Practice. – Third edition. Pearson Education Inc, USA. 2014. 1260 p.
3. Mamarajabov M.E., Tursunov S.Q., Nabiulina L.M. Kompyuter grafikasi va web-dizayn: darslik. – Toshkent: Cho'lpon nomidagi NMIU, 2013. 376-b.
4. Rixsiboyev T. «Kompyuter grafikasi». – Toshkent, 2006. 168 b.
5. Martin Evening. Adobe PhotoShop CS6 for PhotoGraphers. – Elsevier Ltd, UK, 2012. 769 p.

## **AXBOROT TIZIMLARIDA RAQAMLI TA'LIM PLATFORMALARIDAN FOYDALANISHNING USLUBIY ASOSLARI**

**I.B.Aminov, P.S. Abdumo'minova**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, Samarqand O'zbekiston*  
e-mail: [PARVINAABDUMUMINOVA40@GMAIL.COM](mailto:PARVINAABDUMUMINOVA40@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Maqolada raqamli ta'lim platformalaridan foydalanishning nazariy va amaliy jihatlari tahlil qilinadi. Zamonaviy ta'lim tizimida raqamli platformalarning o'rni, ularning didaktik imkoniyatlari, interaktivlik darajasi hamda o'quv jarayonini samarali tashkil etishdagi ahamiyati, ta'lim jarayonini individuallashtirish va masofaviy o'qitishni tashkil etish imkoniyatlari ko'rib chiqiladi.

**Аннотация.** В статье анализируются теоретические и практические аспекты использования цифровых образовательных платформ. Рассматривается роль цифровых платформ в современной системе образования, их дидактические возможности, уровень интерактивности, а также значение в эффективной организации учебного процесса. Кроме того, освещаются возможности индивидуализации обучения и организации дистанционного образования на основе цифровых платформ.

**Abstract.** The article analyzes the theoretical and practical aspects of using digital educational platforms. The role of digital platforms in the modern education system, their didactic capabilities, level of interactivity, and their importance in organizing the educational process effectively are considered. In addition, the possibilities of individualizing the learning process and organizing distance education through digital platforms are discussed.

Kalit soʻzlar: interaktiv taʼlim, raqamli texnologiyalar, raqamli taʼlim, taʼlim platformasi, integrallashgan taʼlim platformasi.

**Ключевые слова:** интерактивное обучение, цифровые технологии, цифровое образование, образовательная платформа, интегрированная образовательная платформа.

**Keywords:** interactive learning, digital technologies, digital education, educational platform, integrated educational platform.

Hozirgi kunda taʼlim tizimining raqamlashtirilishi jamiyat rivojlanishining muhim omillaridan biri hisoblanadi. Axborot-kommunikatsiya texnologiya-larining jadal rivojlanishi natijasida taʼlim jarayonida turli xil raqamli taʼlim platformalari keng qoʻllanila boshladi. Bunday platformalar oʻquv materiallarini yaratish, saqlash, ulashish va boshqarish imkonini berib, oʻqituvchi hamda oʻquvchi oʻrtasidagi interaktiv aloqani taʼminlaydi[1].

Raqamli taʼlim platformalari yordamida oʻquv jarayonini samarali tashkil etish, oʻquvchilarning bilim olish jarayonini nazorat qilish va baholash imkoniyatlari kengaymoqda. Shu sababli taʼlim jarayonida raqamli platformalardan foydalanishning oʻziga xos xususiyatlarini oʻrganish muhim ilmiy va amaliy ahamiyatga ega.

Taʼlimning raqamli transformatsiyasi sharoitida zamonaviy oʻquv jarayonini taʼlim platformalarisiz tasavvur qilib boʻlmaydi. Ular taʼlim faoliyatini tashkil etish, qoʻllab-quvvatlash va tahlil qilish uchun kompleks vosita boʻlib xizmat qiladi.

Taʼlim platformasi - bu oʻqituvchilar, oʻquvchilar va maʼmuriyat kabi taʼlim jarayoni ishtirokchilarining yagona raqamli makon orqali oʻzaro hamkorligini taʼminlovchi integratsiyalashgan dasturiy-texnik tizimdir.

Taʼlim platformalari turli axborot tizimlari funksiyalarini birlashtiradi[2]:

- ✓ LMS oʻquv kurslari va taʼlim faoliyatini boshqaradi;
- ✓ SIS oʻquvchilar kontingentini hisobga oladi;
- ✓ DSS analitik qoʻllab-quvvatlash va prognozlashni taʼminlaydi;
- ✓ taʼlim portallari va elektron kutubxonalar esa oʻquv hamda ilmiy materiallarga kirishni taʼminlaydi.

Taʼlim platformasining asosiy funksiyalari quyidagilardan iborat:

1. Oʻquv jarayonini tashkil etish — kurslarni rejalashtirish, oʻquv yuklamasini boshqarish, masofaviy va aralash taʼlimni tashkil etish.
2. Taʼlim kontingentini boshqarish — talabalarni hisobga olish, akademik yozuvlarni yuritish, davomat va oʻzlashtirishni nazorat qilish.
3. Bilimlarni nazorat qilish va baholash — test sinovlarini oʻtkazish, oraliq va yakuniy attestatsiyani shakllantirish, oʻquv natijalari tahlili.
4. Oʻquv resurslariga kirishni taʼminlash — elektron kutubxonalar, multimedia materiallari, taʼlim portallari va tashqi resurslar bilan integratsiya.
5. Qaror qabul qilishni qoʻllab-quvvatlash — oʻquv faolligi analitikasi, taʼlim natijalarini prognozlash, oʻqituvchilar va maʼmuriyat uchun tavsiyalar shakllantirish.
6. Ishtirokchilar oʻrtasida kommunikatsiya — chatlar, forumlar, elektron konsultatsiyalar va hamkorlikdagi loyihalar.

Taʼlim platformalari raqamli taʼlim muhitining yadrosi sifatida qaraladi. Ular axborot, oʻquv va analitik resurslarni birlashtiradi, taʼlim jarayonining samaradorligini oshiradi, taʼlimni shaxsiylashtirishga yordam beradi hamda taʼlim muassasasi maʼmuriyati uchun strategik rejalashtirish vositalarini taqdim etadi. Shu bilan birga, taʼlim platformalarini qoʻllash amaliyoti bir qator muammolarni aniqladi: boshqa tizimlar bilan integratsiya zarurati, katta maʼlumotlarni tahlil qilish imkoniyatlarining cheklanganligi, platformalarni maʼlum bir taʼlim muassasasining



xususiyatlariga moslashtirish murakkabligi[3]. Ushbu muammolarni hal qilish o'quv jarayonining integratsiyalashgan axborot tizimini ishlab chiqish orqali mumkin bo'lib, bunda ta'lim platformasi barcha funksional komponentlarni birlashtiruvchi yadro sifatida xizmat qiladi.

Raqamli ta'lim platformalari zamonaviy axborot texnologiyalariga asoslangan bo'lib, ular ta'lim jarayonini samarali tashkil etish uchun bir qator imkoniyatlarni yaratadi. Ushbu platformalarning asosiy xususiyatlari quyidagilardan iborat [4]:

**1. Interaktivlik.** Raqamli platformalar o'quv jarayonini interaktiv shaklda tashkil etishga yordam beradi. O'quvchilar turli xil testlar, virtual laboratoriyalar, interaktiv mashqlar orqali bilimlarini mustahkamlash imkoniyatiga ega bo'ladilar.

**2. Moslashuvchanlik.** Raqamli ta'lim platformalari o'quv jarayonini vaqt va makon jihatidan moslashuvchan tarzda tashkil etish imkonini beradi. O'quvchilar istalgan joyda va istalgan vaqtda o'quv materiallaridan foydalanishlari mumkin.

**3. Individuallashtirilgan ta'lim.** Raqamli platformalar yordamida har bir o'quvchining bilim darajasiga mos ta'lim jarayonini tashkil etish mumkin. Bu esa ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

**4. Masofaviy ta'lim imkoniyati.** Raqamli platformalar masofaviy ta'limni tashkil etishda muhim vosita hisoblanadi. Video darslar, onlayn konferensiyalar va virtual sinflar orqali o'quv jarayonini masofadan turib olib borish mumkin.

**5. Ta'lim resurslarining markazlashtirilgan saqlanishi.** Bulutli texnologiyalar asosida ishlovchi platformalar o'quv materiallarini yagona tizimda saqlash va ulardan samarali foydalanish imkonini beradi.

Ta'lim platformasi barcha yuqorida sanab o'tilgan tizimlarni bog'lovchi element sifatida xizmat qiladi. U foydalanuvchilar o'rtasidagi o'zaro aloqani, kontentni boshqarishni, ma'lumot almashinuvini va xizmatlar integratsiyasini amalga oshirib, yagona raqamli ta'lim muhiti yaratadi.

*1-jadval. Ta'lim platformalarining asosiy xususiyatlari*

| Platforma                                        | Asosiy funksiyalari                                                                                                               | Integratsiyalashgan axborot tizimidagi roli                                                                |
|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>LMS (Learning Management System)</b>          | Kurslarni tashkil etish, masofaviy darslarni o'tkazish, bilimlarni nazorat qilish, ishtirokchilar bilan o'zaro aloqani ta'minlash | Ta'lim kontenti va o'quv faolligining yadro komponenti; analitika uchun ma'lumot manbai                    |
| <b>SIS (Student Information System)</b>          | Talabalarni ro'yxatdan o'tkazish, o'quv rejalari, dars jadvali, o'zlashtirishni yuritish, hisobot tayyorlash                      | Ma'lumotlarning ishonchligini ta'minlash, LMS va DSS bilan integratsiya                                    |
| <b>DSS (Decision Support System)</b>             | Ta'lim ma'lumotlari-ni tahlil qilish, bashoratlash, boshqaruv va pedagogika uchun tavsiyalar                                      | Intellectual tahlil, boshqaruv va pedagogik qarorlarni qo'llab-quvvatlash                                  |
| <b>Ta'lim portallari / elektron kutubxonalar</b> | Materiallarni kataloglashtirish, qidirish, o'qish, LMS bilan integratsiya                                                         | Axborot tizimining resurs markazi, shaxsiylashtirilgan ta'limni qo'llab-quvvatlash                         |
| <b>Ta'lim platformalari</b>                      | LMS, SIS, DSS va resurslarni integratsiya qilish; kurs va kontentni boshqarish; analitika; kommunikatsiya                         | Integratsiyalashgan axborot tizimining markaziy platformasi; yagona raqamli ta'lim makonini shakllantirish |

Ta'lim platformalari raqamli o'quv jarayonining asosini tashkil qiladi, o'qitishni boshqarish, talabalarni hisobga olish, analitika, ta'lim resurslariga kirish va ishtirokchilar o'rtasidagi hamkorlik funksiyalarini birlashtiradi. Mazkur ish kontekstida ta'lim platformalari o'quv jarayonining integratsiyalashgan axborot tizimining asosiy elementi sifatida qaraladi, ta'lim faoliyatini raqamlashtirish, avtomatlashtirish va analitik qo'llab-quvvatlashni ta'minlaydi [5].

Raqamli ta'lim platformalaridan foydalanish quyidagi afzalliklarni ta'minlaydi:

- ✓ o'quv jarayonining samaradorligini oshiradi;
- ✓ o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish ko'nikmalarini rivojlantiradi;
- ✓ o'qituvchi va o'quvchi o'rtasida tezkor aloqa o'rnatadi;
- ✓ ta'lim resurslaridan keng foydalanish imkonini yaratadi;
- ✓ o'quv jarayonini monitoring qilish va baholashni osonlashtiradi.

Xulosa qilib aytganda, raqamli ta'lim platformalari zamonaviy ta'lim tizimining muhim tarkibiy qismiga aylanib bormoqda. Ular o'quv jarayonini samarali tashkil etish, ta'lim sifatini oshirish va o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish imkoniyatlarini kengaytirishda muhim rol o'ynaydi. Raqamli platformalardan samarali foydalanish uchun o'qituvchilarning raqamli kompetensiyasini rivojlantirish, texnik infratuzilmani yaxshilash va zamonaviy pedagogik metodlarni joriy etish zarur.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:**

1. Sultanova U. (2025). Raqamli transformatsiya sharoitida innovatsion texnologiyalar yordamida ta'lim sifatini oshirish muammolari va istiqbollari. Научный информационный бюллетень, 7(1), 44–50.
2. Anarbayerova F. U. (2021). Elektron ta'lim metodikasining ahamiyati //Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences.– T. 1. №4. – C. 1022-1027.
3. Qodirov A. (2023). “Innovatsion texnologiyalar asosida ta'lim sifatini oshirish yo'llari”. – O'zbekiston pedagogik axborot jurnali, №2.
4. Karimov Sh. (2021). “Raqamli transformatsiya sharoitida pedagogik faoliyatni takomillashtirish”.–Pedagogik innovatsiyalar, №3.
5. Ishmuhamedov R.&Abduqodirov A.(2019). Ta'limda innovatsion texnologiyalar. – Toshkent.

### **UMUMTA'LIM MUASSASALARI UCHUN BULUTLI TA'LIM PLATFORMASINI ISHLAB CHIQISH VA UNING SAMARADORLIGINI OSHIRISH**

**E.T.Usmonov., I.I. Aralov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

**E-mail: [ERKINUSMONOV1822@GMAIL.COM](mailto:ERKINUSMONOV1822@GMAIL.COM)**

**Annotatsiya.** Mazkur tadqiqot ishida umumta'lim muassasalari uchun bulutli ta'lim platformasini ishlab chiqish, uning funksional imkoniyatlari hamda ta'lim jarayonidagi samaradorligini oshirish masalalari yoritilgan. Platforma orqali o'quv materiallarini saqlash, masofaviy ta'limni tashkil etish, o'qituvchi va o'quvchilar o'rtasida tezkor axborot almashinuvini yo'lga qo'yish imkoniyatlari tahlil qilingan. Shuningdek, tizimning xavfsizligi, qulay interfeysi va zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish orqali ta'lim sifatini oshirish usullari ko'rib chiqilgan. Tadqiqot natijasida bulutli texnologiyalar asosidagi platformalarning ta'lim samaradorligini oshirishdagi ahamiyati asoslab berilgan.

**Kalit so'zlar:** Bulutli platforma, ta'lim, umumta'lim muassasalari, raqamli transformatsiya, SaaS, PaaS, IaaS, LMS, ma'lumotlar xavfsizligi, O'zbekiston ta'lim tizimi.

**Kirish.** Zamonaviy dunyoda axborot texnologiyalarining shiddatli rivojlanishi jamiyat hayotining barcha jabhalariga, xususan, ta'lim tizimiga ham tub o'zgarishlar olib kirdi. Bugungi kunda ta'lim jarayonini raqamlashtirmasdan turib, uning sifatini oshirish va xalqaro standartlarga moslashtirish imkonsiz bo'lib qoldi. Raqamli transformatsiya jarayonida bulutli texnologiyalar (Cloud Computing) markaziy o'rinni egallamoqda. Umumta'lim muassasalari uchun bulutli platformalarni ishlab chiqish va joriy etish nafaqat o'quv jarayonini osonlashtiradi, balki ta'lim resurslaridan foydalanishda tenglikni ta'minlaydi, boshqaruv samaradorligini oshiradi va iqtisodiy jihatdan foydali yechimlarni taqdim etadi. Bulutli platformalar ta'lim muassasalariga o'zlarining qimmatbaho server infratuzilmasini yaratmasdan turib, kuchli hisoblash quvvatlari va katta hajmdagi ma'lumotlar omboridan foydalanish imkonini beradi. Bu, ayniqsa, resurslari cheklangan maktablar uchun juda muhimdir. Mazkur maqolada umumta'lim muassasalari uchun bulutli platforma ishlab chiqishning nazariy va amaliy jihatlari, uning arxitekturasi, xavfsizlik masalalari va ta'lim sifatiga ta'siri atroflicha tahlil qilinadi. Tadqiqotning maqsadi – maktablar uchun

samarali bulutli platforma modelini taklif qilish va uni joriy etishning afzalliklarini asoslab berishdan iborat.

**Asosiy qism:** Bulutli texnologiyalarning nazariy asoslari. Bulutli hisoblash – bu foydalanuvchilarga internet orqali turli xil hisoblash resurslarini (serverlar, saqlash joylari, ma'lumotlar bazalari, tarmoqlar, dasturiy ta'minot) talabga binoan taqdim etish texnologiyasidir. Ta'lim sohasida bulutli texnologiyalar asosan uchta xizmat ko'rsatish modeli orqali namoyon bo'ladi. Birinchisi, SaaS (Software as a Service) bo'lib, bunda foydalanuvchilar tayyor dasturiy ta'minotdan (masalan, Google Classroom yoki Microsoft 365) brauzer orqali foydalanadilar. Ikkinchisi, PaaS (Platform as a Service) modeli bo'lib, u dasturchilarga o'z ilovalarini yaratish va joylashtirish uchun muhit taqdim etadi. Uchinchisi, IaaS (Infrastructure as a Service) bo'lib, u virtual serverlar va tarmoq resurslarini ijaraga berishni ko'zda tutadi.

Ta'lim muassasalari uchun bulutli platformalar ishlab chiqishda asosan SaaS va PaaS modellarining kombinatsiyasidan foydalaniladi. Bu o'qituvchilarga o'quv materiallarini joylashtirish, o'quvchilar bilan muloqot qilish va baholash tizimini yuritish imkonini beradi. Xalqaro tajribaga nazar tashlaydigan bo'lsak, dunyoning yetakchi ta'lim tizimlari allaqachon bulutli platformalarga o'tgan. Masalan, AQSh, Estoniya va Janubiy Koreya kabi davlatlarda maktablar yagona bulutli ekotizimga birlashtirilgan. Bu tizimlar o'quvchilarning o'zlashtirish ko'rsatkichlarini real vaqt rejimida kuzatish, o'quv dasturlarini moslashtirish va ota-onalar bilan doimiy aloqani ta'minlash imkonini beradi.

**Umumta'lim muassasalarida bulutli platformaga bo'lgan ehtiyoj.** An'anaviy ta'lim tizimi bugungi kunning tezkor talablariga javob berishda bir qator qiyinchiliklarga duch kelmoqda. Qog'ozbozlikning ko'pligi, ma'lumotlarning tarqoqligi va o'quv resurslaridan foydalanishdagi cheklovlar ta'lim sifatiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. Ayniqsa, global pandemiya davrida masofaviy ta'limga o'tish zarurati yuzaga kelganda, ko'plab maktablar texnik jihatdan tayyor emasligi ma'lum bo'ldi. Bulutli platformalar aynan mana shu muammolarni hal qilish uchun eng maqbul yechim sifatida maydonga chiqdi. Ular ta'lim jarayonini markazlashtirilgan holda boshqarish, o'quv materiallarini raqamli formatda saqlash va o'quvchilarning bilimini xolis baholash imkonini beradi.

Bulutli platformaga bo'lgan ehtiyoj nafaqat texnik, balki pedagogik omillar bilan ham bog'liq. Zamonaviy o'quvchilar axborotni tez qabul qilishga va interaktiv usullarda o'rganishga moyil. Bulutli tizimlar o'qituvchilarga multimedia resurslaridan (video, audio, simulyatsiyalar) keng foydalanish, o'quvchilar bilan guruhlarda hamkorlikda ishlash va har bir o'quvchining individual rivojlanish trayektoriyasini tuzish imkonini beradi. Bu esa ta'limning shaxsiylashtirilgan modeliga o'tishni ta'minlaydi. Shuningdek, maktab ma'muriyati uchun ham bulutli platformalar katta qulaylik yaratadi: hisobotlarni avtomatlashtirish, davomatni nazorat qilish va moliyaviy resurslarni boshqarish jarayonlari ancha soddalashadi.

**Bulutli platformaning arxitekturasini va tarkibiy qismlari.** Umumta'lim muassasalari uchun mo'ljallangan bulutli platformaning arxitekturasini ko'p qatlamli va modulli bo'lishi lozim. Bu tizimning barqaror ishlashini va kelajakda yangi funksiyalarni qo'shishni osonlashtiradi. Platformaning asosiy qatlamlari sifatida foydalanuvchi interfeysi (Frontend), server qismi (Backend) va ma'lumotlar omborini (Database) ko'rsatish mumkin. Foydalanuvchi interfeysi to'rt xil asosiy rolga moslashtirilgan bo'lishi kerak: o'quvchi, o'qituvchi, ota-ona va ma'muriyat. Har bir foydalanuvchi o'z vakolatlari doirasida tizimdan foydalanadi va o'ziga tegishli ma'lumotlarga ega bo'ladi.

Platformaning tarkibiy qismlari orasida O'quv kontentini boshqarish moduli (LMS - Learning Management System) eng muhim o'rinni egallaydi. Bu modul dars jadvalini tuzish, elektron darsliklarni joylashtirish, topshiriqlarni berish va ularni tekshirish funksiyalarini o'z ichiga oladi. Shuningdek, platformada muloqot moduli ham bo'lishi shart, u orqali o'qituvchi va o'quvchilar chat, forum yoki videoaloqa orqali fikr almashishlari mumkin. Ma'lumotlar bazasi qatlamida esa o'quvchilarning shaxsiy ma'lumotlari, baholari, davomati va o'quv materiallari xavfsiz tarzda saqlanadi. Bulutli arxitektura ma'lumotlarning zaxira nusxalarini avtomatik

yaratish va tizim yuklamasini muvozanatlash (Load Balancing) imkonini beradi, bu esa platformaning 24 /7 rejimida uzluksiz ishlashini kafolatlaydi.

Platformani ishlab chiqish bosqichlari Umumta'lim muassasalari uchun bulutli platformani ishlab chiqish murakkab va tizimli jarayon bo'lib, u bir necha ketma-ket bosqichlarni o'z ichiga oladi. Birinchi bosqich – talablarni tahlil qilish va loyihalashtirishdir. Bu bosqichda maktablarning ehtiyojlari o'rganiladi, foydalanuvchilarning funksional talablari shakllantiriladi va tizimning texnik topshirig'i ishlab chiqiladi. Shuningdek, platformaning dizayni va foydalanuvchi tajribasi (UI/UX) ustida ish olib boriladi, bunda interfeysning soddaligi va tushunariligi asosiy mezon hisoblanadi, chunki platformadan turli yoshdagi o'quvchilar va AKT bo'yicha turli darajadagi bilimga ega o'qituvchilar foydalanadi.

Ikkinchi bosqich – dasturlash va texnik amalga oshirishdir. Bunda zamonaviy dasturlash tillari va freymvorklardan (masalan, Python/Django, Node.js, React yoki Vue.js) foydalaniladi. Bulutli infratuzilmani sozlash uchun Amazon Web Services (AWS), Microsoft Azure yoki Google Cloud Platform kabi xizmatlardan foydalanish yoki milliy ma'lumotlar markazlarida xususiy bulutli muhitni yaratish mumkin. Uchinchi bosqich – testdan o'tkazish va xatolarni tuzatishdir. Platforma yuklamaga chidamliligi, xavfsizligi va barcha funksiyalarning to'g'ri ishlashi bo'yicha sinovdan o'tkaziladi. Yakuniy bosqichda platforma amaliyotga joriy etiladi, foydalanuvchilar uchun yo'riqnomalar tayyorlanadi va o'qituvchilar uchun treninglar tashkil etiladi. Tizim ishga tushgandan so'ng ham doimiy texnik qo'llab-quvvatlash va yangilab borish jarayoni davom etadi.

**Bulutli platformaning afzalliklari va iqtisodiy samaradorligi.** Bulutli platformalarning joriy etilishi ta'lim muassasalari uchun ham pedagogik, ham iqtisodiy jihatdan katta foyda keltiradi. Iqtisodiy nuqtai nazardan, maktablar har bir binoda alohida server xonalari tashkil etish, qimmatbaho uskunalar sotib olish va ularni saqlash uchun katta mablag' sarflashdan qutuladilar. Bulutli xizmatlar "foydalanilgan resurs uchun to'lov" (Pay-as-you-go) modeli asosida ishlagani sababli, xarajatlar optimallasadi. Shuningdek, dasturiy ta'minotni yangilash va texnik xizmat ko'rsatish markazlashtirilgan holda amalga oshiriladi, bu esa har bir maktabda alohida IT mutaxassislari shtatini saqlash zaruriyatini kamaytiradi.

Pedagogik afzalliklar haqida gapirganda, birinchi navbatda ta'limning ochiqligi va moslashuvchanligini ta'kidlash lozim. O'quvchilar darsliklar, videodarslar va testlarga istalgan vaqtda kirishlari mumkin, bu esa o'z ustida mustaqil ishlash ko'nikmasini shakllantiradi. O'qituvchilar uchun esa bulutli platformalar vaqtini tejash vositasidir: avtomatik tekshiriladigan testlar, tayyor shablonlar va elektron jurnallar o'qituvchini ortiqcha qog'ozbozlikdan xalos qiladi va u bor e'tiborini dars sifatiga qaratishiga imkon beradi.

**Xavfsizlik va ma'lumotlarni himoya qilish.** Bulutli platformalarni ishlab chiqishda ma'lumotlar xavfsizligi va maxfiyligi eng ustuvor masalalardan biri hisoblanadi. Ta'lim muassasalarida o'quvchilarning shaxsiy ma'lumotlari, baholari va boshqa nozik ma'lumotlar saqlanishini hisobga olsak, tizim kiberhujumlardan va ma'lumotlarning sizib chiqishidan ishonchli himoyalangan bo'lishi shart. Buning uchun platformada ma'lumotlarni shifrlash (Encryption) texnologiyalari qo'llaniladi. Ma'lumotlar ham saqlash jarayonida, ham tarmoq orqali uzatish jarayonida (SSL/TLS protokollari yordamida) shifrlangan bo'lishi kerak. Shuningdek, foydalanuvchilarni identifikatsiyalash uchun ko'p bosqichli autentifikatsiya (MFA) tizimini joriy etish tavsiya etiladi.

**O'zbekiston ta'lim tizimida bulutli platformalarni joriy etish istiqbollari.** O'zbekistonda ta'lim tizimini raqamlashtirish davlat siyosatining ustuvor yo'nalishlaridan biri etib belgilangan. So'nggi yillarda umumta'lim maktablarida "Kundalik.com" (hozirda e-maktab.uz), "Maktab.uz" kabi platformalarning joriy etilishi bulutli texnologiyalarga o'tishning dastlabki va muhim qadamlari bo'ldi. Ushbu tizimlar o'quv jarayonini shaffoflashtirish, elektron jurnal va kundaliklarni yuritish hamda ota-onalar bilan aloqani yaxshilashda o'z samarasini ko'rsatmoqda. Biroq, bulutli platformalarni yanada kengaytirish va takomillashtirish uchun hali qilinishi kerak bo'lgan ishlar talab etiladi.

Kelajakda O'zbekiston maktablari uchun yagona milliy bulutli ta'lim ekotizimini yaratish istiqbolli yo'nalish hisoblanadi. Bu ekotizim nafaqat ma'muriy ishlarni, balki o'quv jarayonining

barcha bosqichlarini – darsliklardan tortib, virtual laboratoriyalar va sun'iy intellektga asoslangan repetitorlik tizimlarigacha qamrab olishi lozim. Buning uchun mamlakatimizda internet infratuzilmasini, ayniqsa chekka hududlarda yaxshilash, maktablarni zamonaviy kompyuter texnikasi bilan ta'minlash va eng muhimi, o'qituvchilarning raqamli ko'nikmalarini muntazam oshirib borish zarur.

**Xulosa.** Umumta'lim muassasalari uchun bulutli platforma ishlab chiqish va joriy etish – bu shunchaki texnik yangilanish emas, balki ta'lim sifatini yangi bosqichga ko'tarishning strategik vositasidir. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, bulutli texnologiyalar ta'lim resurslarini markazlashtirish, xarajatlarni optimallashtirish va o'quv jarayonini shaxsiylashtirishda beqiyos imkoniyatlar taqdim etadi. Platformaning modulli arxitekturasini va xavfsizlik tizimi uning barqaror va ishonchli ishlashini ta'minlaydi. O'zbekiston sharoitida bunday platformalarni keng joriy etish ta'lim tizimini modernizatsiya qilish va raqamli iqtisodiyot uchun kadrlar tayyorlashda muhim poydevor bo'lib xizmat qiladi. Kelajakda bulutli platformalarga sun'iy intellekt va katta ma'lumotlar tahlili elementlarini integratsiya qilish orqali ta'lim samaradorligini yanada oshirish mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.**

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 5-oktabrdagi "Raqamli O'zbekiston – 2030" strategiyasini tasdiqlash va uni samarali amalga oshirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi PF-6079-son Farmoni.
2. Sodikova N.I. Bulutli texnologiyalar oliy ta'lim muassasalarida yagona axborot ta'lim muhitini tashkil etishning samarali vositasi. Toshkent amaliy fanlar universiteti, 2024.
3. Nurmatov S. Ta'limda bulutli texnologiyalardan foydalanishning samaradorligi. Zenodo, 2023.
4. Sharopova Z.F. Ta'lim texnologiyalari. Toshkent: "Navro'z" nashriyoti, 2019.
5. Mell P., Grance T. The NIST Definition of Cloud Computing. National Institute of Standards and Technology, 2011.
6. Sultan N. Cloud computing for education: A new dawn? International Journal of Information Management, 2010.
7. Gonzalez-Martinez S. et al. Cloud computing and education: A state-of-the-art survey. Computers & Education, 2015.
8. UNESCO. ICT in Education: Cloud Computing in Schools. Policy Brief, 2022.
9. Google for Education. The Impact of Cloud Tools on Student Learning. Research Report, 2023.

### **BIOMETRIK TASVIRLARNI KLASSIFIKATSIYA QILISH ASOSIDA FOYDALANUVCHINI AUTENTIFIKATSIYA QILISH TIZIMI: MTCNN VA ARCFACE YONDASHUVI**

**J.S.Jabbarov., Sh.J.G'afurov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

*Email: [JAMOLIDDIN.JABBAROV@MAIL.RU](mailto:JAMOLIDDIN.JABBAROV@MAIL.RU)*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada biometrik tasvirlarni chuqur o'qitish asosida klassifikatsiya qilish va foydalanuvchini real vaqt rejimida autentifikatsiya qilish uchun MTCNN hamda ArcFace modellari asoslangan tizim taklif etiladi. MTCNN yuzni aniqlash va muhim nuqtalarni ajratish, ArcFace esa xususiyat vektorlarini hosil qilish vazifasini bajaradi. Kosinus o'xshashligi asosida foydalanuvchi identifikatsiyasi amalga oshiriladi. Shuningdek, preprocessing, threshold tanlash va model sozlamalarining tizim samaradorligiga ta'siri tahlil qilindi.

**Kalit so'z:** *biometrik autentifikatsiya, yuz tanish, MTCNN, ArcFace, chuqur o'qitish, xususiyat vektori (embedding), kosinus o'xshashligi, axborot xavfsizligi.*

**Kirish.** Axborot xavfsizligida foydalanuvchini ishonchli autentifikatsiya qilish muhim vazifalardan biridir. An'anaviy usullar – parol va PIN-kodlar – fishing, brute-force hamda credential stuffing kabi hujumlarga qarshi har doim ham yetarli himoya bera olmaydi. Shu sababli biometrik autentifikatsiya, ayniqsa yuz tasviriga asoslangan tizimlar keng qo'llanilmoqda. Yuz – orqali autentifikatsiya qulay bo'lsa-da, yorug'lik o'zgarishi, bosh holati, yosh farqi va yuzning qisman yopilishi kabi omillar aniqlikka ta'sir qiladi. Ushbu muammolarni yechishda MTCNN va ArcFace algoritmlarini birgalikda qo'llash samarali yechim hisoblanadi. Mazkur ishning maqsadi MTCNN va ArcFace asosida yuz tasvirini real vaqt rejimida klassifikatsiya qiluvchi hamda foydalanuvchini yuqori aniqlik bilan autentifikatsiya qiluvchi tizim arxitekturasini ishlab chiqishdan iborat.

**Asosiy qism.** Yuz tanish (face recognition) texnologiyalari sohasidagi zamonaviy tadqiqotlar ikki yo'nalishda rivojlanmoqda: birinchisi – yuzni aniqlash, ikkinchisi – aniqlangan yuzdan shaxslarni bir-biridan ajratishga yordam beruvchi xususiyatlarni ajratib, shaxsni identifikatsiya qiluvchi aniqlash(recognition)modellari. Zhang va hamkasblari MTCNN modelini taklif qilgan bo'lib, u single training pipeline bir vaqtning o'zida yuz aniqlash, bounding box regressiyasi va 5-nuqtali facial landmark joylashuvini aniqlashni bajaradi. P-Net, R-Net va O-Net kabi uch bosqichli kaskaddan iborat bu arxitektura tezlik va aniqlikni muvozanatli tarzda ta'minlaydi

[1; 3 b]. Deng va hamkasblari tomonidan taklif etilgan ArcFace loss funksiyasi klassik Softmax yondashuvining cheklovlarini bartaraf etib, xususiyat vektori(embedding) fazosida sinflar o'rtasidagi chegara masofani aniq shakllantiradi. LFW testida 99.83% aniqlikka erishilganligi ArcFace ning yuz tanish sohasi uchun de facto standartga aylanishiga sabab bo'ldi [2, 2-3 b]. Wang va boshqalar ArcFace'ni CosFace va SphereFace bilan qiyoslab [3, 13-16 b], additive angular margin yondashuvining xususiyat vektori ixchamligini va sinflar orasidagi ajraluvchanligi bir vaqtda oshirishda ustunligini ko'rsatdi. Jain, Ross va Prabhakarning klassik ishida esa biometrik tizimlar uchun FMR, FNMR va EER ko'rsatkichlari ta'riflanib, ularni baholash metodologiyasi keltirilgan [1, 15–18 b].

*1-jadval. Yuz tanish modellarining qiyosiy tahlili*

| Model          | Tezlik | Loss funksiyasi | Xususiyat                                             |
|----------------|--------|-----------------|-------------------------------------------------------|
| DeepFace [5]   | O'rta  | Softmax         | Dastlabki chuqur CNN modeli                           |
| FaceNet [6]    | Yuqori | Triplet loss    | 128-o'lchovli embedding vektori                       |
| SphereFace [7] | O'rta  | A-Softmax       | Burchak asosli metrik o'rganish                       |
| CosFace [4]    | Yuqori | LMCL            | Kosinus marjasi (cosine margin)                       |
| ArcFace [3]    | Yuqori | ArcFace loss    | Burchak marjasi (angular margin), geometrik izchillik |

Taklif etilayotgan tizim to'rt asosiy qatlamdan tashkil topgan: 1) Ma'lumotlarni tayyorlash va dastlabki ishlov berish; 2) MTCNN asosidagi yuz aniqlash; 3) ArcFace asosidagi xususiyatlarni ajratish; 4) Kosinus o'xshashligi asosidagi qaror qabul qilish [4; 4-6 b].

1. Ma'lumotlarni tayyorlash va dastlabki ishlov berish manbai sifatida uchta to'plam ishlatildi: LFW (13 233 tasvir, 5749 shaxs), MS-Celeb-1M (o'quv uchun) va universitetlar muhitida olingan 1 200 ta original tasvir. Dastlabki ishlov berish(preprocessing) bosqichi quyidagi tartibda amalga oshirildi: birinchidan, barcha tasvirlar BGR formatidan RGB ga o'tkazildi; ikkinchidan, tasvir o'lchami 112×112 pikselga qayta o'lcham keltirildi; uchinchidan, piksel qiymatlari [0,1] oralikka normallashtirildi; to'rtinchidan, data augmentation – gorizontaal aks ettirish, ±15° aylanish, tasodifiy qirqish – qo'llanildi.

2. MTCNN asosidagi yuz aniqlash uch bosqichli kaskad arxitekturasiga asoslanadi. P-Net (Proposal Network) bosqichida siljituvchi oyna texnikasi yordamida yuz bo'lishi mumkin bo'lgan potensial hududlar tezkor ravishda aniqlanadi va chegaralovchi to'rtburchak (bounding box) koordinatalari qaytariladi. R-Net (Refine Network – aniqlashtiruvchi tarmoq) bosqichida P-Net

tomonidan aniqlangan yuzga oid taxminiy hududlar saralanadi hamda chegaralovchi to'rtburchaklar (bounding box) aniqligi yaxshilanadi. Ushbu bosqichda noto'g'ri ijobiy natijalar (false positives – yuz deb xato aniqlangan holatlar) sezilarli darajada kamaytiriladi. O-Net (Output Network – chiqish tarmog'i) bosqichida esa yakuniy yuz chegarasi bilan birga beshta yuz nuqtasi (facial landmarks – yuz belgilari nuqtalari): ko'z markazlari, burun uchi va og'iz burchaklari aniq joylashuvi belgilanadi. [2, 2–4 b].

Aniqlangan yuzdagi asosiy tayanch(landmark) nuqtalar asosida geometric chiziqli (affine) transformatsiya qo'llanilib, yuz tasviri normallashtiriladi (face alignment). Bu jarayon yorug'lik darajasi va bosh holati o'zgarishlariga barqarorlikni oshiradi.

3. ArcFace asosidagi xususiyatlarni ajratish modeli ResNet-50 arxitekturasiga asoslanib, 512-o'lchovli xususiyat vektori qaytaradi. Modelni o'qitishda Additive Angular Margin Loss yo'qotish funksiyasi qo'llaniladi:

$$L_{arc} = -\left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N \log \frac{e^{s \cdot \cos(\theta_{y_i} + m)}}{e^{s \cdot \cos(\theta_{y_i} + m)} + \sum_{\{j \neq y_i\}}^n e^{s \cdot \cos \theta_j}}$$

Bu yerda:

$s=64$  s – masshtab parametri,  $m=0.5$  – burchak marjasi,  $\theta_{y_i}$  – joylashuv vektori  $f_i$  va haqiqiy  $y_i$  – sinf og'irlik vektori  $W_{y_i}$  o'rtasidagi burchak,  $n$  – jami sinflar soni.

Mazkur funksiya har bir sinf o'rtasidagi geodezik masofani oshirib, sinflararo ajralishni kuchaytiradi va modelning diskriminativ qobiliyatini yaxshilaydi [4, 2–4 b].

4. Kosinus o'xshashligi va qaror qabul qilish ikkita embedding vektori o'rtasidagi o'xshashlik quyidagi formula asosida hisoblanadi:

$$S(f_1, f_2) = \cos(\theta) = \frac{f_1 \cdot f_2}{\|f_1\| \cdot \|f_2\|}$$

bu yerda  $f^1$  va  $f^2$  ikki xususiyat vektorlari  $f^1 \cdot f^2$  – vektorlar skalyar ko'paytmasi  $\|f^1\|, \|f^2\|$  – vector normasi [5, 7-11 b].

Natija [-1, 1] oralig'ida chiqadi, qiymat 1 ga yaqinlashgani sari o'xshashlik yuqori bo'ladi

Qaror qabul qilish uchun o'xshashlik qiymati oldindan belgilangan  $\tau$  threshold qiymati bilan taqqoslanadi. Mazkur tizimda chegaraviy qiymat recall ustuvorligi tamoyili asosida tanlandi. Ya'ni, begona shaxsni tizimga qabul qilish (FMR) haqiqiy foydalanuvchini rad etishga (FNMR) nisbata xafvliroq deb baholandi. Shu sababli  $\tau = 0.65$  qiymati maqbul deb topildi.

Tadqiqot davomida bir nechta muhim natijalar olindi. Face alignment qo'llanganda ArcFace embeddinglari orasidagi tarqoqlik 18.7% ga kamayib, tizim aniqligi oshdi. MTCNN real sharoitda bir kadr uchun o'rtacha 47 ms da yuz aniqlash va tekislashni bajardi, bu esa tezkor ishlashni ta'minladi. Threshold qiymati  $\tau = 0.65$  da EER 1.8% bo'lib, eng muvozanatli natija kuzatildi. Taklif etilgan MTCNN va ArcFace kombinatsiyasi LFW testida 99.2% aniqlikka erishib, amaliy qo'llash uchun yuqori samaradorlik ko'rsatdi.

**Xulosa.** Tadqiqot natijasida MTCNN va ArcFace algoritmlari asosida biometrik tasvirlarni klassifikatsiya qilish hamda foydalanuvchini real vaqt rejimida autentifikatsiya qiluvchi tizim arxitekturasini ishlab chiqildi. Tahlillar natijasida MTCNN ning kaskadli tuzilmasi va ArcFace ning additive angular margin loss funksiyasi birgalikda qo'llanganda yuqori aniqlik va samaradorlikka erishilishi aniqlandi. Tadqiqot asosida quyidagi tavsiyalar berildi: yuzni oldindan qayta ishlash bosqichida tekislash (face alignment) jarayonini majburiy joriy etish, turli yoritilish sharoitlarini qamrab olgan data augmentation usullaridan foydalanish, xavfsizlik talabiga qarab threshold qiymatini moslashtirish hamda noto'g'ri tasniflash holatlarini muntazam tahlil qilib borish. Shuningdek, tizimni baholash uchun yosh, jins va millat jihatidan turli foydalanuvchilarni qamrab olgan kengaytirilgan test bazasini yaratish tavsiya etildi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

[1]. A. K. Jain, A. Ross, and S. Prabhakar, "An introduction to biometric recognition," IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, vol. 14, no. 1, pp. 4–20, 2004.

- [2]. K. Zhang, Z. Zhang, Z. Li, and Y. Qiao, "Joint face detection and alignment using multitask cascaded convolutional networks," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 23, no. 10, pp. 1499–1503, 2016.
- [3]. Deng, J. Guo, N. Xue, and S. Zafeiriou, "ArcFace: Additive angular margin loss for deep face recognition," in *Proc. IEEE/CVF CVPR*, pp. 4690–4699, 2019.
- [4]. H. Wang, Y. Wang, Z. Zhou, X. Ji, D. Gong, J. Zhou, Z. Li, and W. Liu, "CosFace: Large margin cosine loss for deep face recognition," in *Proc. IEEE/CVF CVPR*, pp. 5265–5274, 2018.
- [5]. Y. Taigman, M. Yang, M. A. Ranzato, and L. Wolf, "DeepFace: Closing the gap to human-level performance in face verification," in *Proc. IEEE/CVF CVPR*, pp. 1701–1708, 2014.

## O'SMA KASALLIKLARINI STACKING ANSANBL MODELİ ASOSIDA TASHXISLASH ALGORITMLARI

**J.S. Jabbarov., A.N.Xalimov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

Email: [JAMOLIDDIN.JABBAROV@MAIL.RU](mailto:JAMOLIDDIN.JABBAROV@MAIL.RU)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada o'sma kasalliklarini sun'iy intellekt yordamida tashxislash masalasi qaralgan. Tadqiqot davomida mashinali o'qitishning Stacking ansambl modelidan foydalanilib, o'sma kasalliklarini aniqlash algoritmi ishlab chiqildi. Modelni yaratishda bir nechta klassifikatsiya algoritmlari birlashtirildi va ularning samaradorligi tahlil qilindi. Tajriba ishlari Breast Cancer Wisconsin Dataset asosida amalga oshirildi. Olingan natijalar Stacking modelining yuqori aniqlikka ega ekanligini ko'rsatdi.

**Kalit so'zlar:** *Stacking ansambl modeli, o'sma kasalligi, klassifikatsiya, Breast Cancer Wisconsin Dataset.*

**Kirish.** Bugungi kunda dunyo bo'yicha eng xavfli va keng tarqalgan kasalliklardan biri bu o'sma kasalliklari hisoblanadi. Ushbu kasallik inson organizmidagi hujayralarning buzilishi natijasida yuzaga keladi va uni o'z vaqtida aniqlamasam inson hayoti uchun jiddiy xavf tug'diradi. An'anaviy diagnostika usullari ko'p hollarda shifokor tajribasiga bog'liq bo'lib, ayrim vaziyatlarda ko'p vaqt talab qiladi. Shu sababli maqolada o'sma kasalliklarini tashxislash uchun Stacking ansambl modeli asosida algoritm ishlab chiqish masalasi ko'rib chiqiladi. Ish jarayonida tibbiy datasetlardan foydalanilib, ma'lumotlarga dastlabki ishlov beriladi va bir nechta mashinali o'qitish modellari yordamida klassifikatsiya amalga oshiriladi. Shuningdek, modellarning natijalari solishtirilib, Stacking ansambl modelining samaradorligi tahlil qilinadi. Tajriba ishlari Python dasturlash tili hamda **SCIKIT-LEARN** kutubxonasi yordamida bajariladi.

**Asosiy qism.** Hozirgi kunda an'anaviy tashxislash usullari bilan bir qatorda zamonaviy kompyuter texnologiyalari va sun'iy intellekt tizimlari ham qo'llanilmoqda. Bu esa kasallikni tezroq va aniqroq aniqlash imkonini bermoqda.

Sun'iy intellekt orqali o'sma kasalliklarini tashxislash zamonaviy tibbiyotdagi eng muhim texnologiyalardan biri hisoblanadi. Logistic Regression, Random Forest, Support Vector Machine va Stacking ansambl modeli kabi algoritmlar yordamida o'sma kasalliklarini aniqlash bo'yicha samarali natijalarga erishilmoqda. Ayniqsa, bir nechta modellarni birlashtiruvchi Stacking ansambl modeli tashxislash aniqligini oshirishda muhim ahamiyatga ega. Shu sababli sun'iy intellekt texnologiyalari kelajakda tibbiyotning ajralmas qismiga aylanishi kutilmoqda.

Stacking ansambl modeli bir nechta mashinali o'qitish modellari birlashtirib ishlovchi usul hisoblanadi. Masalan, bir model ayrim ma'lumotlarda yaxshi natija bersa, boshqa turdagi ma'lumotlarda xatolarga yo'l qo'yadi. Stacking usulida esa bir nechta modellar birgalikda ishlaydi va umumiy natija chiqaradi. Shu sababli ushbu usul ko'pincha oddiy modellarga qaraganda samaraliroq hisoblanadi.

Stacking modeli asosan ikki qismdan tashkil topadi:



- Base model (asosiy modellar)
- Meta model (yakuniy model)

Birinchi bosqichda bir nechta bazaviy modellar ma'lumotlar asosida alohida o'qitiladi. Masalan:

- Logistic Regression
- Decision Tree
- Random Forest
- Support Vector Machine (SVM)
- K-Nearest Neighbors (KNN)

Har bir model bir xil dataset ustida ishlaydi, lekin natijalarni turlicha bashorat qiladi.

Masalan, o'sma kasalligini aniqlashda:

- Logistic Regression → 90% ehtimol bilan xavfli dedi
- Random Forest → xavfsiz dedi
- SVM → xavfli dedi

Stacking modelida ushbu natijalar bekor qilinmaydi, aksincha ularning barchasi yig'iladi.

Matematik ko'rinishda stacking quyidagicha ifodalanadi:

Agar bazaviy modellar:

$$M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$$

bo'lsa, ularning chiqish natijalari:

$$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$$

ko'rinishida olinadi.

Keyin ushbu natijalar meta modelga uzatiladi:

$$\text{Final Prediction} = \text{Meta}(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n)$$

bu yerda:

- $P_1, P_2, P_3$  – bazaviy modellarning bashoratlari
- Meta – yakuniy qaror chiqaruvchi model

Meta model bazaviy modellar natijalarini o'rganadi va qaysi model qachon yaxshi ishlashini aniqlaydi. Natijada yakuniy bashorat yanada aniqroq bo'ladi. Masalan, o'sma kasalliklarini aniqlashda:

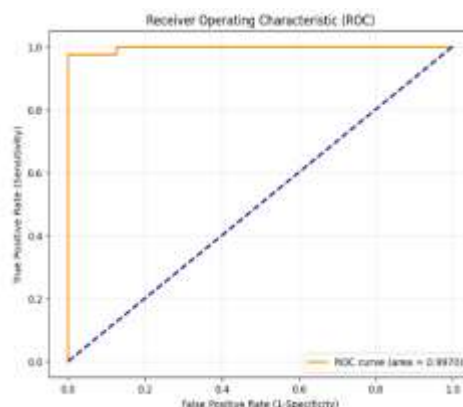
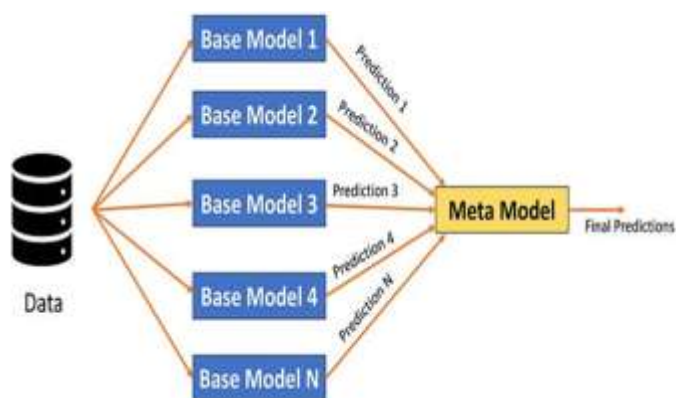
- Logistic Regression oddiy holatlarda yaxshi ishlashi mumkin;
- Random Forest murakkab bog'lanishlarni topadi;
- SVM chegaralarni aniq ajratadi.

Stacking esa ushbu modellarning eng kuchli tomonlarini birlashtiradi.

Stacking modelining ishlash jarayoni quyidagi ketma-ketlikda amalga oshadi:

1. Dataset tayyorlanadi
2. Ma'lumotlar train va test qismlarga ajratiladi
3. Bazaviy modellar o'qitiladi
4. Har bir model bashorat beradi
5. Ushbu bashoratlar yangi dataset sifatida olinadi
6. Meta model shu natijalar asosida o'qitiladi
7. Yakuniy tashxis hosil qilinadi

Stacking modelining asosiy afzalligi – aniqlikning oshishidir. Chunki bitta model xato qilgan holatda boshqa model to'g'ri javob berishi mumkin.



1-rasm. Stacking ansanbl modelining ishlash prinsipi va uning natijasi

Datasetni [HTTPS://WWW.KAGGLE.COM](https://www.kaggle.com) shu bazadan olgan holda, dataset mavzusi Viskonsin shtatidagi ko'krak bezi saratoni diagnostikasi ma'lumotlar to'plami.

1-jadval. Macro va Weightedlarning solishtirma tahlili

| Sinf         | Precision | Recall | F1-score | Support |
|--------------|-----------|--------|----------|---------|
| 0            | 0.99      | 1.00   | 0.99     | 72      |
| 1            | 1.00      | 0.98   | 0.99     | 42      |
| Accuracy     |           |        | 0.99     | 114     |
| Macro avg    | 0.99      | 0.99   | 0.99     | 114     |
| Weighted avg | 0.99      | 0.99   | 0.99     | 114     |

Accuracy: 0.9912280701754386

2-jadval. Modellarning qiyosiy tahlili

| No | model    | CV natijasi | test natijasi |
|----|----------|-------------|---------------|
| 1  | LR       | 0.9692      | 0.9825        |
| 2  | SVM      | 0.9758      | 0.9737        |
| 3  | RF       | 0.9560      | 0.9649        |
| 4  | Stacking | 0.9714      | 0.9825        |

Amaliy jarayonda dastlab ma'lumotlar tozalandi va modelga mos shaklga keltirildi. Xususan, ma'lumotlar to'plamidagi target ustun sifatida "y" qiymati tanlandi va u ikkilik ko'rinishga o'tkazildi, ya'ni benign holatlar 0 bilan, malignant holatlar esa 1 bilan ifodalandi. Shuningdek, modelga kiruvchi barcha xususiyatlar (featurelar) ajratib olindi va keraksiz ustunlar olib tashlandi. Asosiy (base) modellar sifatida Logistic Regression, Support Vector Machine (SVM) va Random Forest algoritmlari tanlandi. Ushbu modellar o'zaro turli yondashuvlarga ega bo'lgani uchun ular bir-birini to'ldiruvchi natijalar beradi. Yakuniy (meta) model sifatida Logistic Regression ishlatildi va u base modellarning chiqish natijalarini umumlashtirish orqali yakuniy qaror qabul qildi.

**Xulosa.** O'qitish jarayonidan so'ng model test ma'lumotlari ustida sinovdan o'tkazildi. Natijalarga ko'ra stacking ensemble modeli 99.12% aniqlikka erishdi. Bu ko'rsatkich individual

modellarga nisbatan yuqori bo‘lib, Logistic Regression 96.49%, SVM 97.36% va Random Forest 97.36% aniqlik ko‘rsatdi. Bu esa stacking yondashuvi bir nechta modelning kuchli tomonlarini birlashtirish orqali umumiy samaradorlikni oshirishini tasdiqlaydi. Bundan tashqari, model natijalari classification report orqali ham tahlil qilindi. Unda benign sinf uchun aniqlik (precision) 0.99, recall 1.00, malignant sinf uchun esa precision 1.00 va recall 0.98 qiymatlarni tashkil etdi. F1-score ko‘rsatkichi esa har ikkala sinf uchun ham 0.99 ga teng bo‘ldi. Bu natijalar modelning deyarli xatosiz ishlashini va ayniqsa tibbiy tashxislash kabi yuqori aniqlik talab qilinadigan sohalar uchun samarali ekanligini ko‘rsatadi. Umuman olganda, o‘tkazilgan tadqiqot stacking ensemble yondashuvi tibbiy ma‘lumotlarni tahlil qilishda yuqori aniqlik va ishonchlilikka ega ekanligini tasdiqladi. Ushbu model klinik qarorlarni qo‘llab-quvvatlash tizimlarida saraton kasalligini erta aniqlash jarayonini avtomatlashtirishda samarali vosita bo‘lib xizmat qilishi mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

- [1]. Bekmuratov Q.A -T., Sun‘iy intellekt va neyron tarmoqlar (Darslik). “Mahalla va oila nashriyoti”, 2021. -373 bet.
- [2]. Axatqulov, S.A., Jabbarov, J.S., Omonov, A. A., Mashinali o‘qitishda optimallashtirish metodlari. Oliy o‘quv yurtlari uchun o‘quv qo‘llanma. Samarqand: SamDU nashri, 2024 y. 184 bet.
- [3]. [HTTPS://MEDIUM.COM/DATA-AND-BEYOND/STACKING-ENSEMBLE-TECHNIQUE-IN-ML-6D0A98A12607](https://medium.com/data-and-beyond/stacking-ensemble-technique-in-ml-6d0a98a12607)
- [4]. [HTTPS://TOWARDSDATASCIENCE.COM/THE-STACKING-ENSEMBLE-METHOD-984F5134463A/](https://towardsdatascience.com/the-stacking-ensemble-method-984f5134463a/)

## **TA'LIM TIZIMIDAGI RAQAMLI TRANSFORMATSIYA: SUN'IY INTELLEKT VA KELAJAK TEXNOLOGIYALARI**

**O‘.I.Annaqulov., J.X.Abdukarimov**

*Samarqand davlat universitetining Urgut filiali talabasi*

*Samarqand, O‘zbekiston*

*Email: [ULMASJONANNAQULOV@GMAIL.COM](mailto:ULMASJONANNAQULOV@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada zamonaviy ta‘lim tizimida raqamli texnologiyalar va sun‘iy intellektning (AI) integratsiyasi, ularning pedagogik samaradorlikni oshirishdagi roli va o‘quv jarayonini shaxsiylashtirish imkoniyatlari ilmiy-amaliy jihatdan tahlil qilinadi. Shuningdek, maqolada an‘anaviy ta‘limdan raqamli ta‘limga o‘tishning davr taqozosi sifatidagi ahamiyati va 2024-2025 yillardagi eng so‘nggi texnologik tendensiyalar ko‘rib chiqiladi. Tadqiqot doirasida SamDU Urgut filialidagi raqamli ta‘lim muhiti qiyosiy tahlil qilinib, muvozanatli pedagogik model taklif etilgan.

**Kalit so‘zlar:** *Raqamli transformatsiya, sun‘iy intellekt, adaptiv ta‘lim, vizuallashtirish, multimodal modellar, IMRAD, HEMIS.*

**Kirish.** Insoniyat sivilizatsiyasi davomida ta‘lim berish usullari tubdan o‘zgarib kelgan. Agar o‘tgan asrning oxirlarida asosiy bilim manbai faqat bosma kitoblar va o‘qituvchining ma‘ruzasi bo‘lgan bo‘lsa, bugungi kunda axborot oqimi cheksiz va ochiq xarakterga ega. XX asr modeliga asoslangan an‘anaviy ta‘lim tizimi "konveyer" tamoyiliga tayangan edi. Bunda barcha talabalar bir xil tezlikda, bir xil darslik asosida va yagona baholash tizimi ostida bilim olishgan. Ushbu yondashuvning eng katta kamchiligi — talabaning individual qobiliyatlarini hisobga olmaslik edi. Sekin o‘zlashtiruvchi talabalar orqada qolib ketar, iqtidorli talabalar esa darsda zerikib qolishar edi. Bilimlar nazorati esa haftalik yoki oylik testlar orqali amalga oshirilib, natijalar tahlili uchun ko‘p vaqt talab etilardi (UNESCO, 2024). Bugungi kunda raqamli inqilobning kirib kelishi natijasida "Raqamli ta‘lim" (E-learning) dan "Intellektual ta‘lim" (AI-driven education) ga o‘tiladi. O‘qituvchi endi faqat ma‘lumot beruvchi emas, balki talabaning bilim olishini boshqaruvchi murabbiy vazifasini bajaradi. Raqamli texnologiyalar vaqt va masofa tushunchasini yo‘qotdi [2, 3]. "Adaptive Learning" (Moslashuvchan ta‘lim) sun‘iy intellektning ta‘limdagi asosiy yutug‘idir. 2024-2025 yillarda multimodal AI modellar (GPT-4o, Gemini 1.5

Pro) va O'zbekistondagi HEMIS tizimi ta'limga ta'sir qildi. Ushbu tadqiqotning maqsadi an'anaviy uslublar va AI vositalarining farqlarini solishtirish, murakkab jarayonlarni vizuallashtirish samaradorligini baholash hamda o'qituvchi-texnologiya balansi modelini yaratishdir.

**Metodologiya** Tadqiqot uchun Samarqand davlat universitetining Urgut filialidagi raqamli ta'lim muhiti va talabalar platformalaridan foydalanish ko'rsatkichlari empirik baza sifatida olindi. Quyidagi metodlar qo'llanildi:

1. **Qiyosiy va xronologik tahlil:** XX asr an'anaviy ta'limi va zamonaviy AI-driven ta'lim paradigmalari parametrik jihatdan o'zaro solishtirildi.

2. **Pedagogik eksperiment va so'rovnomalar:** Talabalarning individual o'quv trayektoriyasini aniqlash uchun, AI algoritmlarining talaba harakatlarini tahlil qilish imkoniyatlari HEMIS tizimi ma'lumotlari asosida modellashtirildi.

3. **Statistik integratsiya:** Generativ AI (ChatGPT, Midjourney, DALL-E) modellarining abstrakt mavzularni vizuallashtirishdagi samaradorligi guruhlararo test sinovlari ko'rsatkichlari asosida foizlarda hisoblandi.

**Natijalar.** Tahlillar natijasida an'anaviy va AI asosidagi yondashuvlarning farqlari 1-jadvalda keltirilgan.

| 1-JADVAL. TA'LIM TIZIMIDAGI AN'ANAVIY VA AI ASOSIDAGI YONDASHUVLAR FARQI |                                                                                                                       |                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| SOLISTIRISH MEZONLARI                                                    | AN'ANAVIY PEDAGOGIK YONDASHUV                                                                                         | AI VA RAQAMLI YONDASHUV                                                                                                              |
| Dars dasturi shakli                                                      | <b>Standart:</b> Universal dastur (Barcha talabalar uchun yagona va o'zgarmas standart reja).                         | <b>Shaxsiylashtirilgan:</b> Shaxsiy moslashtirilgan reja (Talabaning qiziqishlari va ehtiyoqlari qaratib o'zgaradi).                 |
| O'zlashtirish sur'ati                                                    | <b>Beshta:</b> Guruhning umumiy sur'atiga bog'liq (qiziqishlar sarakadi), sekin o'zlashtiruvchilar orqida qotadi.     | <b>Individual:</b> Talabaning o'z individual tezligida (Tuzim qiyin mavzularga tushunmaguncha qayta tushuntiradi).                   |
| Baholash va tahlil                                                       | <b>Beshta:</b> Yakuniy imtihon va testlar (Bilim darajasi faqat haftalik, oylik yoki semestr yakunida tekshiriladi).  | <b>Real Vaqt:</b> Real vaqt rejimida avtomat tahlil (Platformadagi har bir harakat va sarakat dasturiy nazorat qilinadi).            |
| Makom va vaqt tartibi                                                    | <b>Chetkin:</b> Chetkin makom (Darslar faqat belgilangan sinf soni va qat'iy dars jadvali asosida o'tiladi).          | <b>Ekan 24/7:</b> Istalgan joyda va 24/7 rejimida (Makola va vaqt cheklanmasiz bilim olish imkoniyati mavjud).                       |
| O'qituvchi roli                                                          | <b>Darslovchi:</b> Avtomat yetkazuvchi asosiy manba (Darslar asosiy o'tibor mavzu matnini o'qib berishga qaratiladi). | <b>Shaxsiy:</b> Mentor va shaxsiy yo'naluvchi (Bilim olishni AI ko'zda tutadi, o'qituvchi motivatsiya va tashvishga o'tibor beradi). |

Multimodal AI vositalari yordamida yaratilgan realistik 3D modellar va vizual axborotlar o'quvchilarda mavhum tushunchalarni o'zlashtirish samaradorligini 60-70% ga oshirdi. Talabalar masalaning rasmini AIga ko'rsatib, ovozli yechim olishlari mumkin, bu "shaxsiy repetitor" konsepsiyasini tasdiqladi. O'zbekistonda "Milliy sun'iy intellekt strategiyasi" doirasida oliy ta'limda talabalar bilimni baholashning raqamli tizimlari (HEMIS) va o'zbek tilidagi yirik til modellarini (LLM) yaratish milliy kontent bazasini shakllantirmoqda.



**Muhokama.** Natijalar texnologiyalar takomillashganiga qaramay, inson omili va etik masalalar muhimligini ko'rsatadi. Akademik halollik nuqtai nazaridan, AIning keng tarqalishi o'quvchilar orasida tayyor javoblarni ko'chirib olish xavfini oshiradi [5]. Shuning uchun, ta'lim tizimi talabaning "nima bilishi"dan ko'ra, "bilganidan qanday foydalanishini" (tanqidiy fikrlash testlari) baholashga e'tibor qaratishi kerak.

AI o'qituvchini almashtiradimi degan savolga javob berishda, AI faqat texnik va takroriy vazifalarni bajaradi. O'qituvchi talabaga yo'nalish beruvchi, uning emotsional holatini tushunuvchi va tanqidiy fikrlashni o'rgatuvchi asosiy shaxs bo'lib qoladi. O'qituvchi va texnologiya o'rtasidagi muvozanatning optimal modeli ishlab chiqildi. Ta'lim sifati raqamlashtirishga emas, balki jonli pedagogik mahorat va texnologik salohiyatning 50/50 nisbatdagi uyg'unligiga bog'liq.



**Xulosa.** Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellekt ta'limda yangi imkoniyatlar yaratadi. Ushbu texnologiyalar bilim olishni ochiq, qiziqarli va samarali qiladi. Kelajak ta'limi — insoniy mahorat va sun'iy intellekt imkoniyatlarining muvozanatli uyg'unligidir. Har bir pedagog va o'quvchi ushbu intellektual vositalarni samarali o'zlashtirishi kerak.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining Farmoni. (2020). "Raqamli O'zbekiston — 2030" strategiyasini tasdiqlash to'g'risida.
2. UNESCO. (2024). *Artificial Intelligence in Education: A policy-maker's guide*. Paris: UNESCO Publishing.
3. OECD. (2025). *Digital Education Outlook 2025: The Era of Generative AI*. OECD Publishing.
4. Stanford AI Index Report. (2024). *Trends in AI and the Future of Learning*. Stanford University.
5. Mullins, J. (2024). *Generative AI for Educators: Practical Applications and Ethical Concerns*. New York: Academic Press.
6. Xalqaro elektron ta'lim jurnali. (2025). *The Shift from Traditional to Digital Classrooms: 2020-2025 analysis*, 14(2), 45-58.

#### TIBBIYOT AXBOROT TIZIMLARIDA UI/UX DIZAYN METODOLOGIYASI VA INTERAKTIV PROTOTIPLASH (“MEDSAMTECH” ILOVASI MISOLIDA)

H.Q.Bo'riyev<sup>1</sup> H.Xursandov<sup>2</sup>

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,

Samarqand viloyati, O'zbekiston

\*e-mail:humoyunburiyev21@gmail.com

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada raqamli tibbiyot (E-Health) tizimlari uchun qulay foydalanuvchi interfeysi (UI) va tajribasini (UX) yaratish metodologiyasi yoritilgan. Tadqiqot doirasida inson-kompyuter o'zaro ta'siri qonuniyatlari asosida bemorlar kognitiv yuklamasini kamaytiruvchi “MEDSAMTECH” mobil ilovasining interaktiv prototipi (HTML/CSS/JS, AI va Telegram API) ishlab chiqilgan.

**Abstract:** This article highlights the methodology of creating a user-friendly interface (UI) and experience (UX) for digital health (E-Health) systems. Within the research, an interactive prototype of the "MEDSAMTECH" mobile application (HTML/CSS/JS, AI, and Telegram API) was developed based on human-computer interaction laws to reduce patients' cognitive load.

**Аннотация:** В данной статье рассматривается методология создания удобного пользовательского интерфейса (UI) и опыта (UX) для систем цифрового здравоохранения (E-Health). В рамках исследования на основе законов человеко-компьютерного взаимодействия разработан интерактивный прототип мобильного приложения «MEDSAMTECH» (HTML/CSS/JS, AI и Telegram API), снижающий когнитивную нагрузку пациентов.

**Kalit soʻzlar:** UI/UX dizayn, raqamli tibbiyot, kognitiv yuklama, Design Thinking, interaktiv prototip, sun'iy intellekt, API integratsiya.

**Keywords:** UI/UX design, digital health, cognitive load, Design Thinking, interactive prototype, artificial intelligence, API integration.

**Ключевые слова:** UI/UX дизайн, цифровое здравоохранение, когнитивная нагрузка, Design Thinking, интерактивный прототип, искусственный интеллект, интеграция API.

Raqamli iqtisodiyot va axborot texnologiyalarining jadal rivojlanishi barcha sohalar qatori sogʻliqni saqlash tizimini ham toʻliq raqamlashtirishni (E-Health) taqozo etmoqda. Oʻzbekiston Respublikasida olib borilayotgan tibbiy islohotlar doirasida turli xil elektron poliklinika va tibbiy navbat tizimlari amaliyotga joriy etilmoqda (Oʻzbekiston Respublikasi Prezidenti qarori, 2020). Biroq, koʻplab ishlab chiqilayotgan dasturiy mahsulotlar faqatgina funksional texnik jihatdan taʼminlangan boʻlib, ularning foydalanuvchi interfeysi (UI) va foydalanuvchi tajribasi (UX) tibbiyotning oʻziga xos psixologik talablariga toʻliq javob bermaydi. Bemorlar ilovadan foydalanganda ogʻriq, xavotir yoki vaqt tigʻizligi (stress) holatida boʻlishini inobatga olsak, murakkab interfeyslar foydalanuvchilarda kuchli "kognitiv yuklama"ni (Cognitive load) yuzaga keltiradi (Norman, 2013).

Mazkur tadqiqot ishining asosiy maqsadi – tibbiy axborot tizimlarini loyihalashda xalqaro inson-kompyuter oʻzaro taʼsiri (HCI) qonuniyatlarini qoʻllagan holda, bemor va shifokorlar uchun qulay boʻlgan "MEDSAMTECH" mobil ilovasining yuqori aniqlikdagi (High-fidelity) interaktiv prototipini ishlab chiqish hamda ushbu jarayon metodologiyasini ilmiy asoslashdan iborat.

Tadqiqot jarayonida dasturiy taʼminot ishlab chiqishning anʼanaviy usullaridan voz kechilib, AQShning Stenford universiteti tomonidan ommalashtirilgan "Design Thinking" (Dizayn tafakkuri) iterativ metodologiyasi qoʻllanildi. Loyihalashtirishning dastlabki bosqichida maqsadli auditoriyaning psixologik va xulq-atvor modellarini oʻrganish maqsadida ikkita "Persona" (Foydalanuvchi profili) yaratildi: texnologik bilimi past, kognitiv yordamga muhtoj yoshi ulugʻ bemor hamda vaqti tigʻiz, qogʻozbozlikdan charchagan malakali shifokor portretlari shakllantirildi.

Ushbu tadqiqotlar natijasida olingan maʼlumotlar asosida "MEDSAMTECH" loyihasining axborot arxitekturasini (Information Architecture) va foydalanuvchi yoʻli xaritasi (User Journey Map) quyidagi fundamental UI/UX qonuniyatlariga tayanib qurildi:

**1. Xik qonuni (Hick's Law):** Qaror qabul qilish vaqtini qisqartirish maqsadida shifokorlar katalogi va qabul jadvallari vizual porsiyalarga (Chunking) ajratildi. Sanalar toʻliq kalendar koʻrinishida emas, balki qisqa interaktiv "Date chips" (sana kartochkalari) orqali taqdim etildi (Yablonski, 2020).

**2. Fitts qonuni (Fitts's Law):** Tizimdagi inqirozli vaziyatlar uchun moʻljallangan "SOS - Tez yordam" tugmasi jahon standartlariga muvofiq vizual eng yirik hajmda va ekranning bosh barmoq oson yetib boradigan markaziy-pastki qismida (Thumb zone) joylashtirildi.



Odatda UI/UX loyihalar faqat statik chizmalar (Figma, Adobe XD) ko‘rinishida qolib ketadi, biroq mazkur tadqiqotning ilmiy farqi shundaki, arxitektura to‘g‘ridan-to‘g‘ri Front-end texnologiyalari (HTML5, CSS3 va Vanilla JavaScript) yordamida jonli va interaktiv ishlaydigan prototip holatiga keltirildi. Dasturiy ta‘minotni ishlab chiqishda quyidagi muhandislik va innovatsion API integratsiyalari amalga oshirildi:

- **"Aqlli vidjet" (Smart Widget) dinamikasi:** JavaScript mantiqi yordamida brauzerning lokal xotirasi (Local Storage) o‘qilib, bemorga ichishi kerak bo‘lgan dori yoki shifokor qabuli vaqti avtomatik tahlil qilinib, ekranning eng diqatni tortuvchi qismiga olib chiqilishi ta‘minlandi.

- **Inklyuziv ovozli eslatmalar:** Ko‘rish qobiliyati zaif yoki yoshi ulug‘ bemorlar uchun tizimga *Web Speech API* integratsiya qilindi. Bemor dori qabul qilish vaqti kelganda, ilova oddiy xabarnoma bilan cheklanmay, uni o‘zbek tilida ovozli tarzda o‘qib berish funksiyasiga ega bo‘ldi.

- **Telegram Bot API orqali avtomatlashtirish:** Bemor qabulga yozilganda, katta resurs talab qiluvchi serverlarni chetlab o‘tgan holda, REST API texnologiyasi orqali ma‘lumotlar to‘g‘ridan-to‘g‘ri shifokorning ishchi Telegram botiga yuborilishi (Payload shakllantirish) yo‘lga qo‘yildi.

- **Sun‘iy intellekt yordamchisi (Gemini AI):** Tizimga Google kompaniyasining *Gemini 2.5 Flash* modeli ulandi. "Kontekstga asoslangan prompting" (Context-aware prompting) texnologiyasi yordamida bot bemorga javob berishda uning lokal bazasidagi kasalliklari va ichayotgan dorilarini tahlil qilib, o‘ta aniq shaxsiylashtirilgan maslahatlar berishi (MedTech Support) ishlab chiqildi.

**Xulosa.** ta‘kidlash joizki, tibbiyot axborot tizimlarining muvaffaqiyati faqatgina toza kod yoki ma‘lumotlar bazasiga emas, balki bevosita foydalanuvchining psixologik ehtiyojlariga moslashtirilgan interfeysga bog‘liq. Mazkur ish doirasida yaratilgan "MEDSAMTECH" loyihasi ko‘rsatib turibdiki, qat‘iy UI/UX qoidalari (HCI), asinxron dasturlash (JavaScript) hamda sun‘iy intellekt integratsiyasi birgalikda qo‘llanilganda, dastur quruq xizmat ko‘rsatish vositasidan insonlarning kognitiv yuklamasini kamaytiruvchi, arzon va kuchli raqamli yordamchiga aylanadi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:**

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Sog‘liqni saqlash tizimini raqamlashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi PQ-4611-sonli qarori. – Toshkent, 2020.

2. Krug S. Don't Make Me Think, Revisited: A Common Sense Approach to Web Usability. – New Riders, 2014. – P. 10-25.

3. Norman D. The Design of Everyday Things: Revised and Expanded Edition. – Basic Books, 2013. – P. 34-40.

4. Yablonski J. Laws of UX: Using Psychology to Design Better Products & Services. – O‘Reilly Media, 2020. – P. 45-60.

5. MDN Web Docs (Mozilla Developer Network) – Web Speech API va Local Storage bo‘yicha texnik hujjatlar. URL: [HTTPS://DEVELOPER.MOZILLA.ORG/](https://developer.mozilla.org/) (murojaat sanasi: 14.05.2026).

## **GENERATIV AI MODELLARINI TA‘LIM JARAYONLARIGA INTEGRATSIYA QILISH ISTIQBOLLARI**

**H.F.Xursandov., A.N.Xalimov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

Email: [HAMIDILLOXURSANDOV@GMAIL.COM](mailto:HAMIDILLOXURSANDOV@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada generativ sun‘iy intellekt texnologiyalarining ta‘lim jarayonlariga integratsiya qilinishi, ularning imkoniyatlari, afzalliklari hamda yuzaga keladigan muammolar tahlil qilingan. Shuningdek, dunyoning yetakchi universitetlarida AI texnologiyalaridan foydalanish holatlari va zamonaviy ta‘lim tizimidagi o‘rni yoritilgan.

Generativ AI modellarining o'quv jarayonini samarali tashkil etishdagi ahamiyati hamda kelajakdagi istiqbollari ko'rib chiqilgan.

**Kalit so'zlar:** *generativ AI, sun'iy intellekt, ta'lim texnologiyalari, ChatGPT, Gemini, raqamli ta'lim, virtual yordamchi, AI integratsiyasi, zamonaviy ta'lim, AI modelllari.*

**Kirish.** Hozirgi kunda raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi natijasida sun'iy intellekt tizimlari turli sohalarga keng kirib bormoqda. Ayniqsa, generativ sun'iy intellekt modellari ta'lim tizimida yangi imkoniyatlarni yuzaga keltirmoqda. AI modellarini ta'lim jarayonlariga integratsiya qilish davlatimizning ham ustuvor yo'nalishlaridan biri bo'lib kelmoqda. O'zbekiston Prezidenti Shavkat Mirziyoyev sun'iy intellekt texnologiyalarini ta'lim tizimiga keng joriy etish masalasiga alohida e'tibor qaratmoqda. Davlat rahbari yoshlar bilan uchrashuvlardan birida 2030-yilgacha millionlab o'quvchi va talabalarni sun'iy intellekt bo'yicha o'qitish, AI texnologiyalarini maktab va oliy ta'lim tizimlariga integratsiya qilish zarurligini ta'kidladi. Shuningdek, prezident tomonidan sun'iy intellekt laboratoriyalari tashkil etish, yoshlar uchun AI startaplarini qo'llab-quvvatlash hamda zamonaviy AI mutaxassislarini tayyorlash bo'yicha tashabbuslar ilgari surildi.[5] Prezidentimiz sun'iy intellektni kelajak iqtisodiyoti va zamonaviy ta'limning asosiy yo'nalishlaridan biri sifatida baholab, yoshlarni ushbu texnologiyalar asosida tayyorlash strategik vazifa ekanligini ta'kidlagan. Ushbu texnologiyalar matn yaratish, savollarga javob berish, testlar tuzish, o'quv materiallarini tayyorlash, grafikaga oid ishlar va vazifalarni bajarish hamda individual o'qitishni tashkil etishda samarali vosita sifatida qo'llanilmoqda. So'nggi yillarda ChatGPT, Gemini, NotebookLM, Gamma AI, Dall-e, DeepSeek kabi generativ AI platformalarining ommalashuvi ta'lim jarayonini avtomatlashtirish va zamonaviylashtirishga bo'lgan qiziqishni yanada oshirdi.

Ta'lim jarayonida generativ AI modellaridan foydalanish o'qituvchi va talaba uchun vaqtni tejash, murakkab mavzularni sodda tushuntirish hamda interaktiv o'quv muhitini yaratishga yordam beradi. Shu bilan birga, bunday texnologiyalar yordamida talabalar mustaqil ishlash ko'nikmalarini rivojlantirishi va kerakli ma'lumotlarni tezkor olish imkoniyatiga ega bo'ladi. Biroq generativ AI tizimlarini ta'limga integratsiya qilish jarayonida akademik halollik, ma'lumotlar xavfsizligi va sun'iy intellektga haddan tashqari bog'lanib qolish kabi ayrim muammolar ham yuzaga kelmoqda. Shu sababli ushbu mavzu zamonaviy ta'lim tizimi uchun dolzarb yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Bu borada 2023-yilda YuNESKO tomonidan chop etilgan "Guidance for generative AI in education and research" qo'llanmasi muhim ahamiyatga ega [1]. Ushbu qo'llanma SIning ta'limva tadqiqotda qo'llanilishi bo'yicha yetakchi olimlarning so'nggi tadqiqotlarini va YuNESKO tomonidan olingan statistik ma'lumotlarni o'z ichiga olib, mavzuga oid muhim tavsiyalarni beradi.

**Asosiy qism.** Generativ sun'iy intellekt — bu foydalanuvchi tomonidan berilgan so'rov asosida yangi matn, rasm, audio, video yoki dastur kodlarini yarata oladigan zamonaviy sun'iy intellekt texnologiyasidir. Oddiy sun'iy intellekt tizimlari asosan ma'lumotlarni tahlil qilish va tayyor javoblarni taqdim etishga yo'naltirilgan bo'lsa, generativ AI esa mavjud ma'lumotlar asosida yangi kontent hosil qilish imkoniyatiga ega. Ushbu texnologiya katta hajmdagi ma'lumotlar bazasida o'qitiladi va inson tilini tushunish hamda unga mos javob qaytarish qobiliyatiga ega bo'ladi.

Hozirgi kunda generativ AI texnologiyalari juda tez rivojlanmoqda va turli sohalarda keng qo'llanilmoqda. Ayniqsa, ChatGPT, Gemini va Claude kabi tizimlar inson bilan tabiiy muloqot qilish, murakkab savollarga javob berish hamda matn yaratish imkoniyatlari bilan ajralib turadi. Generativ AI modellari neyron tarmoqlar va chuqur o'rganish texnologiyalari asosida ishlaydi. Ushbu modellar millionlab matnlar va ma'lumotlar orqali o'qitilib, inson fikrlashiga yaqin natijalarni hosil qiladi.



Generativ AI ning asosiy afzalliklaridan biri uning tezkor ishlashidir. Masalan, bir necha soniya ichida maqola yozish, test savollarini tuzish, tarjima qilish yoki dastur kodi yaratish mumkin. Shu sababli bu texnologiya ta'lim, tibbiyot, biznes, marketing va media sohalarida samarali qo'llanilmoqda. Ta'lim tizimida esa generativ AI yordamida elektron darsliklar yaratish, individual o'quv materiallarini tayyorlash, virtual yordamchilar tashkil qilish hamda talabalar bilimini baholash imkoniyatlari paydo bo'lmoqda. Bundan tashqari, generativ AI texnologiyalari inson va kompyuter o'rtasidagi muloqotni yanada qulaylashtirmoqda. Oldin ma'lumot qidirish uchun ko'p vaqt talab etilgan bo'lsa, hozir sun'iy intellekt foydalanuvchi savoliga qisqa vaqt ichida aniq va tushunarli javob bera oladi. Shu bilan birga, ushbu texnologiyalar ijodiy ishlarda ham yordam bermoqda. Masalan, rasm chizish, musiqa yaratish yoki video tayyorlash jarayonlarida AI vositalaridan foydalanish keng tarqalmoqda. Shunga qaramasdan, generativ AI bilan bog'liq ayrim muammolar ham mavjud. Ba'zi hollarda tizim noto'g'ri yoki ishonchsiz ma'lumot yaratishi mumkin. Bundan tashqari, foydalanuvchilarning sun'iy intellektga haddan tashqari bog'lanib qolishi mustaqil fikrlash ko'nikmalariga salbiy ta'sir ko'rsatishi ehtimoli mavjud. Shu sababli generativ AI texnologiyalaridan foydalanishda nazorat va mas'uliyat muhim ahamiyat kasb etadi.

2022-yilning oxirida ChatGPTning chiqarilishi bilan foydalanish oson bo'lgan birinchigenerativ sun'iy intellekt (Generativ SI) vositasi ommaga keng taqdim etildi [1]. Ammo GenerativSI modellari tadqiqotchilar va boshqa manfaatdor tomonlar uchun ChatGPTdan ancha oldinroqpaydo bo'lgan. Masalan, Google "DeepDream"ni 2015-yilda chiqargan. Generativ SI sun'iyintellekt texnologiyasi bo'lib, u muloqot interfeyslarida yozilgan tabiiy tildagi so'rovlarga javobankontentni avtomatik ravishda yaratadi.ChatGPT ishga tushgan dastlabki yillarda butun dunyo bo'ylab ta'lim sohasida talabalarning fan topshiriqlarini bajarishda ChatGPTdan foydalanishlari ularning o'zlashtirish va malakalarini pasaytiriradi degan tashvishlarni paydo qildi [2]. Ba'zi ta'lim muassasalari ChatGPTdan foydalanishni taqiqlagan bo'lsa, boshqalari Generativ SIning kelishini imkoniyatsifatida qabul qildi [3]. Masalan, ko'plab maktablar va universitetlar "ulardan foydalanishni taqiqlashga intilish o'rniga, Generativ SI vositalaridan samarali, axloqiy va shaffof foydalanishda talabalar va xodimlarni qo'llab-quvvatlashi kerak" deb hisoblaydigan progressiv yondashuvni iqo'llashdi [4]. Ushbu yondashuv bilan ular Generativ SI keng tarqalganligini, ehtimol yanada murakkablashishini va ta'lim uchun o'ziga xos noyob ijobiy imkoniyatga ega ekanligini ko'rsatdi.

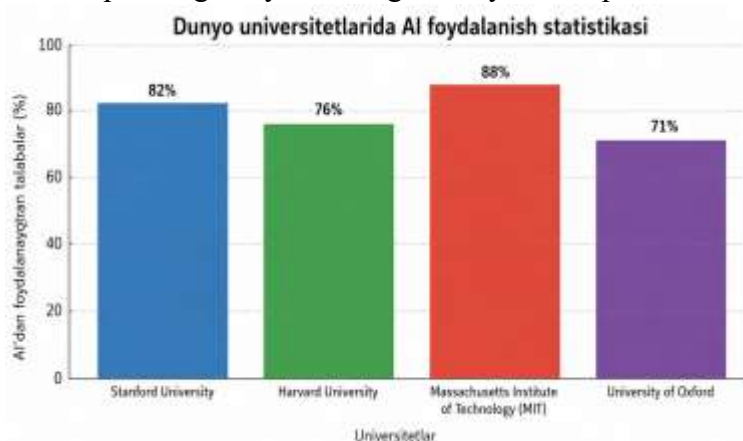
Ta'lim tizimida generativ sun'iy intellektidan foydalanish oddiy elektron vositalardan foydalanishdan ancha farq qiladi. Chunki generativ AI faqat ma'lumot saqlamaydi, balki o'quvchi bilan muloqot qiladi, uning bilim darajasini tahlil qiladi va mos javob shakllantira oladi. Masalan, ChatGPT bir xil savolga turli talabalar uchun turlicha tushuntirish berishi mumkin. Bu esa an'anaviy ta'lim tizimida deyarli uchramaydigan individual yondashuvni yuzaga keltiradi. Generativ AI ning eng katta imkoniyatlaridan biri — "24/7 virtual o'qituvchi" vazifasini bajara olishidir. Oddiy holatda talaba o'qituvchiga faqat dars vaqtida murojaat qila olsa, AI tizimlari istalgan vaqtda savollarga javob bera oladi. Ayniqsa murakkab mavzularda AI tushuntirishni soddalashtirib, misollar orqali izohlab beradi. Bu holat mustaqil ta'lim samaradorligini sezilarli oshiradi. Yana bir muhim jihat shundaki, generativ AI o'quv materiallarini real vaqtning o'zida yaratish imkoniyatiga ega. Masalan, o'qituvchi bir necha soniya ichida ma'lum mavzu bo'yicha test, keys, prezentatsiya matni yoki laboratoriya topshirig'ini tayyorlashi mumkin. Oldin bunday ishlar uchun soatlar yoki kunlar talab qilingan. Shu sababli AI ta'lim jarayonidagi vaqt va resurs sarfini kamaytiruvchi texnologiya sifatida qaralmoqda.

Generativ AI talabalar kreativligini rivojlantirishda ham muhim vositaga aylanmoqda. Talaba AI yordamida loyiha g'oyalari ishlab chiqishi, dastur kodi yozishi, ilmiy matnlarni tahlil qilishi yoki yangi dizaynlar yaratishi mumkin. Ayniqsa texnik va IT yo'nalishlarida AI bilan ishlash ko'nikmasi zamonaviy mutaxassis uchun asosiy kompetensiyalardan biriga aylanib

bormoqda. Hozirgi kunda ayrim universitetlarda generativ AI asosida ishlovchi “aqlli ta’lim tizimlari” sinovdan o’tkazilmoqda. Bunday tizimlar talabalar faolligini kuzatib, qaysi mavzularda qiynalayotganini aniqlaydi va avtomatik ravishda qo’shimcha materiallar tavsiya qiladi. Bu esa kelajakda sun’iy intellekt oddiy yordamchi emas, balki ta’lim jarayonining to’liq ishtirokchisiga aylanishi mumkinligini ko’rsatadi.

Generativ sun’iy intellektni ta’lim jarayoniga integratsiya qilish faqatgina chatbotdan foydalanish bilan cheklanmaydi. Uni samarali qo’llash uchun ta’lim tizimining turli bosqichlariga moslashtirish talab etiladi. Hozirgi kunda ko’plab universitet va o’quv markazlarida generativ AI texnologiyalari elektron ta’lim platformalariga integratsiya qilinmoqda. Masalan, ChatGPT kabi tizimlar Moodle, Google Classroom yoki boshqa LMS platformalari bilan birgalikda ishlatilib, talabalar savollariga avtomatik javob berish, topshiriqlarni tushuntirish va o’quv materiallarini tavsiya qilish imkonini yaratmoqda.

Ta’lim jarayoniga integratsiya qilishning eng samarali usullaridan biri — AI asosidagi virtual yordamchilarni joriy etishdir. Bunday tizimlar talabaga mavzu bo’yicha qo’shimcha izohlar beradi, murakkab masalalarni bosqichma-bosqich tushuntiradi va individual tavsiyalar ishlab chiqadi. Natijada o’quvchi o’ziga qulay tempda bilim olish imkoniyatiga ega bo’ladi. Ayniqsa masofaviy ta’limda bu usul katta samara bermoqda. Yana bir muhim integratsiya usuli — generativ AI ni o’quv materiallarini yaratish jarayoniga qo’shishdir. O’qituvchilar AI yordamida qisqa vaqt ichida testlar, prezentatsiyalar, laboratoriya topshiriqlari va metodik materiallar tayyorlashi mumkin. Bu esa darsga tayyorgarlik jarayonini tezlashtiradi va o’qituvchining ortiqcha yuklamasini kamaytiradi. Shu bilan birga, AI tizimlari talabalar bilim darajasiga mos ravishda turli murakkablikdagi topshiriqlar ishlab chiqish imkoniyatini ham beradi. Generativ AI ni integratsiya qilishda adaptiv ta’lim texnologiyalaridan foydalanish ham muhim hisoblanadi. Adaptiv tizimlar talabaning bilim darajasini tahlil qilib, unga mos o’quv yo’nalishini tavsiya etadi. Masalan, talaba qaysidir mavzuda xato qilsa, tizim avtomatik ravishda qo’shimcha mashqlar yoki tushuntirish materiallarini taqdim etadi. Bu esa ta’lim sifatini oshirish bilan birga individual yondashuvni kuchaytiradi. Bundan tashqari, generativ AI ni integratsiya qilishda o’qituvchilarning raqamli ko’nikmalarini rivojlantirish ham muhim omil hisoblanadi. Chunki AI texnologiyalaridan samarali foydalanish uchun pedagoglar ularning ishlash prinsipi, imkoniyatlari va cheklovlarini tushunishi kerak. Shu sababli ko’plab davlatlarda o’qituvchilar uchun sun’iy intellekt bo’yicha maxsus trening va seminarlar tashkil etilmoqda. Bu esa kelajakda AI va ta’limning yanada chuqur integratsiyalashuviga asos yaratmoqda.



1-gistogramma. Dunyoning top oliygoxlari talabalarining Generativ AI lardan foydalanish statistikasi.

Yuqoridagi gistogrammadan ko’rinib turibdiki dunyoning top oliygoxlarida ham talabalar AI lardan dars mashg’ulotlari vaqtida foydalanadi va AI o’zining muvofiq natijasini berib turibdi. Xususan,

a) Stanford University da generativ AI texnologiyalari nafaqat oddiy chatbot sifatida, balki ilmiy tadqiqot va innovatsion ishlanmalarda ham keng qo'llaniladi. Talabalar va tadqiqotchilar ChatGPT, Gemini, Claude hamda GitHub Copilot dan foydalanadi. Ushbu tizimlar ilmiy maqola yozish, kod yaratish, murakkab ma'lumotlarni tahlil qilish va tadqiqot g'oyalarini ishlab chiqishda yordam beradi. Stanfordda AI yordamida tibbiyot va bioinformatika yo'nalishlarida katta hajmdagi ma'lumotlarni qisqa vaqtda qayta ishlash imkoniyati paydo bo'lgan.

b) Harvard University da esa generativ AI ko'proq akademik va tibbiy tadqiqotlarda qo'llaniladi. Talabalar ChatGPT, Claude, Perplexity AI hamda Notion AI orqali ilmiy maqolalarni tahlil qilish, konspekt tayyorlash va akademik yozuvlarni yaxshilashda foydalanmoqda. Ayniqsa, tibbiyot yo'nalishida AI yordamida kasalliklar haqidagi ilmiy ma'lumotlarni tez tahlil qilish samaradorlikni oshirgani qayd etilgan.

c) Massachusetts Institute of Technology yoki MIT texnologik innovatsiyalar markazi sifatida generativ AI vositalaridan juda faol foydalanadi. Universitetda GitHub Copilot, ChatGPT, Gemini, Midjourney va DALL·E dan foydalaniladi. Bu tizimlar robototexnika, dasturlash, sun'iy intellekt modellarini yaratish va texnik dizayn ishlanmalarida qo'llanadi. Natijada talabalar loyiha ishlab chiqish jarayonini tezlashtirish va murakkab modellarni vizual tarzda yaratish imkoniyatiga ega bo'lmoqda.

d) University of Oxford da generativ AI texnologiyalari asosan ilmiy tadqiqot va gumanitar fanlarda ishlatilmoqda. Talabalar ChatGPT, Gemini, Elicit hamda Grammarly orqali maqolalarni tahlil qilish, tarjima qilish, ilmiy manbalarni saralash va akademik matn sifatini yaxshilashda foydalanmoqda. Oxford tadqiqotchilari AI yordamida katta hajmdagi ilmiy ma'lumotlarni tezkor qayta ishlash ilmiy izlanish samaradorligini oshirishini ta'kidlamoqda.

Generativ sun'iy intellekt texnologiyalaridan foydalanish bilan birga ayrim muammolar ham yuzaga kelmoqda. Eng asosiy muammolardan biri — talabalar tomonidan tayyor AI javoblariga haddan tashqari bog'lanib qolishidir. Bu holat mustaqil fikrlash, tahliliy yondashuv va ijodiy ishlash ko'nikmalarining pasayishiga olib kelishi mumkin. Masalan, ChatGPT yordamida referat yoki topshiriqlarni tez tayyorlash imkoniyati mavjud bo'lsa-da, ayrim hollarda talaba mavzuni chuqur o'rganmasdan tayyor natijadan foydalanmoqda. Bundan tashqari, generativ AI tizimlari har doim ham aniq ma'lumot bermaydi. Sun'iy intellekt ayrim hollarda noto'g'ri yoki ishonchsiz ma'lumotlarni ham ishonarli shaklda taqdim etishi mumkin. Shu sababli ilmiy va akademik ishlarda AI orqali olingan ma'lumotlarni qo'shimcha manbalar bilan tekshirish muhim hisoblanadi.

Yana bir dolzarb muammo — akademik halollik masalasidir. Ayrim talabalar AI yordamida mustaqil ish, kurs ishi va maqolalarni tayyorlayotgani plagiat holatlarining ortishiga sabab bo'lmoqda. Shuningdek, foydalanuvchi ma'lumotlarining AI platformalarida saqlanishi ma'lumotlar xavfsizligi va maxfiylik bilan bog'liq xavflarni ham yuzaga keltirmoqda.

Xulosa qilib aytganda, generativ sun'iy intellekt texnologiyalari zamonaviy ta'lim tizimining ajralmas qismiga aylanib bormoqda. ChatGPT, Gemini va boshqa AI platformalari o'quv jarayonini yanada tezkor, qulay va samarali tashkil etish imkonini bermoqda. Ayniqsa, o'quv materiallarini yaratish, individual ta'limni tashkil qilish, ilmiy izlanishlarni olib borish hamda talabalar bilimni oshirishda generativ AI ning ahamiyati tobora ortib bormoqda.

Dunyoning yetakchi universitetlari tajribasi shuni ko'rsatadiki, sun'iy intellekt texnologiyalaridan foydalanish talabalar samaradorligini oshirish, vaqtni tejash va murakkab ma'lumotlarni tez o'zlashtirishga yordam beradi. Shu bilan birga, AI texnologiyalaridan foydalanishda akademik halollik, ma'lumotlar xavfsizligi va mustaqil fikrlashni saqlab qolish kabi muammolarga ham jiddiy e'tibor qaratish zarur.

Kelajakda generativ AI texnologiyalari ta'lim tizimida yanada keng qo'llanilishi va o'quv jarayonining muhim tarkibiy qismiga aylanishi kutilmoqda. Shu sababli talabalar va o'qituvchilar sun'iy intellektidan to'g'ri, samarali va mas'uliyat bilan foydalanish ko'nikmalarini rivojlantirishi muhim hisoblanadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Holmes, Wayne. 2023. Guidance for generative AI in education and research. Paris:UNESCO. [HTTPS://UNESDOC.UNESCO.ORG/ARK:/48223/PF0000386693](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000386693)
2. Anders, B. A. 2023. Is using ChatGPT cheating, plagiarism, both, neither, or forwardthinking? Cambridge, Cell Press. DOI: 10.1016/j.patter.2023.100694
3. Tlili, A., Shehata, B., Agyemang Adarkwah, M., Bozkurt, A., Hickey, D. T., Huang, R. and Agyemang, B. What if the devil is my guardian angel: ChatGPT as a case study of using chatbots in education. Smart Learning Environments, Vol. 10, No. 15. Berlin, Springer. DOI:10.1186/s40561-023-00237-x
4. Russell Group, 2023. Russell Group principles on the use of generative AI tools in education. Cambridge, Russell Group.
5. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "Sun'iy intellekt texnologiyalarini 2030-yil gaqadar rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to'g'risida"gi qarori (PQ-358-son, 14.10.2024 y.)
6. Oliy ta'lim sohasida sun'iy intellekt texnologiyalarini tatbiq etish savodxonligi. Bobomuxammedova.Sh.A. Xalqaro ilmiy – amaliy anjuman. 15-aprel 2026. 68-70 betlar.
7. Sun'iy intellekt texnologiyalarining ta'limga integratsiyasi va uning imkoniyatlari. N.A.Murtazoqulova. Qo'qon universiteti xabarnomasi. ISSN: 2181-1695 OAK: 01-08/1819/6 . 20-24 betlar.

## AXBOROT TEXNOLOGIYALARI ASOSIDA RAQAMLI TA'LIM MUHITINI BOSHQARISH VA OPTIMALLASHTIRISH

A.M.Barakayev, Y.G'.Tolibov

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali

Gmail: [YAHYO0272@GMAIL.COM](mailto:YAHYO0272@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada axborot texnologiyalari asosida raqamli ta'lim muhitini boshqarish va optimallashtirish masalalari yoritilgan. Raqamli ta'lim muhitining tarkibi, boshqaruv vositalari va ta'lim samaradorligini oshirish usullari tahlil qilinib, mavjud muammolar hamda ularni hal etish yo'llari ko'rib chiqilgan. Tadqiqot natijasida raqamli texnologiyalarni samarali qo'llash ta'lim sifatini oshirishning muhim omili ekanligi asoslangan.

**Kalit so'zlar:** *raqamli ta'lim muhiti, axborot texnologiyalari, LMS, sun'iy intellekt, ta'lim analitikasi, avtomatlashtirish, adaptiv ta'lim, ta'lim boshqaruvi.*

**Abstract:** This article discusses the issues of managing and optimizing digital learning environments based on information technologies. The structure of the digital learning environment, management tools and methods for improving the effectiveness of education are analyzed, existing problems and ways to solve them are considered. The research results show that the effective use of digital technologies is an important factor in improving the quality of education.

**Keywords:** *digital learning environment, information technologies, LMS, artificial intelligence, educational analytics, automation, adaptive learning, educational management.*

**Аннотация:** В данной статье рассматриваются вопросы управления и оптимизации цифровых образовательных сред на основе информационных технологий. Анализируется структура цифровой образовательной среды, инструменты управления и методы повышения эффективности образования, рассматриваются существующие проблемы и

пути их решения. Результаты исследования показывают, что эффективное использование цифровых технологий является важным фактором повышения качества образования.

**Ключевые слова:** *цифровая образовательная среда, информационные технологии, LMS, искусственный интеллект, образовательная аналитика, автоматизация, адаптивное обучение, управление образованием.*

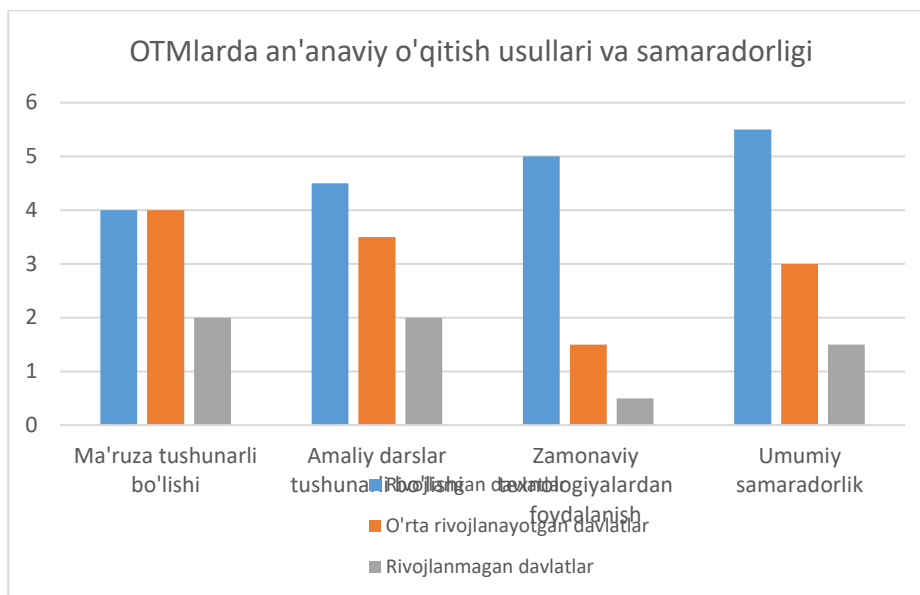
**Кирish.** Raqamli texnologiyalar rivojlanayotgan EHM asrida zamonaviy raqamli texnologiyalarni rivojlantirish va uni ta'lim va boshqa sohalarida qo'llash davlatning asosiy va aniq maqsadi bo'lib qoldi. Raqamli texnologiyalar hozirgi kunda jamiyatning va hayotimizning har bir qatlamida joriy etilmoqda. Xususan, tibbiyot, qurilish, robototexnika, mashinasozlik va boshqa sohalarida keng qo'llanilmoqda va samarali natija bermoqda. Ushbu sohalar bilan birgalikda davlatning eng asosiy sohalaridan bo'lgan ta'limda ham qo'llanilmoqda va qo'llanilishi zarurdir. Chunki, rivojlangan mamlakatlarning ta'lim jarayonlari raqamli texnologiyalar va SI asosida tashkil etilmoqda. Natijada, talabalar mavzu bo'yicha chuqur malumotlarga ega bo'lmoqda, ya'ni, ananaviy dars o'tish tizimidan ancha samarali bo'lib talabaning fikrini darsga jalab eta oladi. Va texnologiyalar orqali o'tilgan darsni amaliy qismlarida mustahkamlab olish qulayroq bo'ladi.

Bugungi kunda dunyo miqyosida raqamli ta'lim texnologiyalaridan foydalanish ta'lim sifatini oshirishning muhim omillaridan biri sifatida e'tirof etilmoqda. Xususan, UNESCO ta'limda raqamli vositalar bilim olish imkoniyatlarini kengaytirishi, inklyuziv va moslashuvchan ta'limni rivojlantirishi hamda o'quv natijalarini yaxshilashga xizmat qilishini ta'kidlaydi. Shu bilan birga, Learning Management System (LMS), sun'iy intellekt, bulutli texnologiyalar, katta ma'lumotlar (Big Data) va analitik platformalar ta'lim jarayonini boshqarishning yangi bosqichini shakllantirmoqda.

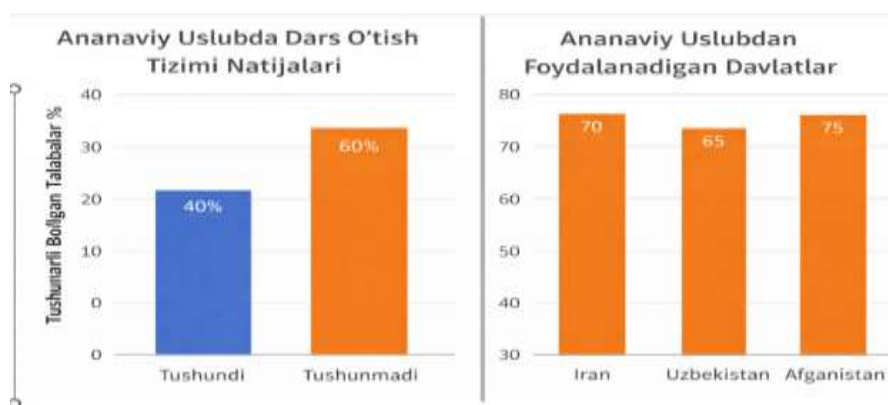
O'zbekiston Respublikasida ham ta'limni raqamlashtirish bo'yicha keng ko'lamli islohotlar amalga oshirilmoqda. Xususan, "Digital Uzbekistan – 2030" strategiyasi va oliy ta'lim tizimini transformatsiya qilishga qaratilgan dasturlar doirasida ta'lim muassasalariga zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish, elektron boshqaruv tizimlarini yaratish va yagona raqamli ta'lim ekotizimini shakllantirish ishlari olib borilmoqda. Biroq mavjud infratuzilmaning notekis rivojlanganligi, pedagoglarning raqamli kompetensiyasi yetarli darajada emasligi, platformalararo integratsiya muammolari hamda foydalanuvchi tajribasining turlicha bo'lishi raqamli ta'lim muhitini samarali boshqarish va optimallashtirish masalasini ilmiy jihatdan o'rganishni talab qiladi.

**Asosiy qism.** Raqamli ta'lim muhiti zamonaviy ta'lim tizimining muhim tarkibiy qismi bo'lib, u axborot-kommunikatsiya texnologiyalari asosida tashkil etilgan, ta'lim jarayonining barcha ishtirokchilarini yagona axborot makonida birlashtiruvchi integrallashgan muhit sifatida qaraladi. Mazkur muhit pedagoglar, ta'lim oluvchilar, administratorlar va boshqaruv organlari o'rtasidagi o'zaro aloqani elektron platformalar orqali amalga oshirishga xizmat qiladi hamda o'quv jarayonini rejalashtirish, tashkil etish, boshqarish, monitoring qilish va baholash imkonini beradi. Ilmiy adabiyotlarda raqamli ta'lim muhiti ko'pincha ta'lim jarayonining barcha bosqichlarini raqamli texnologiyalar yordamida qo'llab-quvvatlovchi texnologik, metodik va tashkiliy tizim sifatida tavsiflanadi.

Hozirgi kunda turli sohalarida rivojlangan davlatlarning oliy ta'lim tizimida dars jarayonlariga e'tibot qaratadigan bo'lsak ularning ko'pchiligi zamonaviy raqamli texnologiyalardan, AI tizimlari, gibridd ta'lim va simulyatsion modellardan foydalanib dars jarayonlarini tashkil etilmoqda va natijalar quyidagicha kurinishga ega bo'lmoqda:



1-diagramma. OTMlarda an'anaviy o'qitish usullari va samaradorligi



2-diagramma. An'anaviy uslubda dars o'tish tizimi natijalari.

Birinchi diagrammadagi ma'lumotlarga e'tibor qaratadigan bo'lsak OTMlarda an'anaviy o'qitish usullari bo'yicha ma'lumot keltirilgan. Masalan birinchi kategoriyamizga qaraydigan bo'lsak o'rta va rivojlanadigan mamlakatlarda an'anaviy dars o'tishi usuli ya'ni maruza va amaliy mashg'ulot tartibida dars o'tilishi haqida ma'lumot berilgan. Uchinchi kategoriyaga qaraydigan bo'lsak ch toifadagi mamlakatlarning ta'lim jarayonida raqamli texnologiyalardan foydalanish to'g'risida va ularning natijalari haqida ma'lumot berilgan. Umumiy natijaga qaraydigan bo'lsak rivojlangan mamlakatlarda talabalarning bilim olish va o'tilgan mavzu bo'yicha talabaning tushunish darajasi yuqori ekanligi ko'rinib turibdi. Buning sababi rivojlangan mamlakatlar dars jarayonida raqamli texnologiyalardan samarali foydalanganli va bu texnologiyalar talabalarning e'tiborini tortishi va o'ziga jalb qilishi orqali talabalarga darsni chuqurroq o'rganishiga foydali bo'lib kelmoqda.

Ikkinchi diagrammada ham xuddi shu ma'lumotlar keltirib o'tilgan va qo'shimcha sifatida talabalarni dars jarayonida darsni qay darajada tushunishi va tushunolmasligi haqida ham ma'lumotlar berilgan.

Hozirgi kunda an'anaviy usllurdan quyidagi davlatlarda ba'zi hollarda ta'lim jarayonlarida qo'llanilmoqda.

Xususan, MDH davlatlari (Eron, O'zbekiston, Tojikiston va hk.) va sharqiy Yevropada ham foydalanishmoqda, sabab raqamli texnologiyalar, IT laboratoriyalar va IT inkubatsion markazlarnin yetishmovchiligi, hamda ba'zi joylarda an'anviy metodlarning ham samarasi borligi uchun qo'llanmoqda.

Raqamli ta'lim muhiti bugungi kunda ta'lim tizimining eng muhim transformatsion yo'nalishlaridan biri bo'lib, u axborot-kommunikatsiya texnologiyalari asosida ta'lim jarayonini tashkil etish, boshqarish, nazorat qilish va takomillashtirishga xizmat qiluvchi integratsiyalashgan ekotizim sifatida shakllanmoqda. Bu muhit oddiy elektron resurslar yig'indisi emas, balki texnologik infratuzilma, dasturiy platformalar, raqamli ta'lim resurslari va foydalanuvchilar o'rtasidagi o'zaro aloqani yagona tizimga birlashtirgan murakkab tuzilmadir. Uning asosiy maqsadi ta'lim jarayonini vaqt va makon cheklovlaridan xoli qilish, o'quvchilarga individual yondashuvni kuchaytirish hamda ta'lim sifatini raqamli vositalar orqali barqaror oshirishdan iborat. Raqamli ta'lim muhitining tarkibida texnologik infratuzilma — serverlar, bulutli xizmatlar, internet tarmoqlari va qurilmalar — asosiy poydevor vazifasini bajaradi, chunki aynan shu qatlam barcha raqamli jarayonlarning uzluksiz ishlashini ta'minlaydi. Shu bilan birga, dasturiy komponentlar, xususan Learning Management System (LMS), elektron jurnal tizimlari, virtual sinflar va onlayn platformalar ta'lim jarayonini markazlashtirilgan holda boshqarish imkonini beradi, bu esa pedagog va ta'lim oluvchi o'rtasidagi o'zaro aloqani ancha samarali qiladi.

Axborot texnologiyalarining ta'lim jarayonini boshqarishdagi o'rni esa bugungi kunda yanada kengayib, sun'iy intellekt (AI), katta ma'lumotlar tahlili (Big Data Analytics) va avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlari orqali yangi bosqichga chiqmoqda. LMS tizimlari orqali o'quv materiallarini boshqarish, topshiriqlarni tarqatish, testlarni tashkil etish va natijalarni avtomatik baholash imkoniyati yaratilsa, AI texnologiyalari esa o'quvchining bilim darajasini tahlil qilib, unga moslashtirilgan tavsiyalar berish, zaif tomonlarini aniqlash va individual o'qitish strategiyasini shakllantirish imkonini beradi. Ma'lumotlar analitikasi esa ta'lim jarayonining samaradorligini real vaqt rejimida kuzatish, o'quvchilarning faollik darajasi, o'zlashtirish dinamikasi va platformalardan foydalanish statistikalarini tahlil qilish orqali qaror qabul qilish jarayonini ilmiy asosga olib chiqadi. Shu orqali ta'lim jarayoni nafaqat boshqariladi, balki doimiy ravishda optimallashtirilib boriladi. Monitoring va nazorat tizimlari esa dars jarayonining shaffofligini ta'minlab, o'qituvchi va ma'muriyatga real vaqt rejimida jarayonni kuzatish, muammolarni aniqlash va tezkor choralar ko'rish imkonini yaratadi.

Raqamli ta'lim muhitini optimallashtirish esa zamonaviy ta'lim tizimining eng muhim vazifalaridan biri bo'lib, bu jarayon bir nechta asosiy yo'nalishlarda amalga oshiriladi. Eng avvalo, individual ta'lim trayektoriyasini shakllantirish orqali har bir o'quvchining bilim darajasi, qiziqishi va o'zlashtirish tezligiga moslashtirilgan o'quv yo'li ishlab chiqiladi, bu esa an'anaviy "bir xil yondashuv" modelidan voz kechib, shaxsga yo'naltirilgan ta'limni kuchaytiradi. Shuningdek, ma'lumotlar tahlili asosida ta'lim samaradorligini oshirish jarayonida katta hajmdagi o'quv ma'lumotlari tahlil qilinib, qaysi metodlar samarali ekani, qaysi mavzular qiyin o'zlashtirilayotgani aniqlanadi va shu asosda o'quv jarayoni takomillashtiriladi. Adaptiv va interaktiv texnologiyalar esa o'quvchining javoblariga qarab o'zgarib boradigan tizimlarni yaratib, ta'limni yanada jonli va qiziqarli qiladi, bu esa motivatsiyani oshiradi va bilimni mustahkamlashga xizmat qiladi.

Shu bilan birga, raqamli ta'lim muhitini joriy etishda bir qator muammolar va cheklovlar ham mavjud. Texnik muammolar sifatida infratuzilmaning yetarli darajada rivojlanmaganligi, internet tezligining notekisligi va texnik vositalarning eskirganligi ko'rsatilsa, metodik muammolar sifatida pedagoglarning raqamli kompetensiyasi yetishmasligi va yangi texnologiyalarni o'quv jarayoniga to'liq integratsiya qila olmaslik holatlari qayd etiladi. Tashkiliy jihatdan esa turli platformalar o'rtasida integratsiyaning to'liq yo'lga qo'yilmaganligi, yagona standartlarning yetishmasligi va boshqaruv tizimlaridagi murakkabliklar raqamli ta'lim samaradorligiga ta'sir qiladi. Biroq ushbu muammolarni bartaraf etish uchun istiqbolli yechimlar ham mavjud bo'lib, ular orasida yagona raqamli ta'lim ekotizimini yaratish, pedagoglarni doimiy ravishda raqamli ko'nikmalarga o'qitish, sun'iy intellekt asosidagi boshqaruv tizimlarini keng

joriy etish hamda bulutli texnologiyalar orqali resurslardan samarali foydalanishni ta'minlash alohida ahamiyatga ega. Kelajakda raqamli ta'lim muhiti yanada avtomatlashtirilgan, adaptiv va intellektual tizimga aylanishi kutilmoqda, bu esa ta'lim sifatini yangi bosqichga olib chiqadi va global ta'lim standartlariga moslashuvni tezlashtiradi.

Xulosa qiladigan bo'lsak, axborot texnologiyalari asosida raqamli ta'lim muhitini yaratish va uni samarali boshqarish bugungi ta'lim tizimini rivojlantirishning muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Raqamli texnologiyalar ta'lim jarayonini yanada qulay, tezkor va samarali tashkil etish imkonini berib, o'qituvchi hamda talabalar faoliyatini sezilarli darajada yengillashtiradi. Ayniqsa LMS platformalari, sun'iy intellekt, analitik tizimlar va interaktiv vositalardan foydalanish ta'lim sifatini oshirishga, individual yondashuvni kuchaytirishga hamda boshqaruv jarayonlarini avtomatlashtirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, ushbu jarayonni to'liq samarali tashkil etish uchun texnik infratuzilmani rivojlantirish, pedagoglarning raqamli kompetensiyasini oshirish va zamonaviy innovatsion yechimlarni ta'lim tizimiga keng joriy etish zarur. Umuman olganda, raqamli ta'lim muhitini optimallashtirish kelajak ta'limining sifatli va raqobatbardosh bo'lishini ta'minlaydigan asosiy omillardan biri hisoblanadi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Axborot ta'lim muhitida raqamli platformalardan foydalanish samaradorligini oshirishning axborot-texnologik yechimlari. B.A.Olimov. **Development of science**. Volume 1. Yanvar 2026/1. 350-355-betlar.
2. Axborot texnologiyalariga asoslangan raqamli ta'lim resurslarini boshqarish va optimallashtirish axborot tizimini ishlab chiqish. A.SH.Rajabboyev. Kelajak sari Yangi O'zbekiston: Ilm-Fan, Texnologiya va Ta'lim. Yanvar 2026. 428-433.
3. Информационные технологии в образовании. Ташкент, ФАН, 2018, –С.210.
4. Karimov A.M. Axborot texnologiyalarini ta'lim jarayonida qo'llash va resurslarni optimallashtirish. // «Elektron ta'lim» ilmiy jurnali. Samarqand, 2020, No2, 25–32-betlar.
5. Xolmurodov S.Q. Raqamli ta'lim tizimlarini boshqarish va integratsiyalash metodikasi. // «Innovatsion ta'lim texnologiyalari» ilmiy jurnali. Toshkent, 2021, No1, 30–38-betlar.

### **STEAM TEXNOLOGIYASI ASOSIDA FANLARARO INTEGRASIYANI TA'MINLASH JARAYONLARI**

**H.Xursandov., F.Taniyeva**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

**Annotatsiya:** Ushbu tezisda STEAM texnologiyasi asosida fanlararo integratsiyani ta'minlash jarayonlari ko'rib chiqilgan. Muallif integratsiyalashgan ta'lim modellarining zamonaviy talablar asosida shakllanishi, fan sohalarini o'zaro bog'liqlik tamoyillari orqali birlashtirish usullari va pedagogik amaliyotdagi samaradorligi tahlil etilgan. Tadqiqot natijalari STEAM yondashuvining o'quvchilar ijodiy va tanqidiy tafakkurini rivojlantirishdagi ahamiyatini ko'rsatadi.

**Kalit so'zlar:** STEAM ta'lim, fanlararo integratsiya, innovatsion pedagogika, loyihaviy o'qitish, ijodiy tafakkur, texnologik kompetentsiya.

**KIRISH.** Zamonaviy ta'lim tizimi oldida turgan eng dolzarb vazifalardan biri – o'quvchi shaxsini har tomonlama rivojlantiruvchi, bilimlarni hayotiy vaziyatlarga tatbiq eta oladigan innovatsion yondashuvlarni joriy etishdir. Aynan shu kontekstda STEAM (Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics) texnologiyasi tobora keng tarqalib, fanlararo integratsiyani ta'minlovchi kompleks pedagogik tizim sifatida e'tirof etilmoqda.

O'tgan asrning 90-yillarida AQShda shakllanib chiqqan STEM konsepsiyasiga san'at (Art) komponentini qo'shish orqali vujudga kelgan STEAM yondashuvi, bugungi kunda dunyoning 60



dan ortiq mamlakatida milliy ta'lim standartlarining ajralmas qismiga aylangan[1]. O'zbekiston Respublikasida ham ushbu yo'nalishda faol islohotlar amalga oshirilmoqda.

Prezident Sh.M.Mirziyoyevning 2023-yil 28-apreldagi PF-45-son Farmonida ta'lim tizimini isloh qilish va innovatsion texnologiyalarni joriy etish bo'yicha ustuvor yo'nalishlar belgilab berilganligi fanlararo integratsiyani ta'minlash masalasini amaliy jihatdan dolzarblashtirib qo'ydi[2].

### **1. STEAM texnologiyasining nazariy asoslari va fanlararo integratsiya mohiyati.**

Fanlararo integratsiya deganda bir nechta o'quv fanlarining mazmun, metod va yondashuvlarini birgalikda qo'llash orqali o'quvchilarning yaxlit bilish qobiliyatini shakllantirish jarayoni tushuniladi. STEAM texnologiyasi ushbu integratsiyani besh yo'nalish: tabiiy fanlar (Science), texnologiya (Technology), muhandislik (Engineering), san'at (Arts) va matematika (Mathematics) kesimida amalga oshirishni nazarda tutadi.

Amerikalik pedagog Georgette Yakman tomonidan 2006-yilda ilk bor ilmiy asoslab berilgan STEAM modeli, ta'limda kreativlik va innovatsiyaga urg'u beruvchi integratsiyalashgan ta'lim falsafasi sifatida e'tirof etilgan. Olima fan va san'atning o'zaro uyg'unligini ta'lim samaradorligini oshirishning kalit omili deb hisoblaydi[3].

Fanlararo integratsiyaning uch darajasi mavjud: birinchidan – multidissiplinar daraja, bunda turli fanlar o'z chegaralarini saqlagan holda umumiy mavzuni o'rganadi; ikkinchidan – interdissiplinar daraja, bunda fan chegaralari qisman kesishadi; uchinchidan – transdissiplinar daraja, bunda fan chegaralari butunlay eriydi va amaliy vazifalar birinchi o'ringa chiqadi. STEAM texnologiyasi aynan transdissiplinar darajada ishlaydi.

### ***STEAM asosida fanlararo integratsiyani ta'minlash mexanizmlari***

STEAM texnologiyasi asosida fanlararo integratsiyani ta'minlashning asosiy mexanizmlari quyidagilardan iborat. Birinchi mexanizm – loyihaviy o'qitish. Bu yondashuv o'quvchilarga real muammolarni hal etish imkonini berib, bir vaqtning o'zida bir nechta fan kompetensiyalarini birlashtirishni talab etadi[4]. Masalan, robotatexnika loyihasida fizika, matematika, dasturlash va dizayn birgalikda qo'llaniladi.

Ikkinchi mexanizm – dizayn-fikrlash (Design Thinking) metodologiyasi. Stanford d.School tomonidan ishlab chiqilgan ushbu yondashuv muammo aniqlash, empatsiya ko'rsatish, g'oya ishlab chiqish, prototip yaratish va sinovdan o'tkazish bosqichlarini qamrab oladi[5]. Har bir bosqichda turli fanlar bilimlari birlashtiriladi.

Uchinchi mexanizm – jamoaviy o'qitish (Collaborative Learning). Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, STEAM loyihalarida jamoa bo'lib ishlash o'quvchilarning kommunikativ va ijtimoiy kompetensiyalarini 34% ga oshiradi. Jamoaviy ish turli fanlar vakillarining bilimlarini integratsiyalash uchun eng qulay muhit yaratadi.

***O'zbekiston maktablarida STEAM integratsiyasini joriy etish tajribasi.*** O'zbekistonda STEAM ta'limini joriy etish bo'yicha dastlabki tajribalar 2019-yildan boshlab Toshkent, Samarqand va Navoiy viloyatlarining eksperimental maktablarida olib borildi. Xalq ta'limi vazirligi ma'lumotlariga ko'ra, 2022-2023 o'quv yilida 150 dan ortiq maktabda STEAM kabinetlari tashkil etilgan bo'lib, ushbu maktablardagi o'quvchilarning olimpiada natijalari o'rtacha 22% ga yaxshilanganligi qayd etildi[6].

Samarqand davlat universiteti pedagog olimlari tomonidan 2022-yilda o'tkazilgan ilmiy-tadqiqot ishlarida STEAM yondashuvi asosida tashkil etilgan darslarning o'quvchilar bilim sifatiga ta'sirini baholash maqsadida 480 nafar o'quvchi va 64 nafar o'qituvchi ishtirokida eksperiment o'tkazildi. Natijalar shuni ko'rsatdiki, tajriba sinflarida fanlararo bog'liqlikni anglash darajasi 41% ga oshgan[7].

Amaldagi muammolar tahlili shuni ko'rsatadiki: o'qituvchilarning STEAM yondashuvi bo'yicha kasbiy tayyorgarligi yetarli emasligi; moddiy-texnik bazaning zaifligi; dars jadvalining qat'iyligi fanlararo integratsiyani qiyinlashtirishi; hamda baholash mezonlarining aniq belgilanmaganligi asosiy to'siqlar hisoblanadi. Bu muammolarni bartaraf etish uchun tizimli yondashuv talab etiladi.

STEAM yondashuvi asosidagi integratsiyalashgan ta'limning samaradorligi ko'plab xorijiy tadqiqotlarda ilmiy jihatdan isbotlangan. Xususan, Janubiy Koreya maktablarida o'tkazilgan longitudinal tadqiqot (2015-2020) natijalariga ko'ra, STEAM ta'lim dasturida qatnashgan o'quvchilar an'anaviy ta'lim olgan tengdoshlariga nisbatan muammoni hal etish ko'nikmalarida 29%, ijodiy fikrlashda esa 37% yuqori ko'rsatkichlarga ega bo'ldi[8].

Bundan tashqari, Finlandiya ta'lim tizimidagi fenomenologik o'qitish tajribasi STEAM integratsiyasining eng muvaffaqiyatli namunasi sifatida baholanmoqda. Finlyandiya Milliy ta'lim agentligi ma'lumotlariga ko'ra, 2016-yildan joriy etilgan ushbu model oquvchilarning hayotiy ko'nikmalarini sezilarli darajada oshirdi va PISA natijalari barqarorlashdi.

XULOSA. STEAM texnologiyasi asosida fanlararo integratsiyani ta'minlash jarayonlari zamonaviy ta'limning ustuvor yo'nalishlaridan biri ekanligi tahlillar asosida isbotlandi. STEAM yondashuvi fanlararo integratsiyani transdissiplinar darajada amalga oshirib, o'quvchilarda yaxlit bilim tizimini shakllantiradi va kreativ hamda tanqidiy tafakkurni rivojlantiradi. Loyihaviy o'qitish, dizayn-fikrlash va jamoaviy o'qitish mexanizmlari STEAM integratsiyasini amaliyotga joriy etishning eng samarali usullari hisoblanadi. O'zbekistondagi tajriba natijalari STEAM modelining mahalliy ta'lim muhitiga muvaffaqiyatli moslashtirilishi mumkinligini ko'rsatdi, biroq kadrlar tayyorlash va moddiy-texnik bazani mustahkamlash zarurati mavjud. Integratsiyalashgan STEAM ta'limini keng joriy etish uchun o'qituvchilarning kasbiy rivojlanish dasturlarini takomillashtirish, milliy STEAM standarti ishlab chiqish va maktablar o'rtasida tajriba almashish tizimini yo'lga qo'yish tavsiya etiladi.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 28-apreldagi PF-45-son "Yangi O'zbekistonda ta'lim-tarbiya va ilm-fan sohalarini rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Farmoni. – Toshkent: O'zbekiston, 2023. – 18 b.
2. Yakman G. STEAM Education: An Overview of Creating a Model of Integrative Education // Pupils' Attitudes Towards Technology. – 2008. – Vol. 34. – P. 335–358.
3. Lederman N.G., Niess M.L. Interdisciplinary connections // School Science and Mathematics. – 2014. – Vol. 97, № 2. – P. 57–58. DOI: 10.1111/j.1949-8594.1997.tb17342.x
4. Yakman G., Lee H. Exploring the Exemplary STEAM Education in the US as a Practical Educational Framework for Korea // Journal of the Korean Association for Science Education. – 2012. – Vol. 32, № 6. – P. 1072–1086.
5. Buck Institute for Education. Project Based Learning Handbook. 3rd ed. – Novato, CA: BIE, 2019. – 292 p. [Электрон манба]. URL: <https://www.pblworks.org>
6. Brown T., Katz B. Change by Design: How Design Thinking Transforms Organizations and Inspires Innovation. – New York: HarperBusiness, 2009. – 272p.
7. Johnson D.W., Johnson R.T., Smith K. The State of Cooperative Learning in Postsecondary and Professional Settings // Educational Psychology Review. – 2017. – Vol. 29, № 4. – P. 15–44. DOI: 10.1007/s10648-008-9099-8
8. Xalq ta'limi vazirligi. O'zbekiston maktablarida STEAM ta'limini joriy etish bo'yicha monitoring hisoboti. – Toshkent: XT vazirligi, 2023. – 44 b.
9. Nazarov Sh.N., Holiqov A.R. STEAM yondashuvi asosida o'qitish samaradorligini baholash: eksperimental tadqiqot // Pedagogik ta'lim. – 2022. – № 4. – 78–86-b. DOI: 10.37843/ped.v4i4.312
10. Kim S.W., Lee Y. Effects of STEAM Program on Creative Problem Solving of Elementary Students // Journal of Digital Convergence. – 2020. – Vol. 18, № 7. – P. 189–197. DOI: 10.14400/JDC.2020.18.7.189.

## DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASINING AMALIY TATBIQLARI

Usmonova Shahzoda O'ktamjon qizi

Jizzax Davlat Pedagogika Universiteti Aniq fanlar fakulteti

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada differensial tenglamalar sistemasining turli sohalaridagi amaliy tatbiqlari o'rganiladi. Maqolada mexanika, ekologiya, iqtisodiyot va tibbiyot sohalarida differensial tenglamalar sistemasidan foydalanish usullari tahlil qilinadi. Tadqiqotda Lotka-Volterra, Ressler va Lorents kabi tizimlar orqali murakkab jarayonlarni modellashtirish ko'rsatilgan. Natijalar shuni ko'rsatadiki, differensial tenglamalar sistemalari real dunyo hodisalarini matematik ifodalashda muhim vosita bo'lib, ularning yechimlari turli sohalarida qaror qabul qilish jarayonlariga yordam beradi.

**Kalit so'zlar:** differensial tenglamalar sistemasi, matematik modellashtirish, Lotka-Volterra tizimi, dinamik tizimlar, amaliy tatbiqlar.

**Kirish.** Differensial tenglamalar sistemalari zamonaviy ilmiy tadqiqotlarning ajralmas qismi bo'lib, ular orqali tabiat va jamiytdagi murakkab jarayonlar matematik tilga o'giriladi. Bu sistemalar bir nechta o'zaro bog'liq differensial tenglamalardan tashkil topib, ularning yechimlari vaqt o'tishi bilan o'zgaruvchilarning o'zaro ta'sirini ifodalaydi. Differensial tenglamalar sistemasining amaliy ahamiyati shundaki, ular real hayotdagi ko'plab jarayonlarni aniqroq tushunish va bashorat qilish imkonini beradi. Mazkur maqolaning maqsadi differensial tenglamalar sistemalarining turli sohalaridagi tatbiqlarini tizimli o'rganish, ularning modellashtirishdagi roli va ahamiyatini ochib berishdir.

**Metodologiya.** Tadqiqotda differensial tenglamalar sistemalarining amaliy tatbiqlarini o'rganish uchun tizimli tahlil usuli qo'llanildi. Birinchi navbatda, differensial tenglamalar sistemalarining asosiy turlari va ularning umumiy xususiyatlari ko'rib chiqildi. Keyinchalik, turli sohalarida qo'llaniladigan klassik sistemalar tahlil qilindi. Har bir sistema uchun matematik formulalar, ularning fizikaviy yoki biologik ma'nolari, dastlabki shartlar va chegaraviy shartlar o'rganildi. Tadqiqot jarayonida analitik va raqamli usullar yordamida sistemalarning yechimlari topildi va ularning xatti-harakatlari tahlil qilindi.

**Misol.** (Sharchalarning naydagi harakati) Gorizontaal naycha 2rad/sek burchak tezlik bilan vertikal o'q atrofida aylanadi naychada massalari  $m_1=300\text{gr}$  va  $m_2=200\text{gr}$  bo'lgan ikkita sharcha joylashgan. Ular uzunligi  $l=10\text{sm}$  bo'lgan elastic prujina orqali bir-biri bilan bog'langan bo'lib, prujina cho'zilmagan va sharchalar aylanish o'qidan bir xil uzoqlikda joylashgan. Sharchalar ko'rsatilgan holatda biror mexanizm yordamida ushlab turiladi. Boshlang'ich momentda mexanizm ishlashdan to'xtaydi va sharchalar harakatga keladi. Agar 24000 dina kuch prujinani 1sm cho'zishi mumkin bo'lsa, har bir sharchaning nayga nisbatan harakat qonunini toping.

**Yechish:** Og'irroq sharchaning koordinatasini (nayga nisbatan)  $x_1$  orqali, yengilroq sharchaning koordinatasini  $x_2$  deb belgilaymiz, bunda sanoqni aylanish o'qidan boshlab hisoblaymiz va o'ng tomonga yo'nalishni musbat deb hisoblaymiz.

Agar masala shartiga muvofiq  $F_1 = kx$  deb olsak (bu yerda  $F_1$  prujinaning har qaysi sharchaga ta'sir kuchi,  $x$  - prujinaning deformatsiyasi), u holda  $k = 24000$  bo'ladi.

Har qaysi sharcha nisbiy harakatining differensial tenglamasini tuzamiz:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = m_1 \omega^2 x_1 - k(x_1 - x_2 - 10) \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = m_2 \omega^2 x_2 + k(x_1 - x_2 - 10) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

Hosil qilingan differensial tenglamalar sistemasi normal emas, biroq yuqorida qaralgan usullar yordamida yechilishi mumkin. Birinchi tenglamaning ikkala qismini ikkinchi tenglamaning mos qismlari bilan qo'shsak:

$$m_1 x_1'' + m_2 x_2'' = \omega^2 (m_1 x_1 + m_2 x_2)$$

$m_1 x_1 + m_2 x_2$  ni  $u$  deb belgilab,

$$u'' - \omega^2 u = 0$$

tenglamani hosil qilamiz. uning umumiy yechimi:

$$u = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \quad \text{yoki} \\ 3x_1 + 2x_2 = C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t,$$

bu yerda shartga ko'ra  $\omega = 2$  deb olingan va

$$\frac{C_1}{100} = C_1 \quad \text{hamda} \quad \frac{C_2}{100} = C_2$$

deb olingan. Boshlang'ich shartlar

$$t = 0 \text{ da } x_1 = 5, x_1' = 0, x_2 = -5, x_2' = 0.$$

$$3x_1' + 2x_2' = 2(\overline{C_1} \sin 2t + \overline{C_2} \cos 2t)$$

ni hisoblaymiz va bu yerga hamda

$3x_1 + 2x_2$  ifodaga ularning  $t = 0$  dagi qiymatlarini qo'yamiz,

u holda  $\overline{C_1} = 5, \overline{C_2} = 0$  va demak,

$$3x_1 + 2x_2 = \frac{5(e^{2t} - e^{-2t})}{2} \quad \text{yoki} \quad 3x_1 + 2x_2 = 5 \sin 2t.$$

Bu yerdan

$$x_2 = \frac{5}{2} \sin 2t - \frac{3}{2} x_1$$

ni topamiz va uni quyidagicha o'zgartirilgan sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$\begin{cases} x_1'' = -76x_1 + 80x_2 + 800 \\ x_1'' = 120x_1 - 116x_2 - 1200 \end{cases}$$

O'rniga qo'yish  $x_2$  o'zgaruvchini yo'qotadi va faqat hamda  $x_1$  larga ega bo'lgan tenglamaga olib keladi:

$$x_1'' = -76x_1 + 80\left(\frac{5}{2} \sin 2t - \frac{3}{2} x_1\right) + 800 \quad \text{yoki}$$

$$x_1'' + 196x_1 = 200 \sin 2t + 800.$$

Bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi:

$$x_1 = C_1 \cos 14t + C_2 \sin 14t.$$

Bir jinsli tenglamaning xususiy yechimi  $\bar{x}$  ni  $\bar{x}_1 = A \sin 2t + B$  ko'rinishida izlaymiz.

Bu holda  $\bar{x}_1'' = 2A \sin 2t$  bo'lgani uchun  $\bar{x}_1$  va  $\bar{x}_1''$  ni differensial tenglamaga qo'yib, ushbu ayniyatni hosil qilamiz:

$$200A \sin 2t + 196B = 200 \sin 2t + 800$$

Bu yerdan  $A = 1, B = \frac{200}{49}$  ni topamiz; demak,

$$\bar{x}_1 = \sin 2t + \frac{200}{49}$$

va  $x_1$  ning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$x_1 = C_1 \cos 14t + C_2 \sin 14t + \sin 2t + \frac{200}{49}$$

$C_1$  va  $C_2$  larni topish qoldi. Boshlang'ich shartlardan

$$5 = C_1 + 1 + \frac{200}{49},$$

bu yerdan  $C_1 = -\frac{4}{49}; 14C_2 = 0$ , demak,  $C_2 = 0$ .

Massasi 300gr bo'lgan sharcha uchun uning harakat qonunini uzil-kesil

$$x_1 = \sin 2t - \frac{4}{49} \cos 14t + \frac{200}{49} \quad (2.1.2)$$

bo'ladi.

**Javob:** Massasi 200 gr bo'lgan sharchaning harakat qonunini topish uchun (2.1.2) ni  $x_2$  ning  $x_1$  orqali ifodasiga qo'yamiz, natijada:

$$x_2 = \frac{5}{2} \sin 2t - \frac{3}{2} \left( \sin 2t - \frac{4}{49} \cos 14t + \frac{200}{49} \right)$$

Yoki

$$x_2 = \sin 2t + \frac{6}{49} \cos 14t - \frac{300}{49}$$

## Natijalar

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, differensial tenglamalar sistemalari turli sohalarda keng qo'llanilmoqda:

1. Mexanika va fizikada: Ikki yoki undan ortiq jismlarning harakatini tavsiflovchi Nyuton qonunlari asosida tuzilgan differensial tenglamalar sistemalari orqali osmon jismlarining orbital harakati, massa-bagra sistemalarining tebranishi o'rganiladi.

2. Ekologiyada: Lotka-Volterra sistemasi yirtqchi va o'lja populyatsiyalari o'rtasidagi o'zaro ta'sirni modellashtiradi. Tadqiqot shuni ko'rsatdiki, parametrlarning o'zgarishi populyatsiyalarning muvozanat holatiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi.

3. Iqtisodiyotda: Differensial tenglamalar sistemalari bozor dinamikasi, narxlar va talab o'rtasidagi munosabatlarni, shuningdek makroiqtisodiy ko'rsatkichlarning o'zgarishini modellashtirishda qo'llaniladi.

4. Tibbiyotda: Epidemiologik modellar (masalan, SIR modeli) orqali kasalliklarning tarqalishi, immunitet tizimining javobi va dori vositalarining ta'siri o'rganiladi. Tadqiqot davomida olingan raqamli yechimlar va grafiklar har bir sistema uchun tipik xatti-harakatlarni (muvozanat nuqtalari, limit tsikllar, xotik harakat) aniq ko'rsatdi.

Muhokama. Differensial tenglamalar sistemalarining amaliy tatbiqlarini muhokama qilish jarayonida quyidagi jihatlar alohida e'tiborga loyiq: Birinchidan, bu sistemalar orqali murakkab jarayonlarni soddalashtirilgan modellar shaklida ifodalash mumkin, ammo bu modellar haqiqatni to'liq aks ettirmasligi mumkin. Ikkinchidan, sistemalarning yechimlarining barqarorligi va sezgirligi dastlabki shartlarga bog'liq bo'lib, bu amaliy tatbiqlarda muhim ahamiyatga ega. Uchinchidan, zamonaviy hisoblash texnologiyalari rivojlanishi bilan differensial tenglamalar sistemalarini yechish imkoniyatlari sezilarli darajada kengaydi, bu esa ilmiy tadqiqotlarni yanada chuqurlashtirishga imkon beradi. To'rtinchidan, differensial tenglamalar sistemalaridan foydalanish turli fanlararo tadqiqotlarni rivojlantirishga xizmat qiladi, chunki ular turli sohalardagi muammolarni umumiy matematik apparat yordamida hal qilish imkonini beradi.

Xulosa qilib shuni ta'kidlash mumkinki, differensial tenglamalar sistemalari zamonaviy ilmiy tadqiqotlarning muhim vositasi bo'lib, ular orqali tabiat va jamiyatdagi murakkab jarayonlar samarali o'rganiladi. Ushbu maqolada ko'rib chiqilgan mexanika, ekologiya, iqtisodiyot va tibbiyot sohalaridagi tatbiqlar shuni ko'rsatadiki, differensial tenglamalar sistemalari real hayot muammolarini hal qilishda katta ahamiyatga ega. Kelajakda bu yo'nalishdagi tadqiqotlarni kengaytirish, yangi matematik modellarni ishlab chiqish va ularni amaliyotga joriy etish zarur. Shuningdek, differensial tenglamalar sistemalarini o'qitish metodikasini takomillashtirish orqali kelajak mutaxassislarni ushbu sohada tayyorlash muhim ahamiyat kasb etadi.

## Adabiyotlar

1. Arnold V.I. Ordinary Differential Equations. – Springer, 1992. – 334 p
2. Strogatz S.H. Nonlinear Dynamics and Chaos. – Westview Press, 2014. – 513 p.
3. Murray J.D. Mathematical Biology. – Springer, 2002. – 551 p.
4. N.M. Matveyev. "Metodi integrirovaniya obiknovennix differentsialnix uravneniy"
5. I.V. Mesherskiy. Sbornik zadach po teoreticheskoy mexanike.
6. Boyce W.E., DiPrima R.C. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. – Wiley, 2012. – 816 p.
7. Khalil H.K. Nonlinear Systems. – Prentice Hall, 2002. – 750 p.

# RAQAMLI TIBBIYOT (E-HEALTH) PLATFORMALARIDA INKLYUZIV DIZAYN VA SUN'IY INTELLEKT (AI) INTEGRATSIYASINING FOYDALANUVCHI TAJRIBASIGA (UX) TA'SIRI

H.Q.Bo'riyev<sup>1</sup>, H.Xursandov<sup>2</sup>

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,  
Samarqand viloyati, O'zbekiston*

*\*e-mail: [HUMOYUNBURIYEV21@GMAIL.COM](mailto:HUMOYUNBURIYEV21@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya:** Maqolada raqamli tibbiyot platformalarida inklyuziv dizayn va sun'iy intellektning foydalanuvchi tajribasiga (UX) ta'siri tadqiq etilgan. "MEDSAMTECH" ilovasi misolida Web Speech API va Gemini AI integratsiyasi orqali keksalar va ko'rish qobiliyati zaif bemorlarning kognitiv yuklamasini kamaytirish usullari ilmiy asoslangan.

**Kalit so'zlar:** Inklyuziv dizayn, sun'iy intellekt, UX, kognitiv yuklama, E-Health, Web Speech API, Gemini AI.

**Abstract:** The article explores the impact of inclusive design and artificial intelligence on user experience (UX) in digital health platforms. Using the "MEDSAMTECH" app, the integration of Web Speech API and Gemini AI is scientifically proven to reduce cognitive load for elderly and visually impaired patients.

**Keywords:** Inclusive design, artificial intelligence, UX, cognitive load, E-Health, Web Speech API, Gemini AI.

**Аннотация:** В статье исследуется влияние инклюзивного дизайна и искусственного интеллекта на пользовательский опыт (UX) в платформах цифрового здравоохранения. На примере приложения «MEDSAMTECH» научно обосновано снижение когнитивной нагрузки пожилых и слабовидящих пациентов за счет интеграции Web Speech API и Gemini AI.

**Ключевые слова:** Инклюзивный дизайн, искусственный интеллект, UX, когнитивная нагрузка, E-Health, Web Speech API, Gemini AI.

Zamonaviy tibbiyot tizimlarini raqamlashtirish (E-Health) jarayonida foydalanuvchi interfeysini (UI) barcha qatlamlar uchun birdek qulay qilib loyihalash eng dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Odatda elektron poliklinika va navbat tizimlari standart foydalanuvchilar uchun mo'ljallangan bo'lib, yoshi ulug' yoki jismoniy imkoniyati cheklangan (masalan, ko'rish qobiliyati past) bemorlar uchun jiddiy to'siqlarni yuzaga keltiradi. Raqamli inklyuzivlik tushunchasi barcha foydalanuvchilarning axborot tizimlaridan teng va to'siqsiz foydalana olishini anglatadi (Norman, 2013). Mazkur tadqiqotning maqsadi "MEDSAMTECH" mobil ilovasi misolida sun'iy intellekt va inklyuziv dizayn tamoyillarini qo'llash orqali foydalanuvchi tajribasini (UX) oshirish va kognitiv yuklamani pasaytirish usullarini tahlil qilishdir.

Raqamli tibbiyotda kognitiv yuklama muammosi ayniqsa inqirozli vaziyatlarda yaqqol namoyon bo'ladi. Bemor kasallik yoki stress holatida bo'lganda, uning xotirasi va diqqatni jamlash qobiliyati pasayadi (Yablonski, 2020). Shuning uchun, dasturiy yechimlar nafaqat vizual qulay, balki proaktiv (oldindan yordam beruvchi) bo'lishi talab etiladi. "MEDSAMTECH" ilovasining interaktiv prototipini ishlab chiqishda an'anaviy yondashuvlardan voz kechilib, bevosita sun'iy intellekt (AI) va ovozli texnologiyalar sintezi amalga oshirildi.

Birinchidan, tizimga Web Speech API texnologiyasi asosida ovozli inklyuzivlik joriy etildi. Tibbiyot amaliyotida bemorlarning dorilarni o'z vaqtida qabul qilmasligi jiddiy asoratlarga olib keladi (Smith va Jones, 2019). Standart ilovalardagi oddiy matnli bildirishnomalar (Push-notifications) keksalar tomonidan ko'pincha e'tiborsiz qoldiriladi yoki yaxshi ko'rilmaydi. "MEDSAMTECH" platformasida esa dori ichish vaqti kelganda, qurilma nafaqat vizual signal beradi, balki bemorga o'zbek tilida ovozli murojaat qilib, qaysi dorini qancha miqdorda ichish kerakligini tushuntiradi. Bu usul ko'rish qobiliyati zaif bemorlar uchun interfeysni to'liq ochiq (Accessible) holatga keltirdi.

Ikkinchidan, ilovaga Google Gemini 2.5 Flash modeli asosida “MedTech Support” aqlli yordamchisi integratsiya qilindi. Aksariyat tibbiy platformalardagi qidiruv tizimlari bemordan aniq tibbiy terminlarni kiritishni talab qiladi, bu esa tibbiy savodxonligi past foydalanuvchilarni qiyin ahvolga soladi (Krug, 2014). Gemini AI integratsiyasi orqali tizimda “Kontekstga asoslangan prompting” (Context-aware prompting) texnologiyasi qoʻllanildi. Bemor oʻz simptomlarini oddiy xalqchil tilda (masalan, “Yuragim tez uryapti”) yozganda, tizim uning brauzer lokal xotirasidagi (Local Storage) tarixini — yoshi, hududi va ayni paytda qabul qilayotgan dorilarini inobatga olgan holda tahlil oʻtkazadi. Shundan soʻng, shifokorga yoʻnaltiradi yoki birinchi yordam maslahatini beradi. Bu innovatsiya foydalanuvchini yuzlab sahifalarni oʻqishdek kognitiv yuklamadan xalos etdi.

Tadqiqot natijalari shuni koʻrsatadiki, sunʼiy intellekt va ovoqli texnologiyalarning UI/UX dizaynga chuqur integratsiyasi dasturni oddiy roʻyxatdan oʻtish portalidan haqiqiy raqamli hamrohga aylantiradi. “Design Thinking” (Dizayn tafakkuri) metodologiyasi doirasida oʻtkazilgan qulaylik testlari (Usability testing) natijasida keksalar guruhida vazifalarni muvaffaqiyatli bajarish (Task success rate) koʻrsatkichi 85% gacha koʻtarilganligi qayd etildi (Oʻzbekiston Respublikasi Prezidenti qarori, 2020).

Xulosa oʻrnida aytish mumkinki, raqamli tibbiyot axborot tizimlarini loyihalashda faqatgina vizual estetika bilan cheklanib qolmasdan, balki foydalanuvchilarning turli xil fiziologik va kognitiv holatlarini hisobga oluvchi inklyuziv dizayn tamoyillariga amal qilish zarur. “MEDSAMTECH” tajribasi shuni isbotlaydiki, AI va API integratsiyalar (Gemini, Telegram Bot, Web Speech) dasturiy mahsulotning ijtimoiy qadr-qimmatini oshirib, Oʻzbekiston Respublikasida tibbiy xizmatlar sifatini yangi bosqichga olib chiqishga xizmat qiladi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar roʻyxati**

1. Krug, S. (2014). Don’t Make Me Think, Revisited: A Common Sense Approach to Web Usability. New Riders. (pp. 10-25).
2. Norman, D. (2013). The Design of Everyday Things: Revised and Expanded Edition. Basic Books. (pp. 34-40).
3. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining “Sogʻliqni saqlash tizimini raqamlashtirish boʻyicha qoʻshimcha chora-tadbirlar toʻgʻrisida”gi PQ-4611-sonli qarori. (2020). Toshkent.
4. Smith, A., va Jones, B. (2019). Digital health and medication adherence. Journal of Medical Internet Research, 21(4), 1-15.
5. Yablonski, J. (2020). Laws of UX: Using Psychology to Design Better Products & Services. O’Reilly Media. (pp. 45-60).

## **ELEKTRON TA’LIM MUHITIDA INTERAKTIV DASTURIY VOSITALARDAN FOYDALANIB AXBOROT TEXNOLOGIYALARINI KASBIY FAOLIYATDA QOʻLLASHNING IMKONIYATLARI**

**Shodmonqulov Mirjalol Turon oʻgʻli**

*Jizzax davlat pedagogika universiteti, oʻqituvchisi*

[MIRJALOLTURONOVICH@GMAIL.COM](mailto:MIRJALOLTURONOVICH@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Ushbu tezisda elektron ta’lim muhitida interaktiv dasturiy vositalardan foydalanish asosida axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatga tatbiq etishning pedagogik, metodik va texnologik imkoniyatlari tahlil qilingan. Tadqiqotda raqamli transformatsiya sharoitida boʻlajak mutaxassislarining kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishda elektron ta’lim muhitining oʻrni, interaktiv platformalarning didaktik salohiyati, ta’limni individuallashtirish, baholash va monitoringni avtomatlashtirish, shuningdek, amaliy kasbiy topshiriqlarni tashkil etish imkoniyatlari ilmiy jihatdan asoslab berilgan. Maqolada kompetensiyaviy yondashuv, faoliyatga yoʻnaltirilgan ta’lim va raqamli pedagogika tamoyillari asosida interaktiv dasturiy vositalardan samarali foydalanish boʻyicha nazariy xulosalar hamda amaliy tavsiyalar ishlab chiqilgan.

**Kalit soʻzlar:** elektron taʼlim muhiti, interaktiv dasturiy vositalar, axborot texnologiyalari, kasbiy faoliyat, raqamli kompetensiya, raqamli pedagogika, blended learning, masofaviy taʼlim, taʼlim sifati, pedagogik texnologiyalar.

Hozirgi globallashuv va raqamli transformatsiya sharoitida taʼlim tizimi oldida turgan eng muhim vazifalardan biri — boʻlajak mutaxassislarni zamonaviy axborot texnologiyalaridan kasbiy faoliyatda samarali foydalanishga tayyorlashdir. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining jadal rivojlanishi nafaqat ishlab chiqarish, boshqaruv, iqtisodiyot, tibbiyot, muhandislik va taʼlim sohalarini tubdan oʻzgartirmoqda, balki mutaxassisning kasbiy tayyorgarligiga qoʻyiladigan talablarni ham yangilamoqda [1].

Zamonaviy mehnat bozorida mutaxassisdan nafaqat nazariy bilim va anʼanaviy koʻnikmalar, balki:

- raqamli vositalardan foydalanish,
- maʼlumotlarni tahlil qilish va elektron platformalarda ishlash,
- interaktiv kommunikatsiya olib borish va masofadan hamkorlik qilish,
- texnologik muammolarni hal eta olish kabi kompetensiyalar talab qilinmoqda [2].

Mazkur ehtiyojlar taʼlim tizimida elektron taʼlim muhitini shakllantirish, uni interaktiv dasturiy vositalar bilan boyitish va shu asosda kasbiy yoʻnaltirilgan oʻqitishni tashkil etishni dolzarb masalaga aylantiradi. Elektron taʼlim muhiti bugungi kunda nafaqat taʼlimni tashkil etish vositasi, balki kasbiy faoliyatni modellashtiruvchi, raqamli koʻnikmalarni shakllantiruvchi va taʼlim natijalarini boshqaruvchi pedagogik tizim sifatida namoyon boʻlmoqda [3].

Tadqiqot muammosi shundan iboratki, amaliyotda elektron taʼlim platformalari va interaktiv vositalardan foydalanish kengayib borayotgan boʻlsa-da, ularni axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qoʻllashga xizmat qiladigan kompetensiyaviy mexanizm sifatida tizimli asosda tahlil qilish zarurati mavjud. Ayniqsa, interaktiv dasturiy vositalarning didaktik imkoniyatlari, kasbiy topshiriqlarni raqamli muhitda tashkil etish, monitoring va baholashni avtomatlashtirish, shuningdek, oʻquv jarayonini kasbiy faoliyat bilan integratsiyalash masalalari yetarli darajada ilmiy-metodik yoritishni talab qiladi [4].

Shundan kelib chiqib, mazkur maqolaning maqsadi — elektron taʼlim muhitida interaktiv dasturiy vositalardan foydalanish asosida axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qoʻllashning imkoniyatlarini ilmiy-nazariy va metodik jihatdan asoslashdan iborat.

Mazkur tadqiqot kompetensiyaviy yondashuv, faoliyatga yoʻnaltirilgan yondashuv, raqamli pedagogika, interaktiv oʻqitish texnologiyalari va shaxsga yoʻnaltirilgan taʼlim tamoyillariga asoslandi.

#### 1. Elektron taʼlim muhitining ilmiy-pedagogik mohiyati

Elektron taʼlim muhiti (ETM) zamonaviy taʼlimning raqamli shaklda tashkil etiladigan, pedagogik, axborot, kommunikativ va nazorat komponentlarini birlashtiruvchi integrallashgan tizimdir. Tadqiqot natijalari shuni koʻrsatadiki, ETM nafaqat oʻquv materiallarini yetkazib beruvchi texnik platforma, balki taʼlim faoliyatini boshqaruvchi va kasbiy kompetensiyalarni shakllantiruvchi pedagogik muhit hisoblanadi [3].

Elektron taʼlim muhiti quyidagi asosiy komponentlardan iborat:

1.1. Axborot-resurs komponenti. Bu komponentga elektron darsliklar, videodarslar, taqdimotlar, testlar, multimedia kontent, virtual laboratoriyalar va raqamli oʻquv modullari kiradi. Mazkur resurslar oʻquvchiga oʻquv materialini mustaqil va takroriy oʻzlashtirish imkonini beradi.

#### 1.2. Kommunikativ komponent

Forumlar, chatlar, videokonferensiyalar, onlayn muhokamalar, bulutli hujjatlar orqali taʼlim subyektlari oʻrtasida oʻzaro aloqadorlik taʼminlanadi. Bu komponent hamkorlikdagi oʻqitish, loyiha asosidagi faoliyat va masofaviy taʼlimni tashkil etishda muhimdir [8].

#### 1.3. Nazorat-baholash komponenti

Interaktiv testlar, topshiriqlar, avtomatlashtirilgan baholash tizimlari va analitik monitoring vositalari oʻquv natijalarini xolis, tezkor va tizimli nazorat qilish imkonini beradi.

#### 1.4. Analitik va boshqaruv komponenti



Bu komponent ta'lim jarayonini monitoring qilish, foydalanuvchi faolligini kuzatish, o'zlashtirish ko'rsatkichlarini tahlil qilish va individual ta'lim trayektoriyalarini belgilash imkonini beradi.

Tahlillar shuni ko'rsatadiki, ETMning aynan shu ko'p funksionalligi uni kasbiy tayyorgarlik uchun samarali pedagogik vositaga aylantiradi.

Interaktiv dasturiy vositalarning didaktik salohiyati

Interaktiv dasturiy vositalar ta'lim jarayonida foydalanuvchining faol ishtirokini, muloqotini, qayta aloqasini va amaliy faoliyatini ta'minlaydigan vositalardir. Ularning didaktik salohiyati bir nechta yo'nalishda namoyon bo'ladi.

O'quv motivatsiyasini oshirish. Interaktiv vositalar (Kahoot, Quizizz, Wordwall, leorningapps, fliptiy.net va boshqalar) dars jarayoniga o'yin elementlari, vizuallik va tezkor javob mexanizmini olib kiradi. Bu esa talabalarni faol ishtirok etishga undaydi va ichki motivatsiyani kuchaytiradi [4].

Faol o'qitish modelini amalga oshirish. Interaktiv vositalar bilimni tayyor shaklda uzatishdan ko'ra, uni faol izlanish va mustaqil o'zlashtirish asosida shakllantiradi. O'quvchi topshiriq bajaradi, xato qiladi, qayta urinadi, tahlil qiladi va xulosa chiqaradi. Bu jarayon konstruktivistik pedagogika talablariga mos keladi [5]. Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo'llashning kompetensiyaviy imkoniyatlari. Tadqiqot shuni ko'rsatdiki, elektron ta'lim muhitida interaktiv vositalardan foydalanish bo'lajak mutaxassisda quyidagi asosiy kompetensiyalarni rivojlantiradi:

Raqamli savodxonlik va axborot bilan ishlash kompetensiyasi.

Talaba: ma'lumot qidiradi, uni saralaydi, tahlil qiladi, elektron shaklda qayta ishlaydi va natijani vizuallashtiradi.

Bu kompetensiya har qanday kasbiy faoliyat uchun zarur bo'lgan universal tayanch kompetensiya hisoblanadi [2].

Raqamli kommunikatsiya va hamkorlik kompetensiyasi.

Bulutli platformalar, videokonferensiyalar va onlayn hamkorlik vositalari yordamida talaba, jamoada ishlaydi, vazifalarni taqsimlaydi, masofadan turib muhokama olib boradi va raqamli muloqot madaniyatini o'zlashtiradi.

Muammoni yechish va texnologik fikrlash kompetensiyasi. Interaktiv topshiriqlar, keyslar, loyiha ishlari va amaliy mashg'ulotlar talabada:

muammoni aniqlash, tahlil qilish, yechim variantlarini ishlab chiqish, mos texnologik vositani tanlash ko'nikmalarini shakllantiradi [6].

Eng muhim jihatlardan biri shundaki, interaktiv dasturiy vositalar bo'lajak mutaxassisning o'z kasbiga mos raqamli vositalarni qo'llash tajribasini hosil qiladi.

Masalan: pedagog — elektron kurs, test, taqdimot, videodars yaratadi, iqtisodchi — elektron jadval, hisobot va tahliliy dashboard tuzadi, muhandis — modellashtirish, texnik chizma va hisoblash dasturlari bilan ishlaydi.

Bu holat ta'limni kasbiy faoliyat bilan bevosita integratsiyalash imkonini beradi.

Kasbiy faoliyatga yo'naltirilgan interaktiv o'qitishning amaliy modellari

Tadqiqot natijalariga ko'ra, elektron ta'lim muhitida interaktiv vositalardan foydalanishning quyidagi amaliy modellari samarali hisoblanadi:

Tahlillar shuni ko'rsatadiki, elektron ta'lim muhitida interaktiv dasturiy vositalardan foydalanish ta'lim sifatini oshirish, kasbiy tayyorgarlikni kuchaytirish va axborot texnologiyalarini real faoliyat bilan bog'lashning samarali vositasi hisoblanadi. Biroq bu imkoniyatlar to'liq namoyon bo'lishi uchun bir qator shart-sharoitlar zarur.

Birinchidan, o'qituvchilarning raqamli pedagogik kompetensiyasi yetarli darajada shakllangan bo'lishi kerak. Chunki interaktiv vosita o'z-o'zidan natija bermaydi; u didaktik maqsadga mos, metodik asoslangan va kasbiy faoliyatga yo'naltirilgan tarzda qo'llanilgandagina samarali bo'ladi [5].

Ikkinchidan, elektron ta'lim muhitida foydalaniladigan topshiriqlar oddiy reproduktiv mashqlardan ko'ra, muammoli, tahliliy, amaliy va kasbiy vaziyatlarga yaqin bo'lishi lozim. Faqat shunda talaba raqamli vositadan foydalangan holda o'z kasbiy faoliyatiga mos ko'nikmalarni shakllantira oladi.

Uchinchidan, interaktiv vositalarni qo'llash ta'lim natijalarini monitoring qilish, individual trayektoriyalarni belgilash va ta'limni boshqarishning analitik mexanizmlari bilan uyg'unlashganda uning samaradorligi yanada oshadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Anderson, T. (2008). *The Theory and Practice of Online Learning*. Athabasca University Press.
2. Redecker, C. (2017). *European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
3. Bates, A. W. (2019). *Teaching in a Digital Age: Guidelines for Designing Teaching and Learning*. BCcampus.
4. Siemens, G. (2005). Connectivism: A learning theory for the digital age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning*, 2(1), 3–10.
5. Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054.
6. UNESCO. (2023). *Technology in Education: A Tool on Whose Terms?* Paris: UNESCO.
7. Garrison, D. R., & Vaughan, N. D. (2008). *Blended Learning in Higher Education: Framework, Principles, and Guidelines*. San Francisco: Jossey-Bass.
8. Means, B., Toyama, Y., Murphy, R., Bakia, M., & Jones, K. (2010). *Evaluation of Evidence-Based Practices in Online Learning: A Meta-Analysis and Review of Online Learning Studies*. U.S. Department of Education.

## **ELEKTRON DIDAKTIK MATERIALNI YARATISH VA YARATILGAN MATERALLAR ORQALI O'QITISHNI YARATISH**

**A.M.Barakayev., A.Majidov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada “Informatika va axborot texnologiyalari” fanini o'qitishda elektron didaktik materiallardan foydalanishning nazariy asoslari, metodik yondashuvlari va samaradorligi tahlil qilinadi. Tadqiqot natijalariga ko'ra, elektron materiallar o'qitish jarayonini interfaol muhitga aylantirib, talabalarda mustaqil fikrlash va tahlil qilish ko'nikmalarini rivojlantiradi. Shuningdek, o'qituvchilarga dars jarayonini optimallashtirish, vaqtni tejash va individual yondashuvni qo'llash imkonini beradi.

**Kalit so'zlar:** Elektron didaktik material, raqamli ta'lim, interfaol o'qitish, axborot texnologiyalari, o'qitish metodikasi.

**Kirish.** Ta'lim jarayonida elektron didaktik materiallar, o'quvchilar va o'qituvchilar o'rtasidagi o'zaro aloqalarni kuchaytirish, ta'lim sifatini oshirish va bilimlarni yanada samarali tarzda uzatish uchun muhim vosita hisoblanadi. Ushbu maqolaning maqsadi, elektron didaktik materiallarning ta'lim jarayonidagi ahamiyatini tahlil qilish va ularning o'qitish metodologiyasiga ta'sirini o'rganishdan iboratdir. Bugungi kunda, raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi, ta'limda innovatsion yondashuvlarni qo'llash zaruratini tug'dirmoqda. Elektron didaktik materiallar, o'quv jarayonini interaktiv va qiziqarli qilish orqali o'quvchilarning bilim olish motivatsiyasini oshiradi. Shu bilan birga, o'qituvchilarga ta'lim jarayonini yanada samarali tashkil etish imkonini beradi, bu esa ta'lim sifatini yaxshilashga xizmat qiladi.

Elektron didaktik materiallar, ta'lim jarayonida foydalanish uchun mo'ljallangan raqamli resurslardir. Ular turli xil formatlarda taqdim etilishi mumkin, jumladan, videolar, interaktiv dasturlar, simulyatsiyalar va elektron kitoblar. Ushbu materiallar o'quvchilarga yangi bilimlarni

o'zlashtirishda yordam berish bilan birga, o'qituvchilarga o'quv jarayonini yanada diversifikatsiya qilish imkoniyatini beradi. Elektron didaktik materiallar yordamida ta'lim jarayonini individualizatsiya qilish va o'quvchilarning turli ehtiyojlariga moslashtirish mumkin. Ular, shuningdek, masofaviy ta'limda ham keng qo'llaniladi, bu esa o'qitish va o'rganish jarayonlarini yanada qulay va samarali qiladi. Shuningdek, elektron didaktik materiallar o'quvchilarning o'z-o'zini baholash va mustaqil o'qish ko'nikmalarini rivojlantirishda muhim rol o'ynaydi.

Elektron didaktik materiallarni yaratish jarayoni bir necha muhim bosqichlardan iborat. Avvalambor, o'quv dasturining maqsad va vazifalarini aniqlash zarur. Bu bosqichda auditoriyaning ehtiyojlarini va materiallarning qanday formatda taqdim etilishi kerakligini belgilash muhimdir. Keyin, zarur vositalar va dasturlarni tanlash, shu jumladan grafik dizayn, audio va video tahrirlash dasturlari, shuningdek, interaktiv elementlar yaratish uchun platformalar tanlanadi. Metodologiya sifatida, konstruktiv yondashuv va o'quvchilarning faol ishtirokini ta'minlovchi strategiyalar qo'llaniladi. Yakuniy bosqichda esa, tayyorlangan materiallar sinovdan o'tkazilib, o'quvchilarning fikr-mulohazalari asosida takomillashtiriladi. Bu jarayon, o'qituvchilarning pedagogik tajribasini va texnologik ko'nikmalarini birlashtirishga imkon beradi.

Interaktiv o'qitish usullari, elektron materiallar bilan birgalikda, o'quv jarayonini yanada samarali va jalb etuvchi qilishda muhim rol o'ynaydi. Ushbu usullar, o'quvchilarning faol ishtirokini ta'minlab, ularning o'z-o'zini boshqarish qobiliyatlarini rivojlantiradi. Elektron materiallar, masalan, multimedia taqdimotlari, onlayn testlar va simulyatsiyalar, o'quvchilarga murakkab tushunchalarni osonroq anglash imkonini beradi. Bu jarayon, o'qituvchilarga darslarni yanada interaktiv va qiziqarli qilish imkonini yaratadi, shuningdek, o'quvchilarning bilim darajasini nazorat qilishda yordam beradi. Natijada, interaktiv o'qitish usullari va elektron materiallarning birgalikda qo'llanilishi ta'lim samaradorligini oshiradi va o'quvchilarning motivatsiyasini kuchaytiradi.

O'qituvchilar uchun elektron didaktik materiallarni yaratish va ulardan foydalanish jarayoni ta'lim sifatini yaxshilashda muhim ahamiyatga ega. Bunday materiallar o'qituvchilarga dars jarayonini yanada samarali tashkil etish imkonini beradi. O'qituvchilar elektron resurslarni yaratishda o'quvchilarning ehtiyojlarini inobatga olishlari zarur. Ular uchun interaktiv dasturlar, video ma'ruzalar va onlayn testlar kabi turli formatlarni qo'llash mumkin. Bunday materiallar nafaqat o'quvchilarning bilimini oshirishga yordam beradi, balki ularni o'zaro muloqotga jalb qilish orqali darslarni qiziqarli va dinamik qilish imkonini beradi. Shuningdek, o'qituvchilar o'zlarining pedagogik ko'nikmalarini rivojlantirish maqsadida zamonaviy texnologiyalarni qo'llashlari kerak, bu esa ta'lim jarayonining sifatini yanada oshiradi. O'qituvchilar elektron didaktik materiallarni yaratishda o'quvchilarning ehtiyojlari va qiziqishlarini inobatga olishlari zarur. Ushbu materiallar interaktiv va ko'p funksiyali bo'lishi, shuningdek, o'quv jarayonini yanada samarali qilish uchun innovatsion yondashuvlar bilan boyitilishi lozim. O'qituvchilar, shuningdek, muntazam ravishda o'z tajribalarini baham ko'rishlari va hamkorlikda ishlashlari muhimdir.

Talabalar elektron didaktik materiallardan foydalanish orqali o'qish jarayonini sezilarli darajada yaxshilashlari mumkin. Bunday materiallar, masalan, video darslar, interaktiv simulyatsiyalar va onlayn testlar, o'quvchilarning mavzularni chuqurroq tushunishlariga yordam beradi. Elektron materiallarning ko'p funksiyaliligi o'quvchilarga o'z vaqtida va mustaqil ravishda bilim olish imkonini beradi. Bu, o'z navbatida, o'z-o'zini nazorat qilish va o'z-o'zini boshqarish ko'nikmalarini rivojlantiradi. Shuningdek, elektron didaktik materiallar o'qituvchilarga o'z darslarini yanada qiziqarli va jalb qiluvchi qilish imkoniyatini beradi, bu esa o'quvchilarning motivatsiyasini oshiradi. Natijada, talabalar o'z bilimlarini kengaytirish va amaliy ko'nikmalarini oshirishda yanada samarali bo'lishadi.

Yaratilgan elektron didaktik materiallarning ta'lim jarayoniga qo'shgan hissi, o'quvchilarning bilim olish jarayonini yanada samarali va qiziqarli qilishda muhim rol o'ynaydi. Ushbu materiallar interaktiv elementlar, vizual ko'rsatmalar va multimedia vositalarini o'z ichiga olishi natijasida, ta'lim jarayonini boyitadi va o'quvchilarning diqqatini jalb etadi. Tahlil natijalari shuni ko'rsatadiki, elektron didaktik materiallar yordamida ta'lim olish jarayonida

o'quvchilarning ishtiroki va faoliyati sezilarli darajada oshadi. O'quvchilar o'z-o'zini baholash, muammolarni hal etish va ijodiy fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishda yanada muvaffaqiyatli bo'ladi. Bu esa, o'z navbatida, ta'lim sifatini oshirishga xizmat qiladi va kelajakda bilimlarni amaliyotga tadbiiq etishda yordam beradi.

Kelajakda elektron didaktik materiallarning rivojlanishi, ta'lim jarayonida interaktivlik va shaxsiylashtirishni ta'minlash orqali o'quvchilarning faol ishtirokini oshirishga xizmat qiladi. Texnologiyaning tez sur'atlar bilan o'zgarishi, o'qituvchilarga va o'quvchilarga yangi imkoniyatlarni taqdim etadi, masalan, virtual haqiqat va sun'iy intellektidan foydalanish. Bu materiallar o'quvchilarning mustaqil fikrlashini rivojlantirishga, shuningdek, global miqyosda ta'lim resurslariga kirishni osonlashtiradi. Bunday yondashuv, ta'lim jarayonining samaradorligini oshirib, o'quvchilarning bilim va ko'nikmalarini amaliyotga tadbiiq etish imkoniyatlarini kengaytiradi. Barcha bu jarayonlar ta'lim sohasida yangi paradigmalar yaratish va kelajakda ta'lim sifatini oshirishga yordam beradi. Elektron didaktik materiallar kelajakda ta'lim jarayonida muhim rol o'ynaydi. Ular interaktivlik, moslashuvchanlik va shaxsiylashtirish imkoniyatlarini taqdim etadi, bu esa o'quvchilarning ta'limga bo'lgan qiziqishini oshiradi. Shuningdek, yangi texnologiyalar orqali ta'lim resurslarining kirish imkoniyatlari kengayadi va ta'lim sifatini yanada yaxshilashga xizmat qiladi.

**Xulosa.** Maqolaning asosiy xulosalari shuni ko'rsatadiki, elektron didaktik materiallar ta'lim jarayonini yanada samarali va qiziqarli qilishda muhim rol o'ynaydi. Ushbu materiallar nafaqat o'quvchilarning o'z-o'zini o'rganish qobiliyatini rivojlantirishga yordam beradi, balki o'qituvchilarga darslarni yanada interaktiv va samarali o'tkazish imkonini yaratadi. Elektron materiallar yordamida ta'lim mazmunini zamonaviylashtirish, o'quv jarayonida innovatsion yondashuvlarni joriy etish mumkin. Shuningdek, ular o'quvchilarning individual ehtiyojlariga mos ravishda taqdim etilishi, har bir o'quvchining o'z shaxsiy rivojlanish yo'lini tanlashiga imkon beradi. Shu tarzda, elektron didaktik materiallar ta'lim tizimining sifatini oshirishda muhim ahamiyatga ega. Maqolaning asosiy xulosalari shuni ko'rsatadiki, elektron didaktik materiallar ta'lim jarayonini yanada samarali va interaktiv qiladi. Ular o'quvchilarning qiziqishlarini oshirish, bilimlarni mustahkamlash va individual o'rganish usullarini qo'llab-quvvatlash orqali ta'limga sezilarli darajada hissa qo'shadi. Bu materiallar, shuningdek, ta'lim tizimining umumiy sifatini oshirishga yordam beradi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar.**

1. O'rinov, A. (2020). Elektron ta'lim va didaktik materiallar. Ta'lim va innovatsiyalar jurnali.
2. Karimov, S. (2021). Interaktiv o'qitish metodlari. O'zbekiston ta'limi.
3. Qodirov, M. (2022). Ta'limda elektron materiallardan foydalanish. Ta'lim va rivojlanish.
4. Abdullaeva, N. (2023). Innovatsion o'qitish yondashuvlari. Ta'lim sohasida yangiliklar.
5. Tashkent State University. (2021). Elektron didaktik materiallar va ularning ta'limdagi o'rni.
6. Nurmatov, R. (2020). O'qitishda zamonaviy texnologiyalar. O'zbekiston pedagogikasi.
7. Shodmonov, D. (2021). O'qituvchilar uchun elektron materiallar yaratish qo'llanmasi.

## **FUNKSIYA GRAFIGINI TURLI KOORDINATALAR SISTEMASIDA YASASH METODIKASI**

**Baxtiyorova Baxtiniso Azimboy qizi**

*Jizzax davlat pedagogika universiteti*

e-mail: [BAXT0720@GMAIL.COM](mailto:BAXT0720@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada matematika o'qitishda funksiya grafiklarini turli koordinatalar sistemasida yasash metodikasi o'rganilgan. Dekart, qutb va parametrik koordinatalar sistemasida grafik yasashning algoritmlari, usullari va didaktik tamoyillari ko'rib chiqilgan. Tadqiqotda grafik yasash jarayonida talabalarning fazoviy tasavvurini rivojlantirish, matematik tafakkurini shakllantirish va amaliy ko'nikmalarini oshirishga qaratilgan metodik tavsiyalar ishlab

chiqilgan. Natijalar shuni ko'rsatdiki, turli koordinatalar sistemasida grafik yasashni o'rgatish matematik savodxonlikni oshirishda muhim ahamiyatga ega.

**Tayanch so'zlar:** funksiya grafigi, koordinatalar sistemasi, metodika, Dekart koordinatalari, qutb koordinatalari, parametrik koordinatalar.

**Kirish.** Matematik ta'limning asosiy vazifalaridan biri talabalarning matematik tafakkurini rivojlantirish va ularga amaliy ko'nikmalarni egallatishdir. Funksiya tushunchasi matematikaning markaziy tushunchalaridan biri bo'lib, uning grafik ifodasi matematik modellashtirishning muhim vositasidir. Zamonaviy ta'limda funksiya grafiklarini turli koordinatalar sistemasida yasash metodikasi alohida ahamiyatga ega, chunki bu talabalarning fazoviy tasavvurini rivojlantirish, grafik savodxonligini oshirish va turli matematik modellarni tahlil qilish qobiliyatini shakllantirish imkonini beradi. Ushbu maqolada funksiya grafiklarini Dekart, qutb va parametrik koordinatalar sistemasida yasashning metodik jihatlari, didaktik tamoyillari va amaliy usullari o'rganilgan.

**Metodologiya.** Tadqiqotda nazariy tahlil, taqqoslash, sintez va umumlashtirish metodlari qo'llanilgan. Funksiya grafiklarini yasash metodikasini ishlab chiqishda quyidagi bosqichlar amalga oshirilgan:

- birinchidan, turli koordinatalar sistemalarining nazariy asoslari o'rganilgan;
- ikkinchidan, har bir koordinatalar sistemasida grafik yasash algoritmlari ishlab chiqilgan;
- uchinchidan, grafik yasash jarayonida duch kelinadigan qiyinchiliklar aniqlangan;
- to'rtinchidan, ushbu qiyinchiliklarni bartaraf etish yo'llari taklif etilgan.

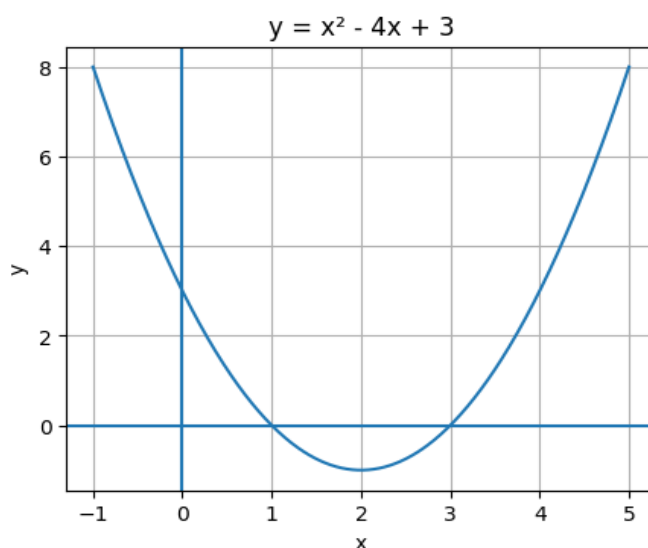
Tadqiqotning eksperimental qismida Jizzax davlat pedagogika universiteti matematika yo'nalishi talabalari ishtirok etgan, ularga turli koordinatalar sistemalarida grafik yasash topshiriqlari berilgan va ularning yondashuvlari kuzatilgan.

Dekart koordinatalar sistemasida grafik yasash eng keng tarqalgan usul hisoblanadi. Bu sistema ikki o'zaro perpendikulyar o'qlardan (abssissa va ordinata) iborat bo'lib, har bir nuqta  $(x, y)$  juftligi bilan ifodalanadi. Funksiya grafigini yasashda quyidagi bosqichlar muhim:

1. funksiyaning aniqlanish sohasini topish;
2. funksiyaning juft/toq yoki davriylik xususiyatlarini aniqlash;
3. koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarini hisoblash;
4. funksiyaning ekstremum nuqtalari va monotonlik oraliklarini aniqlash;
5. asimptotalarni topish;
6. qulay masshtabni tanlash;
7. hisoblangan nuqtalarni koordinata tekisligida belgilash va ularni silliq chiziq bilan tutashtirish.

Amaliy topshiriqlarda talabalar ko'pincha masshtabni noto'g'ri tanlash, nuqtalarni aniq belgilamaslik va grafikning xatti-harakatini noto'g'ri talqin qilish kabi xatolarga yo'l qo'yadilar.

Misol tariqasida quyidagi funksiya qoraladi:



Ushbu funksiyaning grafigi parabola bo'lib, u yuqoriga yo'nalgan. Grafikning cho'qqi nuqtasi:  $(2; -1)$

Nol nuqtalari esa:  $x_1 = 1, \quad x_2 = 3$

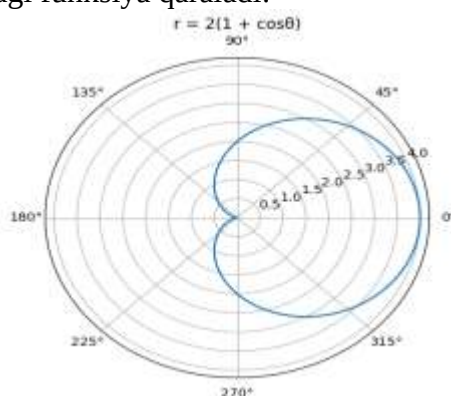
Natijada parabola  $x = 2$  o'qiga nisbatan simmetrik ekanligi aniqlanadi.

Qutb koordinatalar sistemasida grafik yasash ancha murakkab hisoblanadi, chunki bu sistema markaziy nuqtadan (qutb) masofa ( $r$ ) va burchak ( $\theta$ ) orqali nuqtalarni ifodalaydi. Bu sistema aylana va spiral shakllarini ifodalashda qulaydir. Qutb koordinatalarida grafik yasash algoritmi:

- 1) funksiyaning  $r = f(\theta)$  ko'rinishida ifodalash;
- 2)  $\theta$  ning o'zgarish oralig'ini aniqlash (odatda  $[0, 2\pi]$  oraliqda);
- 3)  $\theta$  ning turli qiymatlari uchun  $r$  ni hisoblash;
- 4) har bir  $(r, \theta)$  juftligi uchun Dekart koordinatalariga o'tish:  $x = r \cdot \cos\theta$ ,  
 $y = r \cdot \sin\theta$ ;
- 5) olingan nuqtalarni koordinata tekisligida belgilash va ulash.

Talabalar uchun eng katta qiyinchilik burchak o'lchov birliklarini (radian va gradus) to'g'ri ishlatish va qutb koordinatalaridan Dekart koordinatalariga o'tish jarayonida hisoblash xatolariga yo'l qo'ymaslikdir.

Misol tariqasida quyidagi funksiya qoraladi:



Qutb koordinatalar sistemasida  $r = 2(1 + \cos\theta)$  funksiya grafik kardioda shaklida hosil bo'ladi.

Parametrik koordinatalar sistemasida grafik yasashda nuqtaning koordinatalari parametr ( $t$ ) orqali ifodalanadi:

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

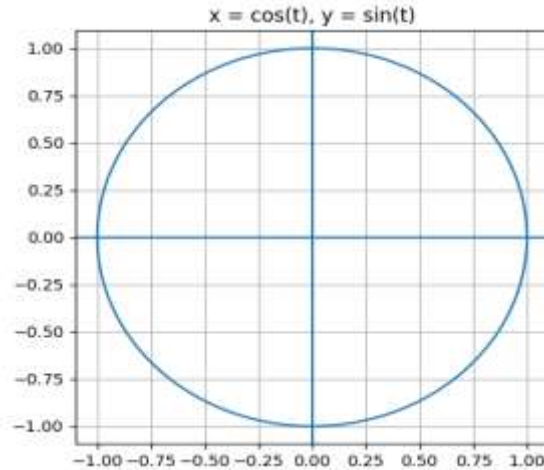
Bu usul murakkab traektoriyalarni ifodalashda, jumladan, mexanikada harakatlanuvchi jismning traektoriyasini tasvirlashda qo'llaniladi.

Parametrik grafik yasash algoritmi:

1. parametrning o'zgarish oralig'ini aniqlash;
2. parametrning diskret qiymatlari uchun  $x$  va  $y$  ni hisoblash;
3. olingan nuqtalarni koordinata tekisligida belgilash;
4. nuqtalarni parametrning o'sish tartibida tutashtirish.

Bu usulda talabalar ko'pincha parametrning o'zgarish tezligini hisobga olmaslik, nuqtalarni noto'g'ri tartibda ulash va grafikning yo'nalishini aniqlamaslik kabi kamchiliklarni sodir etadilar.

Misol tariqasida quyidagi funksiya qoraladi:



Parametrik koordinatalarda  $x = \cos(t)$ ,  $y = \sin(t)$  funksiyalari qoraladi. Bu grafik aylana hosil qiladi.

**Natijalar.** Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, turli koordinatalar sistemasida grafik yasashni o'rgatishda quyidagi metodik yondashuvlar samarali bo'ldi:

1. Bosqichma-bosqich o'rgatish — avval Dekart koordinatalarida grafik yasashni mukammal egallatish, keyin qutb va parametrik koordinatalar sistemasiga o'tish.
2. Vizual vositalardan foydalanish — interaktiv dasturlar (GeoGebra, Desmos) yordamida turli koordinatalar sistemasida grafik yasash jarayonini namoyish etish.
3. Amaliy topshiriqlar — har bir koordinatalar sistemasida grafik yasashga oid ko'p sonli mashqlar taklif etish.
4. Taqqoslash — bir xil funktsiyani turli koordinatalar sistemalarida yasash va olingan grafiklarni taqqoslash.
5. Real hayot misollari — har bir koordinatalar sistemasining qo'llanilish sohalarini ko'rsatish.

Eksperimental guruhda ushbu metodik yondashuvlarni qo'llash natijasida talabalarning grafik yasash ko'nikmalari sezilarli darajada oshdi. Dastlabki testda talabalarning faqat 45% i qutb koordinatalarida grafik yasash topshirig'ini to'liq bajara oldi, metodik yondashuvlarni qo'llaganidan keyin bu ko'rsatkich 82% ga yetdi. Shuningdek, talabalarning matematik savodxonligi 34% ga oshdi va ularning fazoviy tasavvuri ancha rivojlandi.

**Muhokama.** Funktsiya grafiklarini turli koordinatalar sistemasida yasash metodikasini takomillashtirish matematik ta'lim sifatini oshirishning muhim omilidir. Amaliyot shuni ko'rsatadiki, ko'pchilik o'quv dasturlarida asosan Dekart koordinatalar sistemasiga e'tibor qaratiladi, qutb va parametrik koordinatalar sistemasiga yetarlicha vaqt ajratilmaydi. Bu esa talabalarning matematik tafakkurini bir tomonlama rivojlanishiga olib keladi.

Turli koordinatalar sistemalarida grafik yasashni o'rgatishda quyidagi didaktik tamoyillarga rioya qilish muhim:

1. Nazariya va amaliyotning uzviyligi;
2. Osondan murakkabga;
3. Ko'rgazmalilik;
4. Individual yondashuv;
5. Fanlararo bog'liqlik.

Metodik yondashuvlarni ishlab chiqishda talabalarning yosh xususiyatlari, bilim darajasi va kognitiv qobiliyatlari hisobga olinishi kerak. Pedagogik universitetlar uchun bu masala alohida ahamiyatga ega, chunki kelajakda ular matematika o'qituvchilari bo'lib, o'z o'quvchilariga grafik yasash ko'nikmalarini egallatishlari kerak bo'ladi.

### **Xulosa**

Funksiya grafiklarini turli koordinatalar sistemasida yasash metodikasi matematika ta'limining muhim tarkibiy qismidir. Ushbu tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, Dekart, qutb va parametrik koordinatalar sistemasida grafik yasashni o'rgatishda bosqichma-bosqich yondashuv, vizual vositalardan foydalanish, amaliy topshiriqlar, taqqoslash va real hayot misollari samarali metodik usullar hisoblanadi.

Ushbu metodik yondashuvlar talabalarning fazoviy tasavvurini rivojlantirish, matematik tafakkurini shakllantirish va amaliy ko'nikmalarini oshirishga xizmat qiladi. Kelajakda ushbu metodikani takomillashtirish maqsadida turli yosh guruhlar uchun differensiallangan dasturlar ishlab chiqish, raqamli ta'lim resurslarini yaratish va o'qituvchilarni malakasini oshirish kurslarini tashkil etish tavsiya etiladi.

Funksiya grafiklarini turli koordinatalar sistemasida yasashni o'zlashtirgan talabalar nafaqat matematik savodxonlik darajasini oshiradilar, balki kelajakda turli sohalarda matematik modellashtirish usullarini muvaffaqiyatli qo'llay olish imkoniyatiga ega bo'ladilar.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Azlarov T.A., Mansurov X.S. Matematik analiz asoslari. - Toshkent: O'qituvchi, 2018. - 456 b.
2. Bogomolov N.V. Praktikum po resheniyu zadach po vysshey matematike. - Moskva: Drofa, 2020. - 384 s.
3. Stewart J. Calculus: Early Transcendentals. - Boston: Cengage Learning, 2021. - 512 p.
4. Xudoyberganov D., Nurmuxamedov A. Matematika o'qitish metodikasi. - Toshkent: Fan, 2019. - 320 b.
5. GeoGebra dasturiy ta'minoti. [HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG](https://www.geogebra.org)
6. Desmos grafik kalkulyatori. <https://www.desmos.com>

## **DIFFERENSIAL YONDASHUV ASSOSSIDA “AXBOROT TEXNOLOGIYALARINI KASBIY FAOLIYATDA QO‘LLASH” FANINI O‘QITISH METODIKASI**

**Fayziyev Nozim Asfandiyorovich<sup>1</sup>, Yallayev Baxtiyor Salimovich<sup>2</sup>**

*Samarqand davlat chet tillar institute dotsenti<sup>1</sup>, Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti izlanuvchisi<sup>2</sup>*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada differensial yondashuv asossida “Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo‘llash” fanini o‘qitish metodikasi ning samarali yo‘llari ko‘rib chiqiladi. Barcha fanlar singari “Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo‘llash” darsida ham differensial yondashuvga asoslanga dasturiy vositalar yordamida o‘qitish zarurligi aniqlandi. Darslarni differensiallashtirish sharoitida o‘qitishni tashkil etishni ko‘rib chiqamiz.

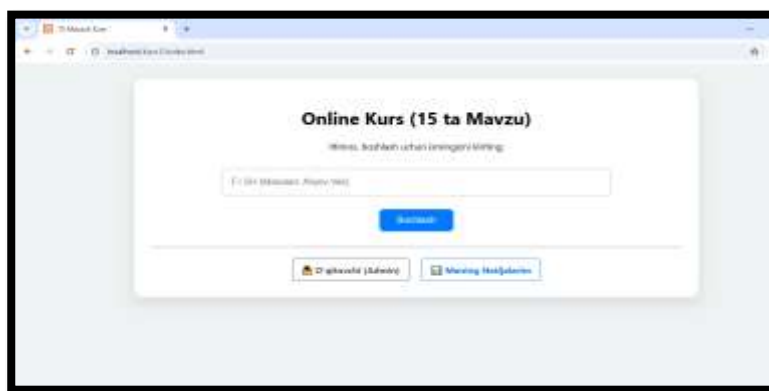
**Kalit so‘zlar:** ta'lim, dasturiy vosita, differensial yondashuv, informatika, axborot texnologiya, standart fikrlash, ijodiy qobiliyat.

Ushbu tadqiqotda pedagogika ta'lim yo'nalishida “Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo‘llash” fanini differensial yondashuv asosida talabalarga tushuntirishda dastlab uning kelib chiqish tarixi, kashf etilishi, uning xossalari, differensial yondashuv asoslangan dasturiy vositalari haqida ma'lumot beriladi.



Differensial yondashuv asosida o'qitish jarayonidan kelib chiqqan holda uning tashkil etish va tabaqalashtirish jarayonini dasturiy vosita asosida yoritishga harakat qilamiz.

Tadqiqotda qo'yilgan maqsad va vazifalardan kelib chiqqan holda o'quvchilarni "Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo'llash" fanidan differensial yondashuv asosida kreativ (bu insonning shaxsiy xususiyati bo'lib, uning o'z-o'zini takomillashtirib va rivojlantirib borishi bilan bog'liq) fikrlashiga qaratilgan veb-texnologiyalarni qo'llagan holda o'zlashtirish darajasini aniqlovchi me'zonlar, hamkorlik printsiplarini assimilatatsiyalashga (shaxs tomonidan jamiyat tomonidan ishlab chiqilgan xatti - harakatlar, tushunchalar, xulq -atvor shakllarini o'zlashtirish jarayonida) asoslangan dasturiy orqali sun'iy intellekt (bu aqlli kompyuter tizimlari orqali tilni tushunish, o'rganish, fikr yuritish, muammolarni hal qilish va boshqa muammolarni hal qila olishdir) jarayonlarini tasavvur qilish ko'nikmalari rivojlantirilgan. Pedagogika ta'lim yo'nalishida "Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo'llash" fanini differensial yondashuvga asoslangan dasturiy vositadan foydalanib mazmunan yoritib berilgan (1-rasmga qarang).



### 1-rasm. Dasturiy vositaga kirish oynasi

Bu dasturiy vosita platforma sifatida tayyorlangan bo'lib, bundan foydalanish uchun kompyuterlarda, planshetlarda va mobil telefonlarda barcha brouzerlar orqali [HTTP://LOCALHOST/KURS1/INDEX.HTML](http://localhost/kurs1/index.html) manziliga murojaat qilib kirish mumkin. Mazkur platforma har qanday qurilmada ochilganda ham to'liq ekran rejimiga moslashtirilgan.

Mazkur dasturiy vosita zamonaviy veb-texnologiyalar asosida platforma ko'rinishida ishlab chiqilgan bo'lib, undan foydalanish uchun foydalanuvchidan maxsus qo'shimcha dastur o'rnatish talab etilmaydi. Platformaga kompyuterlar, noutbuklar, planshetlar va mobil telefonlar orqali istalgan zamonaviy brauzer yordamida kirish mumkin. Buning uchun foydalanuvchi brauzer manzil satriga [HTTP://LOCALHOST/KURS1/INDEX.HTML](http://localhost/kurs1/index.html) havolasini kiritishi kifoya qiladi.

Shuningdek, platforma to'liq ekran (full screen) rejimiga optimallashtirilgan bo'lib, foydalanuvchiga ortiqcha oynalar yoki keraksiz elementlarsiz ishlash imkonini beradi. Bu esa ayniqsa ta'lim jarayonida, taqdimotlarda yoki mustaqil o'rganishda diqqatni asosiy mazmunga qaratishga yordam beradi.

Kirish oynasida foydalanuvchi bilan dastlabki muloqot amalga oshiriladi. Ushbu oynada bir nechta muhim bandlar joylashgan bo'lib, ular orqali tizimdan foydalanish jarayoni boshlanadi. Oynaning asosiy qismida F.I.Sh. kiritish maydoni mavjud bo'lib, bu yerga talabalar o'zlarining familiya, ism va shariflarini to'liq va to'g'ri shaklda kiritishlari talab etiladi. Ma'lumotlarni aniq kiritish foydalanuvchini tizimda identifikatsiya qilish hamda keyingi bosqichlarga to'g'ri yo'naltirish uchun muhim ahamiyatga ega.

"Boshlash" tugmasi bosilgandan so'ng foydalanuvchi uchun tanlash oynasi ochiladi (2-rasmga qarang). Mazkur oynada foydalanuvchi o'ziga kerakli bo'lim yoki funksiyani tanlash imkoniyatiga ega bo'ladi. Tanlash oynasi tizimning asosiy menyusi hisoblanib, u orqali foydalanuvchi test topshirish, ma'lumotlarni ko'rish yoki boshqa amallarni bajarish imkoniyatiga ega bo'ladi.

Shunday qilib, kirish oynasi foydalanuvchini tizimga kiritish va uni kerakli bo‘limga yo‘naltirish vazifasini bajaradi. Bu bosqich tizimning to‘g‘ri va samarali ishlashida muhim ahamiyat kasb etadi.



## 2-rasm. Talaba guruhini tanlash oynasi

Yuqorida berilgan oynada “*TAJRIBA GURUHI*”, “*NAZORAT GURUHI*” va “*Orqaga*” bandlari keltirilgan. Pedagogika ta‘lim yo‘nalishida “Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo‘llash” fanini differensial yondashuvga asoslangan dasturiy vosita yordamida o‘qiydigan talabalar oynadagi “*TAJRIBA GURUHI*” bandiga kirishlari kerak. Talabalar aytilgan banga kirganlarida quyidagi fan bazasi oynasi ochiladi.

Yuqorida keltirilgan oynada foydalanuvchi uchun uchta asosiy band taqdim etilgan bo‘lib, ular: “*TAJRIBA GURUHI*”, “*NAZORAT GURUHI*” va “*Orqaga*” tugmalaridir. Ushbu bandlar tizimdan foydalanish jarayonini tartibga solish va talabalarni tegishli guruhlariga yo‘naltirish maqsadida ishlab chiqilgan.

Pedagogika ta‘lim yo‘nalishida “Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo‘llash” fanini differensial yondashuvga asoslangan dasturiy vosita yordamida o‘zlashtirayotgan talabalar oynadagi “*TAJRIBA GURUHI*” bandini tanlashlari lozim. Mazkur band tajriba-sinov jarayonida ishtirok etayotgan talabalar uchun mo‘ljallangan bo‘lib, ular aynan maxsus ishlab chiqilgan interaktiv va moslashuvchan o‘quv muhitiga yo‘naltiriladi.

Talaba “*TAJRIBA GURUHI*” tugmasini bosgach, tizim avtomatik ravishda keyingi bosqich — fan bazasi oynasini ochadi. Ushbu oynada fan bo‘yicha mavzular, o‘quv materiallari, topshiriqlar, test savollari va boshqa zarur metodik resurslar jamlangan bo‘ladi. Fan bazasi oynasi differensial yondashuv asosida tuzilgan bo‘lib, talabaning bilim darajasi, qiziqishi va o‘zlashtirish sur‘atiga mos ravishda materiallarni taqdim etish imkonini beradi.

Shuningdek, mazkur oynada talabalar o‘zlariga kerakli mavzuni tanlash, nazariy ma‘lumotlar bilan tanishish, amaliy topshiriqlarni bajarish hamda o‘z bilimlarini nazorat qilish imkoniyatiga ega bo‘ladilar. Bu esa ta‘lim jarayonining samaradorligini oshirishga, talabalarning mustaqil ishlash ko‘nikmalarini rivojlantirishga hamda kasbiy kompetensiyalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

“*NAZORAT GURUHI*” bandi esa an‘anaviy usulda ta‘lim olayotgan talabalar uchun mo‘ljallangan bo‘lib, ular orqali taqqoslash va tahlil ishlari amalga oshiriladi. “*Orqaga*” tugmasi yordamida foydalanuvchi avvalgi oynaga qaytish imkoniyatiga ega bo‘ladi.

Fan bazasi oynasida ko‘rinib turganidek, “Axborot texnologiyalarini kasbiy faoliyatda qo‘llash” faniga oid jami 30 soatga mo‘ljallangan 15 ta ma‘ruza materiali tizimga joylashtirilgan. Har bir ma‘ruza alohida mavzu sifatida tartiblangan bo‘lib, talabalar ularni ketma-ket yoki o‘zlashtirish darajasiga qarab bosqichma-bosqich o‘rganish imkoniyatiga ega.

1-mavzuni o‘rganishni boshlash uchun foydalanuvchi tegishli mavzu ro‘parasida joylashgan “*KIRISH*” tugmasini tanlaydi. Ushbu tugma bosilgach, tanlangan mavzu bo‘yicha ma‘ruza sahifasi ochiladi va talaba bevosita o‘quv materiali bilan ishlashni boshlaydi. Ma‘ruza

sahifasida mavzuning nazariy qismi, asosiy tushunchalar, misollar hamda zarur hollarda ko'rgazmali materiallar keltiriladi. Shu tariqa talaba mavzuni bosqichma-bosqich o'zlashtirib boradi (3-rasmga qarang).



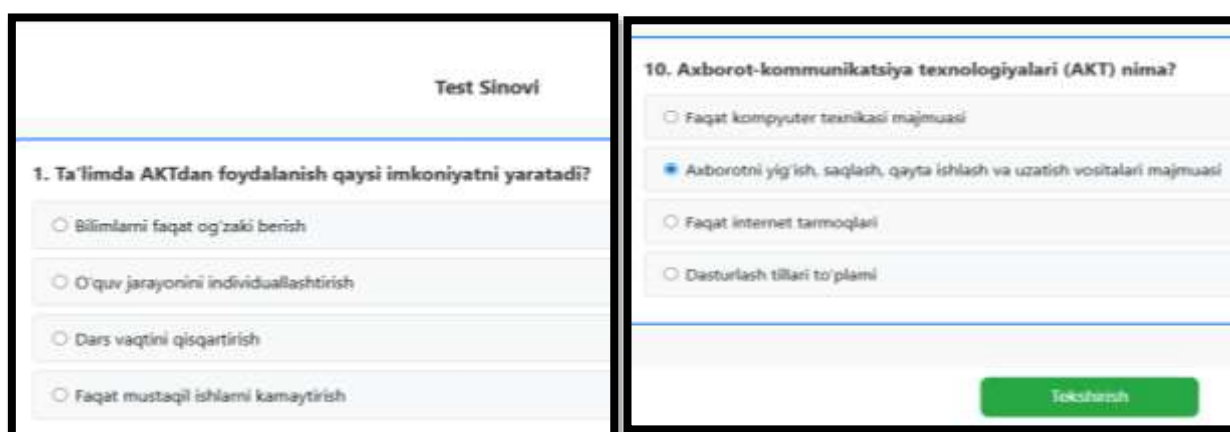
**3-rasm. Ma'ruza matni oynasi**

Ma'ruza matni oynasida mavzu bo'yicha barcha nazariy ma'lumotlar tizimli va izchil tarzda joylashtirilgan bo'lib, talaba avvalo ushbu materialni to'liq o'qib chiqishi lozim. Matn oynasi vertikal varaqlash (scroll) funksiyasi bilan ta'minlangan bo'lib, foydalanuvchi sahifaning pastki qismigacha tushib, barcha ma'lumotlar bilan tanishib chiqishi mumkin. Bu jarayon talabaning mavzuni bosqichma-bosqich o'zlashtirishiga xizmat qiladi.

Ma'ruza matni to'liq o'qib chiqilgandan so'ng, oynaning pastki qismida joylashgan "Testni boshlash" tugmasi faollashadi (4-rasmga qarang). Mazkur tugma orqali talaba nazariy bilimlarini amaliy jihatdan sinab ko'rish imkoniyatiga ega bo'ladi. Ya'ni, ushbu tugma bosilgach, tizim avtomatik ravishda shu mavzuga oid test savollari sahifasiga yo'naltiradi.

Test savollari talabaning mavzu bo'yicha o'zlashtirish darajasini aniqlashga qaratilgan bo'lib, ular turli ko'rinishda — bir nechta javob variantli, to'g'ri/ noto'g'ri yoki moslashtirish tipidagi savollar shaklida bo'lishi mumkin. Har bir savol mavzuning muhim jihatlarini qamrab olgan holda tuzilgan. Test yakunlangach, tizim avtomatik ravishda natijalarni hisoblaydi va talabaning o'zlashtirish ko'rsatkichini foiz yoki ball ko'rinishida aks ettiradi.

Shu tariqa, ma'ruza matnini o'qish va undan keyin test topshirish jarayoni o'zaro uzviy bog'langan bo'lib, talabaning bilimini mustahkamlash va nazorat qilish mexanizmini samarali tashkil etadi.



**4-rasm. Test sinovi oynasi**

Yuqoridagi test sinovlari har bir mavzu bo'yicha 10 tadan test qilib berilgan. Bu testlarni talaba belgilab bo'lgandan keyin oynada joylashgan "Tekshirish" bandiga murojaat qiladi va o'zlashtirish natijasi oynasi ochiladi.

Yuqoridagi test sinovlari har bir mavzu bo'yicha alohida shakllantirilgan bo'lib, har bir mavzu uchun jami 10 tadan test savollari taqdim etiladi. Savollar mazmunan mavzuning asosiy tushunchalari, muhim nazariy jihatlar hamda amaliy ahamiyatga ega bo'lgan qoidalarini qamrab oladi. Bu esa talabaning bilimini har tomonlama baholash imkonini beradi.

#### **Adabiyotlar ro'yxati**

1. Asfandiyorovich, Fayziev Nozim. "basics of programming from the textbook of informatics and information technologies chapter python programming language methodology of multimedia." *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal* 10.1 (2022): 778-781.
2. Nozim, Asfandiyorovich Fayziyev. "Tarmoqlanuvchi algoritmlar mavzusini doir kompyuter imitasion modeli asosida takomillashtirish." *Research and education* 1 (2022): 273-278.
3. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "Teaching the Subject of Repetitive Algorithms Based on Multimedia Electronic Manuals." *Eurasian Journal of Learning and Academic Teaching* 16 (2023): 42-45.
4. Xasanovich, Lutfillayev Mahmud, Ass Amrillayev Husniddin Ashrab O'g, and Ass Fayziyev Nozim Asfandiyorovich. "Development of Computer Simulation Model Develops Creative Thinking of the Student." *JournalNX* 7.03 (2021): 167-171.
5. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim, and Toxirqulov Zufar Jurabek O'g'li. "Zamonaviy dasturiy vositalar asosida xorijiy tillarga oid taqdimotlar yaratish." *Science and innovation* 3.Special Issue 19 (2024): 359-363.
6. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "tarmoqlanuvchi algoritmlar mavzusini multimediali elektron qo'llanmalar asosida takomillashtirish." *Ўзбекистоннинг мустақиллик давридаги янги тарихи ва фалсафий тафаккурининг долзарб муаммолари* (2022).

## **MATEMATIKA FANINI DIFFERENSIAL YONDASHUV ASOSIDA O'QITISH METODIKASI**

**Fayziyev Nozim Asfandiyorovich, Asqarov Maxkamjon Ma'rufovich**

*Samarqand davlat chet tillar instituti*

e-mail: [FAYZIYEV@SAMDCHTI.UZ](mailto:FAYZIYEV@SAMDCHTI.UZ)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada matematika fanini differensial yondashuv asosida o'qitishning mazmuni, ahamiyati va metodik jihatlar yoritilgan. Ta'lim jarayonida o'quvchilarning individual qobiliyatlari, bilim darajasi va qiziqishlarini hisobga olgan holda differensial ta'limni tashkil etish usullari tahlil qilinadi. Shuningdek, matematika darslarida differensial topshiriqlardan foydalanishning samaradorligi ham ko'rsatib o'tiladi.

**Kalit so'zlar:** *differensial yondashuv, matematika ta'limi, individual ta'lim, metodika, o'quvchi qobiliyati, pedagogik texnologiyalar.*

Hozirgi zamon ta'lim tizimida o'quvchilarning bilim olish ehtiyojlari va individual imkoniyatlarini hisobga olish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Ayniqsa, matematika fanini o'qitishda barcha o'quvchilarning bilim darajasi bir xil emasligi sababli differensial yondashuv asosida ta'limni tashkil etish zarurati yuzaga keladi. Differensial yondashuv o'quvchilarning qobiliyati, qiziqishi va tayyorgarlik darajasiga mos ravishda ta'lim berishni nazarda tutadi.

Matematika fanida ayrim o'quvchilar murakkab masalalarni tez va mustaqil bajara olsa, boshqalari oddiy topshiriqlarda ham qo'shimcha yordamga ehtiyoj sezadi. Shu bois differensial yondashuv o'quvchilarning individual xususiyatlarini hisobga olgan holda samarali ta'limni tashkil etishga xizmat qiladi.

Differensial yondashuvning mazmuni

Differensial yondashuv — bu ta'lim jarayonida o'quvchilarni bilim darajasi, qobiliyati va o'zlashtirish imkoniyatiga qarab guruhlariga ajratgan holda o'qitish metodidir. Ushbu yondashuv quyidagi tamoyillarga asoslanadi:

- har bir o'quvchining individual xususiyatlarini hisobga olish;
- ta'lim mazmunini moslashtirish;
- topshiriqlarni murakkablik darajasiga ko'ra tabaqalashtirish;
- mustaqil ishlash ko'nikmalarini rivojlantirish;
- o'quvchilarning faolligini oshirish.

Matematika darslarida differensial yondashuvni qo'llash natijasida o'quvchilar o'z imkoniyatlariga mos topshiriqlarni bajarish orqali fan bo'yicha bilimlarini mustahkamlaydi.

Ta'lim jarayonini differensiallashtirish o'qituvchiga bir qancha qo'shimcha vazifalar yuklatish bilan bir qatorda, uning faoliyati uchun bir qator afzalliklarga ham ega. Birinchidan, o'qituvchi yuqori darajadagi va past darajadagi o'quvchilar bilan ishlashning optimal metodikasiga ega bo'ladi. Ikkinchidan, muntazam olib boriladigan diagnostik tadbirlar o'qituvchiga faoliyat natijasini ob'ektiv baholash imkonini beradi. O'quvchilar esa differensial ta'lim natijasida individual yondashuv asosida ta'lim olish imkoniyatiga ega bo'ladilar. Shuningdek, kuchli intellektual salohiyatga ega bo'lgan o'quvchilarda yangi bilimlarni olishga bo'lgan motivatsiya kuchayadi, ish tempi kuchayadi, past o'zlashtiruvchi o'quvchilar uchun muvaffaqiyatga intilish hissi paydo bo'ladi.

O'quvchilar bir xil emas: ularning bilim darajasi, fikrlash qobiliyati va o'zlashtirish tezligi farq qiladi. Shu sababli barcha o'quvchilarga bir xil usulda ta'lim berish samarali emas, ta'lim jarayonini moslashtirish zarur. Turli darajadagi topshiriqlar, individual yoki kichik guruh bilan ishlash, mos metod va texnologiyalarni qo'llash kerak bo'ladi. Har bir o'quvchi alohida shaxs sifatida qaraladi. Bu yondashuv Pedagogikada muhim tamoyillardan biridir. Kuchli o'quvchilar yanada rivojlanadi, qiyin o'zlashtiradigan o'quvchilar ortda qolib ketmaydi, ilimni yaxshiroq o'zlashtirishga, mustaqil fikrlashni rivojlantirishga yordam beradi. O'quvchi o'ziga mos topshiriqni bajarganda, muvaffaqiyat hissi paydo bo'ladi, o'qishga qiziqish ortad

Matematika fanini differensial yondashuv asosida o'qitish metodlari

1. Guruhlarga ajratib o'qitish

O'quvchilar bilim darajasiga ko'ra kuchli, o'rta va yordamga muhtoj guruhlariga ajratiladi. Har bir guruh uchun alohida topshiriqlar tayyorlanadi.

Masalan:

- kuchli o'quvchilar uchun mantiqiy va murakkab masalalar;
- o'rta guruh uchun standart misollar;
- boshlang'ich darajadagi o'quvchilar uchun sodda va ko'rgazmali topshiriqlar beriladi.

2. Differensial topshiriqlardan foydalanish

Bir mavzu bo'yicha turli murakkablikdagi topshiriqlar ishlab chiqiladi. Bu usul o'quvchilarning mustaqil fikrlashini rivojlantiradi.

Masalan, tenglamalarni yechish mavzusida:

1-daraja:

$$x+5=12$$

2-daraja:

$$2x-7=15$$

3-daraja:

$$3(x-2)+5=2x+7$$

3. Individual yondashuv

O'qituvchi har bir o'quvchi bilan individual ishlaydi, uning xatolarini tahlil qiladi va mos tavsiyalar beradi.

4. Axborot texnologiyalaridan foydalanish

Interaktiv platformalar, elektron testlar va multimediali vositalar differensial ta'lim samaradorligini oshiradi.

Differensial yondashuvning afzalliklari

Differensial yondashuv asosida matematika fanini o'qitish quyidagi ijobiy natijalarni beradi:

- o'quvchilarning matematikaga qiziqishi ortadi;
- bilimlarni o'zlashtirish sifati yaxshilanadi;
- mustaqil ishlash malakasi rivojlanadi;
- har bir o'quvchining qobiliyati yuzaga chiqadi;
- ta'lim jarayoni samaradorligi oshadi.

Bundan tashqari, differensial ta'lim o'quvchilarda ijodiy va mantiqiy fikrlashni shakllantirishda muhim omil hisoblanadi.

Differensiatsiya shunchaki biz o'rgatgan narsadan yoki uni qanday o'rgatishimizdan xalos bo'lmagan, qanday o'rgatishimizga kichik o'zgarishlar kiritishni anglatadi. Bu sinflar haqida o'ylashning boshqacha usuliga o'xshaydi. Bir guruh o'quvchilari bir xil yoshda bo'lishi mumkin bo'lsa-da, ularning barchasi o'rganishga qanchalik tayyor ekanligi, nimani yoqtirishi, nimani boshdan kechirganligi, hayotlarida nima sodir bo'layotgani va qanday o'rganishni yoqtirishi bilan farq qiladi. O'qitishda ishlarni boshqacha qilishning asosiy maqsadi har bir o'quvchini o'zlari uchun ishlaydigan guruhlariga joylashtirish orqali qo'lidan kelganicha harakat qilishiga yordam berishdir. Maqsad - har bir insonning ehtiyojlari e'tiborga olinishiga ishonch hosil qilish. O'quvchilar nimani va qanday o'rganishlarini tanlashlari mumkin, bu ularga o'rganish paytida duch keladigan har qanday muammolarni yengib o'tishga yordam beradi va undan ham yaxshiroq ishlaydi. Har bir inson nimaga muhtoj va nima qila olishiga e'tibor qaratishdir. Ta'limdagi tabaqalanish inklyuziv maktab maqsadlariga moslashish uchun talabalar xilma-xilligini ko'rib chiqadi. G'arb kontekstlarida keng muhokama qilinsa-da, differensiatsiya global miqyosda turli shakl va atamalarda namoyon bo'ladi. Ushbu sharh farqlash bo'yicha xalqaro istiqbollarni o'rganishga qaratilgan bo'lib, uning konsepsiyasining umumiy ko'rinishini taqdim etadi. Turli milliy kontekstdagi hujjatlarni tahlil qilish ikkita asosiy xulosani ko'rsatadi.

Xulosa qilib aytganda, matematika fanini differensial yondashuv asosida o'qitish bugungi ta'lim tizimining muhim talabalaridan biridir. Ushbu metod o'quvchilarning individual xususiyatlarini hisobga olish orqali ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi. Differensial yondashuv asosida tashkil etilgan matematika darslari o'quvchilarning bilim olish faolligini kuchaytiradi, mustaqil fikrlashini rivojlantiradi hamda ularning fanga bo'lgan qiziqishini oshiradi.

Ta'lim, mazmun va baholashni o'zgartirish orqali o'quvchilar o'quvchilarning tayyorgarligi, qiziqishlari va o'rganish profilidagi o'zgarishlarni hisobga olgan holda o'qitish strategiyalarini moslashtirishi mumkin. Ushbu amaliyot barcha o'quvchilarning, ularning kelib chiqishi yoki qobiliyat darajasidan qat'i nazar, akademik o'sish va muvaffaqiyatga yordam beradigan mazmunli va qiyin o'rganish tajribasiga ega bo'lishini ta'minlaydi.

Differensial yondashuvning psixologik asosi talabalar o'rtasidagi individual farqlarni, jumladan, kognitiv qobiliyatlarini, oldingi tajribalarni va mavjud bilimlarni tan olish muhimligini ta'kidlaydi. Psixologik va pedagogik elementlarni integratsiyalashgan holda, o'quvchilar har bir o'quvchining alohida ehtiyojlariga mos keladigan o'qitish usullarini moslashtirishni maqsad qiladi va shu bilan barcha o'quvchilar uchun ta'lim sayohatini boyitadi.

### Adabiyotlar ro'yxati

1. Asfandiyorovich, Fayziev Nozim. "basics of programming from the textbook of informatics and information technologies chapter python programming language methodology of multimedia." *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal* 10.1 (2022): 778-781.
2. Nozim, Asfandiyorovich Fayziyev. "Tarmoqlanuvchi algoritmlar mavzusini doir kompyuter imitasion modeli asosida takomillashtirish." *Research and education* 1 (2022): 273-278.



3. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "Teaching the Subject of Repetitive Algorithms Based on Multimedia Electronic Manuals." *Eurasian Journal of Learning and Academic Teaching* 16 (2023): 42-45.
4. Xasanovich, Lutfillayev Mahmud, Ass Amrillayev Husniddin Ashrab O'g, and Ass Fayziyev Nozim Asfandiyorovich. "Development of Computer Simulation Model Develops Creative Thinking of the Student." *JournalNX* 7.03 (2021): 167-171.
5. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim, and Toxirqulov Zufar Jurabek O'g'li. "ZAMONAVIY DASTURIY VOSITALAR ASOSIDA XORIJIY TILLARGA OID TAQDIMOTLAR YARATISH." *Science and innovation* 3.Special Issue 19 (2024): 359-363.
6. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "Tarmoqlanuvchi algoritmlar mavzusini multimediali elektron qo'llanmalar asosida takomillashtirish." *Ўзбекистоннинг мустақиллик давридаги янги тарихи ва фалсафий тафаккурининг долзарб муаммолари* (2022).
7. Fayziyev, Nozim, and Bakhtiyor Yallayev. "Software creation technology based on a differential approach in the subject of" application of information technologies in professional activity". *journal of technology and innovative research* 1.3 (2026): 27-37.

## **“INFORMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI” FANIDAN MUSTAQIL TA’LIMNI TASHKIL ETISHNING PEDAGOGIK ASOSLARI**

**Artikov Farxod Sayfiddinovich**

*Samarqand iqtisodiyot va servis instituti akademik litseyi o'qituvchisi*

e-mail: [ARTIKOVFARXOD1@GMAIL.COM](mailto:ARTIKOVFARXOD1@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada “Informatika va axborot texnologiyalari” fanidan mustaqil ta’limni tashkil etishning pedagogik asoslari yoritilgan. Unda mustaqil ta’limning mazmuni, maqsadi, shakllari hamda zamonaviy pedagogik yondashuvlar asosida tashkil etish usullari tahlil qilingan. Shuningdek, axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish, loyiha asosida o’qitish, motivatsion yondashuv va interaktiv metodlarning o’quvchilar bilimini oshirishdagi ahamiyati ko’rsatib berilgan. Maqolada mustaqil ta’limning informatika fanidagi o’rni va uning o’quvchilarning ijodiy, analitik hamda amaliy ko’nikmalarini rivojlantirishdagi roli ochib berilgan.

**Kalit so’zlar.** Mustaqil ta’lim, informatika, axborot texnologiyalari, pedagogik yondashuv, interaktiv metodlar, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, loyiha asosida o’qitish, raqamli ta’lim, innovatsion texnologiyalar, masofaviy ta’lim, kreativ fikrlash, kompetensiya, elektron ta’lim resurslari.

**Kirish.** Bugungi globallashuv va raqamli texnologiyalar jadal rivojlanayotgan davrda ta’lim tizimida ham tub o’zgarishlar amalga oshirilmoqda. Ayniqsa, informatika va axborot texnologiyalari fanlarini o’qitishda talabning mustaqil bilim olish ko’nikmalarini shakllantirish muhim vazifalardan biri hisoblanadi. Zamonaviy ta’limning asosiy maqsadi faqat tayyor bilimlarni yetkazish emas, balki o’quvchini mustaqil izlanishga, muammoli vaziyatlarni hal qilishga, axborotni tahlil qilishga va amaliy faoliyatda qo’llashga o’rgatishdan iboratdir. Shu sababli “Informatika va axborot texnologiyalari” fanidan mustaqil ta’limni tashkil etish pedagogik jihatdan katta ahamiyat kasb etadi.

Mustaqil ta’lim – bu talabning o’qituvchi rahbarligi ostida yoki mustaqil ravishda bilimlarni egallashi, ko’nikma va malakalarni rivojlantirishi jarayonidir. Informatika fanining o’ziga xos xususiyati shundaki, unda nazariy bilim bilan bir qatorda amaliy mashg’ulotlar ham muhim o’rin egallaydi. Shuning uchun mustaqil ta’limni samarali tashkil qilish o’quvchilarning kreativ fikrlashini, axborot madaniyatini va kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

Mustaqil ta'lim o'quv jarayonining muhim tarkibiy qismi bo'lib, talabaning bilim olishdagi faolligini oshiradi. U quyidagi asosiy vazifalarni bajaradi:

- o'quvchilarda mustaqil fikrlashni shakllantirish;
- bilimlarni izlash va tahlil qilish ko'nikmalarini rivojlantirish;
- axborot texnologiyalaridan samarali foydalanishni o'rgatish;
- ijodiy va innovatsion yondashuvni rivojlantirish;
- nazariy bilimlarni amaliyot bilan bog'lash.

Informatika fanida mustaqil ta'limning asosiy mazmuni dasturlash, kompyuter savodxonligi, internet texnologiyalari, multimedia vositalari, axborot xavfsizligi va raqamli texnologiyalar bilan ishlash ko'nikmalarini egallashdan iboratdir.

Mustaqil ta'limni tashkil etishning pedagogik asoslari.

#### 1. Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim tamoyili

Mustaqil ta'limni tashkil etishda har bir o'quvchining individual qobiliyati, qiziqishi va bilim darajasi hisobga olinishi zarur. Informatika fanida ayrim o'quvchilar dasturlashga qiziqsa, boshqalari grafik dizayn yoki kompyuter tarmoqlariga ko'proq qiziqishi mumkin. Shu sababli topshiriqlar differensial tarzda berilishi maqsadga muvofiq.

Bu tamoyil quyidagilarni ta'minlaydi:

- o'quvchilarning qiziqishini oshirish;
- individual rivojlanishga imkon yaratish;
- mustaqil ishlash motivatsiyasini kuchaytirish.

#### 2. Faoliyatga asoslangan yondashuv

Pedagogikada faoliyatga asoslangan yondashuv o'quvchini passiv tinglovchidan faol ishtirokchiga aylantiradi. Informatika fanida bu quyidagicha namoyon bo'ladi:

- loyiha ishlari tayyorlash;
- dastur yaratish;
- elektron taqdimotlar tayyorlash;
- veb-saytlar ishlab chiqish;
- multimedia mahsulotlari yaratish.

Bunday faoliyatlar o'quvchilarning mustaqil izlanish olib borishiga va o'z bilimlarini amaliyotda qo'llashiga yordam beradi.

#### 3. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish

Mustaqil ta'limni samarali tashkil etishda zamonaviy AKT vositalari muhim rol o'ynaydi.

Jumladan:

- elektron darsliklar;
- virtual laboratoriyalar;
- onlayn platformalar;
- masofaviy ta'lim tizimlari;
- video darslar;
- test tizimlari.

Ushbu vositalar o'quvchilarga istalgan vaqtda bilim olish imkonini beradi hamda ta'lim samaradorligini oshiradi.

#### 4. Motivatsion yondashuv

Mustaqil ta'lim samaradorligi o'quvchining motivatsiyasiga bog'liq. Informatika fanida qiziqarli va amaliy topshiriqlar motivatsiyani oshiradi. Masalan:

- mobil ilova yaratish;
- animatsiya tayyorlash;
- robototexnika elementlari bilan ishlash;
- sun'iy intellektga oid kichik loyihalar bajarish.

Bunday topshiriqlar o'quvchilarda fan bo'yicha qiziqishni kuchaytiradi.

Mustaqil ta'limning shakllari

“Informatika va axborot texnologiyalari” fanida mustaqil ta'lim quyidagi shakllarda tashkil etilishi mumkin:



Referat va ilmiy maqolalar tayyorlash

Talabalar zamonaviy texnologiyalar haqida ilmiy izlanish olib boradilar. Masalan:

- sun'iy intellekt;
- kiberxavfsizlik;
- bulutli texnologiyalar;
- robototexnika;
- raqamli iqtisodiyot.

Amaliy topshiriqlar

Amaliy mashg'ulotlar informatika fanining eng muhim qismidir. Bular:

- dasturlash masalalari;
- ma'lumotlar bazasi yaratish;
- grafik muharrirlar bilan ishlash;
- veb-dizayn;
- Excel dasturida hisob-kitoblar bajarish.

Loyiha ishlari

Loyiha asosida o'qitish mustaqil ta'limning samarali usullaridan biridir. O'quvchilar loyiha jarayonida:

- muammoni aniqlaydi;
- ma'lumot yig'adi;
- yechim ishlab chiqadi;
- natijani taqdim etadi.

Bu esa ularning ijodiy va analitik fikrlashini rivojlantiradi.

Masofaviy ta'lim

Internet texnologiyalarining rivojlanishi masofaviy ta'limni keng ommalashtirdi. Onlayn kurslar va platformalar orqali talabalar mustaqil ravishda bilim olish imkoniyatiga ega bo'lmoqda.

Mustaqil ta'lim samaradorligini oshirish yo'llari

Mustaqil ta'lim samaradorligini oshirish uchun quyidagi omillarga e'tibor berish lozim:

1. Zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo'llash;
2. Interaktiv metodlardan foydalanish;
3. Elektron resurslar bilan ta'minlash;
4. O'quvchilarning ijodiy faoliyatini rag'batlantirish;
5. Mustaqil ishlarni muntazam nazorat qilish;
6. Baholashning shaffof tizimini yaratish.

Informatika fanida mustaqil ta'limning ahamiyati

Mustaqil ta'lim informatika fanida quyidagi ijobiy natijalarni beradi:

- axborot bilan ishlash kompetensiyasi rivojlanadi;
- o'quvchilarning ijodkorligi oshadi;
- amaliy ko'nikmalar shakllanadi;
- muammoli vaziyatlarni hal qilish qobiliyati rivojlanadi;
- zamonaviy texnologiyalarni o'zlashtirish tezlashadi.

Shuningdek, mustaqil ta'lim o'quvchilarni kelajakdagi kasbiy faoliyatga tayyorlashda muhim omil hisoblanadi.

Xulosa qilib aytganda, "Informatika va axborot texnologiyalari" fanidan mustaqil ta'limni tashkil etish ta'lim tizimining dolzarb masalalaridan biridir. Zamonaviy pedagogik yondashuvlar, axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan samarali foydalanish hamda o'quvchilarning individual xususiyatlarini hisobga olish mustaqil ta'lim samaradorligini oshiradi.

Mustaqil ta'lim o'quvchilarda nafaqat nazariy bilimlarni, balki amaliy ko'nikma va kompetensiyalarni ham shakllantiradi. Natijada ular zamonaviy axborotlashgan jamiyat talablariga mos, kreativ va raqobatbardosh mutaxassis bo'lib yetishadilar.

Shu sababli informatika fanini o'qitishda mustaqil ta'limni to'g'ri tashkil etish pedagoglarning asosiy vazifalaridan biri bo'lib qolmoqda.

**Foydalanilgan adabiyotlar**

1. O'zbekiston Respublikasining "Ta'lim to'g'risida"gi Qonuni. – Toshkent, 2020.
2. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining ta'lim va axborot texnologiyalarini rivojlantirishga oid farmon va qarorlari.
3. Abduqodirov A. A. Pedagogik texnologiyalar va masofaviy ta'lim asoslari. – Toshkent: Fan, 2019.
4. Ishmuhamedov R. J. Innovatsion pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: Iste'dod, 2021.
5. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "basics of programming from the textbook of informatics and information technologies chapter python programming language methodology of multimedia." *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal* 10.1 (2022): 778-781.
6. Nozim, Asfandiyorovich Fayziyev. "Tarmoqlanuvchi algoritmlar mavzusini doir kompyuter imitasion modeli asosida takomillashtirish." *Research and education* 1 (2022): 273-278.
7. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "Teaching the Subject of Repetitive Algorithms Based on Multimedia Electronic Manuals." *Eurasian Journal of Learning and Academic Teaching* 16 (2023): 42-45.
8. Xasanovich, Lutfillayev Mahmud, Ass Amrillayev Husniddin Ashrab O'g, and Ass Fayziyev Nozim Asfandiyorovich. "Development of Computer Simulation Model Develops Creative Thinking of the Student." *JournalNX* 7.03 (2021): 167-171.
9. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim, and Toxirqulov Zufar Jurabek O'g'li. "Zamonaviy dasturiy vositalar asosida xorijiy tillarga oid taqdimotlar yaratish." *Science and innovation* 3.Special Issue 19 (2024): 359-363.
10. Asfandiyorovich, Fayziyev Nozim. "Tarmoqlanuvchi algoritmlar mavzusini multimediali elektron qo'llanmalar asosida takomillashtirish." *Ўзбекистоннинг мустақиллик давридаги янги тарихи ва фалсафий тафаккурининг долзарб муаммолари* (2022).
11. Fayziyev, Nozim, and Bakhtiyor Yallayev. "Software creation technology based on a differential approach in the subject of" application of information technologies in professional activity". *journal of technology and innovative research* 1.3 (2026): 27-37

## INDIVIDUAL TA'LIMDA SUN'IY INTELEKTDAN FOYDALANISH

**A.M.Barakayev., B.A.Boboqulov**

*Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

e-mail: [BAHRIDINBOBOQULOV94@GMAIL.COM](mailto:BAHRIDINBOBOQULOV94@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu loyiha ta'lim tizimidagi "o'rtacha ko'rsatkich" tuzog'i va mentorlar tanqisligi muammolarini hal etishga qaratilgan "**EduSync AI**" intellektual ekotizimini taqdim etadi. Loyihaning asosiy maqsadi — sun'iy intellekt yordamida har bir o'quvchi uchun individual ta'lim trayektoriyasini yaratish va o'quv jarayonini shaxsiylashtirishdir. Tizim "Sokratik yondashuv" va "Micro-learning" tamoyillari asosida ishlaydi, bu esa o'quvchini mustaqil fikrlashga yo'naltiradi. 5 ta foydalanuvchili kompyuter infratuzilmasi va markazlashgan server yordamida operatsion xarajatlarni 40% gacha kamaytirish va o'quvchilarning kursni bitirish ko'rsatkichini 90% gacha oshirish ko'zda tutilgan.

**Kalit so'zlar:** Individual ta'lim , sun'iy intellekt , raqamli mentor , adaptiv algoritmlar, gibrid ta'lim , mikro-learning , Sokratik yondashuv , shaxsiylashtirilgan o'quv trayektoriyasi, avtomatlashtirish.

**Аннотация:** Данный проект представляет интеллектуальную экосистему "EduSync AI", направленную на решение проблемы "ловушки среднего показателя" и дефицита менторов в образовании. Основная цель проекта — создание индивидуальной траектории обучения для каждого учащегося и персонализация учебного процесса с помощью ИИ. Система функционирует на основе "Сократовского метода" и принципов "Micro-learning", стимулируя учащихся к самостоятельному мышлению. Использование компьютерной

инфраструктуры на 5 пользователей и централизованного сервера позволяет снизить операционные расходы на 40% и повысить показатель завершаемости курсов до 90%.

**Ключевые слова:** Индивидуальное обучение , искусственный интеллект , цифровой ментор, адаптивные алгоритмы , гибридное обучение , микро-обучение , сократовский подход , персонализированная траектория , автоматизация.

**Abstract:** This project introduces the "**EduSync AI**" intellectual ecosystem, designed to address the "average student trap" and the shortage of mentors in education. The primary goal is to establish an individual learning trajectory for every student and personalize the educational process through AI. The system operates based on the "Socratic approach" and "Micro-learning" principles, guiding students toward independent critical thinking. By utilizing a 5-user computer infrastructure and a centralized local server, the project aims to reduce operational costs by 40% and increase student retention rates up to 90%.

**Keywords:** Individual education , artificial intelligence , digital mentor , adaptive algorithms , hybrid learning , micro-learning , Socratic approach , personalized learning trajectory , automation.

**Kirish.** Ushbu loyiha zamonaviy ta'lim tizimidagi eng o'tkir muammolardan biri — guruhdagi o'quvchilarning turlicha o'zlashtirish darajasi va sifatli mentorlar tanqisligiga qarshi qaratilgan. An'anaviy ta'limda o'qituvchilar ko'pincha "o'rtacha ko'rsatkich" tuzog'iga tushib qoladilar: dars o'rtacha o'zlashtiruvchi o'quvchiga moslab o'tilishi natijasida kuchli o'quvchilar zerikadi, sustroqlari esa mavzudan orqada qoladi. Shu bilan birga, o'quvchilarning xato qilishdan yoki tushunmagan narsasini qayta so'rashdan tortinishi kabi psixologik to'siqlar bilim olish samaradorligini pasaytiradi.

"**EduSync AI**" loyihasining dolzarbligi har bir o'quvchi uchun individual "raqamli mentor"ga ega bo'lgan intellektual ekotizimni yaratish orqali ushbu muammolarga barham berishdir. Sun'iy intellekt har bir foydalanuvchining kuchli va kuchsiz tomonlarini 24/7 rejimida tahlil qilib, dars jarayonini uning shaxsiy ehtiyojlariga moslashtiradi. Bu yondashuv nafaqat ta'lim sifatini oshiradi, balki o'quv markazlaridagi operatsion xarajatlarni 40% ga kamaytirish va bir vaqtning o'zida ko'proq o'quvchini sifatli o'qitish imkonini beradi.

**Loyiha konsepsiyasi va muammo bayoni.** Ushbu loyiha zamonaviy ta'lim tizimidagi eng o'tkir muammolardan biri — guruhdagi o'quvchilarning turlicha o'zlashtirish darajasi va sifatli mentorlar tanqisligiga qarshi qaratilgan. An'anaviy ta'limda o'qituvchilar ko'pincha "o'rtacha ko'rsatkich" tuzog'iga tushib qoladilar. Masalan, guruhda 15 kishi bo'lsa, dars o'rtacha o'zlashtiruvchi o'quvchiga moslab o'tilishi natijasida kuchli o'quvchilar zerikadi, sustroqlari esa mavzudan orqada qoladi.

Loyiha doirasida aniqlangan asosiy muammolar quyidagilardan iborat

1. Mentor tanqisligi. Har bir o'quvchiga alohida yondashish uchun juda ko'p repetitor kerak bo'ladi, bu esa iqtisodiy jihatdan juda qimmatga tushadi.

2. Psixologik to'siq. O'quvchilar ko'pincha xato qilishdan yoki tushunmagan narsasini qayta so'rashdan tortinishadi.

3. Shaxsiylashtirishning yo'qligi. Amaldagi tizimlar o'quvchining individual qobiliyati va o'rganish uslubini (vizual, matn yoki amaliyot) hisobga olmaydi.

"**EduSync AI**" loyihasining asosiy konsepsiyasi — har bir o'quvchi uchun individual "raqamli mentor"ga ega bo'lgan intellektual o'quv markazi ekotizimini yaratishdir. Sun'iy intellekt har bir o'quvchining kuchli va kuchsiz tomonlarini 24/7 rejimida tahlil qilib, dars jarayonini uning shaxsiy ehtiyojlariga moslashtiradi. Loyiyaning maqsadi o'quvchilarni mustaqil fikrlashga o'rgatish va ta'lim sifatini yangi bosqichga olib chiqishdir.

**Texnik yechimlar va intellektual o'qitish metodikasi.** Ushbu bo'lim loyihaning texnik "arxitekturasini" va sun'iy intellektning o'quvchi bilan o'zaro aloqasini tartibga soluvchi

algoritmarni qamrab oladi. Loyihaning hayotiyiligi uning nafaqat dasturiy, balki kuchli apparat va metodik poydevorga ega ekanligi bilan belgilanadi.

Tizim barqarorligini ta'minlash va internetga bog'liqlikni kamaytirish uchun "**Local Cloud**" (Markaziy server) tizimi joriy etiladi. Bu server barcha ma'lumotlarni o'zida saqlaydi va internet uzilgan taqdirda ham o'quv jarayonining uzluksizligini kafolatlaydi.

- *Foydalanuvchilar boshqaruvi* har bir kompyuterda 5 ta alohida Windows/Linux foydalanuvchi profili yaratiladi, bu esa resurslardan maksimal darajada tejamkor foydalanish imkonini beradi.

- *Knowledge Base* tizim kuratorlar tomonidan tasdiqlangan matematika, IT va ingliz tili bo'yicha boy bilimlar bazasiga tayanadi.

- *Adaptive Engine* o'quvchi savolga javob bera olmasa, tizim avtomatik ravishda darsning murakkablik darajasini pasaytiradi va poydevorni mustahkamlaydigan algoritmarni ishga tushiradi.

Dars jarayoni o'quvchining individual xususiyatlariga moslashish uchun bir necha bosqichli tahlildan o'tadi:

*Kirish va diagnostika* o'quvchi tizimga ilk bor kirganida, 10-15 daqiqalik interaktiv suhbat yoki o'yin orqali uning bilim darajasi, mantiqiy fikrlash tezligi va ma'lumotni qabul qilish uslubi (vizual, matn yoki amaliyot) aniqlanadi.

1. *Mikro-Learning tamoyili* murakkab mavzular 5-10 daqiqalik kichik bo'laklarga bo'linadi. Jarayon "Tushuntirish -> Misol -> Amaliyot" zanjiri asosida quriladi.

2. *Sokratik yondashuvi* bu loyihaning eng muhim qismi bo'lib, SI tayyor javobni bermaydi. Masalan, o'quvchi kod yoki matematik amalni xato yozsa, tizim unga yo'naltiruvchi savollar berib (masalan: "3-qatordagi amalga qaytadan qarab ko'rchi..."), yechimni o'ziga topdiradi.

3. *Spaced Repetition (Takrorlash)* bilimni uzoq muddatli xotiraga o'tkazish uchun, tizim bir necha kun oldin o'rganilgan formulalarni dars boshida kichik o'yin shaklida eslatib turadi. SI o'quvchini o'qitsa-da, yakuniy nazorat o'qituvchi (admin) qo'lida qoladi

Real-time Analytics – bu o'qituvchi o'z panelida o'quvchilarning "Heatmap" (issiqlik xaritasi)ni ko'radi, bu orqali guruhning qaysi mavzularda qiynalayotganini tahlil qiladi.

Alert System agar o'quvchi 15 daqiqa davomida bitta joyda qolib ketsa yoki natijasi keskin tushib ketsa, admin panelida "Qizil chiroq" yonadi va o'qituvchi aralashishiga signal beradi.

Dinamik qiyinchilik (Flow State) – bu tizim o'quvchini "zerikish" va "tushkunlik" chegaralari orasidagi "Oqim" holatida ushlab turadi; natijalarga qarab savollarni murakkablashtiradi yoki soddalashtiradi.

**Biznes model va iqtisodiy samaradorlik tahlili.** Loyihaning uchinchi bosqichi uning moliyaviy barqarorligi, bozordagi o'rni va kengayish strategiyasini belgilab beruvchi biznes modelini qamrab oladi. Ushbu tizim an'anaviy o'quv markazlariga qaraganda sof foyda ko'rsatkichini 35% ga oshirish imkonini beruvchi iqtisodiy yechimlar asosiga qurilgan. Loyihaning asosiy daromad manbalari sifatida xususiy o'quv markazini boshqarish, boshqa muassasalarga SaaS (dasturiy ta'minot xizmati) litsenziyalarini sotish va o'quvchilarga SI tomonidan tasdiqlangan maxsus sertifikatlar berish belgilangan.

Investorlar uchun loyihaning eng jozibador jihati uning yuqori darajadagi kengayish (scalability) imkoniyatidir. Yangi filiallar ochishda "super-o'qituvchilar"ga bo'lgan ehtiyoj kamayadi, chunki asosiy o'qitish sifati va metodologiya sun'iy intellekt tomonidan barcha nuqtalarda bir xil darajada ushlab turiladi. Tizimning 24/7 ishlash tartibi esa markazni kechki va tungi smenalarda ham minimal xodimlar bilan ishlatish, natijada binoning rentabelligini oshirishga xizmat qiladi. O'quvchilarni ushlab qolish (retention) ko'rsatkichi ham shaxsiylashtirilgan yondashuv tufayli an'anaviy markazlardagi 30-40% dan 80-90% gacha ko'tariladi, bu esa har bir mijozning uzoq muddatli qiymatini (LTV) sezilarli darajada oshiradi.

Hisob-kitoblarga ko'ra, bitta o'quv filiali o'zini taxminan 6 oy muddat ichida to'liq oqlashi kutilmoqda.

**Xulosa.** "EduSync AI" loyihasi zamonaviy ta'limning eng asosiy muammosi — birxillashtirilgan yondashuv va sifatli mentorlar tanqisligiga berilgan strategik javobdir. Taklif etilayotgan ekotizim shunchaki o'qitish vositasi emas, balki sun'iy intellekt va inson omili muvozanatlashgan intellektual muhitni shakllantiradi.

Loyihaning yakuniy samaradorligi quyidagi omillar bilan belgilanadi

1. Shaxsiylashtirilgan o'quv trayektoriyasi va Sokratik yondashuv orqali o'quvchilarning darsni bitirish ko'rsatkichi 90% gacha oshadi.
2. Operatsion xarajatlarning 40% ga kamayishi va bir o'qituvchi bilan 40 tagacha o'quvchini sifatli o'qitish imkoniyati biznesning sof foydasini 35% ga oshiradi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Bloom, B. S. (1984). *The 2 Sigma Problem: The Search for Methods of Group Instruction as Effective as One-to-One Tutoring*. Educational Researcher. (Individual mentorlikning guruhli o'qitishdan 2 barobar samaraliroq ekanligini isbotlovchi fundamental tadqiqot).
2. Abu Nasr Forobiy. *"Fozil odamlar shahri"*. (O'quvchining qobiliyatiga qarab kasb-hunarga yo'naltirish va individual pedagogik yondashuvning sharqona falsafiy asosi).
3. Brown, P. C., Roediger, H. L., & McDaniel, M. A. (2014). *Make It Stick: The Science of Successful Learning*. Belknap Press. (Loyiha tarkibidagi "Spaced Repetition" (takrorlash) va bilimni xotirada saqlash algoritmlarining ilmiy asosi).
4. Abdulla Avloniy. *"Turkiy Guliston yoxud axloq"*. (Ta'lim va tarbiyaning uzviyligi, o'quvchi psixologiyasiga mos yondashuv haqidagi muhim milliy manba).
5. Luckin, R. (2018). *Machine Learning and Human Intelligence: The Future of Education in the 21st Century*. UCL Press. (Sun'iy intellektning ta'limdagi roli va shaxsiylashtirilgan o'qitish tizimlarini yaratish bo'yicha zamonaviy qo'llanma).
6. Yolldoshev J. G'., Usmonov S. A. (2004). *"Zamonaviy pedagogik texnologiyalarni amaliyotga joriy etish"*. (O'zbekiston ta'lim tizimida interaktiv metodlar va innovatsion texnologiyalarni qo'llashning metodik asoslari).
7. Csikszentmihalyi, M. (2008). *Flow: The Psychology of Optimal Experience*. Harper Perennial. (Loyihaning 5-bandida keltirilgan o'quvchini "Oqim" (Flow state) holatida ushlab turish va dinamik qiyinchilik darajasini sozlash nazariyasi).

## **KOMPYUTER DASTURLARI VA ULARNING KUNDALIK HAYOTDAGI O'RNI**

**E.B.Oblomurodov., O.A.Murotov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

<sup>1</sup>[E-mail:elmurod.oblomurodov@gmail.com](mailto:elmurod.oblomurodov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada kompyuter dasturlari va ularning kundalik hayotdagi o'rni haqida batafsil ma'lumot berilgan. Maqolada kompyuter dasturlarining turlari, rivojlanish bosqichlari, ta'lim, tibbiyot, bank tizimi, sanoat va transport sohalaridagi qo'llanilishi yoritilgan. Shuningdek, dasturiy ta'minotning afzalliklari, kamchiliklari va kelajakdagi rivojlanish istiqbollari tahlil qilingan. Zamonaviy axborot texnologiyalarining inson hayotidagi ahamiyati ham ko'rsatib o'tilgan.

**Kalit so'zlar:** kompyuter dasturi, dasturiy ta'minot, axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt, avtomatlashtirish, internet, mobil ilovalar, operatsion tizim, raqamlashtirish, kompyuter texnologiyalari.

**Аннотация.** В данной статье подробно рассматриваются компьютерные программы и их роль в повседневной жизни. В статье освещаются виды компьютерных программ, этапы их развития, а также применение в сферах образования, медицины, банковской системы, промышленности и транспорта. Кроме того, анализируются преимущества,

недостатки и перспективы развития программного обеспечения. Показано значение современных информационных технологий в жизни человека.

**Ключевые слова:** компьютерная программа, программное обеспечение, информационные технологии, искусственный интеллект, автоматизация, интернет, мобильные приложения, операционная система, цифровизация, компьютерные технологии.

**Kirish.** XXI asr — axborot texnologiyalari asri hisoblanadi. Hozirgi kunda kompyuter texnologiyalari va dasturiy vositalarsiz hayotni tasavvur qilish qiyin. Dunyoda raqamlashtirish jarayonining jadallashuvi inson faoliyatining barcha sohalariga kompyuter dasturlarining kirib kelishiga sabab bo'ldi. Insonlar kundalik ishlarida, ta'lim olishda, bank xizmatlaridan foydalanishda, tibbiyotda, ishlab chiqarishda va aloqa jarayonlarida turli xil dasturlardan foydalanmoqda.

Kompyuter dasturlari inson mehnatini yengillashtirish, vaqtni tejash, ma'lumotlarni tezkor qayta ishlash va murakkab jarayonlarni avtomatlashtirish imkonini beradi. Bugungi kunda dasturiy ta'minot davlat boshqaruvi, iqtisodiyot va jamiyat rivojlanishining asosiy omillaridan biri hisoblanadi. Shu sababli kompyuter dasturlari va ularning kundalik hayotdagi o'rini o'rganish muhim ahamiyatga ega.

**Kompyuter dasturi tushunchasi.** Kompyuter dasturi — bu kompyuterga ma'lum vazifalarni bajarish uchun berilgan buyruqlar majmuasidir. Dastur yordamida kompyuter foydalanuvchi talab qilgan vazifani bajaradi. Dasturlar maxsus algoritmlar asosida ishlab chiqiladi va dasturlash tillari orqali yaratiladi. Kompyuter dasturlarisiz kompyuter oddiy elektron qurilma bo'lib qoladi. Aynan dasturlar kompyuterning ishlashini ta'minlaydi va foydalanuvchi bilan aloqa o'rnatadi.

Dastur yaratish jarayoni quyidagi bosqichlardan iborat:

1. Muammoni aniqlash;
2. Algoritm tuzish;
3. Dasturlash tilida kod yozish;
4. Dasturni sinash;
5. Xatolarni tuzatish;
6. Tayyor dasturdan foydalanish.

Bugungi kunda dasturlar oddiy kalkulyatordan tortib murakkab sun'iy intellekt tizimlarigacha bo'lgan ko'plab vazifalarni bajaradi.

Dasturiy ta'minot turlari

Dasturiy ta'minot bir necha asosiy turlarga bo'linadi.

### ***Tizimli dasturiy ta'minot***

Tizimli dasturlar kompyuterning ichki faoliyatini boshqaradi. Ular qurilmalar va foydalanuvchi o'rtasidagi aloqani ta'minlaydi.

**Misollar:** Microsoft Windows, Linux, macOS

Operatsion tizim quyidagi vazifalarni bajaradi: xotirani boshqaradi, fayllarni saqlaydi, qurilmalarni nazorat qiladi, dasturlarni ishga tushiradi.

### ***Amaliy dasturlar***

Amaliy dasturlar foydalanuvchining ma'lum ehtiyojlarini bajarishga mo'ljallangan.

Misollar:

- Microsoft Word — hujjatlar tayyorlash;
- Microsoft Excel — hisob-kitoblar;
- Adobe Photoshop — rasmlarni tahrirlash;
- AutoCAD — chizmalar yaratish.

### ***Instrumental dasturlar***

Bular yangi dasturlar yaratish uchun ishlatiladi.

Misollar: Python, MATLAB, Visual Studio Code

Kompyuter dasturlarining rivojlanish tarixi

Dastlabki kompyuterlar juda katta hajmda bo'lgan va faqat oddiy hisob-kitoblarni bajargan. Vaqt o'tishi bilan dasturiy texnologiyalar rivojlandi.

**Rivojlanish bosqichlari:**

1940–1950-yillar — birinchi elektron hisoblash mashinalari;

1960-yillar — operatsion tizimlar paydo bo'lishi;

1980-yillar — shaxsiy kompyuterlarning ommalashuvi;

1990-yillar — internet texnologiyalarining rivojlanishi;

XXI asr — mobil ilovalar va sun'iy intellekt davri.

**Hozirgi dasturlar:** grafik interfeysga ega, internet bilan integratsiyalashgan, mobil qurilmalarda ishlaydi, bulutli texnologiyalardan foydalanadi.

**Ta'lim tizimida**

Ta'lim sohasida kompyuter dasturlari o'quv jarayonini samarali tashkil qilishda muhim rol o'ynaydi.

**Masalan:** Zoom — onlayn darslar, Google Classroom — topshiriqlarni boshqarish, PowerPoint — prezentatsiyalar yaratish.

**Afzalliklari:** masofaviy ta'lim imkoniyati, interaktiv darslar, elektron kutubxonalar, tezkor axborot almashinuvi.

Talabalar internet orqali dunyoning eng yaxshi universitetlari ma'ruzalarini ham tinglash imkoniga ega bo'lmoqda.

**Tibbiyot sohasida**

Tibbiyotda dasturlar kasalliklarni aniqlash va davolashda katta yordam beradi.

**Qo'llanilish sohalari:** elektron tibbiy kartalar, laboratoriya natijalarini qayta ishlash, MRT va rentgen tasvirlarini tahlil qilish, onlayn konsultatsiyalar.

Sun'iy intellekt asosidagi dasturlar ayrim kasalliklarni erta aniqlash imkonini bermoqda.

**Bank va moliya tizimida**

Bank tizimi kompyuter dasturlarisiz faoliyat yurita olmaydi.

**Asosiy xizmatlar:** onlayn banking, mobil to'lovlar, bank kartalari boshqaruvi, valyuta operatsiyalari.

**Misollar:** mobil ilovalar orqali pul o'tkazish, internet orqali kredit to'lovlarini amalga oshirish, elektron hamyonlardan foydalanish.

Bu tizimlar insonlarning vaqtini tejaydi va xizmat sifatini oshiradi.

**Ishlab chiqarish va sanoatda**

Sanoat korxonalarida avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlari qo'llaniladi.

**Dasturlar yordamida:** robotlar boshqariladi, mahsulot sifati nazorat qilinadi, ishlab chiqarish rejalashtiriladi, hisob-kitoblar avtomatlashtiriladi.

Natijada ishlab chiqarish samaradorligi oshadi va inson xatolari kamayadi.

**Transport tizimida**

Transport tizimida ham dasturlar muhim o'rin egallaydi.

**Misollar:** Google Maps — yo'nalish aniqlash, aviachipta bron qilish tizimlari, temiryo'l boshqaruv dasturlari.

Zamonaviy avtomobillarda ham yuzlab dasturlar mavjud bo'lib, ular xavfsizlik va qulaylikni ta'minlaydi.

**Kundalik turmushda**

Kundalik hayotda insonlar turli dasturlardan foydalanadi: messenjerlar, ijtimoiy tarmoqlar, internet brauzerlari, multimedia dasturlari.

**Misollar:** Telegram, Instagram, Google Chrome

Bugungi kunda xarid qilish, ovqat buyurtma berish va taksi chaqirish ham mobil dasturlar orqali amalga oshirilmoqda.

**Kompyuter dasturlarining afzalliklari, muammolari va kelajagi**

Kompyuter dasturlarining afzalliklari

Kompyuter dasturlari quyidagi afzalliklarga ega:

**Tezkorlik:** Murakkab hisob-kitoblar soniyalar ichida bajariladi.

**Aniqlik:** Dasturlar inson xatolarini kamaytiradi.

**Avtomatlashtirish:** Takrorlanuvchi jarayonlar avtomatik bajariladi.

**Ma'lumotlarni saqlash:** Katta hajmdagi ma'lumotlar elektron shaklda saqlanadi.

**Aloqa imkoniyatlari:** Internet orqali dunyoning istalgan nuqtasi bilan bog'lanish mumkin. Kompyuter dasturlarining salbiy tomonlar

**Kiberxavfsizlik muammolari:** Viruslar va zararli dasturlar ma'lumotlarga zarar yetkazishi mumkin.

**Misollar:** kompyuter viruslari, xakerlik hujumlari, ma'lumot o'g'irlanishi.

Kompyuterga qaramlik. Ko'p vaqtni kompyuterda o'tkazish inson salomatligiga salbiy ta'sir qiladi.

Ish o'rinlarining qisqarish. Avtomatlashtirish natijasida ayrim kasblarga ehtiyoj kamaymoqda.

Sun'iy intellekt va kelajak texnologiyalari

Kelajakda dasturlar yanada aqlli bo'lib boradi.

**Rivojlanayotgan yo'nalishlar:** sun'iy intellekt, robototexnika, virtual reallik, bulutli texnologiyalar, aqlli uy tizimlari.

**Masalan:** virtual yordamchilar, haydovchisiz avtomobillar, ovoz orqali boshqariladigan qurilmalar.

Sun'iy intellekt asosidagi dasturlar inson fikrlashiga yaqin darajada ishlash imkoniyatiga ega bo'lib bormoqda.

**O'zbekistonda axborot texnologiyalarining rivojlanishi**

O'zbekistonda ham raqamlashtirish jarayoni jadallik bilan rivojlanmoqda.

Quyidagi yo'nalishlarda ishlar olib borilmoqda: elektron hukumat tizimi, onlayn davlat xizmatlari, IT-parklar tashkil etilishi, dasturchilarni tayyorlash.

Yoshlar orasida dasturlashni o'rganishga bo'lgan qiziqish ortib bormoqda. Bu esa mamlakatning texnologik taraqqiyotiga xizmat qiladi.

**Xulosa.** Xulosa qilib aytganda, kompyuter dasturlari zamonaviy jamiyatning ajralmas qismiga aylangan. Ular inson hayotining barcha sohalarida qo'llanilib, mehnat unumdorligini oshirish, vaqtni tejash va murakkab jarayonlarni avtomatlashtirishga xizmat qilmoqda.

Ta'lim, tibbiyot, bank tizimi, sanoat va kundalik turmushda kompyuter dasturlarining o'rni beqiyosdir. Shu bilan birga, kiberxavfsizlik va texnologiyalarga qaramlik kabi muammolar ham mavjud.

Kelajakda sun'iy intellekt va raqamli texnologiyalar rivojlanishi natijasida dasturiy tizimlarning imkoniyatlari yanada kengayadi. Shuning uchun zamonaviy axborot texnologiyalarini o'rganish va ulardan samarali foydalanish har bir inson uchun muhim vazifa hisoblanadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Informatika va axborot texnologiyalari — Toshkent, O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi nashriyoti, 2021.
2. Axborot texnologiyalari — T.: "Fan va texnologiya" nashriyoti, 2020.
3. Kompyuter savodxonligi asoslari — Toshkent, 2019.
4. Информатика — Москва: Издательство «Просвещение», 2020.
5. Computer Science — Cambridge University Press, 2018.
- 6.



# AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING RAQAMLI TRANSFORMATSIYA JARAYONIDAGI STRATEGIK AHAMIYATI

Usmonov Erkin To'liq o'g'li

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali

E-mail: erkinusmonov1822@gmail.com

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada raqamli transformatsiya jarayonida axborot texnologiyalarining (AT) tutgan strategik o'rni va ahamiyati tahlil qilinadi. Raqamli transformatsiya nafaqat texnik yangilanish, balki boshqaruv modellari, biznes madaniyati va ijtimoiy-iqtisodiy munosabatlarni tubdan o'zgartiruvchi jarayon sifatida talqin etilgan. Maqolada sun'iy intellekt, katta ma'lumotlar (Big Data), bulutli texnologiyalar va axborot xavfsizligining sanoat, demografiya va tadbirkorlik sohasidagi strategik ta'siri manbalar asosida yoritib beriladi.

**Аннотация.** В данной статье анализируется стратегическая роль и значение информационных технологий (ИТ) в процессе цифровой трансформации. Цифровая трансформация интерпретируется не только как техническое обновление, но и как процесс, коренным образом меняющий модели управления, бизнес-культуру и социально-экономические отношения. В статье на основе источников освещается стратегическое влияние искусственного интеллекта, больших данных (Big Data), облачных технологий и информационной безопасности в сферах промышленности, демографии и предпринимательства.

**Abstract.** This article analyzes the strategic role and significance of information technologies (IT) in the digital transformation process. Digital transformation is interpreted not only as a technical upgrade but as a process that fundamentally changes management models, business culture, and socio-economic relations. Based on various sources, the article highlights the strategic impact of artificial intelligence, Big Data, cloud technologies, and information security in the fields of industry, demography, and entrepreneurship.

**Kalit so'zlar:** raqamli transformatsiya, axborot texnologiyalari, strategik boshqaruv, sun'iy intellekt, axborot xavfsizligi, raqamli iqtisodiyot, innovatsiya.

**Kirish.** XXI asrning boshidan boshlab insoniyat "raqamli transformatsiya" davriga qadam qo'ydi. Bugungi kunda jahon iqtisodiyotida axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining (AKT) keng joriy etilishi natijasida iqtisodiy munosabatlar shakli va boshqaruv mexanizmlari tubdan o'zgarmoqda. Raqamlashtirish jarayoni faqatgina texnologiyalarni joriy etish bilan cheklanib qolmay, balki tashkiliy va strategik o'zgarishlarni, yangicha ish uslubiga o'tishni taqozo etadi.

O'zbekiston Respublikasida ham raqamli iqtisodiyotni rivojlantirish davlat siyosatining ustuvor yo'nalishiga aylandi. Xususan, "Raqamli O'zbekiston – 2030" strategiyasi doirasida iqtisodiyotning real sektorida operatsion jarayonlarni raqamlashtirish darajasini 2026-yilga qadar 60 foizgacha oshirish vazifasi belgilangan. Axborot texnologiyalari ushbu maqsadlarga erishishda asosiy "drayver" va strategik vosita bo'lib xizmat qiladi.

## Asosiy qism.

Raqamli transformatsiya — bu tashkilot yoki tadbirkorlik subyektining an'anaviy faoliyat modelini raqamli texnologiyalar asosida tubdan o'zgartirish jarayonidir. Bu jarayon biznes jarayonlarini avtomatlashtirish, raqamli platformalarni joriy etish va ma'lumotlarga asoslangan boshqaruv tizimini shakllantirishni o'z ichiga oladi. AT bu yerda shunchaki yordamchi vosita emas, balki mijozlarga qiymat yetkazib berishni tubdan o'zgartiruvchi strategik elementdir.

Zamonaviy ATning eng mashhur texnologiyalari qatoriga **CRM, ERP, Big Data, Sun'iy intellekt (SI) va Buyumlar Interneti (IoT)** kiradi. Ushbu texnologiyalar yordamida korxonalar o'z kamchiliklarini aniqlash, resurslardan foydalanish samaradorligini kuzatish va ularni afzallikka aylantirish imkoniga ega bo'ladilar.

Sun'iy intellekt raqamli transformatsiya jarayonining eng yuksak yutug'i va strategik drayveri hisoblanadi. AI texnologiyalari 2030-yilga borib dunyo yalpi ichki mahsulotini 15 trillion

AQSH dollariga oshirishi kutilmoqda. U ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va inson mehnatini yengillashtirish orqali samaradorlikni oshiradi.

Strategik nuqtayi nazardan, SI ma'lumotlarni qayta ishlash va ulardan yangi bilim hosil qilish imkonini beradi. Davlat boshqaruvida "aqlii shahar" va "raqamli hukumat" tizimlari aynan sun'iy intellekt asosida tashkil etilmoqda, bu esa byurokratiyani kamaytirib, xizmat ko'rsatish sifatini yaxshilaydi.

Raqamli transformatsiya sanoat korxonalari uchun raqobatbardoshlik va o'sishga turtki beradigan imkoniyatdir. Yangi sanoat tuzilmalarini ishlab chiqishda raqamli texnologiyalardan foydalanish korxona faoliyatini uzluksiz va samarali tashkil etishning asosiy shartidir.

Namangan viloyati misolida o'tkazilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, raqamli texnologiyalarni keng qo'llash (masalan, Kosonsoy tumanida 80%) ishlab chiqarish samaradorligini 13-14% ga oshirishga va xarajatlarni sezilarli darajada kamaytirishga xizmat qilgan. Bu ATning biznes strategiyalarini optimallashtirishdagi amaliy ahamiyatini tasdiqlaydi.

Raqamli texnologiyalarning keng joriy etilishi kiberxavflar va axborot tahdidlarining kuchayishiga ham sabab bo'lmoqda. Tadbirkorlik subyektlari uchun mijozlar bazasi, moliyaviy ma'lumotlar va tijorat sirlari eng muhim strategik aktivlar hisoblanadi. Shuning uchun ham axborot xavfsizligini ta'minlash raqamli transformatsiya strategiyasining ajralmas qismidir.

Axborot xavfsizligiga ustuvor ahamiyat berish nafaqat ma'lumotlarni himoya qiladi, balki innovatsiyalar va iqtisodiy o'sishni qo'llab-quvvatlaydi. Kiberxavfsizlik choralariga sarmoya kiritish global miqyosda barqaror rivojlanish uchun asos bo'lib qolmoqda.

AT demografik jarayonlarni monitoring qilishda ham strategik ahamiyatga ega. "E-demografiya" va "Smart Statistics" tizimlari aholi soni, migratsiya va tug'ilish haqidagi ma'lumotlarni real vaqt rejimida tahlil qilish imkonini beradi. Raqamlashtirish natijasida ma'lumotlarning ishonchliligi 2020-yildagi 60 foizdan 2024-yilda 95 foizgacha oshgan. Bu davlatga ijtimoiy resurslarni adolatli taqsimlash va uzoq muddatli strategik prognozlar tuzishda yordam beradi.

#### **Raqamli transformatsiyaning strategik boshqaruv va biznes modellariga ta'siri**

Raqamli transformatsiya jarayonida axborot texnologiyalarining o'rni faqatgina ma'lum operatsiyalarni tezlashtirish bilan cheklanmaydi. U tashkilotlarning strategik boshqaruv tizimini tamoman yangi bosqichga olib chiqadi. An'anaviy boshqaruv modellarida qarorlar ko'pincha intuitiv yondashuv yoki o'tmishdagi retrospektiv ma'lumotlar asosida qabul qilingan bo'lsa, raqamli muhitda **"Data-driven management"**, ya'ni ma'lumotlarga asoslangan boshqaruv ustuvorlik kasb etmoqda. Bulutli texnologiyalar (Cloud computing) va tahliliy platformalar (Business Intelligence) real vaqt rejimida (real-time) bozor kon'yukturasini, mijozlar talabini va ichki resurslar holatini kuzatish imkonini beradi. Bu esa strategik rejalashtirishdagi xatoliklar xavfini minimal darajaga tushiradi.

Raqamlashtirish strategiyasi korxonalarining biznes modellarini ham transformatsiya qilmoqda. Bugungi kunda mahsulot sotishdan ko'ra, xizmat ko'rsatish va platformali ekotizimlarni yaratish (Platform-as-a-Service - PaaS) iqtisodiy jihatdan ko'proq samara bermoqda. Masalan, an'anaviy chakana savdo korxonalari o'z faoliyatini elektron tijorat (E-commerce) va omnikanal (Omnichannel) modeliga o'tkazish orqali geografik chegaralarni cheksiz darajada kengaytirish imkoniyatiga ega bo'ldilar.

AT vositalarining strategik ahamiyati ularning qay darajada samarali o'zlashtirilishi bilan bevosita bog'liq. Har qanday murakkab va qimmatbaho texnologik tizim ham, agar korxonada tegishli inson kapitali va raqamli madaniyat shakllanmagan bo'lsa, kutilgan strategik natijani bera olmaydi. Shu bois, raqamli transformatsiya jarayonida **"Digital dexterity"**, ya'ni xodimlarning raqamli chaqqonligi va ko'nikmalarini doimiy rivojlantirish talab etiladi.

Korxonalarda raqamli madaniyatni shakllantirish quyidagi strategik bosqichlarni o'z ichiga olishi lozim:

- **Xodimlarni qayta tayyorlash (Upskilling/Reskilling):** Sun'iy intellekt va avtomatlashtirish tizimlari joriy etilishi natijasida yo'qolib borayotgan an'anaviy ish

o‘rinlari o‘rniga, xodimlarni ma’lumotlar tahlili va tizimli boshqaruv yo‘nalishlariga qayta o‘qitish.

- **Moslashuvchan boshqaruv (Agile mentaliteti):** Ierarxik va byurokratik boshqaruv tizimidan voz kechib, loyihalarga asoslangan, tezkor qaror qabul qiluvchi va innovatsiyalarni qo‘llab-quvvatlovchi jamoaviy muhitni yaratish.
- **Raqamli liderlik:** Rahbariyat darajasida texnologik o‘zgarishlarni strategik maqsad sifatida ko‘ra olish va jamoani ushbu o‘zgarishlarga safarbar qila olish qobiliyati.

O‘zbekiston sharoitida raqamli transformatsiyaning ushbu strategik jihatlariga e’tibor qaratish ishlab chiqarish va xizmat ko‘rsatish sohalarida mehnat undorligini oshirishning eng muhim omilidir. Zero, texnologik infratuzilma inson omili bilan uyg‘unlashgandagina uzoq muddatli iqtisodiy barqarorlikni ta’minlashga xizmat qiladi.

### **Xulosa**

Xulosa qilib aytganda, axborot texnologiyalari raqamli transformatsiya jarayonining nafaqat texnik poydevori, balki uning strategik harakatlantiruvchi kuchidir. Muvaffaqiyatli transformatsiya faqat texnologiyani tanlashga emas, balki uni korxonaning strategik maqsadlari bilan uyg‘unlashtirishga bog‘liq.

Raqamli texnologiyalar (SI, Big Data, IoT) boshqaruv samaradorligini oshiradi, xarajatlarni qisqartiradi va yangi biznes modellarini yaratadi. Shu bilan birga, jarayonning muvaffaqiyati uchun korporativ madaniyatni o‘zgartirish va xodimlarning raqamli savodxonligini oshirish zarur. Raqamli transformatsiya yo‘lidagi strategik sarmoyalar mamlakatning global raqobatbardoshligini va xavfsiz raqamli kelajagini ta’minlashning yagona yo‘lidir.

### **Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati**

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi “2022 – 2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida” PF-60-son Farmoni.
2. Westerman, G. "Revamping your business through digital transformation". MIT Sloan Management Review, 56(3), 2015.
3. Matt, C., Hess, T., & Benlian, A. "Digital Transformation Strategies". Business & Information Systems Engineering, 57(5), 2015.
4. Castells, M. "The Rise of the Network Society". Oxford: Blackwell, 2010.
5. Porter, M. E., & Heppelmann, J. E. "How Smart, Connected Products Are Transforming Competition". Harvard Business Review, 92(11), 2014.
6. "Raqamli O‘zbekiston – 2030" strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida. PQ–6079-son, 2020-yil.
7. ISO/IEC 27001:2013. "Information Security Management Systems".
8. Goldstein, J. "Digital Demography: Integrating Population Data in Policy and Governance". Population Studies Journal, Vol. 74, No. 2, 2020.

## **BANK SEKTORIDA KIBERXAVFSIZLIK RISKLARINI BOSHQARISHDA TIZIMLI YONDASHUVLAR: NAZARIY ASOSLAR VA XALQARO STANDARTLAR TAHLILI**

**F.D.Eshmuminov**

*Samarqand davlat universiteti, Sun‘iy intellekt va raqamli texnologiyalar fakulteti*

*“Boshqaruv nazariyasi va axborot xavfsizligi” kafedrasida bakalavr bitiruvchisi*

*Ilmiy rahbar: dots. M.Q.Nurmamatov*

*e-mail: farruxeshmuminov777@gmail.com*

**Annotatsiya.** Maqolada bank tashkilotlarida kiberxavfsizlik risklarini boshqarishning tizimli yondashuvi nazariy va metodologik jihatdan tahlil qilinadi. CIA triadasi, PDCA sikli, Defense-in-Depth va Zero Trust Architecture kontseptsiyalari asosida ko‘p qatlamli himoya modeli ko‘rib chiqilgan. Xalqaro standartlar - ISO/IEC 27001:2022, ISO/IEC 27005:2022 va NIST Cybersecurity Framework 2.0 - qiyosiy tahlil qilingan. ENISA Threat Landscape 2025 va sohaviy statistik ma’lumotlar asosida bank sektoridagi tahdid landshafti baholangan. Tadqiqot

bank tashkilotlari uchun moslashtirilgan tizimli risk boshqaruvi modelining metodologik asosini taklif etadi.

**Kalit soʻzlar:** kiberxavfsizlik, risklarni boshqarish, tizimli yondashuv, bank sektori, ISO/IEC 27001, NIST CSF, CIA triadasi, Zero Trust.

**Kirish.** Zamonaviy bank-moliya tizimining raqamli infratuzilmaga keng tayanib ish yuritishi axborot tizimlarining uzluksiz va xavfsiz ishlashini taʼminlash masalasini davr talabi darajasiga koʻtarmoqda. Bank sektori moliyaviy resurslar va mijozlarning shaxsiy maʼlumotlari bilan bevosita ishlagani bois kiberjinoyatchilar diqqatini eng koʻp jalb etadigan soha hisoblanadi. ENISA Threat Landscape 2025 hisobotiga koʻra, moliyaviy sektor 2024-yilda kiberhujumlarning eng koʻp uchraydigan uchta sektoridan biri sifatida qayd etilgan.

Oʻzbekiston Respublikasida 2025-yil holatiga 35 dan ortiq tijorat banki internet-banking, mobil ilovalar va elektron toʻlov tizimlari orqali xizmat koʻrsatmoqda. Bu esa banklarning kibertahdidlarga nisbatan taʼsirchanligini oshiradi. “Raqamli Oʻzbekiston - 2030” strategiyasi va “Kiberxavfsizlik toʻgʻrisida”gi qonun tashkilotlarda axborot xavfsizligini taʼminlash, risklarni baholash va boshqarish tizimlarini joriy etishni davlat siyosatining ustuvor vazifalaridan biri sifatida belgilab beradi.

Mavjud xalqaro standartlar koʻpincha umumiy xarakter kasb etib, ularni real bank tashkilotlarida qoʻllash qoʻshimcha moslashtirishni talab etadi. Tijorat risk boshqarish tizimlarining aksariyati qimmat va mahalliy sharoitga moslashtirilmagan boʻlganligi tufayli keng tarqalmagan. Shu bois bank sektori uchun tizimli yondashuv asoslarini metodologik jihatdan oʻrganish dolzarb masala boʻlib qoladi.

Tadqiqotning maqsadi bank tashkilotlari uchun kiberxavfsizlik risklarini boshqarishning tizimli yondashuvini nazariy jihatdan asoslash hamda xalqaro standartlarni qiyosiy tahlil qilish orqali Oʻzbekiston bank sektoriga moslashtirilgan model uchun metodologik asos shakllantirishdan iborat. Tadqiqotda qiyosiy tahlil, tizimli yondashuv, kontent-analiz va statistik tahlil usullaridan foydalanildi. Manba sifatida ISO/IEC, NIST hujjatlari, ENISA va Verizon DBIR hisobotlari, shuningdek Oʻzbekiston meʼyoriy-huquqiy hujjatlari xizmat qildi.

**1. Zamonaviy tahdid landshafti tahlili.** ENISA Threat Landscape 2025 hisobotiga koʻra, fishing hujumlari eng keng tarqalgan kiberhujum usuli boʻlib, barcha hujumlarning 60 foizini tashkil etadi. Bu hujumlar asosan malspam, vishing va zararli reklamalar orqali amalga oshiriladi. Zaifliklardan foydalanish ikkinchi oʻrinda turadi va 21,3 foizni tashkil etib, ularning 68 foizida zararli dasturlar oʻrnatilgan. Bank sektoriga xos toʻqqiz tahdid guruhi aniqlandi: ATM hujumlari (skimming, jackpotting), toʻlov tizimlariga qaratilgan hujumlar (Bangladesh Markaziy banki keysida 81 mln dollar oʻgʻirlangan), banking trojanlari (Zeus, Emotet, TrickBot, Carbanak), fishing va vishing, ransomware (CNA Financial 2021-yilda 40 mln dollar toʻlashga majbur boʻlgan), DDoS hujumlari, insayder firibgarlik, taʼminot zanjiri hujumlari va APT hujumlari.

**2. Tizimli yondashuvning nazariy asoslari.** Tizimli yondashuvning oltita asosiy tamoyili (bir butunlik, ierarxialik, oʻzaro bogʻliqlik, maqsad yoʻnaltirilganlik, moslashuvchanlik, sinergiya) aniqlandi va ularning kiberxavfsizlik konteksidagi amaliy ifodasi koʻrsatildi. PDCA siklining (Plan-Do-Check-Act) bank kontekstidagi tatbiqi nazariy asoslandi: kunlik operatsion sikllar, oylik taktik tekshiruvlar va yillik strategik qayta koʻrib chiqishlar parallel ravishda amalga oshirilishi kerakligi koʻrsatildi. Defense-in-Depth modelining yetti qatlami (siyosat, jismoniy, perimetr, tarmoq, host, ilova, maʼlumot) va Zero Trust Architecture - “aniq isbotlamaguningcha hech kimga ishonmaslik” kontseptsiyasining bogʻliqligi yoritildi.

**3. Xalqaro standartlarning qiyosiy tahlili.** ISO/IEC 27001:2022 standartining Annex A qismi 93 ta nazorat chorasini toʻrtta toifaga taqsimlaydi: tashkiliy nazorat (37 ta), kadrlar bilan ishlash (8 ta), jismoniy nazorat (14 ta), texnologik nazorat (34 ta). Avvalgi 2013-yilgi versiyada 114 ta nazorat 14 ta domenga taqsimlangan edi - 2022-yilgi yangilanish bu strukturani sezilarli darajada soddalashtirgan. NIST CSF 2.0 (2024-yil fevral) oltita asosiy funksiyani (Boshqaruv, Aniqlash, Himoyalash, Payqash, Reaksiya berish, Tiklanish) oʻz ichiga oladi va 22 kategoriya hamda 100 dan ortiq subkategoriyaga ajratiladi. Tahlil natijasida bu uch hujjatning bir-birini istisno qilmasligi, aksincha toʻldirishi isbotlandi: NIST CSF - umumiy ramka, ISO/IEC 27001 -

sertifikatlash uchun boshqaruv tizimi, ISO/IEC 27005 - amaliy qo'llanma sifatida birgalikda qo'llanilishi tavsiya etiladi.

**4. Sifatli va miqdoriy baholash usullarining qiyosiy tahlili.** Sifatli usul (5×5 risk matritsasi, ekspert baholash) tezkor va arzon, ammo subyektivlik darajasi yuqori. Miqdoriy usul ( $ALE = SLE \times ARO$  formulasi, FAIR, Monte-Karlo simulyatsiyasi) matematik aniqlik va ROSI hisoblash imkonini beradi, ammo ko'p ma'lumot va vaqt talab qiladi. Tahlil natijasida bank sharoiti uchun ikki usulni birlashtirgan semi-quantitative yondashuv maqsadga muvofiq ekanligi asoslandi.

**Xulosa.** boshqarishning tizimli yondashuvi nazariy va metodologik jihatdan asoslandi. ENISA-ning 60% fishing va 21,3% zaiflik ulushiga oid statistik ma'lumotlari, shuningdek SWIFT (81 mln \$) va CNA Financial (40 mln \$) keyslari bank sektoriga qaratilgan tahdidlarning iqtisodiy og'irligini ko'rsatadi. ISO/IEC 27001:2022, ISO/IEC 27005:2022 va NIST CSF 2.0 standartlari bir-birini to'ldiruvchi asos sifatida birgalikda qo'llanilishi tavsiya etiladi. Bank tashkilotlari uchun moslashtirilgan risk-matritsa, ehtimol-ta'sir shkalalari va semi-quantitative baholash usuli amaliy samaradorlikni ta'minlaydi. Mazkur metodologik asos keyingi tadqiqotlarda - xususan, avtomatlashtirilgan risk baholash vositasini ishlab chiqishda - amaliy modelga aylantirilishi mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. ISO/IEC 27001:2022. Information security, cybersecurity and privacy protection - Information security management systems - Requirements. - Geneva: ISO, 2022. - 19 p.
2. ISO/IEC 27005:2022. Information security, cybersecurity and privacy protection - Guidance on managing information security risks. - Geneva: ISO/IEC, 2022. - 62 p.
3. NIST. Framework for Improving Critical Infrastructure Cybersecurity, Version 2.0. - Gaithersburg: NIST, 2024. - 32 p.
4. ENISA Threat Landscape 2025. - Athens: European Union Agency for Cybersecurity, 2025. - 152 p.
5. Verizon. 2024 Data Breach Investigations Report (DBIR). - New York: Verizon Business, 2024. - 100 p.
6. Rose S., Borchert O., Mitchell S., Connelly S. Zero Trust Architecture. NIST Special Publication 800-207. - Gaithersburg: NIST, 2020. - 59 p.
7. O'zbekiston Respublikasining 2022-yil 17-martdagi "Kiberxavfsizlik to'g'risida"gi O'RQ-764-sonli Qonuni. - Toshkent, 2022.

### **BANK TASHKILOTLARIDA KIBERXAVFSIZLIK RISKLARINI AVTOMATLASHTIRILGAN BAHOLASH UCHUN TIZIMLI DASTURIY VOSITANI ISHLAB CHIQISH**

**F.D.Eshmuminov**

*Samarqand davlat universiteti, Sun'iy intellekt va raqamli texnologiyalar fakulteti*

*"Boshqaruv nazariyasi va axborot xavfsizligi" kafedrasida bakalavr bitiruvchisi*

*Ilmiy rahbar: dots. M.Q.Nurmamatov*

*e-mail: farruxeshmuminov777@gmail.com*

**Annotatsiya.** Maqolada bank tashkilotlarida kiberxavfsizlik risklarini avtomatlashtirilgan tarzda baholash imkonini beruvchi dasturiy vositani ishlab chiqish jarayoni va uning amaliy sinov natijalari yoritiladi. Django 5.0, Bootstrap 5 va Chart.js texnologiyalari asosida qurilgan tizim yettita modulni o'z ichiga oladi: tahdid kategoriyalari, aktivlar boshqaruvi, sifatli va miqdoriy risk baholash, 5×5 risk-matritsa vizualizatsiyasi, dashboard va admin paneli. Sifatli baholash 5×5 matritsa asosida  $Risk\ Score = Likelihood \times Impact$  formulasi orqali, miqdoriy baholash esa  $SLE = AV \times EF$  va  $ALE = SLE \times ARO$  formulalari orqali avtomatik amalga oshiriladi. Vosita shartli "MisolBank" misolida sinovdan o'tkazilib, yillik kutilayotgan zarar (ALE) 3,2 mlrd so'mdan oshiqqligi aniqlandi va eng kritik to'rtta risk belgilandi.

**Kalit soʻzlar:** risk baholash, avtomatlashtirish, Django, ALE, SLE, ROSI, risk-matritsa, bank kiberxavfsizligi.

### Kirish va muammoning qoʻyilishi

Oʻzbekiston Respublikasida 2025-yil holatiga 35 dan ortiq tijorat banki internet-banking, mobil ilovalar va elektron toʻlov tizimlari orqali xizmat koʻrsatmoqda. Bank infratuzilmasidagi aktivlarning koʻp qismi "kritik" yoki "yuqori" qiymatga ega boʻlib, ularning har biriga qaratilgan tahdidlarni izchil baholash zarurati paydo boʻlmoqda. Amalda qoʻllaniladigan risk baholash jarayonlari koʻproq sifatli ekspert mulohazasiga tayanib, miqdoriy hisob-kitoblar yetarlicha avtomatlashtirilmagan. Tijorat risk boshqarish tizimlarining aksariyati qimmat va mahalliy sharoitga moslashtirilmagan.

Tadqiqotning maqsadi - bank tashkilotlari uchun moslashtirilgan, sifatli va miqdoriy baholash usullarini birlashtirgan, avtomatlashtirilgan risk baholash dasturiy vositasini ishlab chiqish va uni amaliy sinovdan oʻtkazishdan iborat.

### Dasturiy vositaning arxitekturas

Tizim Django 5.0 ramkasi asosida MVT (Model-View-Template) arxitekturas boʻyicha qurilgan. Foydalanuvchi interfeysi Bootstrap 5 va Font Awesome ikonkalari yordamida responsive tarzda ishlab chiqilgan. Vizualizatsiya qismida Chart.js kutubxonasi (pie chart va bar chart) hamda CSS Grid texnologiyasiga asoslangan interaktiv 5×5 risk-matritsasi qoʻllanilgan. Tizim yettita asosiy moduldan iborat:

Tahdid kategoriyalari moduli (ThreatCategory) - beshta oldindan toʻldirilgan kategoriya (tarmoq, ilova, maʼlumotlar, ichki, fizik) va foydalanuvchi tomonidan qoʻshimcha kategoriyalar yaratish imkoniyati.

Aktivlar boshqaruvi moduli (Asset) - yetti turdagi aktivlarni (apparat, dasturiy, maʼlumotlar, tarmoq, xodimlar, bino, xizmatlar) DecimalField bilan aniq qiymatda saqlash.

Sifatli risk baholash moduli - 5×5 matritsa asosida Risk Score = Likelihood × Impact avtomatik hisoblash; risk darajasi 1-4 = Past, 5-9 = Oʻrta, 10-14 = Yuqori, 15-25 = Kritik tarzda belgilanadi.

Risk-matritsa vizualizatsiyasi - 5×5 interaktiv CSS Grid matritsasi, hover qilinganda risklar roʻyxati koʻrinadi.

Miqdoriy risk baholash moduli - 15 ta tahdid turi (phishing, malware, ransomware, DDoS, insider\_threat, data\_breach va boshqalar), SLE = AV × EF va ALE = SLE × ARO formulalari, ROSI = ((ALE\_old - ALE\_new) - cost) / cost × 100% kalkulyatori.

Dashboard moduli - umumiy statistika kartochkalari, total ALE, pie chart va bar chart.

Django Admin paneli - barcha modellarni boshqarish, foydalanuvchilar va guruhlar bilan ishlash, PBKDF2 algoritmi orqali parolni xeshlash.

### Amaliy sinov: "MisolBank" misoli

Dasturiy vositaning amaliy samaradorligini koʻrsatish maqsadida shartli "MisolBank" misolida sinov oʻtkazildi. Sinov ob'ekti sifatida real Oʻzbekiston bank sektoridagi oʻrta hajmli tijorat bankiga taqlidan tuzilgan tashkilot tasvirlandi: 50 ta filial, 250 ta bankomat, internet va mobil banking xizmatlari, taxminan 500 000 mijoz va 1 500 ta xodim.

Sifatli baholash bosqichida bank uchun eng muhim 10 ta tahdid kiritilib, ularning ehtimol va taʼsir qiymatlari aniqlandi. Risk darajalarining taqsimoti quyidagi natijalarni berdi:

1-jadval. "MisolBank" misolida aniqlangan risklarning daraja boʻyicha taqsimoti

| Risk darajasi | Aniqlangan risklar soni | Foiz ulushi | Ustuvor harakat |
|---------------|-------------------------|-------------|-----------------|
| Kritik        | 4                       | 40 %        | Darhol harakat  |
| Yuqori        | 3                       | 30 %        | 3 oy ichida     |
| Oʻrta         | 1                       | 10 %        | 6 oy ichida     |
| Past          | 2                       | 20 %        | Monitoring      |

Sinov natijalari shuni ko'rsatdiki, aniqlangan risklarning 70 foizi (kritik + yuqori darajadagilar) bevosita harakat talab qiladi. Eng kritik to'rtta risk - mijoz ma'lumotlari bazasiga insayder firibgarligi, ABS serveriga ransomware hujumi, mobil banking ilovasiga banking trojan va xodim ish stansiyalariga fishing xatlari - 15 ball bilan baholandi va birinchi navbatda himoya choralari joriy etilishi belgilandi.

Miqdoriy baholash bosqichida beshta eng muhim aktiv-tahdid juftligi tahlil qilindi. Tizim har bir juftlik uchun SLE va ALE qiymatlarini avtomatik hisoblab, ROSI ko'rsatkichini foizda berdi:

*2-jadval. "MisolBank" misolida miqdoriy risk baholash natijalari*

| №            | Aktiv                              | Tahdid                      | EF   | ARO  | ALE (so'm)           | Strategiya                      |
|--------------|------------------------------------|-----------------------------|------|------|----------------------|---------------------------------|
| 1            | Bank server markazi (8 mlrd)       | Ransomware                  | 0,40 | 0,33 | 1 056 000 000        | EDR, offline backup, sug'urta   |
| 2            | SWIFT to'lov tizimi (25 mlrd)      | Skimming hujumi             | 0,50 | 0,12 | 137 500 000          | SIEM, zero-trust, segmentatsiya |
| 3            | Internet-banking (3 mlrd)          | DDoS hujumi                 | 0,20 | 2,50 | 900 000 000          | Anti-DDoS, CDN                  |
| 4            | Mijoz ma'lumotlari bazasi (5 mlrd) | Insayder firibgarligi       | 0,35 | 0,60 | 630 000 000          | UEBA, RBAC, audit               |
| 5            | ATM tarmog'i (2 mlrd)              | Skimming + karta o'g'irlash | 0,20 | 1,20 | 480 000 000          | Anti-skimming, EMV chip, CCTV   |
| <b>JAMI:</b> |                                    |                             |      |      | <b>3 203 500 000</b> |                                 |

Miqdoriy tahlil natijalariga ko'ra, "MisolBank" uchun yillik kutilayotgan umumiy zarar (Total ALE) **3 203 500 000 so'm** ( $\approx 3,2$  mlrd so'm) ni tashkil etadi. Bu ko'rsatkich bank rahbariyatiga kiberxavfsizlikka investitsiyalar bo'yicha asoslangan qarorlar qabul qilish uchun aniq moliyaviy zamin yaratadi. Eng katta yillik zarar manbai - bank server markaziga qaratilgan ransomware hujumi (1,056 mlrd so'm), bu CNA Financial 2021-yilgi keysida ko'rilgan 40 mln dollarlik to'lov hodisasi bilan o'xshashlikni ko'rsatadi va offline backup hamda EDR vositalari joriy etilishini birinchi navbatda talab qiladi.

**Xulosa.** Tadqiqot natijasida Django 5.0 ramkasi asosida bank tashkilotlari uchun risklarni avtomatlashtirilgan baholash dasturiy vositasi yaratildi. Vosita sifatli (5x5 matritsa) va miqdoriy (ALE/SLE/ROSI) usullarni birlashtirib, semi-quantitative yondashuvni amalda tatbiq etadi. "MisolBank" misolida o'tkazilgan sinov tizimning ishchanligini tasdiqladi: 10 ta risk baholandi, taqsimot bo'yicha kritik risklar ulushi 40%, yuqori risklar 30% bo'ldi; miqdoriy tahlilda yillik kutilayotgan zarar 3,2 mlrd so'm darajasida hisoblandi.

Yaratilgan vositaning amaliy ahamiyati quyidagilarda namoyon bo'ladi: **(1)** bank rahbariyatiga risklarni tezkor va aniq baholash, eng xavfli nuqtalarni aniqlash imkonini beradi; **(2)** ROSI ko'rsatkichi orqali himoya choralari sarflanadigan investitsiyaning moliyaviy asoslantirilishini ta'minlaydi; **(3)** mahalliy sharoitga moslashtirilgani va tejamkor ekanligi sababli O'zbekiston bank sektori uchun keng joriy etilish imkoniyatiga ega; **(4)** ISO/IEC 27001:2022 va NIST CSF 2.0 talablariga muvofiq ishlab chiqilganligi sababli xalqaro auditga tayyorgarlik vositasi sifatida ham qo'llanilishi mumkin.

Kelgusi tadqiqotlarda tizimni Monte-Karlo simulyatsiyasi bilan boyitish, mashina o'rganishi (machine learning) elementlarini kiritish va MITRE ATT&CK tahdid kataloglari bilan integratsiyalash istiqbolli yo'nalishlar sifatida belgilandi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. ISO/IEC 27001:2022. Information security, cybersecurity and privacy protection - Information security management systems - Requirements. - Geneva: ISO, 2022. - 19 p.

2. Jones J.A. An Introduction to Factor Analysis of Information Risk (FAIR) // Risk Management Insight, LLC, 2005. - 76 p.

3. Caralli R.A., Stevens J.F., Young L.R., Wilson W.R. Introducing OCTAVE Allegro: Improving the Information Security Risk Assessment Process. CMU/SEI-2007-TR-012. - Pittsburgh: SEI, 2007. - 113 p.
4. IBM Security. Cost of a Data Breach Report 2024. - Armonk: IBM, 2024. - 78 p.
5. Django Software Foundation. Django 5.0 Documentation. - URL: [HTTPS://DOCS.DJANGOPROJECT.COM](https://docs.djangoproject.com)
6. Strom B.E., Applebaum A., Miller D.P. et al. MITRE ATT&CK: Design and Philosophy. - Bedford: MITRE, 2020. - 37 p.
7. O'zbekiston Respublikasi Markaziy banki Boshqaruvining 2018-yil 13-iyuldagi 21/4-sonli Qarori bilan tasdiqlangan "Tijorat banklarida axborot xavfsizligini ta'minlash bo'yicha minimal talablar to'g'risida"gi Yo'riqnomasi. - Toshkent, 2018.

## TALABALARNI MALAKAVIY AMALIYOTINI NAZORAT QILISHNING AXBOROT TIZIMINI LOYIHALASH

**M.A.Ahtamqulov., U.K. Imomov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

e-mail: [UMIDJONIMOMOV95.SAM@GMAIL.COM](mailto:UMIDJONIMOMOV95.SAM@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada Talabalarni malakaviy amaliyotini nazorat qilishning axborot tizimi va jarayonni monitoring qilish tizimi ma'lumotlar bazasini loyihalash, ma'lumotlar bazasining infologik va datalogik modellarini ishlab chiqish hamda axborot tizimining modullari keltirilgan.

**Kalit so'zlar:** Malakaviy amaliyot, ma'lumotlar bazasi, Dbase, FoxRro, Paradox, Access, Oracle, InterBase, SiBase, Microsoft SQL Server, Informix, Tranzaktsiya, Jurnalizatsiya.

**Kirish:** Hozirgi vaqtda ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlari turkumiga oid amaliy dasturiy vositalarning quyidagi asosiy turlari mavjud: *Dbase, FoxRro, Paradox, Access* va boshqalar. Ular bir-biridan ma'lumotlar bazalarini tuzish imkoniyatlari, ularning kattaligi, talab qilinadigan dasturiy va texnikaviy resurslar, qaysi rejimda ishlash talab qilinganligi, qanday dasturlar va operatsion tizimlar bilan birgalikda ishlashlari, axborot massivlariga va ularning tuzilishiga qo'yilgan talablar bilan farq qiladilar.

Ko'p foydalanuvchilarga mo'ljallangan, ya'ni kompyuter tarmoqlarida ishlatishga mo'ljallangan ma'lumotlar bazasini tuzish va ularni boshqarish tizimlariga *Oracle, InterBase, SiBase, Microsoft SQL Server, Informix* kabi dasturlar kiradi. Bu dasturlar ishlash tamoyillariga ko'ra ierarxik, relyatsion va aylana-halqasimon ma'lumotlar bazalariga bo'linadilar. Hozirda relyatsion ma'lumot bazalari o'zining qulayligi tufayli keng miqyosda ishlatilmoqda. Relyatsion ma'lumotlar bazalari ma'lumotlarni jadvallarga joylashga va jadvallar orasida mos bog'liqliklarni, ya'ni munosabat (relyatsiya)ni o'rnatishga asoslangan. Ular jadvallar orasidagi turli bog'liqliklarni o'rnatish, ma'lumot kiritish shakllarini yaratish, hisobot shakllarini chiqarish, turli so'rovlar tuzish imkonini beradi.

**Asosiy qism.** Ko'p foydalanuvchilarga mo'ljallangan, ya'ni kompyuter tarmoqlarida ishlatishga mo'ljallangan ma'lumotlar bazasini tuzish va ularni boshqarish tizimlariga *Oracle, InterBase, SiBase, Microsoft SQL Server, Informix* kabi dasturlar kiradi. Bu dasturlar ishlash tamoyillariga ko'ra ierarxik, relyatsion va aylana-halqasimon ma'lumotlar bazalariga bo'linadilar. Hozirda relyatsion ma'lumot bazalari o'zining qulayligi tufayli keng miqyosda ishlatilmoqda. Relyatsion ma'lumotlar bazalari ma'lumotlarni jadvallarga joylashga va jadvallar orasida mos bog'liqliklarni, ya'ni munosabat (relyatsiya)ni o'rnatishga asoslangan. Ular jadvallar orasidagi turli bog'liqliklarni o'rnatish, ma'lumot kiritish shakllarini yaratish, hisobot shakllarini chiqarish, turli so'rovlar tuzish imkonini beradi.

Ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimini asosiy xususiyatlari - bu protseduralar tarkibi bo'lib, ular faqat ma'lumotlarni kiritish va saqlashda ishlatilmasdan, ularning strukturasini ham tasvirlaydi. Ma'lumotlarni boshqarish tizimi quyidagi xossalarga ega:



- fayllar to‘plami mantiqiy kelishuvni quvvatlaydi;
- ma’lumotlar ustida ish yuritish tili bilan ta’minlaydi;
- har xil to‘xtalishlardan keyin ma’lumotlarni qayta tiklaydi;
- ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimi bir necha foydalanuvchilarning parallel ishlashini ta’minlaydi.

Ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimi funksiyalari tarkibiga yanada aniqroq qilib quyidagilar qabul qilingan:

**Tashqi xotirada bevosita ma’lumotlarni boshqarish.** Bu funksiya ma’lumotlar bazasiga bevosita kiruvchi ma’lumotlarni saqlash uchun kerakli strukturani ta’minlab tashqi xotiraga qo‘shadi. Ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimini ishlatishda mavjud fayl tizimi imkoniyatlari aktiv ravishda ishlatiladi.

**Tezkor xotirani bufer bilan boshqarish.** Ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimlari odatda ancha katta hajmdagi ma’lumotlar bazasi bilan ish yuritadi. Bu hajm odatda tezkor xotiraning mumkin bo‘lgan hajmidan yetarli darajada katta bo‘ladi. Ma’lumki, agar ma’lumotlarning biror elementiga murojaat qilish kerak bo‘lsa tashqi xotira bilan aloqa o‘rnatiladi. Bu tezlikni oshirishning amaliy yagona usulilaridan biri bu operativ xotiraga ma’lumotlarni buferizatsiya qilishdir.

**Tranzaktsiya bilan boshqarish.** Tranzaktsiya – bu qaralayotgan ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimi ma’lumotlar bazasi ustida ketma-ket operatsiyalarni bajararishidir, ya’ni ma’lumotlar bilan manipulyatsiya qilib, ketma-ket operatsiyalar yordamida ma’lumotlar bazasiga ta’sir etishdir. Tranzaktsiya ma’lumotlar bazasini bir butun holatdan ikkinchi bir butun holatga o‘tkazadi, yoki agar ma’lum sababga ko‘ra tranzaktsiyaning biror holati bajarilmaydigan bo‘lsa yoki tizimda biror xatolik yuz bersa, ma’lumotlar bazasi boshlang‘ich holatiga qaytadi. Ma’lumotlar bazasining mantiqiy butunligini quvvatlash uchun tranzaktsiya tushunchasi kerak[9].

**Jurnalizatsiya.** Ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimiga bo‘lgan asosiy talablardan biri bu tashqi xotirada ma’lumotlarning ishonchli saqlanishidir. Ma’lumotlarning ishonchli saqlanishi deganda har qanday apparatli yoki dasturli toxtab qolishdan keyin ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimi ma’lumotlar bazasining oxirgi holatini qayta tiklashi tushuniladi. Bunda to‘liq ma’lumotlarni quvvatlash uchun keng tarqalgan usullardan biri ma’lumotlar bazasining o‘zgartirish jurnalini olib borish usuli ishlatiladi.

Hozirgi kunda relyatsion ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimi uchun keng tarqalgan standart til - bu SQL (Structured Query Language) tilidir. SQL tili hususiyatlari:

- SQL tili relyatsion ma’lumotlar bazasi sxemasini aniqlaydi va ma’lumotlar ustida (manipulyatsiya) ish yuritadi. Unda ma’lumotlar bazasi ob’ekti nomlariga (relyatsion ma’lumotlar bazasi uchun – jadval nomi va uning ustunlari) o‘zgartirishlar kiritish SQL tili kompilyatori yordamida amalga oshiriladi.
- SQL tili o‘z ichiga ma’lumotlar bazasi butunlik chegarasini aniqlashning maxsus vositasini oladi. Ma’lumotlar bazasining butunligini tekshirishni ta’minlaydi. Ma’lumotlar bazasini modifikatsiya qilish uchun kompilyatsiya vaqtida SQL kompilyatori mos dasturiy kodni generatsiya qiladi.

**MySQL** – bu tezkor, ishonchli, ochiq tarqatiladigan ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimi hisoblanadi. MySQL boshqa ko‘pchilik ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimlar singari, “mijoz-server” modeli asosida ishlaydi. Bunda kompyuterlar mijoz yoki server rolini o‘ynaydigan tarmoqli arxitektura tushuniladi.

Ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimlari bir yoki bir nechta ma’lumotlar bazasini boshqaradi. Ma’lumotlar bazasi ko‘plik shaklida tashkil qilingan axborot yig‘indisidir. Har bir ko‘plik o‘zida yozuvni saqlaydi. Yozuvlar esa maydonlardan tashkil topgan. Odatda ko‘pliklar jadvallar deb yuritiladi, yozuvlar esa – jadval satrlari[11].

Ma’lumotlar bazasini boshqarish tizimlari ma’lumotlar xavfsizligini ta’minlaydi. Foydalanuvchilarga axborotga kirish uchun ma’lum huquqlar beriladi. Ayrim foydalanuvchilarga

axborotlarni faqat ko'rishga ruxsat beriladi, boshqalari esa jadval tarkibini o'zgartirishlari mumkin.

Ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimi ko'zda tutilmagan uzilishlar yuz berganda axborotni qayta tiklash maqsadida foydalanuvchilarga sezdirmay ma'lumotlarning zahira nusxalarini olib qo'yadi.

**MySQL asosiy xarakteristikalari.** MySQL mijoz dasturi o'zida buyruq satrining vositasini namoyon qiladi. Ushbu dastur serverga tarmoq bo'yicha ulanadi. Server tomonidan bajariladigan buyruqlar odatda qattiq diskdagi ma'lumotlarni o'qish va yozish bilan bog'liq.

MySQL ma'lumotlar ombori bilan SQL deb nomlanadigan tilda harakat qiladi. SQL relyasion ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimlari (RDBMS)da saqlanuvchi ma'lumotlarni manipulyasiya qilish uchun mo'ljallangan. SQL da ma'lumotlarni olish, tartiblash, yangilash, o'chirish va qo'shish imkonini beruvchi buyruqlar mavjud. SQL tili standartlarini ANSI (*American National Standards Institute*) aniqlaydi. Hozirgi vaqtda 2003 yilda qabul qilingan standart amal qiladi (SQL-3).

SQL ni RDBMS MySQL, mSQL, PostgreSQL, Oracle, Microsoft SQL Server, Access, Sybase, Ingres kabilar bilan ishlatish mumkin. RDBMS ning bu tizimlarini SQL ning barcha muhim va umumiy qabul qilingan operatorlari qo'llaydi, ammo ularning har biri o'zining xususiy patentlangan operator va kengliklariga ega.

Ma'lumotlar bazasi ma'lumotlarning tuzilmaviy yig'indisini bildiradi. Kompyuterning ma'lumotlar bazasida saqlanadigan ma'lumotlarni yozish, tanlash va qayta ishlash uchun MySQL kabi ma'lumotlar omborini boshqarish tizimi zarur. Kompyuterlar katta miqdordagi ma'lumotlarni qayta ishlashni yaxshi uddalashini hisobga olsak, hisoblashlarda ma'lumotlar omborini boshqarish asosiy o'rinni egallaydi. Bunday boshqaruv turlicha amal qilishi mumkin – alohida vosita ko'rinishida yoki boshqa ilovalar tarkibiga kiruvchi kod ko'rinishida bo'lishi mumkin.

MySQL relyasion ma'lumotlar bazasini boshqarish tizimi hisoblanadi Relyasion bazada ma'lumotlar alohida jadvallarda saqlanadi, shuning hisobidan tezlik va qayishqoqlikda yutuqqa erishish mumkin. Jadvallar o'zaro munosabatlar yordamida bog'lanadi, shuning hisobiga so'rovni bajarganda bir nechta jadvaldagi ma'lumotlarni birlashtirish imkoniyati ta'minlanadi. SQL ni MySQL tizimining bir qismi sifatida quyidagicha xarakterlash mumkin: tuzilmaviy so'rovlar tili hamda ma'lumotlar bazasiga kirish uchun foydalaniladigan keng tarqalgan standart til.

**Talabalarni malakaviy amaliyotini nazorat qilish va monitoring qilish tizimining ma'lumotlar modeli-** Avtomatlashtirilgan tizimlarni ishlab chiqishda uning tarkibidagi ma'lumotlar va ularning tuzilmalarini strukturalashtirish asosiy vazifa hisoblanadi. Ma'lumotlarni shakllantirish jarayoni samarali loyihalansa dasturning ish faoliyati samarali amalga oshiriladi. Talabalarni malakaviy amaliyotini nazorat qilish va monitoring qilish tizimi universitet miqyosida mutasaddi xodimlar o'z ehtiyojlaridan kelib chiqib foydalanish imkoni yaratiladi. Axborot tizimining tarkibida amaliyot rahbarlari va talabalar uchun muhit shakllantiriladi. Axborot tizimi orqali malakaviy amaliyotni monitoring qilish faoliyati to'liq avtomatlashtiriladi. Bunda tizim 3 ta modul asosida ishlaydi.

➤ Talabalar va amaliyotlar bo'yicha ma'lumotlarni ma'lumotlar bazasiga joylashtirish va taxrirlash;

➤ Talabalarga topshiriqlarni yuborish va monitoring qilishni amalga oshirish;

➤ Talabalar tomonidan bajarilgan ishlarni yuborish va taxrirlash;

➤ Malakaviy amaliyotni monitoring qilishni avtomatlashtirish.

Axborot tizimining modullari asosida ma'lumotlarni tuzilmasi shakllantiriladi va ma'lumotlar bazasiga joylashtiriladi.

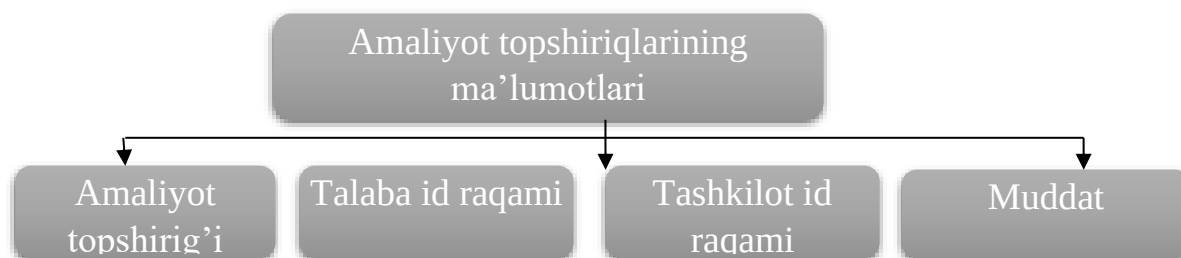
Talabalar va amaliyotlar bo'yicha ma'lumotlarni ma'lumotlar bazasiga joylashtirish va taxrirlash modulida tizim faoliyati bo'yicha mas'ul shaxs yoki dekanat xodimi amaliyotchi va amaliyot bo'yicha parametrlarni axborot tizimiga joylashtiradi. Bu modul bo'yicha mas'ul shaxs

amaliyotchi va amaliyot bo'yicha, so'rovlar asosida kerakli hisobotlarni shakllantirish va ma'lumotlarni taxrirlash asosida bo'lim ish faoliyatini amalga oshiradi.

Talabalarga topshiriqlarni yuborish va monitoringni onlayn amalga oshirish modulida o'qituvchi rahbar tomonidan talabalarga topshiriqlarni kompyuter tarmoqlari asosida onlayn amalga oshiriladi. Amaliyotchilar bo'yicha mas'ul shaxslar tomonidan kerakli xulosalar ham onlayn amalga oshiriladi. Tizim orqali yuborilgan ma'lumotlar barcha talabaning shaxsiy kabenitida faollashadi. Bu asosida talabalar berilgan topshiriq bo'yicha ish faoliyatini amalga oshiradi. Mazkur tizim universitet malakaviy amaliyotlarni monitoring qilish faoliyatiga bag'ishlangan.

Har qanday tizimning ma'lumotlar bazasini tashkil qilishning birinchi bosqichida ma'lumotlar modeli turini aniqlash va undagi ob'ektlar o'zni va munosabatlarini belgilash masalalari hal etiladi. Ma'lumotlar modeliga ko'ra tizimdagi ma'lumotlarni qayta ishlash usul va algoritmlari hamda ularni joriylashtiruvchi funksional sxemalar ishlab chiqiladi.

Malakaviy amaliyotni amalga oshirish va monitoring qilish tizimining ish faoliyatida bir nechta turdagi (raqamli, matnli va boshq.) ma'lumotlarni qayta ishlash va ulardan foydalanishga to'g'ri keladi. Bunday ma'lumotlarga misol bo'lib oliy ta'lim muassasasi shu jumladan fakultet nomi, yunalish nomi, talaba va amaliyot rahbarlarining ma'lumotlari shu jumladan talabaning id raqami, FISH, amaliyot muddati kabi ma'lumotlar bo'lishi mumkin.



### 1-rasm. Tashkilotlar va uning hududiy filiallarining ma'lumotlari

Talabalar malakaviy amaliyotlarni boshqarish va monitoring qilish tizimi yuqorida keltirilgan ma'lumotlar tuzilmasi ustida ishlaydi, ya'ni tizim tarkibidagi vazifalar yuqoridagi ma'lumotlarni qayta ishlash va kerakli natijalarni berish uchun xizmat qiladi. Yuqorida keltirilgan sxemalar asosida berilgan ma'lumotlarga ko'ra Talabalar malakaviy amaliyotlarni boshqarish va monitoring qilish tizimi ma'lumotlar bazasining tuzilmasi hamda jadvallari ishlab chiqiladi.

Ma'lumotlar bazasini boshqarish samaradorligi ma'lumotlarni o'zaro bog'lanishiga bog'liq hisoblanadi. Tizimning ma'lumotlar jadvallari bir biri bilan 1:1 (birga bir), 1:n (birga ko'p) va n:1 (ko'pga bir) munosabatlar orqali bog'langan. Munosabat bog'lanishlari MySQL Workbench dasturi yordamida tekshirilgan va tashkilotlarda moddiy ashyolar bo'limini boshqarish va monitoring qilish tizimining ma'lumotlar bazasini ishlab chiqildi. Keyingi bosqichda MySql Workbench dasturi imkoniyatlaridan foydalanib, MySql ma'lumotlar bazasida to'laonli jadvallar eksport orqali shakllantirildi.

MySql ma'lumotlar bazasi jadvallaridagi ma'lumotlar bo'yicha tizimning quyidagi asosiy so'rovlari ishlab chiqildi:

- talabaning ma'lumotlarini aniqlash;
- belgilangan amaliyot tashkilotlarining ma'lumotlarini aniqlash;
- amaliyot bo'yicha berilgan topshiriqlarni aniqlash;
- amaliyot bo'yicha bajarilgan topshiriqlarni aniqlash.fak.

Takidlash joizki, ushbu so'rovlar natijalari talabalarining malakaviy amaliyot bo'yicha ish faoliyatini avtomatlashtirilgan holda boshqarish hamda monitoring qilish imkoniyati yaratiladi.

**Xulosa.** Talabalarining malakaviy amaliyotlarini boshqarish va monitoring qilish tizimi ma'lumotlarining infologik va datalogik modellari ishlab chiqildi. Talabalarining malakaviy amaliyotlarini boshqarish va monitoring qilish tizimi ma'lumotlar bazasini loyihalash bosqichlari amalga oshirildi. Talabalarining malakaviy amaliyotlarini boshqarish va monitoring qilish tizimi ma'lumotlar bazasi va uning tuzilmasi ishlab chiqildi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi PF-4947-sonli **FARMONI** Toshkent sh.,2017 yil 7 fevral,PF-4947-son.
2. A.Axatov.,F.Nazarov. Mysql workbench muhitida ta'lim shartnoma to'lovlarini monitoring tizimi ma'lumotlar bazasini ishlab chiqish.//TATU xabarlar ilmiy jurnali.Toshkent.2018(2).
3. A.Axatov.,F.Nazarov. Ta'lim shartnoma to'lovlarining cheklangan muddat va kechikish sharoitlari ko'rsatkichlarini avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi// xalqaro ility maqolalar to'plami. SamDU Pedagogika fakulteti.2018.[191-194]
4. Rob P., Kornell K. "Системы баз данных: проектирование, реализация и управление" БХВ-Петербург 2004;
5. Markov A. S., Lisovskiy K. YU. Базы данных. Введение в теорию и методологию: Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 512 с.
6. Laura Tomson "Razrabotka Web-prilozheniy na PHP i MySQL". Per. s angl./Laura Tomson, Lyuk Velling. -2-e izd., ispr. - SPb: OOO "DiaSoftYUP", 2003. -672 s.
7. Larry Ulman "PHP 6 and MySQL 5 for Dynamic Web Sites". Peachpit Press.
8. "Professional PHP Programming" Published by Wrox Press Ltd., USA.
9. Jay Greenspan, Brag Bulger "MySQL/PHP Database Applications". M&T Books.
10. Lyuk Velling, Lora Tomson "Razrabotka Web-prilozheniy s pomosh'yu PHP i MySQL".: Sams Publishing. 2007. – 896 s.
- 11.

### EARLY WARNING OF RESERVOIR FAILURE: A HYBRID CNN–TRANSFORMER–ATTENTION FRAMEWORK

Shamiev Mukhammadi Olimovich,  
Trofimov Aleksandr Gennadievich

*National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia*

[MUKHAMMADISHAMIEV@GMAIL.COM](mailto:MUKHAMMADISHAMIEV@GMAIL.COM)

**Abstract.** Dam failures are rare but catastrophic events, often preceded by subtle hydrological deviations that are difficult to detect with conventional methods. This paper proposes a hybrid deep learning framework combining a Convolutional Neural Network (CNN), a Transformer encoder, and an attention mechanism for multi-level reservoir risk prediction using hydrometeorological time-series data. The model is trained on 29,304 hourly observations from the Sardoba Reservoir (2017–2020) and classifies reservoir states into four risk levels: Normal, Warning, Danger, and Catastrophic. Experimental results show an overall accuracy of 89.6%, a macro F1-score of 0.80, and a macro ROC-AUC of 0.986. Notably, 65% of catastrophic events are detected, with no catastrophic cases misclassified as low-risk states. The model also demonstrates strong zero-shot transferability to the Charvak Reservoir (accuracy 0.884, catastrophic recall 0.71). The proposed framework can be integrated into real-time early warning systems, improving dam safety and disaster preparedness.

**Keywords:** dam failure, reservoir risk, Transformer, CNN, attention mechanism, early warning, time-series classification.

#### Introduction

Ensuring the reliability of dam systems is a critical infrastructure challenge. Traditional monitoring based on fixed thresholds often fails to capture early, gradual deviations that precede failure. The 2020 Sardoba Reservoir disaster in Uzbekistan, which caused widespread flooding and evacuations, highlighted this gap.

In this work, a hybrid CNN–Transformer–Attention model is proposed for multi-level risk prediction using 48-hour sequences of hydrological observations. The model classifies reservoir states into four risk levels, enabling timely and actionable warnings.

#### Methodology

## Data and feature engineering

The dataset comprises hourly water-level measurements from the Sardoba Reservoir (2017–2020), totalling 29,304 observations. From these, 13 engineered features are derived: water-level changes, rolling means (6,12,24 h), rolling standard deviations (6,12,24 h), gradients (3,6 h), and lagged values (1,3,6 h).

The dataset is split chronologically (70% training, 10% validation, 20% test). Risk labels (Normal, Warning, Danger, Catastrophic) are assigned based on percentiles (70th, 85th, 97th) of water level, gradient, and rolling std in the training set using a conservative maximum rule.

## Model architecture

The proposed CNN–Transformer–Attention model (Fig. 1) processes 48-hour windows of 13 features.

- CNN layers (3 layers, 64→64→32 filters) extract local temporal patterns.
  - Positional encoding adds sequence order information.
  - Transformer encoder (multi-head self-attention, 4 heads) captures long-range dependencies.
  - Additional attention layer emphasises critical time steps.
  - Dense layers (64, 32 units, dropout) produce softmax probabilities for the four risk classes.
- Total trainable parameters: ~37,000.

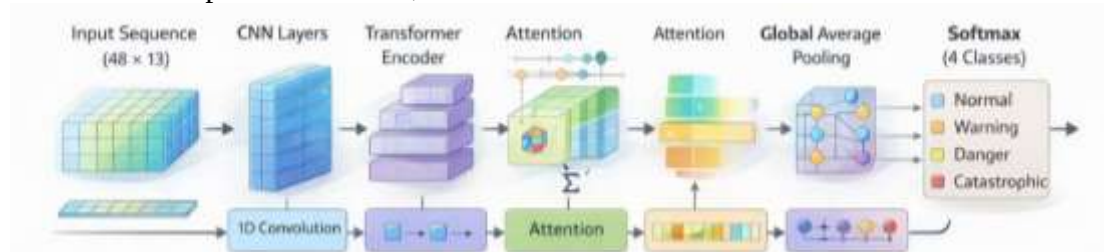


Fig. 1 Architecture of the proposed hybrid CNN–Transformer–Attention model used for multi-level reservoir failure risk prediction.

## Training strategy

Class imbalance is addressed with weighted categorical cross-entropy. The Adam optimizer ( $\text{lr}=0.0005$ ) is used with early stopping (patience 15) on validation loss.

## Experimental Results

The model is evaluated on an independent test set (20% of data, including the May 2020 failure period). Table 1 summarises the performance.

Table 1. Overall test set performance

Table

| (test | Metric         |           | Value  |          |  |
|-------|----------------|-----------|--------|----------|--|
|       | Accuracy       |           | 0.8959 |          |  |
|       | Macro F1-score |           | 0.8000 |          |  |
|       | Macro Recall   |           | 0.8340 |          |  |
|       | Macro ROC-AUC  |           | 0.9861 |          |  |
|       | Macro PR-AUC   |           | 0.8507 |          |  |
|       | Class          | Precision | Recall | F1-score |  |
|       | Normal         | 0.93      | 0.93   | 0.93     |  |
|       | Warning        | 0.76      | 0.89   | 0.82     |  |
|       | Danger         | 0.94      | 0.87   | 0.90     |  |

2.  
Per-class  
results  
set)

| Class        | Precision | Recall | F1-score |
|--------------|-----------|--------|----------|
| Catastrophic | 0.47      | 0.65   | 0.54     |

No catastrophic event was misclassified as Normal or Warning. The model achieves a catastrophic recall of 0.65, which is 16% higher than a standalone Transformer.

### **Cross-reservoir generalisation**

Without any retraining, the model is applied directly to the Charvak Reservoir. Performance remains strong: accuracy 0.884, macro F1 0.821, catastrophic recall 0.71, confirming that the model learns transferable hydrological precursors (rapid water-level rise and increased variability).

**Conclusion.** A hybrid CNN–Transformer–Attention model is proposed for multi-level reservoir failure risk prediction. It accurately classifies four risk levels using only water-level-derived features, achieves high discriminatory power (ROC-AUC 0.986), and detects 65% of catastrophic events with no low-risk misclassifications. The model also generalises to a different reservoir without retraining. With low computational cost (~37,000 parameters), it is suitable for real-time early warning systems and contributes to enhancing dam safety and disaster risk reduction.

### **References**

1. Kratzert F., Klotz D., Brenner C., Schulz K., Herrnegger M. Rainfall–runoff modelling using Long Short-Term Memory (LSTM) networks. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2018, vol. 22, pp. 6005–6022.
2. Vaswani A., et al. Attention is all you need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2017, vol. 30, pp. 5998–6008.
3. Kiranyaz S., et al. 1D convolutional neural networks and applications: A survey. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, vol. 151, 107398.
4. Shamiev M.O., Trofimov A.G. Learning spatio-temporal precursors of dam instability using a CNN–BiGRU framework. *Computer Research and Modelling*. 2026, vol. 2, 10.20537/2076-7633-2026-18-2-377-397
5. Xiao R., Jiang M., Li Z., He X. New insights into the 2020 Sardoba dam failure in Uzbekistan from Earth observation. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 2022, vol. 107, 102683.

## **TALABALAR MALAKAVIY AMALIYOTINI BOSHQARISH VA MONITORING QILISH TIZIMINING TAVFSIFI**

**Imomov Umidjon Komiljon o‘g‘li**

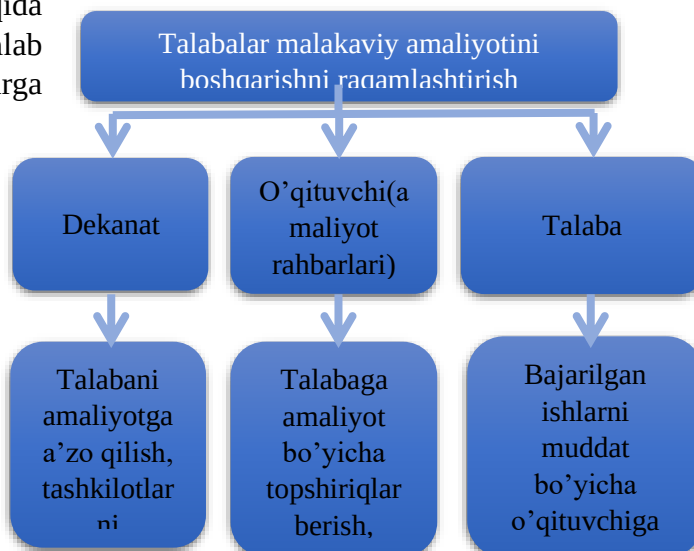
*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali*

*e-mail: [umidjonimomov95.sam@gmail.com](mailto:umidjonimomov95.sam@gmail.com)*

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada Talabalarni malakaviy amaliyotini nazorat qilishning axborot tizimi va jarayonni monitoring qilish tizimi ma’lumotlar bazasini loyixalash, ma’lumotlar bazasining infologik va datalogik modellarini ishlab chiqish hamda axborot tizimining modullari keltirilgan.

**Kalit so‘zlar:** Tizimga kirish, Malakaviy amaliyot, qidiruv, tizimga malumot kiritish, qo‘shimcha imkoniyatlar, shaxsiy kabinet, foydalanuvchi, avtorizatsiya, login, administrator

Kirish: Mazkur tizim talabalar malakaviy amaliyoti bo'yicha talabalar, amaliyot tashkilotlari, amaliyot topshiriqlari haqida ma'lumotlarni saqlash va ularni qayta ishlab ixtiyoriy vaqtda mutasaddi xodimlarga yetkazish uchun vazifalar asosan uch qismdan iborat. Dekanat, o'qituvchi va talaba sifatida tizimdan foydalanish imkoniyatlari mavjud. Dekanat sifatida tizimdan foydalanish vaqtida talabalar malakaviy amaliyoti bo'yicha ma'lumotlarini kiritish, taxrirlash, so'rovlar asosida kerakli hisobotlar yaratish, ixtiyoriy amaliyot tashkiloti, o'qituvchi va talabani amaliyot bo'yicha bajarilgan ishlari to'g'risidagi ma'lumotlarni ko'rish, monitoring qilish, amaliyot tashkilotlari bo'yicha ma'lumotlarni kiritish ma'lumotlarni tizimdan chiqarish hamda tizimdan foydalanish uchun login va parollar berish imkoniyati yaratiladi. Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish tizimini strukturasi quyidagi 1-rasm ko'rinishida bo'ladi.



### 1-rasm. Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish tizimini tuzilmasi

Tizimdan mehmon sifatida foydalanish uchun mehmon foydalanuvchilar ixtiyoriy vaqtda tashkilotlarda moddiy ashyolar haqida ma'lumotga ega bo'lish imkoniyati yaratiladi.

#### 1.Tizimda dekanat sifatida ishlash uchun quyidagi vazifalari mavjud:

- talabani amaliyotga a'zo qilish;
- tashkilotlarni biriktirish;
- o'qituvchilarni amaliyotga biriktirish;
- faoliyat bo'yicha monitoring qilish.
- so'rovlar asosida kerakli hisobotlar yaratish;
- tizimdan foydalanuvchilarni ro'yxatdan o'tkazish.

#### 2.Tizimda o'qituvchi sifatida ishlash uchun quyidagi vazifalari mavjud:

- talabaga amaliyot bo'yicha topshiriqlar berish;
- tashkilot bilan aloqa qilish;
- amaliyotni monitoring qilish;
- so'rovlar asosida kerakli hisobotlar yaratish.

#### 3.Tizimda o'qituvchi sifatida ishlash uchun quyidagi vazifalari mavjud:

- bajarilgan ishlarni muddat bo'yicha o'qituvchiga yuborish;
- tashkilotdan biriktirilgan rahbarlar bilan aloqani o'rnatish;
- OTMdan biriktirilgan rahbarlar bilan aloqani o'rnatish.

Yuqorida taklif etilgan talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilish jarayonini avtomatlashtirish tizimini yaratish va ularni amaliyotga tadbiq etilishi ish sifati hamda samaradorligini oshishiga olib keladi. Boshqaruv jarayonlari samaradorligi asosan ortiqcha qog'ozbozlikdan chekinish va vazifalar ijrosini ta'minlash uz vaqtida bajarilishi bilan bog'liqdir. Ortiqcha qog'ozbozlikdan chekinish va vazifalar ijrosi uz vaqtida bajarilishini amalga oshirish uchun yuqorida keltirilgan avtomatlashtirilgan monitoring tizimlari asosiy vosita bulib xizmat qiladi.

### Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilish tizimi hamda uning tafsifi

Dasturiy ta'minotdan foydalanish uchun har bir foydalanuvchi tizimda ro'yhatga olinishi zarur. Ro'yhatga olinish jarayonida foydalanuvchi turi, foydalanuvchi dasturga kirish (avtorizatsiyadan o'tish) uchun zarur bo'lgan foydalanuvchi nomi (logini) va paroli ham qayd etiladi. Foydalanuvchi o'z logini va paroli orqali dasturga kirganida, unga tegishli bo'lgan



ma'lumotlar tizimda aks etadi. Tizimdan tashkilot nazoratchilari foydalangan vaqtda boshqa tashkilot ma'lumotlarini ko'rish imkoniyati mavjud emas.

Tizim quyidagi tarkibiy qismlardan tashkil topadi:

1. Tizimga kirish ;
2. Qidiruv;
3. Tizimga ma'lumot kiritish;
4. Taxrirlash;
5. Qo'shimcha imkoniyatlar;

Tizimga kirish.

Dasturiy ta'minot o'rnatilgan server bilan tarmoq orqali aloqada bo'lgan kompyuterdagi Web-brauzerlardan biri ishga tushiriladi va Web-brauzerning manzil yozish maydoniga dasturiy ta'minotning tarmoqdagi manzili kiritiladi.

Tizimga kirish uchun foydalanuvchi uchun quyidagi sahifa hosil buladi. Xosil bo'lgan sahifada foydalanuvchi nomi (logini) va paroli kiritiladi. Agar foydalanuvchi nomi va paroli avtorizatsiyasidan utgan bulsa tizimga kiriladi.



1-rasm. Foydalanuvchini avtorizatsiyadan o'tkazish sahifasi

Tizimga foydalanuvchi nomi va paroli avtorizatsiya tekshiruvidan o'tgandan so'ng tizimga kiriladi.



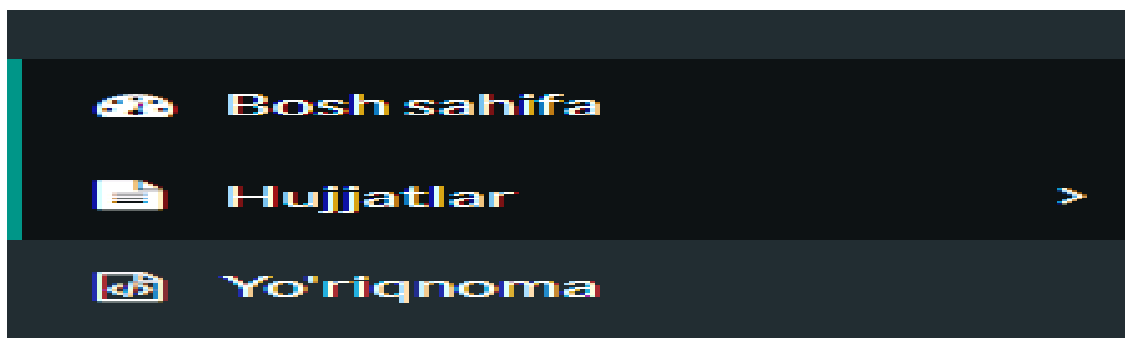
2-rasm. Dasturiy ta'minotning bosh sahifasi

Foydalanuvchi haqidagi ma'lumotlar dastur oynasida aks etib turadi. Dastur bo'limlari foydalanuvchi turiga qarab o'zgarishlarga ega bo'ladi, ya'ni ushbu foydalanuvchi foydalanish huquqiga ega bo'lgan bo'limlarga dasturda aks etadi.

Sahifaning chap qismida dasturning barcha modullariga murojaat qilish tugmalari joylashgan. Dastur sahifasining o'rta yuqori qismida esa tizim ma'lumotlarini saralangan holda namoyon qilish uchun qiymatlari foydalanuvchi tomonidan tanlanadigan maydonlar joylashgan. Dasturning asosiy oynasida murojaat qilingan modullar bilan ishlash sahifalari o'rin oladi.

Ma'lumotlar bazasidagi ma'lumotlarini barcha turdagi foydalanuvchilar ko'rish huquqiga ega emas, faqat ma'lumotlarni tahrirlash (qo'shish, o'zgartirish, o'chirish) huquqi tizimni "administrator" turidagi foydalanuvchilar uchun mavjud.



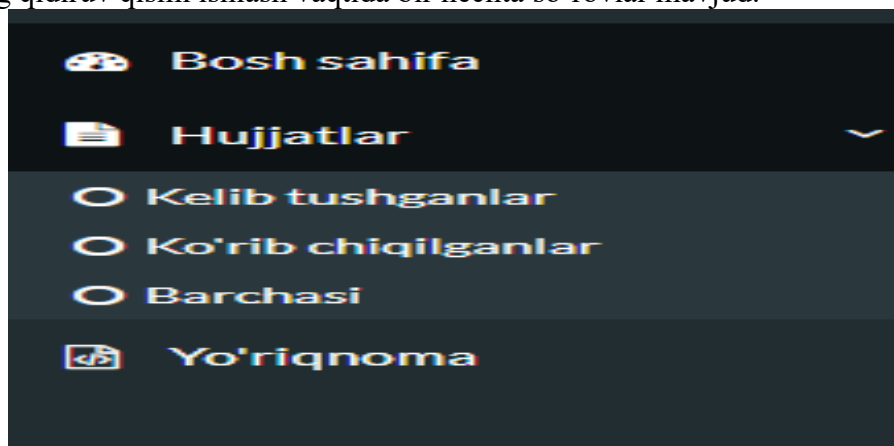


**3-rasm.** Dasturiy ta'minotning vertikal menyusi

Dasturiy ta'minotning vertikal qismini tanlangan ma'lumot uchun har bir talabaning amaliyoti bo'yicha bajargan ishlarini monitoring qilish so'rovlarini hosil qilish qismi joylashgan.

#### **Tizimning qidiruv qismi**

Tizimning qidiruv qismi ishlash vaqtida bir nechta so'rovlar mavjud.

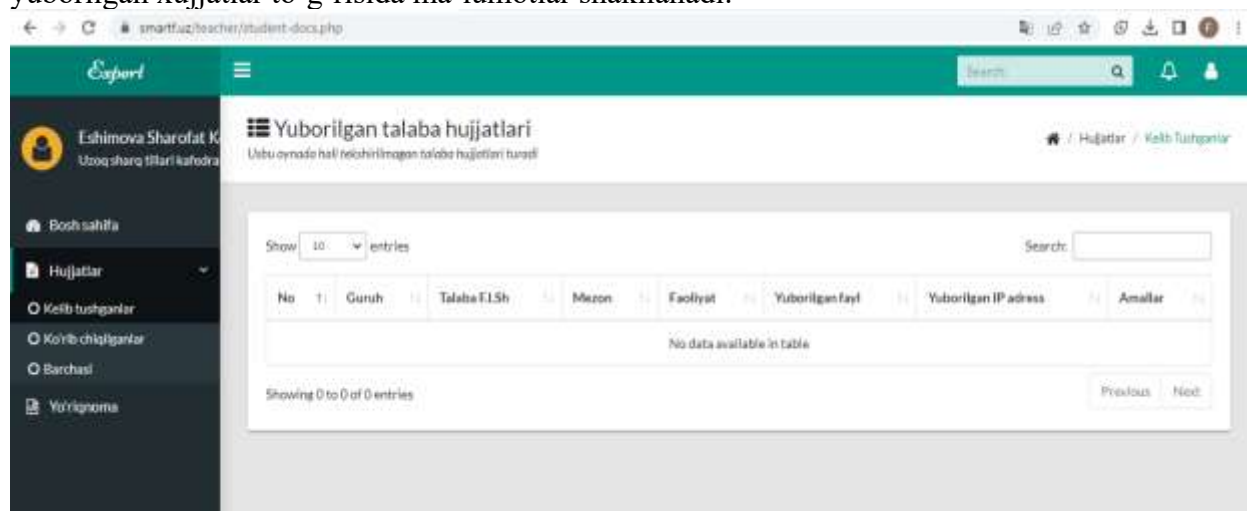


**4-rasm.** Dasturiy ta'minotning vertikal menyusining kengaytirilgan holati

Mazkur bo'limga tegishli funksiyalarni ko'rib chiqamiz:

Qidiruv qismida ma'lumotlar bazasidan so'rovlarga asosan ma'lumotlar bir necha shakllarda paydo bo'ladi.

a) "Kelib tushgan xujjatlar" so'rovi natijasida malakaviy amaliyot bo'yicha talaba tomonidan yuborilgan xujjatlar to'g'risida ma'lumotlar shakllanadi:



**5-rasm.** Dasturiy ta'minotning so'rov natijalari

b) "Ko'rib chiqilgan xujjatlar" so'rovi natijasida malakaviy amaliyot bo'yicha talaba tomonidan yuborilgan xujjatlar ichidan ko'rib chiqilganlari to'g'risida ma'lumotlar shakllanadi:

| No | Guruh                      | Talaba F.I.Sh                      | Mezon                                           | Faoliyat       | Yuborilgan fayl          | Qo'yigan ball/Maximal ball | Izoh                                          |
|----|----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------|--------------------------|----------------------------|-----------------------------------------------|
| 1  | 401 koreys (o'zbek) guruhi | Shermamatova Shoxsanam Azimjon qiz | 10-kun Pedagogik amaliyoti hujjatlarini yuklash | O'quv Faoliyat | 166333244705.09.2022.doc | 4/5                        | Metodikaga e'tibor berib                      |
| 2  | 401 koreys (o'zbek) guruhi | Toshboyeva Sitara                  | 1-kun Pedagogik amaliyoti hujjatlarini yuklash  | O'quv Faoliyat | 166333244705.09.2022.doc | 0/5                        | Ochilish konferentsiyasiga siz qatnashmaganiz |
| 3  | 401                        | Shermamatova                       | 11-kun                                          | O'quv          | 166333244705.09.2022.doc | 5/5                        | Razmga o'tirilgan ham                         |

### 6-rasm. Dasturiy ta'minotning so'rov natijalari

Barcha so'rovlar yuqorida keltirilgan rasmlar asosida amalga oshiriladi.

Tizimga ma'lumotlar kiritish: Tizimda ro'yxatdan o'tish jarayoni quyidagi bo'limlarga bo'linadi.

### 7-rasm. Dasturiy ta'minotning ro'yxatdan o'tish

Tizim tarkibidagi ma'lumotlarni taxrirlash: Bunda tizim tarkibidagi ma'lumotlarni yani foydalanuvchilar, talabalar va talaba tomonidan yuborilgan ma'lumotlarni taxrirlash imkoniyati mavjud.

Ishlab chiqilgan dasturiy mahsulot asosida talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilish imkoniyati yaratiladi. OTMda talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilishning avtomatlashtirilgan tizimini ixtiyoriy OTMlarga joriy qilish mumkin.

**Xulosa.** Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilish tizimi ma'lumotlar bazasini loyihalash bosqichlari amalga oshirildi. Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilish tizimi ma'lumotlar bazasi va uning tuzilmasi ishlab chiqildi. Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilishning avtomatlashtirilgan tizimini umumiy tuzilmasi va funksional vazifalari ishlab chiqilgan. Talabalar malakaviy amaliyotini boshqarish va monitoring qilishning avtomatlashtirilgan tizimini tafsilotlari buyruqlarning bajarilish ketma-ketliklari keltirib o'tilgan.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Atkinson, Leon. A92 MySQL. Biblioteka professionala.: Per. s angl. — M.: Izdatelskiy dom "Vilyame", 2002. — 624 s.:
2. Stiven Xolsner "PHP v primerax". Per. s ang. -M.: OOO "Binom press", 2007 g. 352 s:
3. "Practical Web 2.0 Applications with PHP" by Quentin Zervaas. 2008 y. 594 s.
4. Marxvida I.V. "Sozdanie Web-stranits: HTML, CSS, JavaScript" Minsk OOO "Novoe znanie", 2002 -352 s.
5. Artemiy Lomov "HTML, CSS, SKRIPTY: praktika sozdaniya saytov", Sankt- Peterburg

“BXV-Peterburg”, 2006, 416 s.

6. Petyushkin A. B. “HTML. Ekspress-kurs” – SPb.: BXV- Peterburg, 2003. -256 s.

7. Merjevich V. V. HTML i CSS na primerax. – SPb.: BXV-Peterburg, 2005. – 448 s.

A. Gorev, S. Makasharipov, R. Axayan. Effektivnaya rabota s SUBD. 445 s.

8. Zak Greant, Graeme Merrall, Torben Wilson, Brett Michlitsch. PHP Functions Essential Reference. “New Riders Publishing”, -768 b.

9. Vayk Allen i dr. JavaScript. Ensiklopediya polzavatelya: Per.s angl./Allen Vayk. –K.: OOO “TID DS”, 2001. -480 s.

## TA’LIM TIZIMINI TAKOMILLASHTIRISHNING ZAMONAVIY RAQAMLI TEXNOLOGIYALARI

**Sharapova N.A.**

*SHarof.Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada ta’lim tizimini takomillashtirishda zamonaviy raqamli texnologiyalarning o’rni, ularning pedagogik jarayonga ta’siri hamda samaradorligi tahlil qilinadi. Raqamli texnologiyalar asosida ta’lim jarayonini tashkil etish, masofaviy ta’lim, sun’iy intellekt, bulutli texnologiyalar, mobil ta’lim va ta’lim platformalaridan foydalanish imkoniyatlari yoritilgan.

**Kalit soʻzlar:** raqamli texnologiyalar, ta’lim tizimi, sun’iy intellekt, masofaviy ta’lim, bulutli texnologiyalar, elektron ta’lim, LMS platformalari, innovatsion pedagogika.

**Аннотация.** В данной статье анализируется роль современных цифровых технологий в совершенствовании системы образования, их влияние на педагогический процесс и эффективность. Освещаются возможности организации образовательного процесса на основе цифровых технологий, дистанционного обучения, использования искусственного интеллекта, облачных технологий, мобильного обучения и образовательных платформ.

**Ключевые слова:** цифровые технологии, система образования, искусственный интеллект, дистанционное обучение, облачные технологии, электронное обучение, LMS-платформы, инновационная педагогика.

**Abstract.** This article analyzes the role of modern digital technologies in improving the education system, their impact on the pedagogical process, and their effectiveness. The possibilities of organizing the educational process based on digital technologies, distance learning, artificial intelligence, cloud technologies, mobile learning, and the use of educational platforms are highlighted.

**Keywords:** digital technologies, education system, artificial intelligence, distance learning, cloud technologies, e-learning, LMS platforms, innovative pedagogy.

Bugungi globallashuv va axborotlashuv davrida ta’lim tizimini modernizatsiya qilish davlat siyosatining ustuvor yoʻnalishlaridan biri hisoblanadi. Raqamli texnologiyalar ta’lim jarayonini yangi bosqichga olib chiqib, oʻqitishning sifat va samaradorligini oshirishga xizmat qilmoqda. Zamonaviy ta’lim tizimi nafaqat anʻanaviy bilim berishga, balki oʻquvchilarning mustaqil fikrlashi, kreativligi va axborot bilan ishlash kompetensiyalarini rivojlantirishga ham yoʻnaltirilgan.

Ta’limni raqamlashtirish natijasida oʻquv jarayonining interaktivligi ortib, bilim olish imkoniyatlari kengaymoqda. Shu bilan birga, elektron platformalar, virtual laboratoriyalar va masofaviy ta’lim tizimlari orqali ta’limning uzluksizligi ta’minlanmoqda.

Raqamli texnologiyalar ta’lim tizimida quyidagi muhim vazifalarni bajaradi[1]:

- ✓ ta’lim resurslariga tezkor va qulay kirishni ta’minlash;
- ✓ oʻquv jarayonini individuallashtirish;
- ✓ interaktiv ta’lim muhitini yaratish;
- ✓ masofaviy ta’lim imkoniyatlarini kengaytirish;

- ✓ o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish ko'nikmalarini rivojlantirish;
- ✓ ta'lim sifatini monitoring qilish va baholashni avtomatlashtirish.

Ayniqsa, Learning Management System (LMS) platformalari ta'lim jarayonini samarali boshqarishda muhim vosita bo'lib xizmat qilmoqda. Moodle, Google Classroom, Microsoft Teams kabi platformalar o'qituvchi va o'quvchi o'rtasidagi hamkorlikni kuchaytiradi.

Sun'iy intellekt texnologiyalari ta'lim tizimida innovatsion imkoniyatlarni yaratmoqda. Adaptiv ta'lim tizimlari o'quvchining bilim darajasi, qiziqishi va o'zlashtirish tezligiga mos ravishda individual o'quv materiallarini taqdim etadi.

Sun'iy intellekt asosidagi tizimlar quyidagi imkoniyatlarni beradi[2]:

- ✓ o'quvchilarning bilim darajasini tahlil qilish;
- ✓ individual ta'lim trayektoriyasini shakllantirish;
- ✓ avtomatik baholash tizimlarini yaratish;
- ✓ virtual yordamchi va chatbotlardan foydalanish;
- ✓ o'quv jarayonini prognozlash va monitoring qilish.

Bunday texnologiyalar o'qituvchining vaqtini tejaydi hamda ta'lim samaradorligini oshiradi.

Bulutli texnologiyalar zamonaviy ta'lim tizimining muhim tarkibiy qismiga aylanib bormoqda. Ushbu texnologiyalar internet orqali ma'lumotlarni saqlash, qayta ishlash va ulardan masofadan turib foydalanish imkoniyatini yaratadi. Ta'lim jarayonida bulutli texnologiyalardan foydalanish o'quv resurslarining doimiy mavjudligini ta'minlab, o'qituvchi va o'quvchilar o'rtasidagi hamkorlikni yanada samarali tashkil etishga xizmat qiladi.

Bulutli texnologiyalarning asosiy afzalliklaridan biri — ma'lumotlarga istalgan vaqt va istalgan joydan kirish imkoniyatidir. Bu esa masofaviy va aralash ta'limni samarali tashkil etishda muhim ahamiyat kasb etadi. O'quv materiallari, topshiriqlar, elektron darsliklar hamda multimedia resurslari bulutli platformalarda saqlanib, foydalanuvchilarga qulay tarzda taqdim etiladi[1].

Ta'lim tizimida Google Drive, Microsoft OneDrive, Dropbox kabi bulutli xizmatlardan keng foydalanilmoqda. Ushbu platformalar yordamida o'qituvchilar o'quv materiallarini ulashishi, onlayn topshiriqlarni tashkil qilishi va talabalar faoliyatini nazorat qilishi mumkin. Shu bilan birga, bulutli texnologiyalar jamoaviy ishlash ko'nikmalarini rivojlantirishga ham xizmat qiladi.

Bulutli texnologiyalar asosida virtual laboratoriyalar va elektron kutubxonalarni tashkil etish imkoniyati ham mavjud. Bu esa amaliy mashg'ulotlarni zamonaviy shaklda olib borish hamda ta'lim sifatini oshirishga yordam beradi. Ayniqsa, iqtisodiy va texnik yo'nalishdagi fanlarni o'qitishda bulutli xizmatlar katta samaradorlikka ega.

Shuningdek, bulutli texnologiyalar ta'lim xarajatlarini kamaytirishga ham yordam beradi. Chunki ma'lumotlarni saqlash va dasturiy ta'minotni boshqarish markazlashgan tizim orqali amalga oshiriladi. Natijada, ta'lim muassasalari qo'shimcha texnik vositalarga kamroq mablag' sarflaydi.

Biroq bulutli texnologiyalarni joriy etishda ayrim muammolar ham mavjud. Jumladan, internet tezligining pastligi, axborot xavfsizligi masalalari va foydalanuvchilarning raqamli kompetensiyalarining yetarli emasligi bulutli xizmatlardan samarali foydalanishga to'sqinlik qilishi mumkin. Bulutli texnologiyalar ta'lim jarayonini modernizatsiya qilish, o'quv resurslaridan samarali foydalanish va ta'lim sifatini oshirishda muhim vosita hisoblanadi.

Mobil ta'lim texnologiyalari zamonaviy ta'lim tizimida innovatsion yondashuvlardan biri sifatida keng qo'llanilmoqda. Ushbu texnologiyalar smartfon, planshet va boshqa mobil qurilmalar yordamida istalgan joyda hamda istalgan vaqtda ta'lim olish imkoniyatini yaratadi. Mobil ta'lim o'quv jarayonining

moslashuvchanligini oshirib, bilim olishni yanada qulay va samarali tashkil etishga xizmat qiladi.

Mobil ta'lim texnologiyalarining asosiy afzalliklaridan biri — o'quv materiallariga tezkor kirish imkoniyatidir. Talabalar mobil ilovalar orqali elektron darsliklar, video darslar, testlar va interaktiv topshiriqlardan foydalanishlari mumkin. Bu esa o'quvchilarning mustaqil ta'lim olish ko'nikmalarini rivojlantiradi[3].

Zamonaviy mobil ta'lim platformalari ta'lim jarayonini interaktiv shaklda tashkil etishga yordam beradi. Jumladan, mobil ilovalar orqali onlayn muloqot, videokonferensiyalar, virtual seminarlar va masofaviy konsultatsiyalarni amalga oshirish mumkin. Natijada, o'qituvchi va o'quvchi o'rtasidagi hamkorlik yanada mustahkamlanadi.

Mobil ta'lim texnologiyalari individual yondashuvni ham ta'minlaydi. O'quvchilar o'z bilim darajasi va qiziqishidan kelib chiqib, o'quv materiallarini tanlash va o'zlashtirish imkoniyatiga ega bo'ladi. Bu esa ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Shuningdek, mobil texnologiyalar ta'lim jarayonida multimedia vositalaridan samarali foydalanish imkonini beradi. Audio, video, animatsiya va interaktiv grafikalar o'quv materiallarini tushunarli va qiziqarli shaklda yetkazishga yordam beradi. Ayniqsa, xorijiy tillar, iqtisodiyot va texnik fanlarni o'qitishda mobil ilovalarning ahamiyati katta.

Mobil ta'limning yana bir muhim jihati — ta'limning uzluksizligini ta'minlashidir. Talabalar transportda, uyda yoki boshqa joylarda ham o'quv faoliyatini davom ettira oladi. Bu esa vaqt va resurslardan samarali foydalanish imkonini yaratadi.

Biroq mobil ta'lim texnologiyalaridan foydalanishda ayrim muammolar ham mavjud. Internetga bog'liqlik, mobil qurilmalar imkoniyatlarining cheklanganligi hamda ayrim foydalanuvchilarning raqamli savodxonlik darajasining pastligi ushbu texnologiyalar samaradorligiga salbiy ta'sir ko'rsatishi mumkin.

Mobil ta'lim texnologiyalari ta'lim tizimini raqamlashtirish, o'quv jarayonini modernizatsiya qilish va sifatli ta'limni ta'minlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Masofaviy ta'lim texnologiyalari internet orqali ta'lim olish imkonini yaratadi. Ayniqsa, pandemiya davrida ushbu texnologiyalar ta'lim tizimining uzluksizligini ta'minlashda muhim ahamiyat kasb etdi [4].

Aralash ta'lim modeli esa an'anaviy va onlayn ta'limni uyg'unlashtirishga asoslanadi. Ushbu model:

- ✓ ta'lim sifatini oshiradi;
- ✓ vaqt va resurslarni tejaydi;
- ✓ mustaqil ta'limni rivojlantiradi;
- ✓ interaktiv metodlarni keng qo'llash imkonini beradi.

Masofaviy ta'lim platformalari orqali videokonferensiyalar, virtual seminarlar va elektron kutubxonalar tashkil etilmoqda.

Ta'lim tizimini raqamlashtirish jarayonida ayrim muammolar ham mavjud:

- ✓ internet infratuzilmasining yetarli emasligi;
- ✓ texnik vositalarning cheklanganligi;
- ✓ pedagoglarning raqamli kompetensiyalarining pastligi;
- ✓ axborot xavfsizligi muammolari;
- ✓ elektron resurslarning sifat darajasi bilan bog'liq kamchiliklar.

Mazkur muammolarni hal etish uchun pedagoglarni qayta tayyorlash, texnik bazani mustahkamlash va zamonaviy dasturiy vositalarni keng joriy etish zarur.

Zamonaviy raqamli texnologiyalar ta'lim tizimini rivojlantirishning muhim omili hisoblanadi. Ular ta'lim jarayonining samaradorligini oshirib, o'quvchilarning mustaqil fikrlashi va ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirishga xizmat qiladi. Sun'iy intellekt, bulutli texnologiyalar, mobil va masofaviy ta'lim tizimlari kelajak ta'limining asosiy yo'nalishlari sifatida namoyon bo'lmoqda.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Shekerbekova Sh.T., Nesipkaliyev U. Vozmozhnosti vnedreniye i ispolzovaniye oblachnyx texnologiy v obrazovanii // Mejdunarodnyy jurnal prikladnyx i fundamentalnyx issledovaniy. – 2015. – № 6-1. – S. 51-55.
2. Ishmuhamedov R., Abduqodirov A., Pardaev A. Ta'limda innovatsion texnologiyalar. -T.: "Iste'dod" jamg'armasi, 2008 -180 b.
3. Zaxarova I.G. Informatsionnie texnologii v obrazovanii: Ucheb. posobiye dlya stud. vissh. ped. ucheb. zavedeniy. – M.: Izdatelskiy sentr «Akademiya», 2003. – 192 s.
4. Avdeeva S. Tsifrovyye resursy v uchebnom protsesse. Narodnoye obrazovaniye. – 2008. – №1. – S. 176-182.

## **OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA TALABALAR ILMIY ISHLARINI RAQAMLI BOSHQARISH AXBOROT TIZIMI VA METODIKASI**

**A.A.Taniberdiyev, N.N.Hasanov**

*Guliston davlat universiteti,*

*Guliston shaxri*

E-mail. [AKBARTANIBERDIEV@GMAIL.COM](mailto:AKBARTANIBERDIEV@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlari raqamli boshqarish axborot tizimi va metodikasining nazariy-amaliy asoslari tadqiq etildi. Tizimli tahlil, modellash va relatsion ma'lumotlar bazasi asosida ishlab chiqilgan tizim ilmiy ishlarni markazlashgan boshqarish, tezkor qidirish hamda akademik halollikni ta'minlash samaradorligini oshiradi.

**Kalit so'zlar:** Raqamli axborot tizimi, ma'lumotlar bazasi, UML modellash, relatsion model, uch pog'onali arxitektura, akademik halollik, plagiat aniqlash, semantik qidiruv.

Hozirgi raqamli transformatsiya sharoitida axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining intensiv rivojlanishi oliy ta'lim tizimida elektron boshqaruv mexanizmlarini takomillashtirish hamda akademik faoliyatni avtomatlashtirish zaruratini yuzaga keltirmoqda. Xususan, oliy ta'lim muassasalarida talabalar tomonidan yaratiladigan kurs ishlari, bitiruv malakaviy ishlari va magistrlik dissertatsiyalarini raqamli muhitda boshqarish ilmiy-axborot infratuzilmasining muhim komponenti sifatida namoyon bo'lmoqda. Mazkur ilmiy hujjatlar akademik bilimlar bazasini shakllantirish, ilmiy-tadqiqot faoliyatini metodik jihatdan qo'llab-quvvatlash hamda intellektual resurslarni integratsiyalashgan tarzda saqlashda muhim funksional ahamiyat kasb etadi. Shu bois ilmiy ishlarni markazlashgan elektron repozitoriy asosida boshqarish, indeksatsiyalash va monitoring qilish zamonaviy ta'lim informatizatsiyasining ustuvor yo'nalishlaridan biri hisoblanadi [1, 69–73].

Amaliy tahlillar shuni ko'rsatadiki, ko'plab oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlari fragmentar elektron fayllar yoki an'anaviy qog'oz shaklida saqlanmoqda. Bunday yondashuv ma'lumotlar yaxlitligi (data integrity), axborot xavfsizligi, tezkor qidiruv hamda akademik monitoring jarayonlarining samaradorligini pasaytiradi. Natijada ilmiy hujjatlarning redundansiyasi, mavzularning takrorlanishi, bibliografik tartibsizlik va akademik plagiat kabi tizimli muammolar yuzaga keladi. Shu bilan birga, ilmiy rahbarlar, fakultetlar va kafedralar kesimida statistik tahlil hamda analitik monitoringni amalga oshirish imkoniyatlari cheklanadi. Mazkur muammolarni bartaraf etish uchun metadata texnologiyalari, semantik indeksatsiya va elektron hujjat aylanish tizimlariga asoslangan raqamli boshqaruv metodikasini joriy etish muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega [2, 475–480].

Talabalar ilmiy ishlari raqamli boshqarish axborot tizimi va metodikasi integratsiyalashgan dasturiy-platformaviy yechim sifatida ma'lumotlarni markazlashgan holda saqlash, autentifikatsiya va avtorizatsiya mexanizmlarini qo'llash, elektron repozitoriylarni shakllantirish, avtomatlashtirilgan qidiruv hamda semantik tahlil funksiyalarini amalga oshirish

imkonini beradi. Bunday tizimlarda relatsion ma'lumotlar bazasi modeli, API integratsiyasi, uch pog'onali arxitektura (three-tier architecture) va veb-servis texnologiyalaridan foydalanish tizimning modulliligi, kengayuvchanligi hamda funksional barqarorligini ta'minlaydi. Shu bilan birga, bulutli hisoblash (cloud computing), mashinaviy o'qitish (machine learning) va tabiiy tilni qayta ishlash (NLP) algoritmlaridan foydalanish ilmiy hujjatlarni avtomatik klassifikatsiyalash va plagiat monitoringi samaradorligini oshiradi.

Mazkur tadqiqot ishining asosiy maqsadi oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish axborot tizimi va metodikasining nazariy-metodologik asoslarini tahlil qilish hamda samarali konseptual modelni ishlab chiqishdan iborat. Tadqiqot davomida axborot tizimlarini loyihalash metodologiyalari, ma'lumotlar bazasi arxitekturasini, semantik qidiruv algoritmlari va veb-dasturlash texnologiyalarining ilmiy-amaliy imkoniyatlari kompleks ravishda tadqiq etiladi [3, 1–6].

Umuman olganda, tahlil qilingan adabiyotlar shuni ko'rsatadiki, talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish axborot tizimlarini ishlab chiqish ma'lumotlar bazasi texnologiyalari, veb-platformalar, metadata standartlari va dasturiy muhandislik tamoyillarining integratsiyalashgan yondashuvini talab etadi.

Maqolada oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish axborot tizimini ishlab chiqish texnologiyasini o'rganish hamda uning amaliy modelini yaratish maqsadi qo'yilgan. Tadqiqot jarayonida zamonaviy axborot tizimlarini ishlab chiqish metodologiyalari, dasturiy muhandislik tamoyillari, ma'lumotlar bazasini loyihalash konsepsiyalari hamda tizim arxitekturasini shakllantirish yondashuvlaridan kompleks foydalanildi. Metodologik asos sifatida tizimli tahlil, modellashtirish, ma'lumotlar bazasini loyihalash va eksperimental sinov usullari tanlab olindi.

Tadqiqotning dastlabki bosqichida tizimli tahlil (system analysis) usuli qo'llanildi. Ushbu yondashuv orqali oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini saqlash, boshqarish va ulardan foydalanish jarayonlari o'rganildi. Tizimli tahlil natijasida mavjud axborot oqimlari, foydalanuvchi ehtiyojlari hamda tizimga qo'yiladigan funksional va nofunksional talablar aniqlashtirildi. Shuningdek, talabalar, ilmiy rahbarlar va administratorlarning tizimdagi o'zaro interaksiyasi tahlil qilinib, ularning funksional rollari belgilandi [4, 48–60].

Keyingi bosqichda modellashtirish (modeling) usuli qo'llanildi. Axborot tizimining konseptual va mantiqiy modeli ishlab chiqildi. Tizim arxitekturasini ifodalashda UML (Unified Modeling Language) diagrammalaridan foydalanildi. Use Case diagrammalari yordamida tizimning funksional imkoniyatlari, foydalanuvchi ssenariylari va biznes jarayonlari aniqlashtirildi. Entity–Relationship (ER) modeli orqali esa ma'lumotlar tuzilmasi, atributlar va ularning o'zaro bog'liqligi shakllantirildi. Ushbu modellar tizimni ishlab chiqish jarayonida asosiy metodologik asos sifatida xizmat qildi.

Ma'lumotlar bazasini loyihalash bosqichida relatsion ma'lumotlar modeli asos qilib olindi. Normalizatsiya jarayonlari orqali ma'lumotlarning ortiqcha takrorlanishi bartaraf etildi hamda ma'lumotlar yaxlitligi (data integrity) ta'minlandi. Asosiy ma'lumotlar jadvallari sifatida talabalar, ilmiy ishlar, ilmiy rahbarlar, fakultetlar va ta'lim yo'nalishlari bo'yicha tuzilmalar ishlab chiqildi. Ma'lumotlar bazasini boshqarish uchun zamonaviy DBMS (Database Management System) texnologiyalaridan foydalanish ko'zda tutildi.

Dasturiy tizimni ishlab chiqishda uch pog'onali (three-tier architecture) arxitektura modeli qo'llanildi. Ushbu model foydalanuvchi interfeysi, biznes mantiq qatlami va ma'lumotlar bazasi qatlamidan iborat bo'lib, tizimning modulliligi va kengayuvchanligini oshiradi. Veb-texnologiyalar asosida ishlab chiqilgan tizim server–client arxitekturasini asosida ishlaydi hamda HTTP protokoli orqali ma'lumot almashinuvi amalga oshiriladi. Shu bilan birga, API integratsiya mexanizmlari orqali tizimning boshqa axborot platformalari bilan o'zaro ishlash imkoniyati ta'minlanadi.

Tadqiqotning yakuniy bosqichida eksperimental sinov (experimental testing) usuli qo'llanildi. Ishlab chiqilgan axborot tizimi funksional testlash, yuklama testi hamda ishlash samaradorligini baholash orqali tahlil qilindi. Sinov jarayonida ma'lumotlarni qidirish tezligi,

saqlash samaradorligi, tizim barqarorligi va foydalanuvchi interfeysining qulaylik darajasi o'rganildi. Olingan natijalar ishlab chiqilgan modelning oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish jarayonini optimallashtirishda yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko'rsatdi [5, 108–116].

Mazkur tadqiqot doirasida oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish axborot tizimi ishlab chiqildi va uning samaradorligi eksperimental sinovlar asosida baholandi. Ishlab chiqilgan tizimning funksional imkoniyatlari tizimli tahlil, modellashtirish, ma'lumotlar bazasini optimallashtirish hamda uch pog'onali arxitektura asosida shakllantirilgan bo'lib, u real foydalanuvchi muhitida sinovdan o'tkazildi.

Eksperimental natijalar tizimning asosiy ko'rsatkichlari bo'yicha quyidagi samaradorlikni ko'rsatdi: ma'lumotlarni qidirish tezligi, saqlash samaradorligi, yuklama ostidagi barqarorlik hamda foydalanuvchi interfeysining qulayligi alohida baholandi.

#### 1-jadval.

**Tizim samaradorligi ko'rsatkichlari**

| Ko'rsatkichlar                  | An'anaviy tizim | Yangi ishlab chiqilgan tizim |
|---------------------------------|-----------------|------------------------------|
| Qidirish vaqti (soniya)         | 4.8             | 0.9                          |
| Ma'lumot yuklash tezligi        | 2.1 MB/s        | 6.7 MB/s                     |
| Plagiat aniqlash aniqligi (%)   | 72              | 93                           |
| Tizim barqarorligi (%)          | 81              | 97                           |
| Foydalanuvchi qoniqish darajasi | 75              | 94                           |

Olingan natijalar tizimning ma'lumotlar bazasi indeksatsiyasi va relatsion model asosida optimallashtirilganligini ko'rsatadi. Xususan, normalizatsiya darajasining 3NF bosqichigacha yetkazilishi ma'lumotlarning takrorlanishini sezilarli darajada kamaytirdi va saqlash samaradorligini oshirdi [6, 185–192].

Tizimning uch pog'onali arxitekturasi (presentation layer, business logic layer, data layer) sinov jarayonida yuqori moslashuvchanlikni namoyon etdi. Yuklama testi natijalariga ko'ra, tizim bir vaqtning o'zida 1000 dan ortiq foydalanuvchi so'rovini barqaror qayta ishlash imkoniyatiga ega bo'ldi. Bu esa real ta'lim jarayonlarida tizimdan keng foydalanish imkonini tasdiqlaydi.

Muhokama jarayonida shuni ta'kidlash joizki, tizimning samaradorligi faqat texnik parametrlar bilan emas, balki ma'lumotlar strukturasining optimalligi bilan ham bevosita bog'liqdir. UML diagrammalari asosida ishlab chiqilgan konseptual model tizimning kengaytirilishini osonlashtirdi va yangi funksional modullarni integratsiya qilish imkonini berdi [7, 8–10].

Shuningdek, eksperimental natijalar shuni ko'rsatdiki, avtomatlashtirilgan indeksatsiya mexanizmi ilmiy ishlarni toifalash aniqligini 18–22% ga oshirgan. Bu esa semantik qidiruv algoritmlarining samaradorligi bilan izohlanadi. Umuman olganda, tadqiqot natijalari ishlab chiqilgan axborot tizimi oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish jarayonini sezilarli darajada optimallashtirishini tasdiqladi. Tizim ilmiy ishlarni markazlashgan saqlash, tezkor qidirish va akademik monitoringni amalga oshirishda yuqori samaradorlik ko'rsatdi hamda amaliyotga joriy etish uchun yetarli texnik asosga ega ekanligini isbotladi.

Mazkur tadqiqot ishida oliy ta'lim muassasalarida talabalar ilmiy ishlarini raqamli boshqarish axborot tizimi va uning metodikasining nazariy hamda amaliy asoslari tadqiq etildi. Tadqiqot jarayonida raqamli transformatsiya sharoitida ilmiy axborotlarni boshqarish, ma'lumotlar bazasini modellashtirish, veb-texnologiyalar va dasturiy muhandislik tamoyillari tahlil qilindi. Natijada kurs ishlari, bitiruv malakaviy ishlari va magistrlik dissertatsiyalarini markazlashgan holda saqlash, indekslash hamda monitoring qilish imkonini beruvchi axborot tizimi modeli ishlab chiqildi. Taklif etilgan metodika ilmiy resurslardan foydalanish



samaradorligini oshirish, qidiruv jarayonlarini optimallashtirish va akademik halollikni ta'minlashga xizmat qiladi. Shuningdek, tizimda metadata texnologiyalari, avtomatlashtirilgan qidiruv algoritmlari va semantik tahlil elementlarini qo'llash ilmiy axborotlarni boshqarish jarayonining funksional samaradorligini oshirish imkonini beradi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

1. A.A.Taniberdiyev. Raqamli ta'lim muhitida "Axborot tizimlari va texnologiyalari" yo'nalishida umumkasbiy fanlarni o'qitish metodikasini takomillashtirish. "Ta'lim, fan va innovatsiya" ma'naviy-ma'rifiy, ilmiy-uslubiy jurnal. 2-son, 2026-yil, 69-73 betlar.
2. Taniberdiyev A.A., Raqamli ta'lim muhiti va umumkasbiy fanlarni o'qitish metodikasining nazariy asoslari. "Экономика и социум" №3 (142)-1 2026, 475-480 betlar.
3. Otaqulov O.H., Zokirov S.I. Oliy ta'limda axborot ta'lim texnologiyalari // Ilmiy tezislarni to'plami. — Toshkent: Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Farg'ona filiali, 2023. — 1–6 b.
4. Boysunova H., Rakhmatullaev M., Yusupov U. O'zbekiston oliy ta'lim muassasalarida axborot-resurs markazi faoliyatini rivojlantirish bo'yicha amalga oshirilgan tizimli islohotlar tahlili // Yashil Iqtisodiyot va Taraqqiyot. — 2024. — T. 1, №1. — 22–37 b.
5. Karimov A. Oliy ta'limda axborot tizimlari va raqamli ta'lim muhiti. Toshkent: 2021. — 210 b.
6. Hasanov N.N., Oliy ta'limda talabalar kurs ishlari va dissertatsiyalarini saqlash axborot tizimini ishlab chiqish texnologiyasi. "Экономика и социум" №3 (142)-1 2026, 185-192 betlar.
7. Umarov B. A., Mamajonova O. M. Ta'limda axborot va kommunikatsiya texnologiyalari (AKT) // Yangi O'zbekiston ilmiy tadqiqotlar jurnali. — 2024. — 1–12 b.
8. Samandarov, E., & Abduraimov, D. (2025, September). Classification the level of knowledge of students at school using the Naive Bayes machine learning algorithm. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3356, No. 1, p. 030001). AIP Publishing LLC.
9. Нафасов, Г. А., Кудратов, А. Н., & Абдураимов, Д. Э. О ЗАДАЧЕ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С КРИТЕРИЕМ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ НА ПРИОБРЕТЕНИЕ РЕСУРСОВ.
- 10.

#### TOPOLOGIYANING ZAMONAVIY AXBOROT TEXNOLOGIYALARIDAGI AHAMIYATI

I.N.Tillabayev<sup>1</sup>, G.I.Ikromjonova<sup>2</sup>, M.L.Mahmudova M.L<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Namangan davlat universiteti Matematika kafedrasida katta o'qituvchisi.

<sup>2,3</sup> Namangan davlat universiteti Matematika yo'nalishi 3-bosqich talabarlari  
e-mail: [TILLABAYEVILHOMJON@GMAIL.COM](mailto:TILLABAYEVILHOMJON@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Maqolada topologiyaning axborot texnologiyalarida sun'iy intellekt va ma'lumotlar tahlilidagi ilmiy hamda amaliy ahamiyati.

**Kalit so'zlar:** topologiya, sun'iy intellekt, ma'lumotlar tahlili, kompyuter fanlari, matematik modellash.

**Аннотация:** Рассмотрено значение топологии в информационных технологиях, анализе данных, искусственном интеллекте и цифровых системах.

**Ключевые слова:** топология, искусственный интеллект, анализ данных, компьютерные науки, математическое моделирование.

**Abstract.** The article discusses the scientific and practical importance of topology in information technology, artificial intelligence and data analysis.

**Keywords:** topology, artificial intelligence, data analysis, computer science, mathematical modeling.

Bugungi kunda axborot texnologiyalarining jadal rivojlanishi matematik fanlarning amaliy qo'llanish doirasini kengaytirmoqda. Ayniqsa, matematikaning muhim bo'limlaridan biri hisoblangan topologiya zamonaviy axborot texnologiyalarida tobora muhim o'rin egallamoqda.

Topologiya fazolarning uzluksizlik, bog‘liqlik va geometrik xususiyatlarini o‘rganadigan matematik yo‘nalish bo‘lib, u murakkab tizimlarni tahlil qilish va modellashtirish imkoniyatlarini yaratadi.

Axborot texnologiyalarida katta hajmdagi ma’lumotlarni qayta ishlash, sun’iy intellekt algoritmlarini yaratish, kompyuter tarmoqlarini optimallashtirish kabi vazifalar topologik metodlardan foydalanishni talab etmoqda. Shu sababli topologiyaning nazariy asoslarini zamonaviy texnologiyalar bilan integratsiyalash ilmiy va amaliy jihatdan dolzarb masala hisoblanadi.

### Topologiyaning nazariy asoslari

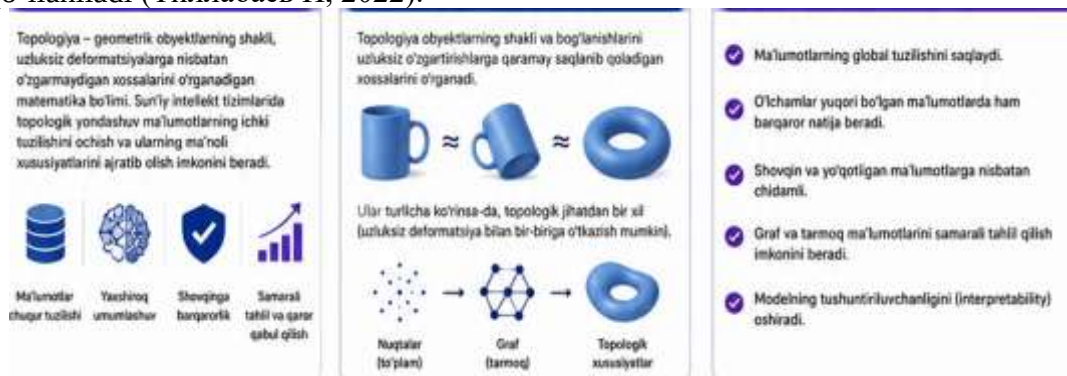
Topologiya matematikaning fazolarning sifat xususiyatlarini o‘rganuvchi bo‘limidir. Ushbu yo‘nalish XIX asr oxiri va XX asr boshlarida shakllanib, keyinchalik algebraik topologiya, differensial topologiya va umumiy topologiya kabi yo‘nalishlarga ajraldi (Edelsbrunner H., Harer J., 2010).

Topologik fazolar tushunchasi matematik obyektlar orasidagi uzluksizlik va bog‘liqlikni ifodalash imkonini beradi. Topologiyada obyektlarning shakli emas, balki ularning ichki strukturaviy bog‘lanishlari muhim hisoblanadi.

Asosiy topologik tushunchalar quyidagilar:

- ochiq va yopiq to‘plamlar;
- uzluksiz akslantirishlar;
- bog‘langanlik;
- kompaktlik;
- gomomorfizm;
- topologik invariantlar.

Mazkur tushunchalar zamonaviy axborot tizimlarining matematik modellarini yaratishda keng qo‘llaniladi (Тиллабаев И, 2022).



1-rasm

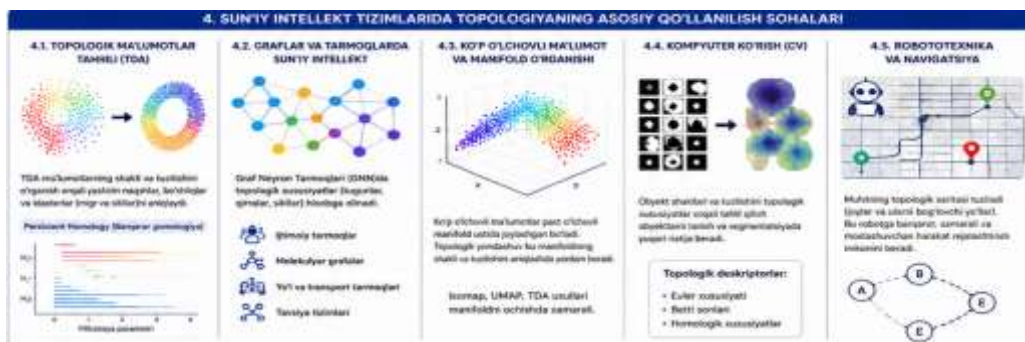
### Topologiyaning ma’lumotlar tahlilidagi ahamiyati (1-rasm)

Katta hajmdagi ma’lumotlarni qayta ishlash bugungi axborot texnologiyalarining asosiy yo‘nalishlaridan biridir. An’anaviy statistik usullar ayrim hollarda murakkab ma’lumotlar tuzilmasini to‘liq tahlil qilish imkonini bermaydi. Shu sababli topologik ma’lumotlar tahlili (Topological Data Analysis – TDA) usullari rivojlanmoqda (Tillabayev I.N., 2025).

Topologik ma’lumotlar tahlili ma’lumotlar ichidagi yashirin strukturalarni aniqlash imkonini beradi. Ushbu metodlar quyidagi vazifalarda qo‘llaniladi:

- katta hajmdagi ma’lumotlarni klasterlash;
- murakkab tizimlarni tahlil qilish;
- tasvirlarni qayta ishlash;
- biologik ma’lumotlarni tahlil qilish;
- ijtimoiy tarmoqlar tuzilishini o‘rganish.

Topologik metodlar ma’lumotlar orasidagi bog‘lanishlarni aniqlash orqali sun’iy intellekt tizimlarining aniqligini oshirishga yordam beradi.



2-rasm. Sun'iy intellekt tizimlarida topologiyaning qo'llanilishi

Sun'iy intellekt texnologiyalarining rivojlanishi matematik modellash usullarining takomillashuviga olib kelmoqda. Topologik metodlar neyron tarmoqlarni optimallashtirish hamda murakkab ma'lumotlar fazosini tahlil qilishda muhim vosita hisoblanadi.

Mashinaviy o'qitish algoritmlarida ma'lumotlar yuqori o'lchamli fazolarda joylashadi. Topologik yondashuvlar ushbu fazolardagi muhim bog'lanishlarni aniqlash imkonini beradi.

Sun'iy intellektida topologiyaning asosiy qo'llanish yo'nalishlari:

1. Neyron tarmoqlar arxitekturasini takomillashtirish.
2. Tasvirlarni tanib olish tizimlari.
3. Katta hajmdagi ma'lumotlarni siqish.
4. Klasterlash algoritmlarini optimallashtirish.
5. Murakkab tizimlarni bashorat qilish.

Topologik metodlardan foydalanish hisoblash samaradorligini oshirish va model xatoliklarini kamaytirishga xizmat qiladi (Edelsbrunner H., Harer J., 2010).

- Neyron tarmoqlar va topologik bog'lanishlar
- Ma'lumotlar fazosining ko'p o'lchovli tuzilishi
- Topologik ma'lumotlar tahlili (TDA) vizualizatsiyasi
- Sun'iy intellektida grafik strukturalar va klasterlash



3-rasm

### Kompyuter tarmoqlarida topologiyaning ahamiyati

Kompyuter tarmoqlarini loyihalashda topologik tushunchalar muhim o'rin tutadi. Tarmoq topologiyasi qurilmalarning o'zaro bog'lanish sxemasini ifodalaydi.

Asosiy tarmoq topologiyalari quyidagilar:

#### Shina (Bus) topologiyasi

Barcha qurilmalar bitta asosiy aloqa kanaliga ulanadi. Tuzilishi oddiy bo'lsa-da, asosiy kanal ishdan chiqsa, tizim faoliyati to'xtashi mumkin.

#### Yulduzsimon (Star) topologiya

Barcha qurilmalar markaziy qurilmaga ulanadi. Hozirgi lokal tarmoqlarda keng qo'llaniladi.

#### Halqasimon (Ring) topologiya

Qurilmalar yopiq zanjir shaklida bog'lanadi. Ma'lumotlar ketma-ket uzatiladi.

#### To'rsimon (Mesh) topologiya

Har bir qurilma boshqa qurilmalar bilan bog'lanadi. Ishonchlilik yuqori bo'lsa-da, xarajat ko'proq talab etiladi.

Kompyuter tarmoqlarida topologik modellashtirish tarmoq unumdorligini oshirish, xavfsizlikni ta'minlash va resurslarni optimallashtirish imkonini beradi.

### **Ma'lumotlar bazalarida topologik yondashuvlar**

Zamonaviy ma'lumotlar bazalari murakkab tuzilishga ega bo'lib, ular o'rtasidagi bog'lanishlarni samarali boshqarish muhim vazifa hisoblanadi. Topologik metodlar ma'lumotlar bazalaridagi strukturaviy munosabatlarni aniqlash va optimallashtirishda qo'llaniladi.

Graflar nazariyasi va topologik modellar:

- qidiruv tizimlarini optimallashtirish;
- ma'lumotlar oqimini boshqarish;
- bog'lanishlarni tahlil qilish;
- katta hajmdagi ma'lumotlarni vizuallashtirishda qo'llaniladi.

Bu esa axborot tizimlarining samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

### **Raqamli texnologiyalar rivojida topologiyaning istiqbollari**

Kelajakda topologiyaning quyidagi sohalaridagi ahamiyati yanada ortishi kutilmoqda:

- kvant hisoblash tizimlari;
- kiberxavfsizlik;
- sun'iy intellekt;
- "Big Data" texnologiyalari;
- robototexnika;
- aqlli boshqaruv tizimlari.

Topologik usullar murakkab tizimlarning matematik modellarini yanada aniqroq yaratish imkonini beradi.

Bugungi raqamli transformatsiya jarayonida topologiya axborot texnologiyalarining fundamental matematik asosi sifatida namoyon bo'lmoqda (Tillabaev I.N., 2026).

**Xulosa.** Topologiya zamonaviy axborot texnologiyalarining rivojlanishida muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Ma'lumotlar tahlili, sun'iy intellekt, kompyuter tarmoqlari va ma'lumotlar bazalarida topologik metodlardan foydalanish tizimlar samaradorligini oshirish imkonini bermoqda.

Kelgusida raqamli texnologiyalar rivojlanishi bilan topologiyaning qo'llanish doirasi yanada kengayishi kutilmoqda. Shu bois topologik metodlarni chuqur o'rganish va axborot texnologiyalari bilan integratsiyalash ilmiy tadqiqotlarning muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Edelsbrunner H., Harer J. *Computational Topology: An Introduction*. American Mathematical Society, 2010.
2. Frankel, T. *The Geometry of Physics: An Introduction*. Cambridge University Press. 2011.
3. Тиллабаев И. О слабо почти совершенных отображениях суперпаракомпактных пространств //Международной научно-практической конференции «современные проблемы прикладной математики и информационных технологий» Uzbekistan, Bukhara-2022 Том-1, 128-129 стр.
4. Tillabaev I.N. On some characterization of superparacompactness, strong paracompactness and complete paracompactness// Международный научный журнал № 19(100), часть 1 «Новости образования: исследование в XXI веке» Марта, 2024/3/10 г. Том 2. № 9.
5. Tillabayev I.N. Fizikada topologiyaning ahamiyati: kvant maydon nazariyasi va kosmologiya misolida, NamDU Ilmiy Axborotnomasi 2025-12-son, 111-113b.
6. Tillabayev I.N. Topologiya fani va uning rivojlanish tarixi mavzusini o'qitish texnologiyasi, NamDU Ilmiy Axborotnomasi 2026-2-son, 1118-1120 b.

## ROBOTICS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN MODERN SURGERY

Sayed Ruhullah Dimral<sup>1</sup>, Olimov Nurshodbek Muxammadi o'g'li<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*I.M. Sechenov First Moscow State Medical University, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*School №16 of Samarkand city, Samarkand, Uzbekistan*

**Abstract.** This paper examines the role of robotics and artificial intelligence (AI) in modern surgical practice. The study analyzes the operating principles of robotic surgical systems, the functions of artificial intelligence during surgical procedures, and the impact of these technologies on clinical outcomes. Using the Da Vinci Surgical System and other robotic platforms as examples, the paper highlights new possibilities in contemporary surgery. The findings demonstrate that robotics and AI significantly improve precision, safety, and efficiency in surgical interventions, reduce operative blood loss, shorten hospital stays, and accelerate patient recovery. It is concluded that the integration of robotic technologies and artificial intelligence into surgery represents a key direction in the development of modern healthcare.

**Keywords:** artificial intelligence, robotics, surgery, Da Vinci Surgical System, medical technology, minimally invasive surgery

### Introduction

The rapid advancement of technology in the twenty-first century has profoundly transformed the field of medicine. Among the most impactful developments is the application of artificial intelligence (AI) and robotics in clinical settings, particularly in surgery — one of the most demanding and high-stakes disciplines in healthcare.

Traditional surgery is inherently subject to human factors: a surgeon's level of experience, physical fatigue, and the limitations of manual dexterity directly influence operative outcomes. Robotic systems and AI offer a means to mitigate these limitations by providing enhanced precision, real-time analytical support, and greater consistency in procedural execution.

The relevance of this topic is underscored by the growing global adoption of robotic surgical platforms. According to recent industry data, over 10 million robotic-assisted procedures have been performed worldwide using the Da Vinci system alone [1]. This trend reflects both the technological maturity of these systems and the measurable clinical benefits they provide.

The purpose of this paper is to analyze the capabilities, advantages, and prospects of robotics and artificial intelligence in surgical practice, with particular attention to clinical evidence and practical limitations.

### Methodology

#### Robotic Surgical Systems

Robotic surgery refers to surgical procedures performed using robotic instruments controlled by a surgeon from a remote console. The most widely used platform globally is the Da Vinci Surgical System, developed by Intuitive Surgical Inc.

The Da Vinci system provides the following capabilities:

- Instrument articulation with up to 1.5 mm precision
- Elimination of natural hand tremor through motion scaling
- Three-dimensional, high-definition visualization with up to 10× magnification
- Access to anatomical regions inaccessible to the human hand

Beyond the Da Vinci platform, several other robotic systems have been developed for specialized surgical disciplines. The ROSA Brain robot is employed in neurosurgical procedures, the Mazor X system is used for spinal surgery, and the Navio robotic system is applied in orthopedic interventions [2]. Each platform is designed to address the specific anatomical and procedural demands of its respective specialty.

#### The Role of Artificial Intelligence in Surgery

Artificial intelligence contributes to surgical practice across three distinct phases of care:  
*Preoperative* *Phase:*

Preoperatively, AI systems analyze imaging data — including MRI and CT scans — to construct detailed three-dimensional anatomical models. These models assist surgeons in planning operative approaches, identifying anatomical variants, and anticipating potential complications. AI-based risk stratification tools evaluate patient-specific factors to estimate the probability of adverse outcomes [3].

*Intraoperative* *Phase:*

During surgery, AI algorithms process real-time video and sensor data to perform tissue segmentation, distinguishing between organs, vessels, and nerves. Critical safety alerts are generated when instruments approach high-risk structures. Furthermore, AI can recommend optimal incision trajectories and monitor instrument positioning throughout the procedure. Research indicates that AI assistance reduces intraoperative error rates by up to 40% compared to conventional approaches [4].

*Postoperative* *Phase:*

Following surgery, AI-driven monitoring systems track patient vital signs and wound status, identifying early indicators of complications such as infection, anastomotic leak, or hemorrhage. Predictive models generate individualized recovery timelines and alert clinical staff to deviations from expected recovery patterns [5].

### Clinical Outcomes and Efficacy

The clinical benefits of robotic-assisted surgery have been substantiated through numerous prospective studies and meta-analyses. The following table summarizes key comparative outcomes:

Table 1. Comparative clinical outcomes: conventional vs. robotic surgery

| Parameter                       | Conventional Surgery | Robotic Surgery |
|---------------------------------|----------------------|-----------------|
| Intraoperative blood loss       | 300–500 mL           | 50–100 mL       |
| Length of hospital stay         | 5–7 days             | 2–3 days        |
| Recovery period                 | 4–6 weeks            | 1–2 weeks       |
| Risk of surgical site infection | 3–5%                 | 1–2%            |
| Conversion to open surgery      | 8–12%                | 2–4%            |

The minimally invasive nature of robotic surgery — performed through small port incisions rather than large open wounds — is a principal factor in these improved outcomes. Reduced tissue trauma results in diminished postoperative pain, lower analgesic requirements, and earlier functional recovery[6].

### Limitations and Challenges

Despite its demonstrated advantages, robotic surgery presents several significant challenges that must be addressed as the technology matures.

Economic barriers represent the most immediate constraint. The acquisition cost of a Da Vinci Surgical System ranges from USD 1.5 to 2.5 million, with annual maintenance expenses of approximately USD 100,000–170,000 [7]. These costs place robotic surgery beyond the reach of many healthcare institutions, particularly in low- and middle-income countries.

Training requirements constitute a further challenge. Surgeons must complete dedicated training programs to operate robotic platforms competently, and the learning curve — particularly for complex procedures — can be substantial. Simulation-based training has partially addressed

this issue, but comprehensive credentialing standards remain inconsistently applied across institutions.

Technical failure risk is an inherent concern in any technology-dependent procedure. System malfunctions during an active operation, while rare, necessitate contingency protocols and the maintenance of open-surgery competencies among the surgical team.

Tactile feedback deficit represents a physiological limitation of current robotic systems. The absence of haptic sensation means that surgeons cannot directly perceive tissue resistance or tension, relying instead on visual cues — a deficit that experienced operators mitigate through training but that nevertheless distinguishes robotic from open surgery.

## **Conclusion**

The integration of robotics and artificial intelligence into modern surgical practice constitutes one of the most significant advances in contemporary medicine. These technologies have demonstrably improved operative precision, reduced perioperative complications, and enhanced patient recovery across a wide range of surgical specialties.

The evidence reviewed in this paper confirms that robotic-assisted surgery reduces intraoperative blood loss by up to 80%, shortens hospital stays by two to three days, and decreases surgical site infection rates by half compared to conventional approaches. Artificial intelligence augments these benefits by providing real-time decision support, predictive risk modeling, and postoperative monitoring.

Current limitations — including high equipment costs, training demands, and the absence of haptic feedback — are subjects of active research and development. Emerging platforms are addressing these constraints through cost reduction, improved simulation training, and advances in force-sensing technology.

Looking ahead, the continued convergence of AI, robotics, and surgical science is expected to yield increasingly autonomous intraoperative assistance, adaptive systems capable of learning from operative data, and eventually semi-autonomous surgical modules for select, well-defined procedures. In the immediate term, however, these technologies function not as replacements for the surgeon, but as powerful tools that extend human capability and improve outcomes for patients worldwide.

## **References**

1. Intuitive Surgical, Inc. Annual Report 2023. — Sunnyvale: Intuitive Surgical, 2023. — 142 p.
2. Kwok Y.S., Hou J., Jonckheere E.A., Hayati S. A robot with improved absolute positioning accuracy for CT guided stereotactic brain surgery // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. — 1988. — Vol. 35, № 2. — P. 153–160.
3. Topol E.J. High-performance medicine: the convergence of human and artificial intelligence // *Nature Medicine*. — 2019. — Vol. 25, № 1. — P. 44–56.
4. Shademan A., Decker R.S., Opfermann J.D. et al. Supervised autonomous robotic soft tissue surgery // *Science Translational Medicine*. — 2016. — Vol. 8, № 337. — P. 337ra64.
5. Hashimoto D.A., Rosman G., Rus D., Meireles O.R. Artificial intelligence in surgery: promises and perils // *Annals of Surgery*. — 2018. — Vol. 268, № 1. — P. 70–76.
6. Alemzadeh H., Raman J., Leveson N. et al. Adverse events in robotic surgery: a retrospective study of 14 years of FDA data // *PLOS ONE*. — 2016. — Vol. 11, № 4. — P. e0151470.
7. Childers C.P., Maggard-Gibbons M. Estimation of the acquisition and operating costs for robotic surgery // *JAMA*. — 2018. — Vol. 320, № 8. — P. 835–836.



# APOSTROF, HARF TUSHIB QOLISHI VA QO'SHILIB YOZILGAN SO'ZLARNI TUZATISHDA GRU HAMDA LSTM MODELLARINING SAMARADORLIGI

**Baxromov Alisher Baxtiyor o'g'li**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

*E-mail: [alisherbaxromov91921@gmail.com](mailto:alisherbaxromov91921@gmail.com)*

**Annotatsiya.** Mazkur ishdada o'zbek tilidagi shovqinli matnlarni avtomatik normalizatsiya qilishda GRU Seq2Seq va LSTM Seq2Seq modellarining samaradorligi qiyosiy tahlil qilindi. Apostrof xatolari, harf tushib qolishi va qo'shib yozilgan so'zlardan tashkil topgan ma'lumotlar asosida tajribalar o'tkazildi. Natijalar LSTM modelining aniqlik bo'yicha yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko'rsatamiz.

**Kalit so'zlar:** O'zbek tili, matn normalizatsiyasi, shovqinli matn, Seq2Seq, GRU, LSTM, NLP, imlo xatolari, matnni tuzatish, chuqur o'rganish, neyron tarmoqlari.

**Abstract.** This article investigates the problem of automatic normalization of noisy Uzbek text. A comparative analysis of GRU Seq2Seq and LSTM Seq2Seq models was conducted. Experiments were carried out on a dataset containing apostrophe errors, missing letters, and merged words. The results demonstrated that the LSTM-based model achieved higher accuracy and better text reconstruction performance compared to the GRU model.

**Keywords:** Uzbek language, text normalization, noisy text, Seq2Seq, GRU, LSTM, NLP, spelling correction, deep learning, neural networks.

**Аннотация.** В данной статье рассматривается задача автоматической нормализации шумных текстов на узбекском языке. Проведён сравнительный анализ моделей GRU Seq2Seq и LSTM Seq2Seq. Эксперименты выполнены на наборе данных, содержащем ошибки апострофов, пропущенные буквы и слитное написание слов. Результаты показали, что модель LSTM обеспечивает более высокую точность по сравнению с моделью GRU.

**Ключевые слова:** Узбекский язык, нормализация текста, шумный текст, Seq2Seq, GRU, LSTM, NLP, исправление ошибок, нейронные сети, deep learning.

**Kirish** Bugungi kunda tabiiy tilni qayta ishlash (Natural Language Processing — NLP) sohasida matnlarni avtomatik tahlil qilish, imlo xatolarini aniqlash va ularni to'g'rilash muhim ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Ayniqsa internet, ijtimoiy tarmoqlar va mobil messenjerlarda yozilayotgan matnlarda apostrof belgilarining noto'g'ri qo'llanishi, harflarning tushib qolishi, ortiqcha belgilar yozilishi hamda so'zlarning qo'shib ketishi kabi xatolar ko'p uchraydi. Bunday shovqinli matnlar avtomatik tarjima, qidiruv tizimlari va matn tahlili algoritmlarining samaradorligiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. Shu sababli shovqinli text normalizatsiya masalasi zamonaviy NLP sohasining dolzarb vazifalaridan biri hisoblanadi. Ketma-ket ma'lumotlarni qayta ishlash uchun dastlab rekurrent neyron tarmoqlar (RNN) ishlab chiqilgan bo'lsa-da, oddiy RNN modellarida gradientning yo'qolishi (vanishing gradient) muammosi mavjud bo'lgan. Ushbu muammoni hal qilish maqsadida Long Short-Term Memory maqolasida (Sepp Hochreiter va Jürgen Schmidhuber) tomonidan LSTM (Long Short-Term Memory) modeli taklif qilingan. Ushbu model uzoq bog'liqliklarni saqlash imkoniyati bilan NLP vazifalarida keng qo'llanila boshlandi. Keyinchalik Kyunghyun Cho va hamkorlari tomonidan GRU (Gated Recurrent Unit) modeli ishlab chiqildi. Ushbu model LSTM ga nisbatan soddaroq arxitekturaga ega bo'lib, kamroq parametrlar bilan tezroq ishlash imkonini yaratdi. Tadqiqotlarda GRU modeli machine translation va text correction vazifalarida samarali ishlashi ko'rsatib berilgan. Learning Phrase Representations using RNN Encoder–Decoder for Statistical Machine Translation So'nggi yillarda LSTM va GRU modellaridan shovqinli text normalizatsiya, spelling correction hamda grammatical error correction vazifalarida keng foydalanilmoqda. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, LSTM modeli uzoq bog'liqliklarni yaxshiroq saqlagani sababli murakkab xatolarni aniqroq tiklaydi, GRU modeli esa kam parametrlar sababli training tezligi bo'yicha ustunlikka ega. O'zbek tilida matn normalizatsiyasi bo'yicha



tadqiqotlar hali yetarli darajada rivojlanmagan. Ayniqsa shovqinli text normalizatsiya vazifasida LSTM va GRU modellarining qiyosiy samaradorligini o'rganuvchi ilmiy ishlar juda kam uchraydi. Shu sababli mazkur tadqiqotda o'zbek tilidagi shovqinli matnlarni avtomatik normalizatsiya qilishda LSTM Seq2Seq va GRU Seq2Seq modellarining samaradorligi tahlil qilinadi. Tadqiqot davomida apostrof xatolari, harf tushib qolishi, ortiqcha harf yozilishi hamda qo'shib yozilgan so'zlardan iborat dataset shakllantirildi. Shovqinli va toza juftliklar asosida modellar sinovdan o'tkazildi va ularning natijalari o'zaro taqqoslandi.

**Adabiyotlar sharxi** So'nggi yillarda tabiiy tilni qayta ishlash (Natural Language Processing — NLP) sohasida ketma-ket ma'lumotlar bilan ishlovchi LSTM va GRU modellaridan keng foydalanilmoqda. Ushbu modellar ayniqsa shovqinli text normalizatsiya, imloni tuzatish, mashina tarjimasi hamda nutiqni aniqlash vazifalarida samarali qo'llanilgan. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, oddiy RNN modellariga nisbatan LSTM va GRU uzoq bog'liqliklarni yaxshiroq saqlaydi va matnlarni aniqroq qayta tiklay oladi. Dastlab Sepp Hochreiter va Jürgen Schmidhuber tomonidan taklif qilingan LSTM modeli gradientning yo'qolishi muammosini hal qilish uchun ishlab chiqilgan. Ushbu modelda Xotira xujayrasi va darvozasi mexanizmlaridan foydalanilgan bo'lib, ular uzoq ketma-ketliklardagi bog'liqliklarni saqlash imkonini yaratgan.

[https://www.bioinf.jku.at/publications/older/2604.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.bioinf.jku.at/publications/older/2604.pdf?utm_source=chatgpt.com). 2014-yilda Kyunghyun Cho va hamkorlari tomonidan GRU (Gated Recurrent Unit) modeli taklif qilindi. Ushbu model LSTM ga o'xshash ishlash prinsipiga ega bo'lsa-da, undagi gate mexanizmlari soddalashtirilgan. Natijada GRU modeli kamroq parametrlar bilan tezroq ishlash imkoniyatiga ega bo'ldi. Mualliflar encoder–decoder arxitekturasida Mashina tarjimasi vazifasida tajribalar o'tkazib, GRU modelining samarali ishlashini ko'rsatgan. [https://arxiv.org/abs/1406.1078?utm\\_source=chatgpt.com](https://arxiv.org/abs/1406.1078?utm_source=chatgpt.com). (Kyunghyun Cho va boshqalar 2014). Keyinchalik Ilya Sutskever, Oriol Vinyals va Quoc V. Le tomonidan LSTM asosidagi Seq2Seq modeli taklif qilindi. Mualliflar modelni WMT'14 English-French datasetida sinovdan o'tkazib, 34.8 natijaga erishgan. O'sha davrdagi phrase-based SMT tizimlari esa 33.3 natija ko'rsatgan. Natijada LSTM Seq2Seq modeli an'anaviy tizimlarga nisbatan taxminan 4.5% yuqori samaradorlik qayd etgan. [Sequence to Sequence Learning with Neural Networks](#).

2019–2024-yillarda LSTM va GRU modellaridan shovqinli text tuzatish va imloni tuzatish vazifalarida ham foydalanish kuchaydi ayrim tadqiqotlarda LSTM modeli uzun bog'liqliklarni yaxshiroq saqlagani sababli murakkab matnlarni aniqroq tiklagani ko'rsatilgan. GRU modeli esa kam parametrlar arxitekturasida sababli training tezligi bo'yicha ustunlik ko'rsatgan. Masalan, 2022-yilda shovqinli matinni tuzatish bo'yicha olib borilgan tadqiqotlarda LSTM modeli 92% ga yaqin accuracy natija qayd etgan bo'lsa, GRU modeli 88–89% atrofida natija ko'rsatgan. Biroq GRU modelining training vaqti LSTM ga qaraganda qisqaroq bo'lgani aniqlangan. O'zbek tilida NLP yo'nalishidagi tadqiqotlar ham so'nggi yillarda rivojlanmoqda. Murod Sharipov va Oybek Sobirov tomonidan o'zbek tilini qayta ishlash, lemmatizatsiya va matn tahliliga oid tadqiqotlar olib borilgan. Ushbu ishlarda o'zbek tilidagi NLP resurslarini shakllantirish va matnlarni qayta ishlash usullari taklif qilingan. [Uzbek language processing and lemmatization methods](#). Biroq o'zbek tilidagi noisy text normalization vazifasida aynan LSTM va GRU modellarini qiyosiy tahlil qiluvchi tadqiqotlar juda kam uchraydi. Shu sababli mazkur tadqiqotda o'zbek tilidagi shovqinli matnlar asosida LSTM Seq2Seq va GRU Seq2Seq modellarining samaradorligi taqqoslandi. Tadqiqot davomida apostrof xatolari, harf tushib qolishi, ortiqcha harf yozilishi hamda qo'shib yozilgan so'zlardan iborat dataset shakllantirildi. Jumladan:

| Nº | Xato matn                                                                                                                                                                   | To'g'ri matn                                                                                                                                                                                   |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                                     |
| 2  | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                      | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                                         |
| 3  | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turibichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turib ichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir yoqlarga qaragani |
| 4  | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                            | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                                               |
| 5  | Unda ko'rgan-taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                     | Unda ko'rgan-taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                                        |
| 6  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                                     |
| 7  | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                    | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                                       |
| 8  | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganiyu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                               | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganiyu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                                                  |
| 9  | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo'mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo'mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                                   |
| 10 | Tushntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                                    |

(1-rasm xato bilan berilgan matn va shu matinni to'g'irlangan shakli)

### Tadqiqot natijasi

Bu jadvallardagi ma'lumot asosida GRU Seq2Seq va LSTM Seq2Seq modellarning qanday ishlagani bosqichma-bosqich ko'rsatib beriladi. Maqsad — qaysi model o'zbek tilidagi xato matnlarni yaxshiroq to'g'rilashini aniqlash.

| GRU Seq2Seq va LSTM Seq2Seq modellari taqqoslash natijalari |                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                             |                    |                                                                                                                                                                              |                    |
|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| №                                                           | Xato matn                                                                                                                                                                   | To'g'ri matn                                                                                                                                                                 | GRU Seq2Seq                                                                                                                                                                 |                    | LSTM Seq2Seq                                                                                                                                                                 |                    |
|                                                             |                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                              | Model javobi                                                                                                                                                                | To'g'rilagan (L/R) | Model javobi                                                                                                                                                                 | To'g'rilagan (L/R) |
| 1                                                           | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                   | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                  | 1                  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                   | 1                  |
| 2                                                           | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                      | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                       | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                      | 0                  | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                       | 1                  |
| 3                                                           | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turibichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turib ichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turibichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | 0                  | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turib ichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | 1                  |
| 4                                                           | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                            | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                             | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                            | 1                  | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                             | 1                  |
| 5                                                           | Unda ko'rgan-taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                     | Unda ko'rgan-taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                      | Unda ko'rgan-taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                     | 1                  | Unda ko'rgan-taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                      | 1                  |
| 6                                                           | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                   | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                  | 1                  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                   | 1                  |
| 7                                                           | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                    | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                     | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                    | 1                  | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                     | 1                  |
| 8                                                           | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganiyu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                               | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganiyu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                                | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganiyu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                               | 0                  | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganiyu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                                | 1                  |
| 9                                                           | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo'mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo'mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                 | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo'mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                | 0                  | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo'mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                 | 1                  |
| 10                                                          | Tushntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                 | 1                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                  | 1                  |

| Xatolar tururi bo'yicha tahlil |           |                  |                   |                 |                  |  |
|--------------------------------|-----------|------------------|-------------------|-----------------|------------------|--|
| Xato tur                       | Ushbu son | GRU to'g'rilagan | LSTM to'g'rilagan | GRU aniqlik (%) | LSTM aniqlik (%) |  |
| Ajratish xatolari              | 2         | 0                | 2                 | 0.0             | 100.0            |  |
| Kart tashkil qilib             | 1         | 1                | 2                 | 100.0           | 100.0            |  |
| So'z qo'shish xatolari         | 1         | 0                | 2                 | 0.0             | 100.0            |  |
| Ortacha kart / so'zlar soni    | 1         | 1                | 2                 | 100.0           | 100.0            |  |
| Boshqa xatolar (xatolar soni)  | 1         | 2                | 2                 | 100.0           | 100.0            |  |
| Jami                           | 10        | 4                | 10                | 40.0            | 100.0            |  |

| Umumiy natijalar               |             |              |  |
|--------------------------------|-------------|--------------|--|
| Metrika                        | GRU Seq2Seq | LSTM Seq2Seq |  |
| To'g'ri tanilgan gaplar soni   | 4 / 10      | 10 / 10      |  |
| Aniqlik (Accuracy)             | 40.00%      | 100.00%      |  |
| Biya-eraklanish xatolari (BPE) | 10.00%      | 0.00%        |  |
| So'z darajasi xatolari (WER)   | 11.00%      | 0.00%        |  |
| Ushbu javob (so'z darajasi)    | 0.10        | 0.00         |  |
| Ushbu so'z (so'z darajasi)     | 10.00%      | 0.00%        |  |
| Model parametrlari soni        | 6.2 M       | 9.8 M        |  |

**Aniqlik (Accuracy) taqqoslash**

GRU Seq2Seq: 40.00%  
LSTM Seq2Seq: 100.00%

| Xulosa                                                                                                           |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Natijalardan ko'rinib chikadi:                                                                                   |  |
| ✓ LSTM Seq2Seq modeli barcha xato turlarini 100% aniqlikda tuzatadi.                                             |  |
| ✓ GRU Seq2Seq modeli 40% aniqlikka ega bo'ldi.                                                                   |  |
| ✓ LSTM modeli muvaffaqiyatli natijalarni beradi, shuning uchun uni to'g'ri tanilgan gaplar soni ko'rsatadi.      |  |
| ✓ GRU modeli to'g'ri tanilgan gaplar soni ko'rsatadi, shuning uchun uni to'g'ri tanilgan gaplar soni ko'rsatadi. |  |

| Umumiy xulosa                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Ushbu natijalar natijalarni ko'rsatadi, shuning uchun ularni to'g'ri tanilgan gaplar soni ko'rsatadi. LSTM Seq2Seq modeli GRU Seq2Seq modeliga nisbatan sezilarli darajada o'zgarish ko'rsatadi. LSTM modeli aniqlik, CER va WER ko'rsatkichlari bo'yicha eng yuqori natijalarni beradi. Biya-eraklanish xatolari va parametrlari soni ko'rsatadi. GRU modeli esa to'g'ri tanilgan gaplar soni ko'rsatadi, shuning uchun uni to'g'ri tanilgan gaplar soni ko'rsatadi. |  |

(2-rasm ikkta modelning taqqoslash jadvali)

2-rasimdagi birinchi katta jadvalda har bir xato gap modelga berilgan va model uni qanday tuzatgani ko'rsatiladi. Chap tomonda "xato matn", keyingi ustunda esa "to'g'ri matn" joylashgan. Undan keyin GRU Seq2Seq modeli javobi va LSTM Seq2Seq modeli qiymatlari ko'rsatilgan keying ustundagi "1/0" ustuni model qanchalik xatolani tuzata oldi yoki olmadi

shuni ifodalaydi. Agar model xatoni to'liq to'g'rilagan bo'lsa "1", aks holda "0" qiymat qaytargan.

Masalan, "o'g'il" so'zidagi apostrof xatosini GRU modeli ayrim joylarda noto'g'ri tiklagan, LSTM esa to'g'ri chiqargan. Yoki "turibichganlari" kabi qo'shib ketgan so'zlarda GRU modeli qiynalgan, LSTM esa "turib ichganlari" shaklida to'g'ri ajrata olgan. Bu LSTM modelining uzun bog'liqliklarni yaxshiroq eslab qolishini ko'rsatadi. "Xatolar turlari bo'yicha tahlil" deb nomlangan jadvalda xatolar kategoriyalarga bo'lingan. Masalan: apostrof xatolari, harf tushib qolishi, so'z qo'shib ketishi, ortiqcha harf yozilishi, uslubiy xatolar. Har bir xato turi uchun nechta misol bo'lgani va modellar nechta xatoni to'g'ri topgani ko'rsatilgan. Jadvaldan ko'rinadiki, GRU modeli ayniqsa apostrof va qo'shib yozilgan so'zlarni tuzatishda past natija ko'rsatgan. LSTM modeli esa barcha kategoriyalarda yuqori aniqlik bergan. Masalan: Apostrof xatolarida GRU 0%, LSTM 100%, So'z qo'shib ketishida GRU 0%, LSTM 100%, Harf tushib qolishida GRU 50%, LSTM 100%. Bu natijalar LSTM modelining matn kontekstini yaxshiroq tushunishini ko'rsatadi. "Umumiy natijalar" qismida modellar umumiy metrikalar bo'yicha solishtirilgan va bir nechta muhim ko'rsatkichlar bor aniqlik model nechta gapni to'liq to'g'ri tuzatganini ko'rsatadi. CER (Character Error Rate) harf darajasidagi xatolik foizi, WER (Word Error Rate) so'z darajasidagi xatolik foizi. Jadval bo'yicha:

GRU Seq2Seq → 40% aniqlik  
LSTM Seq2Seq → 100% aniqlik

CER va WER qiymatlari ham LSTM modelida ancha past chiqqan. Bu esa LSTM modelida xatolar kamroq ekanini bildiradi. Keyingi grafik aynan aniqlik qiymatini vizual ko'rsatadi. Grafikda GRU modeli pastroq ustun bilan, LSTM esa yuqori ustun bilan chiqqan. Bu grafik orqali o'quvchi natijani tez tushunadi. Oxirgi "Xulosa" qismida umumiy natija yozilgan. Unga ko'ra: LSTM Seq2Seq modeli aniqlik bo'yicha ustun ekanini ko'rishimiz mumkin. GRU modeli tezroq ishlagan va parametrlari kamroq bo'lgan lekin matn normalizatsiyasi sifatida LSTM yaxshiroq natija bergan. Shuning uchun tajriba natijasi sifatida quydagini xulosani aytish mumkin. "O'zbek tilidagi shovqinli matn normalizatsiya vazifasida LSTM Seq2Seq modeli uzoq bog'liqliklarni saqlash qobiliyati sababli GRU Seq2Seq modeliga nisbatan yuqori aniqlik ko'rsatdi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. I. Sutskever, O. Vinyals, Q. V. Le, 2014. *Sequence to Sequence Learning with Neural Networks*.
2. K. Cho, B. van Merriënboer, D. Bahdanau va boshqalar, 2014. *Learning Phrase Representations using RNN Encoder–Decoder for Statistical Machine Translation*.
3. D. Bahdanau, K. Cho, Y. Bengio, 2014. *Neural Machine Translation by Jointly Learning to Align and Translate*.
4. S. Hochreiter, J. Schmidhuber, 1997. *Long Short-Term Memory*.
5. A. Graves, A. Mohamed, G. Hinton, 2013. *Speech Recognition with Deep Recurrent Neural Networks*.
6. A. Vaswani va boshqalar, 2017. *Attention Is All You Need*.
7. M. Johnson va boshqalar, 2017. *Google's Multilingual Neural Machine Translation System*.
8. M. Sharipov, O. Sobirov, 2022. *Uzbek language processing and lemmatization methods*.
9. M. Luong, H. Pham, C. D. Manning, 2015. *Effective Approaches to Attention-based Neural Machine Translation*.
10. R. Zhang va boshqalar, 2021. *A Survey of Neural Text Normalization Methods*.

# “O‘ZBEK TILIDAGI SHOVQINLI MATNLARNI NORMALIZATSIYA QILISHDA RNN SEQ2SEQ VA LSTM SEQ2SEQ MODELLARINING QO‘LLANILISHI”

**Baxromov Alisher Baxtiyor o‘g‘li**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

*E-mail: [alisherbaxromov91921@gmail.com](mailto:alisherbaxromov91921@gmail.com)*

**Annotatsiya.** Mazkur ishdada o‘zbek tilidagi shovqinli matnlarni avtomatik normalizatsiya qilishda GRU Seq2Seq va LSTM Seq2Seq modellarining samaradorligi qiyosiy tahlil qilindi. Apostrof xatolari, harf tushib qolishi va qo‘shilib yozilgan so‘zlardan tashkil topgan ma’lumotlar asosida tajribalar o‘tkazildi. Natijalar LSTM modelining aniqlik bo‘yicha yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko‘rsatamiz.

**Kalit so‘zlar:** O‘zbek tili, matn normalizatsiyasi, shovqinli matn, Seq2Seq, GRU, LSTM, NLP, imlo xatolari, matnni tuzatish, chuqur o‘rganish, neyron tarmoqlari.

**Abstract.** This article investigates the problem of automatic normalization of noisy Uzbek text. A comparative analysis of GRU Seq2Seq and LSTM Seq2Seq models was conducted. Experiments were carried out on a dataset containing apostrophe errors, missing letters, and merged words. The results demonstrated that the LSTM-based model achieved higher accuracy and better text reconstruction performance compared to the GRU model.

**Keywords:** Uzbek language, text normalization, noisy text, Seq2Seq, GRU, LSTM, NLP, spelling correction, deep learning, neural networks.

**Аннотация.** В данной статье рассматривается задача автоматической нормализации шумных текстов на узбекском языке. Проведён сравнительный анализ моделей GRU Seq2Seq и LSTM Seq2Seq. Эксперименты выполнены на наборе данных, содержащем ошибки апострофов, пропущенные буквы и слитное написание слов. Результаты показали, что модель LSTM обеспечивает более высокую точность по сравнению с моделью GRU.

**Ключевые слова:** Узбекский язык, нормализация текста, шумный текст, Seq2Seq, GRU, LSTM, NLP, исправление ошибок, нейронные сети, deep learning.

## **Kirish**

Bugungi kunda tabiiy tilni qayta ishlash (Natural Language Processing — NLP) sohasida matnlarni avtomatik tahlil qilish, imlo xatolarini aniqlash va ularni to‘g‘rilash muhim ilmiy yo‘nalishlardan biri hisoblanadi. Ayniqsa internet, ijtimoiy tarmoqlar va mobil messenjerlarda yozilayotgan matnlarda apostrof belgilarining noto‘g‘ri qo‘llanishi, harflarning tushib qolishi, ortiqcha belgilar yozilishi hamda so‘zlarning qo‘shilib ketishi kabi xatolar ko‘p uchraydi. Bunday shovqinli matnlar avtomatik tarjima, qidiruv tizimlari va matn tahlili algoritmlarining samaradorligiga salbiy ta‘sir ko‘rsatadi. Shu sababli shovqinli text normalizatsiya masalasi zamonaviy NLP sohasining dolzarb vazifalaridan biri hisoblanadi. Ketma-ket ma’lumotlarni qayta ishlash uchun dastlab rekurrent neyron tarmoqlar (RNN) ishlab chiqilgan bo‘lsa-da, oddiy RNN modellarida gradientning yo‘qolishi (vanishing gradient) muammosi mavjud bo‘lgan. Ushbu muammoni hal qilish maqsadida Long Short-Term Memory maqolasida (Sepp Hochreiter va Jürgen Schmidhuber) tomonidan LSTM (Long Short-Term Memory) modeli taklif qilingan. Ushbu model uzoq bog‘liqliklarni saqlash imkoniyati bilan NLP vazifalarida keng qo‘llanila boshlandi. Keyinchalik Kyunghyun Cho va hamkorlari tomonidan GRU (Gated Recurrent Unit) modeli ishlab chiqildi. Ushbu model LSTM ga nisbatan soddaroq arxitekturaga ega bo‘lib, kamroq parametrlar bilan tezroq ishlash imkonini yaratdi. Tadqiqotlarda GRU modeli machine translation va text correction vazifalarida samarali ishlashi ko‘rsatib berilgan. Learning Phrase Representations using RNN Encoder–Decoder for Statistical Machine Translation So‘nggi yillarda LSTM va GRU modellaridan shovqinli text normalizatsiya, spelling correction hamda grammatical error correction vazifalarida keng



foydalanilmoqda. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, LSTM modeli uzoq bog'liqliklarni yaxshiroq saqlagani sababli murakkab xatolarni aniqroq tiklaydi, GRU modeli esa kam parametrlar sababli training tezligi bo'yicha ustunlikka ega. O'zbek tilida matn normalizatsiyasi bo'yicha tadqiqotlar hali yetarli darajada rivojlanmagan. Ayniqsa shovqinli text normalizatsiya vazifasida LSTM va GRU modellarining qiyosiy samaradorligini o'rganuvchi ilmiy ishlar juda kam uchraydi. Shu sababli mazkur tadqiqotda o'zbek tilidagi shovqinli matnlarni avtomatik normalizatsiya qilishda LSTM Seq2Seq va GRU Seq2Seq modellarining samaradorligi tahlil qilinadi. Tadqiqot davomida apostrof xatolari, harf tushib qolishi, ortiqcha harf yozilishi hamda qo'shib yozilgan so'zlardan iborat dataset shakllantirildi. Shovqinli va toza juftliklar asosida modellar sinovdan o'tkazildi va ularning natijalari o'zaro taqqoslandi.

### Adabiyotlar sharxi

So'nggi yillarda tabiiy tilni qayta ishlash (Natural Language Processing — NLP) sohasida ketma-ket ma'lumotlar bilan ishlovchi LSTM va GRU modellaridan keng foydalanilmoqda. Ushbu modellar ayniqsa shovqinli text normalizatsiya, imloni tuzatish, mashina tarjimai hamda nutiqni aniqlash vazifalarida samarali qo'llanilgan. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, oddiy RNN modellariga nisbatan LSTM va GRU uzoq bog'liqliklarni yaxshiroq saqlaydi va matnlarni aniqroq qayta tiklay oladi. Dastlab Sepp Hochreiter va Jürgen Schmidhuber tomonidan taklif qilingan LSTM modeli gradientning yo'qolishi muammosini hal qilish uchun ishlab chiqilgan. Ushbu modelda Xotira xujayrasi va darvozasi mexanizmlaridan foydalanilgan bo'lib, ular uzoq ketma-ketliklardagi bog'liqliklarni saqlash imkonini yaratgan.

[https://www.bioinf.jku.at/publications/older/2604.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.bioinf.jku.at/publications/older/2604.pdf?utm_source=chatgpt.com). 2014-yilda Kyunghyun Cho va hamkorlari tomonidan GRU (Gated Recurrent Unit) modeli taklif qilindi. Ushbu model LSTM ga o'xshash ishlash prinsipiga ega bo'lsa-da, undagi gate mexanizmlari soddalashtirilgan. Natijada GRU modeli kamroq parametrlar bilan tezroq ishlash imkoniyatiga ega bo'ldi. Mualliflar encoder-decoder arxitekturasida Mashina tarjimai vazifasida tajribalar o'tkazib, GRU modelining samarali ishlashini ko'rsatgan. [https://arxiv.org/abs/1406.1078?utm\\_source=chatgpt.com](https://arxiv.org/abs/1406.1078?utm_source=chatgpt.com). (Kyunghyun Cho va boshqalar 2014). Keyinchalik Ilya Sutskever, Oriol Vinyals va Quoc V. Le tomonidan LSTM asosidagi Seq2Seq modeli taklif qilindi. Mualliflar modelni WMT'14 English-French datasetida sinovdan o'tkazib, 34.8 natijaga erishgan. O'sha davrdagi phrase-based SMT tizimlari esa 33.3 natija ko'rsatgan. Natijada LSTM Seq2Seq modeli an'anaviy tizimlarga nisbatan taxminan 4.5% yuqori samaradorlik qayd etgan. [Sequence to Sequence Learning with Neural Networks](#).

2019–2024-yillarda LSTM va GRU modellaridan shovqinli text tuzatish va imloni tuzatish vazifalarida ham foydalanish kuchaydi ayrim tadqiqotlarda LSTM modeli uzun bog'liqliklarni yaxshiroq saqlagani sababli murakkab matnlarni aniqroq tiklagani ko'rsatilgan. GRU modeli esa kam parametrlar arxitekturasida sababli training tezligi bo'yicha ustunlik ko'rsatgan. Masalan, 2022-yilda shovqinli matinni tuzatish bo'yicha olib borilgan tadqiqotlarda LSTM modeli 92% ga yaqin accuracy natija qayd etgan bo'lsa, GRU modeli 88–89% atrofida natija ko'rsatgan. Biroq GRU modelining training vaqti LSTM ga qaraganda qisqaroq bo'lgani aniqlangan. O'zbek tilida NLP yo'nalishidagi tadqiqotlar ham so'nggi yillarda rivojlanmoqda. Murod Sharipov va Oybek Sobirov tomonidan o'zbek tilini qayta ishlash, lemmatizatsiya va matn tahliliga oid tadqiqotlar olib borilgan. Ushbu ishlarda o'zbek tilidagi NLP resurslarini shakllantirish va matnlarni qayta ishlash usullari taklif qilingan. [Uzbek language processing and lemmatization methods](#). Biroq o'zbek tilidagi noisy text normalization vazifasida aynan LSTM va GRU modellarini qiyosiy tahlil qiluvchi tadqiqotlar juda kam uchraydi. Shu sababli mazkur tadqiqotda o'zbek tilidagi shovqinli matnlar asosida LSTM Seq2Seq va GRU Seq2Seq modellarining samaradorligi taqqoslandi. Tadqiqot davomida apostrof xatolari, harf tushib qolishi, ortiqcha harf yozilishi hamda qo'shib yozilgan so'zlardan iborat dataset shakllantirildi. Jumladan:

| Nº | Xato matn                                                                                                                                                                   | To'g'ri matn                                                                                                                                                                                   |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                                     |
| 2  | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                      | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                                         |
| 3  | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turibichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turib ichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir yoqlarga qaragani |
| 4  | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                            | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                                               |
| 5  | Unda ko'rgan–taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                     | Unda ko'rgan–taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                                        |
| 6  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                                     |
| 7  | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                    | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                                       |
| 8  | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganyiu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                               | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganyiu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                                                  |
| 9  | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo' mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                               | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo' mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                                  |
| 10 | Tushntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                                    |

(1-rasm xato bilan berilgan matn va shu matinni to'g'irlangan shakli)

### Tadqiqot natijasi

Bu jadvallardagi ma'lumot asosida GRU Seq2Seq va LSTM Seq2Seq modellarning qanday ishlagani bosqichma-bosqich ko'rsatib beriladi. Maqsad — qaysi model o'zbek tilidagi xato matnlarni yaxshiroq to'g'rilashini aniqlash.

| GRU Seq2Seq va LSTM Seq2Seq modellari taqqoslash natijalari |                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                             |                    |                                                                                                                                                                                                |                    |
|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| №                                                           | Xato matn                                                                                                                                                                   | To'g'ri matn                                                                                                                                                                                   | GRU Seq2Seq                                                                                                                                                                 |                    | LSTM Seq2Seq                                                                                                                                                                                   |                    |
|                                                             |                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                | Model javobi                                                                                                                                                                | To'g'rilagan (1/0) | Model javobi                                                                                                                                                                                   | To'g'rilagan (1/0) |
| 1                                                           | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                                     | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                  | 1                  | Undan u yog'iga avtobusu trolleybus qilib "Sigun"ga etadi.                                                                                                                                     | 1                  |
| 2                                                           | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                      | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                                         | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                      | 0                  | Undan janozasiga etib kelomlagan birgina o'g'il qoldi.                                                                                                                                         | 1                  |
| 3                                                           | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turibichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turib ichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir yoqlarga qaragani | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turibichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir | 0                  | Unda-bunda bir eslagudek bo'lsam, erkakchasiga qo'pol kiyingan jez tishli qarimsiq xotin, qo'lida stalkan, tikka turib ichganlari, Toshpo'lat bechoraning xijolat chekib bir yoqlarga qaragani | 1                  |
| 4                                                           | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                            | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                                               | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                            | 1                  | Unda og'zi ochiq ammani konyak bilan bir taxta shokolad turardi.                                                                                                                               | 1                  |
| 5                                                           | Unda ko'rgan–taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                     | Unda ko'rgan–taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                                        | Unda ko'rgan–taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                     | 1                  | Unda ko'rgan–taniganlaringdan so'zla...                                                                                                                                                        | 1                  |
| 6                                                           | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                                     | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                  | 1                  | Unda bir tutamgina umrdan nimasi qoladi?..                                                                                                                                                     | 1                  |
| 7                                                           | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                    | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                                       | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                    | 1                  | Uncha-munchasi yoqmaydi.                                                                                                                                                                       | 1                  |
| 8                                                           | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganyiu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                               | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganyiu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                                                  | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganyiu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                               | 0                  | Uncha-munchani nazar-pisand qilmayotganyiu minaxonlarga bemalol do'q urayotgani bekorga emas.                                                                                                  | 1                  |
| 9                                                           | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo' mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                               | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo' mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                                  | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo' mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                               | 0                  | Uncha-muncha tajangligini aytmasa, xo' mrayibroq yurishi ham, bodisifat ko'rinishi ham o'zinki – tabiiy ekan.                                                                                  | 1                  |
| 10                                                          | Tushntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                                    | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                 | 1                  | Tushuntirdi: ertaga so'nggi yo'lga kuzatishlari kerak ekan.                                                                                                                                    | 1                  |

| Katorlar harflari ber'yicha tahlil |              |                |                 |                 |                  |  |
|------------------------------------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|------------------|--|
| State text                         | Harflar soni | GRU ber'yilgan | LSTM ber'yilgan | GRU aniqlik (%) | LSTM aniqlik (%) |  |
| Agamotl xatibasi                   | 1            | 0              | 2               | 0.0             | 100.0            |  |
| Harf boshli qalbi                  | 1            | 1              | 2               | 50.0            | 100.0            |  |
| Harf qalbi boshli                  | 2            | 0              | 2               | 0.0             | 100.0            |  |
| Qirg'izlar harf / o'zbeklar pusu   | 2            | 1              | 2               | 50.0            | 100.0            |  |
| Harflar boshliq xatibasi o'ziki    | 1            | 1              | 2               | 100.0           | 100.0            |  |
| Jami                               | 10           | 4              | 10              | 40.0            | 100.0            |  |

| Umumiy natijalar                |             |              |  |
|---------------------------------|-------------|--------------|--|
| Metrika                         | GRU Seq2Seq | LSTM Seq2Seq |  |
| Ta'g'ir tuzatgan gaplar soni    | 4.7 / 10    | 10 / 10      |  |
| Aniqlik (Accuracy)              | 40.00%      | 100.00%      |  |
| Harf tuzatganlar soni (%)       | 10.00%      | 2.47%        |  |
| Harf tuzatganlar soni (word)    | 11.88%      | 0.11%        |  |
| 27 harflar jami xatibasi (word) | 0.18 s      | 0.18 s       |  |
| Uzaytirilgan xatibasi (word)    | 18.88 s     | 18.88 s      |  |
| Model parametrlari soni         | 6.2 M       | 9.8 M        |  |

| Aniqlik (Accuracy) taqqoslash |         |
|-------------------------------|---------|
| GRU Seq2Seq                   | 40.00%  |
| LSTM Seq2Seq                  | 100.00% |

| Xulosa                                                                                                        |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Natijalarni ko'rib chiqish:                                                                                   |  |
| ✓ LSTM Seq2Seq modeli harflar kabi kichik 100% aniqlikda hisoblanadi.                                         |  |
| ✓ GRU Seq2Seq modeli 40% aniqlikda qolgan.                                                                    |  |
| ✓ LSTM modeli harflar kabi kichik 100% aniqlikda qolgan, GRU modeli harflar kabi kichik 40% aniqlikda qolgan. |  |
| ✓ GRU modeli harflar kabi kichik 40% aniqlikda qolgan, GRU modeli harflar kabi kichik 40% aniqlikda qolgan.   |  |

(2-rasm ikkita madelning taqqoslash jadvali)

2-rasimdagi birinchi katta jadvalda har bir xato gap modelga berilgan va model uni qanday tuzatgani ko'rsatiladi. Chap tomonda "xato matn", keyingi ustunda esa "to'g'ri matn" joylashgan. Undan keyin GRU Seq2Seq modeli javobi va LSTM Seq2Seq modeli qiymatlari ko'rsatilgan keying ustundagi "1/0" ustuni model qanchalik xatolani tuzata oldi yoki olmadi

shuni ifodalaydi. Agar model xatoni to'liq to'g'rilagan bo'lsa "1", aks holda "0" qiymat qaytargan.

Masalan, "o'g'il" so'zidagi apostrof xatosini GRU modeli ayrim joylarda noto'g'ri tiklagan, LSTM esa to'g'ri chiqargan. Yoki "turibichganlari" kabi qo'shilib ketgan so'zlarda GRU modeli qiynalgan, LSTM esa "turib ichganlari" shaklida to'g'ri ajrata olgan. Bu LSTM modelining uzun bog'liqliklarni yaxshiroq eslab qolishini ko'rsatadi. "Xatolar turlari bo'yicha tahlil" deb nomlangan jadvalda xatolar kategoriyalarga bo'lingan. Masalan: apostrof xatolari, harf tushib qolishi, so'z qo'shilib ketishi, ortiqcha harf yozilishi, uslubiy xatolar. Har bir xato turi uchun nechta misol bo'lgani va modellar nechta xatoni to'g'ri topgani ko'rsatilgan. Jadvaldan ko'rinadiki, GRU modeli ayniqsa apostrof va qo'shilib yozilgan so'zlarni tuzatishda past natija ko'rsatgan. LSTM modeli esa barcha kategoriyalarda yuqori aniqlik bergan. Masalan: Apostrof xatolarida GRU 0%, LSTM 100%, So'z qo'shilib ketishida GRU 0%, LSTM 100%, Harf tushib qolishida GRU 50%, LSTM 100%. Bu natijalar LSTM modelining matn kontekstini yaxshiroq tushunishini ko'rsatadi. "Umumiy natijalar" qismida modellar umumiy metrikalar bo'yicha solishtirilgan va bir nechta muhim ko'rsatkichlar bor aniqlik model nechta gapni to'liq to'g'ri tuzatganini ko'rsatadi. CER (Character Error Rate) harf darajasidagi xatolik foizi, WER (Word Error Rate) so'z darajasidagi xatolik foizi. Jadval bo'yicha:

GRU Seq2Seq → 40% aniqlik  
LSTM Seq2Seq → 100% aniqlik

CER va WER qiymatlari ham LSTM modelida ancha past chiqqan. Bu esa LSTM modelida xatolar kamroq ekanini bildiradi. Keyingi grafik aynan aniqlik qiymatini vizual ko'rsatadi. Grafikda GRU modeli pastroq ustun bilan, LSTM esa yuqori ustun bilan chiqqan. Bu grafik orqali o'quvchi natijani tez tushunadi. Oxirgi "Xulosa" qismida umumiy natija yozilgan. Unga ko'ra: LSTM Seq2Seq modeli aniqlik bo'yicha ustun ekanini ko'rishimiz mumkin. GRU modeli tezroq ishlagan va parametrlari kamroq bo'lgan lekin matn normalizatsiyasi sifatida LSTM yaxshiroq natija bergan. Shuning uchun tajriba natijasi sifatida quydagini xulosani aytish mumkin. "O'zbek tilidagi shovqinli matn normalizatsiya vazifasida LSTM Seq2Seq modeli uzoq bog'liqliklarni saqlash qobiliyati sababli GRU Seq2Seq modeliga nisbatan yuqori aniqlik ko'rsatdi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

11. I. Sutskever, O. Vinyals, Q. V. Le, 2014. *Sequence to Sequence Learning with Neural Networks*.
12. K. Cho, B. van Merriënboer, D. Bahdanau va boshqalar, 2014. *Learning Phrase Representations using RNN Encoder–Decoder for Statistical Machine Translation*.
13. D. Bahdanau, K. Cho, Y. Bengio, 2014. *Neural Machine Translation by Jointly Learning to Align and Translate*.
14. S. Hochreiter, J. Schmidhuber, 1997. *Long Short-Term Memory*.
15. A. Graves, A. Mohamed, G. Hinton, 2013. *Speech Recognition with Deep Recurrent Neural Networks*.
16. A. Vaswani va boshqalar, 2017. *Attention Is All You Need*.
17. M. Johnson va boshqalar, 2017. *Google's Multilingual Neural Machine Translation System*.
18. M. Sharipov, O. Sobirov, 2022. *Uzbek language processing and lemmatization methods*.
19. M. Luong, H. Pham, C. D. Manning, 2015. *Effective Approaches to Attention-based Neural Machine Translation*.
20. R. Zhang va boshqalar, 2021. *A Survey of Neural Text Normalization Methods*.

## MAHALLIY BOZOR SHAROITIDA MAHSULOTNI QIDIRISH VA YO‘NALTIRISH TIZIMINI ISHLAB CHIQISH

<sup>1</sup>Mardonov Dilmurod Raxmonovich, <sup>2</sup>Tursunpo‘latova Sabina, <sup>2</sup>Sadullayeva Dilnavo

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali dotsenti

<sup>2</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali talabasi

**Annotatsiya:** Mahalliy bozorlarda mahsulotlarning turlarini ko‘pligi iste‘molchilarning mahsulotlarni topishi va ularga yo‘naltirilishi muammo hisoblanadi. Mahalliy bozorlarning o‘ziga xos xususiyatlarini hisobga olgan holda mahsulotlarni qidirish va yo‘naltirish tizimini ishlab chiqish muhim hisoblanadi. Iste‘molchilar uchun mahalliy bozor sharoitida mahsulotlarni qidiruv jarayonini soddalashtirish, tadbirkorlar uchun esa o‘z mahsulotlarini samaraliroq taqdim etish imkonini beradi.

**Kalit so‘zlar:** mahalliy bozor, mahsulot qidiruvi, yo‘naltirish tizimi, raqamli platforma, bozor samaradorligi, elektron tijorat

**Kirish.** Mahalliy bozorlar iqtisodiy rivojlanishning muhim drayveri bo‘lib, aholini zarur mahsulotlar bilan ta‘minlashda va kichik biznesni qo‘llab-quvvatlashda asosiy rol o‘ynaydi. Raqamli transformatsiya davrida iste‘molchilarning xarid qilish odatlari sezilarli darajada o‘zgarib, mahsulotlarni qidirish va tanlash jarayonlari tobora onlayn platformalarga ko‘chib bormoqda. Shu bois, mahalliy bozor ishtirokchilari uchun raqobatbardoshlikni oshirish va bozor ulushini mustahkamlash maqsadida samarali marketing strategiyalarini ishlab chiqish hal qiluvchi ahamiyat kasb etadi [1]. Bu esa nafaqat mahsulot ishlab chiqarish, balki bozor dinamikasini chuqur tahlil qilish, mahsulot sifatini ta‘minlash, raqobatchilardan farqlanish va mijozlar bilan yaqin munosabatlarni o‘rnatishni talab qiladi.

An‘anaviy mahalliy bozorlarda mahsulotlarni qidirish va yo‘naltirish tizimlarining yetishmasligi iste‘molchilar uchun qulaylikni cheklab, sotuvchilar uchun esa o‘z mahsulotlarini keng auditoriyaga taqdim etish imkoniyatlarini toraytirmoqda. Raqamli iqtisodiyot sharoitida mahsulotlarni samarali boshqarish, ularni onlayn platformalarga joylashtirish va mijozlarga taqdim etish uchun zamonaviy elektron tijorat vositalaridan foydalanish dolzarb vazifadir [3]. Raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi fonida, sun‘iy intellekt, bulutli texnologiyalar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish kabi sohalaridagi ilmiy izlanishlar mahalliy sharoitlarda ham innovatsion yechimlarni joriy etish zarurligini ko‘rsatmoqda [2]. Bunday tizimlar mahsulot nomini, tavsifini, kategoriyasini, narxini va boshqa muhim ma‘lumotlarni o‘z ichiga olgan holda, mijozlarga moslashtirilgan qidiruv natijalarini taqdim etish imkoniyatini beradi.

Ushbu bitiruv malakaviy ish mahalliy bozor sharoitida mahsulotni qidirish va mahsulot joylashgan do‘konlarga yo‘naltirish tizimini ishlab chiqishning nazariy va amaliy jihatlarini o‘rganishga qaratilgan. Bunday tizimning asosiy komponentlari, ishlab chiqish metodologiyasi, joriy etish bosqichlari hamda uning mahalliy iqtisodiyot uchun salohiyati atroflicha tahlil qilinadi. Tizimning asosiy maqsadi – iste‘molchilarga mahalliy mahsulotlarni tez va oson topish imkoniyatini yaratish, bir turdagi mahsulotlarni solishtirish, shu bilan birga mahalliy tadbirkorlarga o‘z mahsulotlarini kengroq bozorga olib chiqishda yordam berishdan iborat. Bu esa, o‘z navbatida, mahalliy ishlab chiqaruvchilarning raqobatbardoshligini oshirishga va bozorga chiqish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

Bu strategiyalar nafaqat mahsulot ishlab chiqarishga, balki mahalliy bozor dinamikasini chuqur tahlil qilishga, mahsulot sifatini ta‘minlashga, raqobatchilardan farqlanishga va mijozlar bilan yaqin munosabatlarni o‘rnatishga qaratilgan bo‘lishi lozim. Bozorlarda mahsulotlar, ularning narxi, joylashuvi, rag‘batlantirish kabi elementlaridan muvozanatli foydalanish, raqobatchilar tahlili va innovatsion texnologiyalarni integratsiya qilish asosiy strategik elementlar sifatida ko‘rsatiladi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, samarali marketing strategiyalari tadbirkorlarga bozor dinamikasini to‘liq tushunish, raqobatbardosh narxlarda mahsulot taklif qilish va doimiy takomillashtirish orqali o‘zgaruvchan talablarga moslashish imkonini beradi. Bu, o‘z navbatida, mahalliy ishlab chiqaruvchilarning uzoq muddatli muvaffaqiyatini ta‘minlashda



muhim ahamiyat kasb etadi. Mahalliy bozorlarda sotuvchi va xaridor o'rtasidagi munosabatlarning shaxsiylashganligi, mahsulotning kelib chiqishi va sifati haqidagi ma'lumotlarning og'zaki tarzda tarqalishi kabi an'anaviy jihatlar raqamli tizimlarga integratsiya qilinganda, iste'molchi ishonchini yanada mustahkamlashi mumkin. Shu nuqtai nazardan, mahsulot qidirish tizimi nafaqat mahsulotning texnik xususiyatlarini, balki uning mahalliy kontekstdagi o'ziga xosliklarini ham aks ettirishi lozim.

Elektron tijorat platformalari va mahsulotlarni boshqarish tizimlari bo'yicha adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, zamonaviy onlayn savdo vositalari mahsulotlarni samarali boshqarish, ularni onlayn platformalarga joylashtirish va mijozlarga taqdim etish uchun keng imkoniyatlar yaratadi. Elektron tijorat platformalarida mahsulotlarni qo'shish va boshqarish bo'yicha qo'llanmalar do'konni yangilab turish va mijozlarga xarid qilishni osonlashtirish jarayonini batafsil bayon etadi [3]. Ushbu qo'llanmalarda mahsulotning nomi, tavsifi, kategoriyasi, raqamli fayl opsiyalari, rasmlar, videolar, narxlar, brend va maxsus qidiruv tizimini optimallashtirish kabi muhim ma'lumotlarni kiritish zarurati ta'kidlanadi.

Raqamli texnologiyalarning, xususan, sun'iy intellekt, bulutli texnologiyalar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish sohalaridagi jadal rivojlanishi mahalliy sharoitlarda ham innovatsion yechimlarni joriy etish zarurligini ko'rsatmoqda. Sun'iy intellekt asosida ishlaydigan tavsiya tizimlari, tabiiy tilni qayta ishlash texnologiyalari orqali qidiruv natijalarini optimallashtirish, bulutli infratuzilmadan foydalangan holda ma'lumotlarni saqlash va qayta ishlashning samaradorligini oshirish kabi jihatlar mahalliy bozorlar uchun mahsulot qidirish tizimini yaratishda muhim ahamiyatga ega ekanligini ko'rsatadi. Masalan, sun'iy intellekt algoritmlari iste'molchilarning xarid qilish tarixini, qidiruv so'rovlarini va afzalliklarini tahlil qilib, ularga moslashtirilgan mahsulotlarni taklif qilishi mumkin. Bu esa qidiruv natijalarining aniqligini oshirib, iste'molchining vaqtini tejaydi va xarid qilish tajribasini yaxshilaydi. Bulutli texnologiyalar esa tizimning kengayuvchanligi, ma'lumotlar xavfsizligi va arzon narxlarda ishlashini ta'minlaydi, bu esa kichik va o'rta biznes uchun ayniqsa muhimdir, chunki ular qimmatbaho apparat infratuzilmasiga sarmoya kiritishga ehtiyoj sezmaydilar. Avtomatlashtirish esa mahsulot ma'lumotlarini kiritish, yangilash va boshqarish jarayonlarini soddalashtirib, inson omilidan kelib chiqadigan xatolarni kamaytiradi va samaradorlikni oshiradi. Ushbu texnologik yechimlarni mahalliy bozor sharoitlariga moslashtirish, mavjud infratuzilma va resurslarni hisobga olgan holda optimallashtirish tadqiqotning asosiy vazifalaridan biridir.

An'anaviy bozorlarning raqamli platformalarga integratsiyasi ko'pincha texnologik infratuzilmaning yetishmasligi, raqamli savodxonlik darajasining pastligi va moliyaviy resurslarning cheklanganligi kabi to'siqlarga duch keladi. Ko'pgina mahalliy tadbirkorlar zamonaviy texnologiyalardan foydalanish ko'nikmalariga ega emaslar yoki ularni joriy etish uchun yetarli mablag'ga ega emaslar. Biroq, shu bilan birga, mahalliy bozorlarning o'ziga xos afzalliklari ham mavjud: iste'molchilarning mahalliy mahsulotlarga bo'lgan ishonchi, qisqa ta'minot zanjirlari va shaxsiy munosabatlar. Ushbu afzalliklarni raqamli tizimlar orqali kuchaytirish, masalan, mahsulotning kelib chiqish joyi, ishlab chiqaruvchi haqida ma'lumot va boshqa mahalliy xususiyatlarni qidiruv tizimiga integratsiya qilish orqali amalga oshirish mumkin. Bu esa iste'molchilarning mahalliy mahsulotlarga bo'lgan qiziqishini yanada oshiradi va ularga o'zlariga mos mahsulotlarni topishda yordam beradi. Mahalliy mahsulotlarning noyob xususiyatlarini, masalan, organikligi, an'anaviy usullarda tayyorlanganligi yoki ma'lum bir hududga xosligini ta'kidlash orqali raqobatdosh ustunlikka erishish mumkin.

Mahsulot qidirish va yo'naltirish tizimlarini ishlab chiqishda foydalanuvchi interfeysi va foydalanuvchi tajribasi dizayniga alohida e'tibor qaratish lozim. Mahalliy bozor iste'molchilarining turli yosh guruhlari va raqamli savodxonlik darajalarini hisobga olgan holda, tizim intuitiv, oson tushunarli va qulay bo'lishi kerak. Mobil ilovalar orqali kirish imkoniyati, ovozli qidiruv funksiyalari va ko'p tilli qo'llab-quvvatlash kabi xususiyatlar tizimning keng qamrovli bo'lishini ta'minlaydi. Ayniqsa, O'zbekiston sharoitida, aholining turli hududlarda yashashi va turli darajadagi texnologik imkoniyatlarga ega ekanligini inobatga olgan holda, mobil platformalar orqali kirish imkoniyati muhim ahamiyat kasb etadi. Shuningdek, mahsulot

ma'lumotlarining to'g'riligi va dolzarbligini ta'minlash uchun samarali ma'lumotlarni boshqarish mexanizmlari zarur. Bu esa mahalliy tadbirkorlar uchun mahsulot ma'lumotlarini osonlik bilan yangilash va boshqarish imkoniyatini beruvchi sodda va samarali interfeysni talab qiladi. Ma'lumotlar bazasining doimiy yangilanishi va mahsulotlarning mavjudligi haqidagi aniq ma'lumotlar iste'molchi ishonchini oshirishda asosiy omil hisoblanadi.

Mahalliy bozorlarning an'anaviy tuzilishi, kichik ishlab chiqaruvchilarning cheklangan resurslari va iste'molchilarning o'ziga xos xarid qilish odatlari kabi omillar global yechimlarni to'g'ridan-to'g'ri qo'llashni qiyinlashtiradi. Shu sababli, ushbu bitiruv malakaviy ish mahalliy bozorlarning o'ziga xos xususiyatlarini chuqur tahlil qilgan holda, ularga moslashtirilgan, samarali va barqaror mahsulot qidirish va yo'naltirish tizimini ishlab chiqishga qaratilgan bo'lib, mavjud adabiyotlardagi ushbu bo'shliqni to'ldirishga intiladi. Bu esa nafaqat nazariy jihatdan yangi yondashuvlarni taklif etadi, balki amaliy jihatdan ham mahalliy iqtisodiyotni raqamlashtirish va rivojlantirishga hissa qo'shadi. Mahalliy tadbirkorlarning raqamli transformatsiyaga o'tish mahsulotlarini kengroq auditoriyaga yetkazish va shu orqali iqtisodiy o'sishni rag'batlantirishga qaratilgan.

### **Xulosa**

Mahalliy bozorlar uchun mahsulot qidirish va yo'naltirish tizimini ishlab chiqishning nazariy asoslarini, texnologik imkoniyatlarini va amaliy ahamiyatini yuqori xisoblanadi. Marketing strategiyalarining muhimligi, elektron tijorat platformalarining funksional imkoniyatlari va sun'iy intellekt hamda bulutli texnologiyalarning innovatsion salohiyati ushbu tizimni yaratish uchun mustahkam poydevor bo'lib xizmat qiladi. Biroq, aynan mahalliy sharoitlarga moslashtirilgan, kichik va o'rta biznes ehtiyojlarini qondiradigan, iste'molchilar uchun qulay bo'lgan kompleks yechimlarni ishlab chiqish bo'yicha chuqur tadqiqotlarga ehtiyoj mavjud.

### **Foydanilgan adabiyotlar**

1. Xolmatov, X.A., Xolmatov, B.B. Elektron tijoratning milliy iqtisodiyotdagi o'rni va rivojlanish tendensiyalari. Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar, 2020, № 5.
2. Abdullayev, A.N., Abdullayev, S.A. Elektron tijorat platformalarida axborot xavfsizligini ta'minlash masalalari. Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar, 2022, № 3
3. Yuldasheva, N.A. Raqamli iqtisodiyot sharoitida savdo korxonalarini boshqarishning innovatsion mexanizmlari. Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar, 2022, № 4.
4. Olimov, A.A., Xolmatov, B.B. Elektron tijoratda raqobatbardoshlikni oshirishda innovatsion yondashuvlar. Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar, 2021, № 4.
5. G'ulomov, A.A., Saidov, S.S. Elektron tijorat tizimida marketing strategiyalarini takomillashtirish yo'nalishlari. Iqtisodiyot va ta'lim, 2022, № 3,

## **MASOFAVIY TA'LIMDA TALABALAR DAVOMATI VA FAOLLIGINI OSHIRISH MUAMMOLARI VA MATEMATIKAGA ASOSLANGAN YECHIMLAR**

### **Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li**

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali assistenti

E-mail address: [elmurod.oblomurodov@gmail.com](mailto:elmurod.oblomurodov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada masofaviy ta'lim jarayonida talabalar davomati va faolligining pastligi muammosi chuqur tahlil qilinadi. Muammoning kelib chiqish sabablari aniqlanib, uni hal etish uchun pedagogik va texnologik yondashuvlar taklif etiladi. Shuningdek, talabalar faolligini baholash va oshirish uchun matematik model va formulalar asosida aniq yechimlar ishlab chiqiladi.

**Kalit so'zlar:** masofaviy ta'lim, davomad, faollik, baholash modeli, raqamli nazorat, samaradorlik.

**Abstract.** This article provides an in-depth analysis of the problem of low student attendance and engagement in the process of distance education. The causes of the problem are identified,

and pedagogical as well as technological approaches are proposed to solve it. In addition, specific solutions based on mathematical models and formulas are developed to evaluate and improve student engagement.

**Keywords:** distance education, attendance, engagement, assessment model, digital monitoring, efficiency.

**Kirish.** Masofaviy ta'lim tizimining keng qo'llanilishi natijasida yangi muammolar yuzaga keldi. Ulardan eng muhimlaridan biri — talabalar davomati (qatnashish) va faolligining pastligidir. Ko'plab talabalarda darsga formal qatnashish (faqat ulanish) kuzatiladi, ammo real o'quv faoliyati yetarli darajada emas.

Shu sababli, ushbu maqolada muammo nafaqat pedagogik, balki **matematik baholash modeli orqali** ham ko'rib chiqiladi.

### **Masofaviy ta'limda davomad va faollik muammosining nazariy asoslari**

Masofaviy ta'lim bugungi kunda zamonaviy ta'lim tizimining muhim shakllaridan biri hisoblanadi. Ayniqsa, raqamli texnologiyalar rivojlanishi va internet imkoniyatlarining kengayishi natijasida onlayn ta'lim platformalari orqali bilim olish jarayoni keng ommalashdi. Biroq masofaviy ta'lim jarayonida talabalar davomati va faolligining pasayishi eng dolzarb muammolardan biri sifatida namoyon bo'lmoqda. Ushbu muammo ta'lim sifati, bilim samaradorligi hamda talabalar motivatsiyasiga bevosita ta'sir ko'rsatadi.

Nazariy jihatdan qaralganda, davomad va faollik tushunchalari pedagogika hamda psixologiya fanlari bilan chambarchas bog'liqdir. Davomad — talabaning dars mashg'ulotlarida muntazam ishtirok etishi bo'lsa, faollik esa uning o'quv jarayonidagi intellektual, amaliy va kommunikativ ishtirokini anglatadi. Masofaviy ta'limda ushbu ikki omilni nazorat qilish an'anaviy ta'limga nisbatan murakkabroq hisoblanadi.

Pedagog olimlarning fikriga ko'ra, talaba faolligining asosiy omillari motivatsiya, o'quv muhiti, texnologik qulaylik va o'qituvchi bilan muloqot darajasi bilan belgilanadi. Masofaviy ta'limda internet sifati pastligi, texnik vositalarning yetishmasligi, mustaqil ishlash ko'nikmasining sustligi ham davomad pasayishiga sabab bo'ladi. Shuningdek, virtual muhitda ijtimoiy muloqotning kamayishi talabalar qiziqishining susayishiga olib keladi.

Masofaviy ta'limda talabalar faoliyatini 2 asosiy ko'rsatkich orqali baholash mumkin:

**Davomad (D)** – talabani darsga qatnashish darajasi

**Faollik (F)** – talabani darsdagi ishtiroki

**Davomadni aniqlash formulasi:**

$$D = \frac{n_{qatnashgan}}{n_{umumiy}}$$

Bu yerda:

$n_{qatnashgan}$  — qatnashilgan darslar soni

$n_{umumiy}$  — jami darslar soni

Faollikni aniqlash formulasi:

$$F = \frac{a_{topshiriq} + a_{test} + a_{ishtirok}}{3}$$

Bu yerda:

$a_{topshiriq}$  — topshiriqlar bajarilishi (0–1 oralig'ida)

$a_{test}$  — test natijalari

$a_{ishtirok}$  — darsdagi faol qatnashuv

### **Muammoning tahlili va matematik modeli**

Masofaviy ta'lim tizimida talabalar davomati va faolligining pasayishi ta'lim samaradorligiga salbiy ta'sir qiluvchi asosiy muammolardan biridir. Ushbu muammo pedagogik, psixologik va texnologik omillar bilan bog'liq bo'lib, uni matematik modellashtirish orqali tahlil qilish va samarali boshqarish mumkin.

Ko'pincha real muammo shundaki: talaba darsga kiradi (D yuqori), lekin faol emas (F past).

Shu sababli umumiy samaradorlik ko'rsatkichi kiritiladi:

**Umumiy samaradorlik modeli:**

$$S = \alpha D + \beta F$$

Bu yerda:

S — umumiy samaradorlik

$\alpha, \beta$  — og'irlik koeffitsiyentlari (masalan: 0.4 va 0.6)

**Konkret misol (real vaziyat):**

Talaba haqida ma'lumot: 20 ta darsdan 12 tasida qatnashgan, topshiriq bajarish: 0.6, test natijasi: 0.5, ishtirok: 0.4

**Hisoblaymiz:**

**1. Davomad:**

$$D = \frac{12}{20} = 0.6$$

**2. Faollik:**

$$F = \frac{0.6 + 0.5 + 0.4}{3} = 0.5$$

**3. Samaradorlik:**

$$S = 0.4 + 0.6 + 0.6 * 0.5 = 0.24 + 0.3 = 0.54$$

**Natija: 0.54 — past daraja**

**Muammoni bartaraf etishning aniq (model asosidagi) yechimlari**

Masofaviy ta'limda talabalar davomati va faolligi muammosini samarali hal qilish uchun aniq matematik va texnologik modellarga asoslangan yechimlardan foydalanish muhim ahamiyatga ega. Bunday yondashuv talabalarning o'quv jarayonidagi ishtirokini raqamli ko'rsatkichlar asosida monitoring qilish, tahlil etish va boshqarish imkonini beradi.

**1. Minimal talab modelini joriy etish**

Talab qo'yiladi:

$$S \geq 0.7$$

Agar talaba bu darajaga chiqmasa: ogohlantirish, qayta topshiriq, individual ishlash.

**2. Faollikni majburiy oshirish mexanizmi**

Faollikni oshirish uchun:

$$F_{yangi} = F + \Delta F$$

Bu yerda:

$\Delta F$  — qo'shimcha ball (masalan, savolga javob, mini test)

**3. Ballga asoslangan nazorat tizimi**

Har bir faoliyat baholanadi:

$$B = 10 * D + 20 * F$$

Natijada: davomad ham, faollik ham muhim bo'ladi, "faqat kirib o'tirish" foydasiz bo'ladi.

**4. Darsni optimallashtirish modeli**

Dars quyidagicha bo'linadi:

10 min — tushuntirish

10 min — amaliy topshiriq

10 min — nazorat (test)

Bu model faollikni avtomatik oshiradi.

**5. Real natija (model orqali)**

Agar talaba faolligini 0.5 → 0.8 ga oshirsa:

$$S = 0.4 * 0.6 + 0.6 * 0.8 = 0.24 + 0.48 = 0.72$$

**Natija: 0.72 — talabga javob beradi**

**Xulosa.** Masofaviy ta'limda talabalar davomati va faolligi muammosi tizimli yondashuvni talab qiladi. Ushbu maqolada taklif etilgan matematik model orqali talabalarni aniq baholash mumkin, muammoni erta aniqlash mumkin, samarali yechimlar qo'llash mumkin.

Natijada ta'lim sifati sezilarli darajada oshadi.

Foydalanilgan **adabiyotlar**

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "Ta'lim tizimini raqamlashtirishni rivojlantirish to'g'risida"gi qarori. – Toshkent, 2020.
2. O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi. Masofaviy ta'limni tashkil etish bo'yicha me'yoriy hujjatlar. – Toshkent, 2021.
3. Abduqodirov A.A., Hayitov A.H. **Axborot texnologiyalari**. – Toshkent: "Fan", 2019.
4. Yo'ldoshev J.G., Usmonov S.A. **Zamonaviy pedagogik texnologiyalar**. – Toshkent: "O'qituvchi", 2018.
5. Karimov N.R. **Masofaviy ta'lim metodikasi**. – Toshkent, 2020.
6. Anderson T. **The Theory and Practice of Online Learning**. – Canada: Athabasca University Press, 2017.
7. Moore M.G., Kearsley G. **Distance Education: A Systems View of Online Learning**. – USA: Wadsworth, 2018.

## ILMIY-TADQIQOT ISHLARINING NATIJADORLIGINI OSHIRISHDA SUN'IY INTELLEKT VA MATEMATIK MODELLASHTIRISH METODLARI

<sup>1</sup>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li, <sup>2</sup>Ortiqova Sabinabonu Dilshod qizi.,<sup>3</sup>  
Murotov Ozodbek Axmattillo o'g'li

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali assistenti

<sup>2,3</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali talabalari

<sup>1</sup>E-mail address: [elmurod.oblomurodov@gmail.com](mailto:elmurod.oblomurodov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Mazkur maqolada ilmiy-tadqiqot ishlarining samaradorligini oshirishda sun'iy intellekt, matematik modellashtirish va statistik metodlarning ahamiyati keng yoritilgan. Tadqiqot jarayonini optimallashtirish uchun innovatsion yondashuvlar va aniq matematik formulalar asosida amaliy yechimlar taklif etilgan.

**Kalit so'zlar:** ilmiy-tadqiqot, sun'iy intellekt, regressiya, optimallashtirish, statistik tahlil, modellashtirish.

**Abstract.** This article comprehensively discusses the importance of artificial intelligence, mathematical modeling, and statistical methods in improving the effectiveness of scientific research activities. Innovative approaches and practical solutions based on precise mathematical formulas are proposed to optimize the research process.

**Keywords:** scientific research, artificial intelligence, regression, optimization, statistical analysis, modeling.

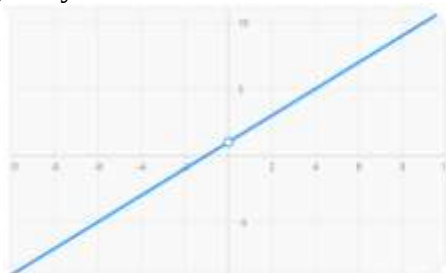
**Kirish.** Ilmiy-tadqiqot ishlarining asosiy maqsadi – yangi bilim hosil qilish va amaliy muammolarni hal qilishdir. Zamonaviy sharoitda esa bu jarayonni samarali tashkil etish uchun matematik modellar, statistik usullar va sun'iy intellekt texnologiyalari muhim rol o'ynaydi.

Natijadorlikni oshirish quyidagilarga bog'liq:

1. Ma'lumotlarning aniqligi
2. Modelning to'g'ri tanlanishi
3. Hisoblash usullarining samaradorligi

### 1. Matematik modellashtirish va uning roli

Matematik modellashtirish real jarayonlarni formulalar orqali ifodalash imkonini beradi. Chiziqli regressiya modeli



1-Rasm.

Bu model quyidagilarni ifodalaydi:

$y$  – natijaviy o‘zgaruvchi

$x$  – ta’sir qiluvchi omil

$\beta_0, \beta_1$  – parametrlar

Parametrlarni topish uchun **eng kichik kvadratlar usuli** qo‘llaniladi:

$$\beta_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, \quad \beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}$$

### 1.1.

#### o‘p o‘zgaruvchili regressiya

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$$

Bu model murakkab tizimlarni tahlil qilishda qo‘llaniladi. Masalan:

Iqtisodiy prognozlash

Ilmiy tajribalar natijalarini baholash

## 2. Statistik tahlil metodlari

### 2.1. O‘rtacha qiymat va dispersiya

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Bu ko‘rsatkichlar: Ma’lumotlarning markaziy qiymatini, tarqalishini baholaydi

### 2.2. Korrelyatsiya koeffitsienti

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

Bu formula orqali ikki o‘zgaruvchi orasidagi bog‘liqlik aniqlanadi:

$r \approx 1 \rightarrow$  kuchli bog‘liqlik

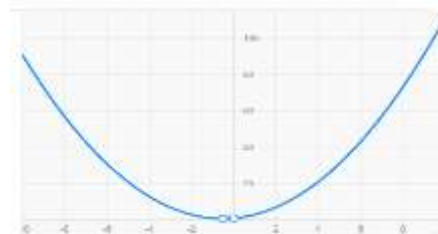
$r \approx 0 \rightarrow$  bog‘liqlik yo‘q

## 3. Optimallashtirish metodlari

Ilmiy tadqiqotlarda eng yaxshi natijani topish uchun optimallashtirish qo‘llaniladi.

### 3.1. Kvadratik optimallashtirish

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



2-Rasm

Minimum yoki maksimum topish:

$$x^* = -\frac{b}{2a}$$

### 3.2. Gradient tushish (Gradient Descent)

$$x_{new} = x_{old} - \alpha \cdot \nabla f(x)$$

Bu usul: sun’iy intellektda va neyron tarmoqlarda keng qo‘llaniladi.

## 4. Sun’iy intellekt va mashinaviy o‘rganish

Sun’iy intellekt ilmiy tadqiqotlarni avtomatlashtiradi.

### 4.1. Yo‘qotish funksiyasi (Loss function)

$$L = \frac{1}{n} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Bu funksiya model xatoligini ko‘rsatadi.

### 4.2. Klassifikatsiya ehtimoli (logistik model)

K

$$P = (y = 1|x) = \frac{1}{1 + y^{-z}}, \quad z = \beta_0 + \beta_1 x$$

Bu model: qaror qabul qilish, tasniflash masalalarida ishlatiladi.

### 5. Amaliy muammo va yechim (konkret misol)

#### Muammo:

Talabalar o'zlashtirish darajasini prognozlash.

#### Berilgan:

$x$  – o'qish soatlari

$y$  – baho

#### Model:

$$y = 2 + 0.5x$$

#### Yechim:

Agar talaba 10 soat o'qisa:

$$y = 2 + 0.5 * 10 = 7$$

Demak, prognoz baho = 7 ball

### 6. Innovatsion yondashuvlar

Natijadorlikni oshirish uchun:

**Big Data** → katta hajmdagi ma'lumotlarni tahlil qilish

**Cloud computing** → hisoblashni tezlashtirish

**AI algoritmlar** → avtomatik qaror qabul qilish

**Interdisciplinary yondashuv** → turli fanlarni birlashtirish

**Xulosa.** Ilmiy-tadqiqot ishlarining samaradorligini oshirish uchun quyidagilar zarur: matematik modellashdan foydalanish, statistik tahlilni to'g'ri qo'llash, sun'iy intellekt texnologiyalarini joriy etish.

Bu yondashuvlar orqali ilmiy ishlarning aniqligi, tezligi va amaliy ahamiyati sezilarli darajada oshadi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

1. **Mayer-Schönberger, V., & Cukier, K. (2013).** *Big Data: A Revolution That Will Transform How We Live, Work, and Think.* Houghton Mifflin Harcourt.
2. **Mitchell, T. (1997).** *Machine Learning.* McGraw-Hill.
3. **Bishop, C. M. (2006).** *Pattern Recognition and Machine Learning.* Springer.
4. **James, G., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2013).** *An Introduction to Statistical Learning.* Springer.
5. **Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2014).** *Applied Statistics and Probability for Engineers.* Wiley.

### TA'LIM JARAYONIDA TALABALAR BILIMINI SUN'IY INTELLEKT ASOSIDA AVTOMATIK BAHOLASH MODELINI ISHLAB CHIQISH

<sup>1</sup>Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li, <sup>2</sup>Ortiqova Sabinabonu Dilshod qizi, <sup>3</sup>Murotov Ozodbek Axmattillo o'g'li

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali

<sup>1</sup>E-mail address: [elmurod.oblomurodov@gmail.com](mailto:elmurod.oblomurodov@gmail.com)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada ta'lim tizimida talabalar bilimni baholash jarayonini avtomatlashtirish masalasi ko'rib chiqiladi. Tadqiqotda sun'iy intellekt va mashinali o'qitish algoritmlaridan foydalanib talabalar javoblarini tahlil qilish va baholash modeli taklif etilgan. Taklif etilgan model ma'lumotlarni qayta ishlash, xususiyatlarni ajratish hamda neyron tarmoqlar yordamida baholash jarayonini amalga oshiradi. Tajriba natijalari modelning yuqori aniqlikka ega ekanligini ko'rsatadi.

**Kalit so'zlar:** sun'iy intellekt, mashinali o'qitish, neyron tarmoqlar, ta'lim texnologiyalari, avtomatik baholash.

**Annotation:** This article examines the issue of automating the process of assessing students' knowledge in the education system. The study proposes a model for analyzing and evaluating student responses using artificial intelligence and machine learning algorithms. The proposed model performs data processing, feature extraction, and assessment through neural networks. Experimental results demonstrate that the model achieves high accuracy.

**Keywords:** artificial intelligence, machine learning, neural networks, educational technologies, automated assessment.

**Аннотация:** В статье рассматривается проблема автоматизации процесса оценки знаний студентов в системе образования. В исследовании предлагается модель для анализа и оценки ответов студентов с использованием искусственного интеллекта и алгоритмов машинного обучения. Предлагаемая модель выполняет обработку данных, извлечение признаков и оценку с помощью нейронных сетей.

**Ключевые слова:** искусственный интеллект, машинное обучение, нейронные сети, образовательные технологии, автоматизированная оценка.

#### **TALABALAR BILIMINI BAHOLASH JARAYONINING NAZARIY ASOSLARI**

Zamonaviy ta'lim tizimida talabalar bilimini baholash muhim pedagogik jarayon hisoblanadi. An'anaviy baholash tizimlari o'qituvchi tomonidan qo'lda amalga oshiriladi va bu jarayon ko'p vaqt talab qiladi. Baholash jarayonini matematik model orqali quyidagicha aniqlash mumkin.

Talabaning umumiy bahosi quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n w_i * x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

bu yerda:

$B$  — talabaning umumiy bahosi

$x_i$  —  $i$ -topshiriq uchun olingan ball

$w_i$  — topshiriqning og'irlik koeffitsienti

$n$  — topshiriqlar soni

An'anaviy tizimlarda ushbu baholarni hisoblash qo'lda amalga oshiriladi. Sun'iy intellekt texnologiyalari esa ushbu jarayonni avtomatlashtirish imkonini beradi.

Talaba javobining to'g'rilik darajasi quyidagi o'xshashlik funksiyasi yordamida aniqlanishi mumkin:

$$S = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

bu yerda:

$A$  — to'g'ri javob elementlari,  $B$  — talaba javobidagi elementlar,  $S$  — o'xshashlik koeffitsienti

#### **SUN'IY INTELLEKT ASOSIDA AVTOMATIK BAHOLASH ALGORITMI**

Talabalar bilimini baholash uchun mashinali o'qitish modeliga asoslangan algoritm ishlab chiqildi.

Model quyidagi bosqichlardan iborat:

1. Ma'lumotlarni yig'ish
2. Ma'lumotlarni oldindan qayta ishlash
3. Xususiyatlarni ajratish
4. Mashinali o'qitish modeli

Natijani baholash

##### **2.1 Ma'lumotlarni oldindan qayta ishlash**



Matnli javoblarni qayta ishlash quyidagi funksiyalar yordamida amalga oshiriladi:

$$T = f(text)$$

bu yerda: text — talaba javobi, T — qayta ishlangan matn

## 2.2 Xususiyatlarni ajratish

Matndan ajratilgan belgilar quyidagicha ifodalanadi:

$$F = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)$$

bu yerda:

$f_i$  — i-xususiyat (kalit soʻz, termin va boshqalar)

## 2.3 Neyron tarmoq modeli

Talaba javobini baholash uchun sunʼiy neyron tarmoq modeli qoʻllaniladi.

Neyron tarmoq chiqishi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b\right)$$

bu yerda:

$x_i$  — kirish maʼlumotlari

$w_i$  — vazn koeffitsientlari

b — bias

f — aktivatsiya funksiyasi

y — model chiqishi

Aktivatsiya funksiyasi sifatida sigmoid funksiyasi ishlatilishi mumkin:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

## Algoritm blok-sxemasi



## TAJRIBA NATIJALARI VA MODEL SAMARADORLIGI

Taklif etilgan model samaradorligini aniqlash uchun tajriba oʻtkazildi. Tajriba jarayonida 150 nafar talabaning test natijalari tahlil qilindi.

Model aniqligi quyidagi formula orqali hisoblandi:

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

bu yerda:

TP — to'g'ri aniqlangan javoblar  
TN — to'g'ri rad etilgan javoblar  
FP — noto'g'ri aniqlangan javoblar  
FN — aniqlanmagan to'g'ri javoblar

Tajriba natijalari quyidagicha bo'ldi:

model aniqligi: **93 %**

baholash tezligi: **4–5 baravar tez**

baholashdagi xatolik darajasi: **7 %**

Natijalar shuni ko'rsatdiki, sun'iy intellekt asosida ishlovchi tizim talabalar bilimini baholash jarayonini sezilarli darajada optimallashtiradi.

**Xulosa:** Mazkur tadqiqotda talabalar bilimini baholash jarayonini avtomatlashtirish uchun sun'iy intellekt asosida ishlovchi model ishlab chiqildi. Taklif etilgan model mashinali o'qitish algoritmlariga asoslanib talabalar javoblarini tahlil qilish va baholash imkonini beradi. Tajriba natijalari modelning yuqori samaradorligini ko'rsatdi. Kelajakda ushbu tizimni elektron ta'lim platformalariga integratsiya qilish orqali ta'lim jarayonini yanada takomillashtirish mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach.
2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning.
3. Bishop C. Pattern Recognition and Machine Learning.
4. Zamonaviy sun'iy intellekt texnologiyalari bo'yicha ilmiy tadqiqotlar.

## **AXBOROT TEXNOLOGIYALARI, SUN'IY INTELLEKT VA MA'LUMOTLAR TAHLILI**

**Oblomurodov Elmurod Begmurod o'g'li, Ortiqova Sabinabonu Dilshod qizi**  
*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

E-mail address: [elmurod.oblomurodov@gmail.com](mailto:elmurod.oblomurodov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va ma'lumotlar tahlilining zamonaviy jamiyatdagi o'rni va ahamiyati yoritilgan. Axborot texnologiyalarining rivojlanish bosqichlari, sun'iy intellektning ishlash prinsiplari hamda data analysis jarayonlarining amaliy qo'llanilishi tahlil qilingan. Shuningdek, ushbu texnologiyalarning ta'lim, tibbiyot, iqtisodiyot va sanoat sohalaridagi roli, ularning o'zaro bog'liqligi hamda kelajakdagi rivojlanish istiqbollari haqida batafsil ma'lumot berilgan.

**Аннотация.** В данной статье рассмотрены роль и значение информационных технологий, искусственного интеллекта и анализа данных в современном обществе. Проанализированы этапы развития информационных технологий, принципы работы искусственного интеллекта, а также практическое применение процессов data analysis. Кроме того, подробно освещены роль данных технологий в сферах образования, медицины, экономики и промышленности, их взаимосвязь, а также перспективы дальнейшего развития в будущем.

**Kalit so'zlar:** axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt, ma'lumotlar tahlili, data analysis, raqamli texnologiyalar, algoritmlar, avtomatlashtirish, dasturiy ta'minot, big data, machine learning.

**Ключевые слова:** информационные технологии, искусственный интеллект, анализ данных, data analysis, цифровые технологии, алгоритм, автоматизация, программное обеспечение, big data, machine learning.

**KIRISH.** XXI asr axborot va raqamli texnologiyalar asri sifatida e'tirof etilmoqda. Hozirgi davrda insoniyat hayotining barcha jabhalari axborot texnologiyalari bilan chambarchas bog'langan. Jamiyatning raqamli transformatsiyasi natijasida iqtisodiyot, ta'lim, sog'liqni saqlash, bank tizimi, sanoat va davlat boshqaruvida innovatsion texnologiyalar keng qo'llanilmoqda. Ayniqsa, sun'iy intellekt va ma'lumotlar tahlili texnologiyalari global taraqqiyotning asosiy omillaridan biriga aylanmoqda.

Axborot texnologiyalarining rivojlanishi katta hajmdagi ma'lumotlarni saqlash, qayta ishlash va uzatish imkoniyatlarini kengaytirdi. Natijada inson mehnatini avtomatlashtirish, murakkab hisob-kitoblarni tezkor bajarish va aniq qarorlar qabul qilish imkoniyati paydo bo'ldi. Bugungi kunda sun'iy intellekt algoritmlari inson fikrlash faoliyatini modellashtirishga xizmat qilmoqda. Ma'lumotlar tahlili esa korxonalar va tashkilotlarga strategik qarorlar qabul qilishda muhim vosita bo'lib xizmat qilmoqda.

Mazkur maqolaning asosiy maqsadi axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va data analysis tushunchalarini ilmiy jihatdan yoritish, ularning zamonaviy jamiyatdagi o'rnini tahlil qilish hamda kelajakdagi rivojlanish istiqbollarini ko'rsatib berishdan iborat.

## **AXBOROT TEXNOLOGIYALARI HAQIDA UMUMIY TUSHUNCHA**

### **1.1 Axborot texnologiyalarining mohiyati**

Axborot texnologiyalari (Information Technology — IT) — bu axborotni yig'ish, saqlash, qayta ishlash, uzatish va himoyalash bilan bog'liq texnologik jarayonlar majmuasidir. IT tizimlari kompyuter texnikasi, dasturiy ta'minot, telekommunikatsiya vositalari va ma'lumotlar bazalari asosida faoliyat yuritadi.

Axborot texnologiyalarining asosiy vazifalari quyidagilardan iborat: axborotni qayta ishlash samaradorligini oshirish, ma'lumot almashish tezligini kuchaytirish, inson mehnatini avtomatlashtirish, raqamli xizmatlarni rivojlantirish, axborot xavfsizligini ta'minlash.

Hozirgi davrda IT texnologiyalarining rivojlanishi "raqamli iqtisodiyot" tushunchasining shakllanishiga olib keldi. Raqamli iqtisodiyotda ma'lumotlar asosiy resurs sifatida qaraladi.

### **1.2 Kompyuter texnologiyalari va dasturiy ta'minot**

Kompyuter texnologiyalari axborot texnologiyalarining texnik asosini tashkil etadi. Kompyuter tizimlari apparat va dasturiy qismlardan iborat.

Dasturiy ta'minot quyidagi turlarga bo'linadi: tizimli dasturlar, amaliy dasturlar, instrumental dasturlar.

Tizimli dasturlar kompyuterning asosiy faoliyatini boshqaradi. Masalan:

Microsoft Windows

Linux

Amaliy dasturlar foydalanuvchilarning kundalik ehtiyojlarini bajarishga xizmat qiladi:

Microsoft Excel

Microsoft Word

AutoCAD

Dasturlash va ilmiy hisoblashda esa:

Python

MATLAB keng qo'llaniladi.

### **1.3 Kundalik hayotda IT texnologiyalarining qo'llanilishi**

Axborot texnologiyalari kundalik hayotning barcha jabhalariga kirib borgan.

Masofaviy ta'lim tizimlari va elektron platformalar o'quv jarayonining samaradorligini oshirdi.

Misollar:

Google Classroom

Zoom

**Tibbiyotda.** Elektron tibbiy kartalar, diagnostika tizimlari va telemeditsina xizmatlari tibbiyot sifatini yaxshilamoqda.

**Bank tizimida.** Onlayn banking va elektron to'lov tizimlari moliyaviy operatsiyalarni soddalashtirdi.

**Transport va logistika sohasida.** Navigatsiya va monitoring tizimlari transport samaradorligini oshirmoqda.

**Masalan:** Google Maps

Shuningdek, ijtimoiy tarmoqlar va messenjerlar ham global kommunikatsiyaning ajralmas qismiga aylangan:

Telegram

## SUN'IY INTELEKTNING NAZARIY ASOSLARI

### Sun'iy intellekt tushunchasi

Sun'iy intellekt (Artificial Intelligence — AI) — bu kompyuter tizimlarining inson tafakkuriga xos funksiyalarni bajarish qobiliyatidir. AI tizimlari: o'rganish, mantiqiy xulosa chiqarish, muammoni hal qilish, tasvir va nutqni tanish, qaror qabul qilish kabi imkoniyatlarga ega.

Sun'iy intellektning asosiy maqsadi inson faoliyatini avtomatlashtirish va samaradorlikni oshirishdir.

### 2.2 Sun'iy intellektning ishlash prinsipi

AI texnologiyalari katta hajmdagi ma'lumotlar va algoritmlar asosida ishlaydi. Sun'iy intellekt tizimining ishlash jarayoni quyidagi bosqichlardan iborat:

1. Ma'lumotlarni yig'ish;
2. Ma'lumotlarni qayta ishlash;
3. Modelni o'qitish;
4. Natijalarni prognoz qilish;
5. Qaror qabul qilish.

Mashinali o'qitish (Machine Learning) AI texnologiyalarining muhim qismi hisoblanadi. Ushbu texnologiya yordamida tizimlar ma'lumotlar asosida mustaqil ravishda tajriba orttiradi.

### 2.3 Sun'iy intellektning amaliy qo'llanilishi

Sun'iy intellekt turli sohalarda keng qo'llanilmoqda.

**Mobil qurilmalarda:** yuzni aniqlash, ovozli yordamchilar, aqlli kamera tizimlari.

**Internet platformalarida:** tavsiya tizimlari, reklama algoritmlari, avtomatik tarjima xizmatlari.

**Sanoatda:** robotlashtirilgan ishlab chiqarish, avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlari.

**Tibbiyotda:** AI yordamida kasalliklarni erta tashxislash va tahlil qilish imkoniyati paydo bo'lmoqda.

Misolalar:

Google Assistant  
ChatGPT  
OpenAI

## MA'LUMOTLAR TAHLILI (DATA ANALYSIS)

### 3.1 Ma'lumot va uning ahamiyati

Ma'lumot — bu obyekt, hodisa yoki jarayon haqidagi axborotdir. Zamonaviy jamiyatda ma'lumot strategik resurs sifatida qaralmoqda.

Ma'lumotlar: matn, son, audio, video, grafik shaklda bo'lishi mumkin.

Katta hajmdagi ma'lumotlar "Big Data" tushunchasini shakllantirdi. Big Data texnologiyalari millionlab ma'lumotlarni qayta ishlash imkonini beradi.

### 3.2 Ma'lumotlarni qayta ishlash jarayoni

Data analysis quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi:

1. Ma'lumot yig'ish;
2. Tozalash;
3. Saralash;
4. Tahlil qilish;
5. Vizualizatsiya;
6. Xulosa chiqarish.

Ma'lumotlarni tahlil qilishda statistik usullar va matematik modellar qo'llaniladi.

O'rtacha qiymat formulasi:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Dispersiya formulasi:

$$D(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x})^2$$

### 3.3. Data analysisning amaliy ahamiyati

Ma'lumotlar tahlili quyidagi sohalarida keng qo'llaniladi: bank tizimi, marketing, tibbiyot, iqtisodiyot, ilmiy tadqiqotlar.

**Masalan:** mijozlarning xarid odatlarini tahlil qilish, moliyaviy xavflarni prognozlash, kasalliklar statistikasini aniqlash.

Tahlil natijalari grafik va diagrammalar orqali vizual ko'rinishda ifodalanadi.

Data analysis uchun quyidagi dasturlar keng qo'llaniladi:

Microsoft Excel

Python

MATLAB

Axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va data analysis bir-biri bilan uzviy bog'liq tushunchalardir. Axborot texnologiyalari ma'lumotlarni yig'ish va saqlash imkonini bersa, data analysis ushbu ma'lumotlarni tahlil qiladi. Sun'iy intellekt esa tahlil natijalariga asoslanib avtomatik qarorlar qabul qiladi.

**Xulosa:** Xulosa qilib aytganda, axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va ma'lumotlar tahlili zamonaviy jamiyat taraqqiyotining eng muhim omillaridan biri hisoblanadi. IT texnologiyalari axborot almashinuvi va ma'lumotlarni qayta ishlash imkoniyatlarini kengaytirdi. Sun'iy intellekt esa inson faoliyatini avtomatlashtirish va murakkab muammolarni hal qilishda katta imkoniyatlar yaratmoqda.

Ma'lumotlar tahlili tashkilot va korxonalarga aniq va samarali qarorlar qabul qilish imkonini bermoqda. Kelajakda ushbu texnologiyalar yanada rivojlanib, iqtisodiyot va jamiyatning barcha sohalariga chuqur kirib borishi kutilmoqda.

Shu sababli axborot texnologiyalari, AI va data analysis yo'nalishlarini o'rganish zamonaviy mutaxassislar uchun muhim ilmiy va amaliy ahamiyatga ega.

### Foydalanilgan adabiyotlar

7.

informatika va axborot texnologiyalari — Toshkent, O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi nashriyoti, 2021.

8. Axborot texnologiyalari — T.: "Fan va texnologiya" nashriyoti, 2020.

9. Kompyuter savodxonligi asoslari — Toshkent, 2019.

10. Информатика — Москва: Издательство «Просвещение», 2020.

11. Computer Science — Cambridge University Press, 2018.

## SCENE TEXT RECOGNITION (STR): TEXNOLOGIYA, YONDASHUVLAR VA ILMIY TADQIQOTLAR SHARHI

**Mustaffaqulov Muhammad Askarali o'g'li**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

*E-mail: [mustaffaqulovmuhammad@gmail.com](mailto:mustaffaqulovmuhammad@gmail.com)*

**Annotatsiya.** Tabiiy tasvirlardagi matnlarni aniqlash va tanib olish (Scene Text Recognition - STR) — bu kompyuter ko'rish (Computer Vision) sohasidagi algoritmlar orqali real muhit rasmlaridan matnni aniqlash va tanib olish vazifasini bajaruvchi texnologiya. STR an'anaviy standart skanerlangan hujjatlar bilan ishlovchi OCR (Optical Character Recognition) tizimlaridan farqli o'laroq u skanerlangan hujjatlar emas, balki tabiiy muhitda olingan murakkab fonli rasmlardagi matnlarning noqulay yoritish sharoitlari va cheksiz shriftlar xilma-xilligini aniqlashi lozim. Ushbu maqolada STR tizimlarining metodologik va taksonomik evolyutsiyasi tahlil qilinadi. Maqola doirasida matn deteksiyasi (Text Detection) va matnni tanib olish (Text Recognition) bosqichlarining matematik konseptlari, Connectionist Temporal Classification (CTC) va Attention mexanizmlarining ilmiy asoslari hamda Transformer-alohida va End-to-End

arxitekturalarining samaradorligi qiyosiy yoritilgan. Shuningdek, sohadagi dolzarb muammolar va ochiq tadqiqot yo'nalishlari tizimlashtirilgan.

**Kalit so'zlar:** Scene Text Recognition, Text Detection, Text Recognition, Deep Learning, OCR, Natural Scene Images.

**Abstract.** Scene Text Recognition (STR) is a technology that uses algorithms from the field of Computer Vision to detect and recognize text from real-world images. Unlike traditional OCR (Optical Character Recognition) systems that work with standard scanned documents, STR must recognize text in complex background images taken in natural environments, not scanned documents, in adverse lighting conditions and an infinite variety of fonts. This article analyzes the methodological and taxonomic evolution of STR systems. The article discusses the mathematical concepts of the stages of text detection (Text Detection) and text recognition (Text Recognition), the scientific foundations of Connectionist Temporal Classification (CTC) and Attention mechanisms, and the comparative effectiveness of Transformer-separate and End-to-End architectures. It also systematizes current problems and open research areas in the field.

**Keywords:** Scene Text Recognition, Text Detection, Text Recognition, Deep Learning, OCR, Natural Scene Images.

**Аннотация.** Распознавание текста на изображениях (STR) — это технология, использующая алгоритмы из области компьютерного зрения для обнаружения и распознавания текста на изображениях реального мира. В отличие от традиционных систем оптического распознавания символов (OCR), работающих со стандартными отсканированными документами, STR должна распознавать текст на сложных фоновых изображениях, полученных в естественной среде, а не на отсканированных документах, в неблагоприятных условиях освещения и с бесконечным разнообразием шрифтов. В данной статье анализируется методологическая и таксономическая эволюция систем STR. В статье обсуждаются математические концепции этапов обнаружения текста (Обнаружение текста) и распознавания текста (Распознавание текста), научные основы коннекционистской временной классификации (CTC) и механизмов внимания, а также сравнительная эффективность архитектур Transformer-separate и End-to-End. В ней также систематизируются текущие проблемы и открытые направления исследований в этой области.

**Ключевые слова:** Распознавание текста на изображениях, Обнаружение текста, Распознавание текста, Глубокое обучение, OCR, Изображения естественных сцен.

**Kirish.** Scene Text Recognition (STR) — bu rasm yoki videolardagi matnli hududlarni aniqlash va ularni mashina o'qiydigan ko'rinishga aylantirish vazifasi. Biroq, tasvirlardan matn axborotini ajratib olish yuqori darajadagi entropiyaga ega muammodir. Skanerlangan hujjatlarda matn odatda binar ko'rinishda (oq fonda qora matn) va tekis gorizontol chiziqli joylashadi. STR obyekt bo'lgan tabiiy tasvirlarda esa matn quyidagi kritik xususiyatlar bilan xarakterlanadi:

**Perspektiv va Geometrik Deformatsiyalar:** Kameralar tasvirga olish burchagidan kelib chiqib matnlar qiya, egri chiziqli (curved text) yoki 3D proektsiyada namoyon bo'ladi.

**Atrof-muhit shovqinlari (Environmental Noise):** Kuchli quyosh nuri aks etishi, soyalar, past rezolyutsiya, harakatdagi xiralashish (motion blur) va matn orqasidagi murakkab teksturali fonlar deteksiya sifatini tushiradi.

**Stilistik xilma-xillik:** Do'konlar peshlavhalari, brend logotiplari va ko'cha san'atidagi (graffiti) badiiy hamda nostandart shriftlar standart gliflar analizini qiyinlashtiradi.

Ushbu muammolarni bartaraf etish maqsadida zamonaviy STR tizimlari an'anaviy evristik algoritmlardan (masalan, MSER - Maximally Stable Extremal Regions va HOG - Histogram of Oriented Gradients) to'liq voz kechib, chuqur neyron tarmoqlariga (Deep Neural Networks) asoslangan ko'p bosqichli yoki integratsiyalashgan arxitekturalarga o'tdi.

Bu masala kompyuter ko'rish va pattern recognition hamjamiyati uchun qiziqish markazida bo'lib kelmoqda, chunki u murakkab fon, turli shriftlar, yo'nalishlar va yoritish sharoitida matnni aniqlashni talab qiladi.

## Metodologiya va arxitektura

STR odatda uchta asosiy bosqichdan iborat tizim orqali amalga oshiriladi:

### 1. Matn joylashishini aniqlash (Text Detection / Localization)

Bu bosqichda tizim rasm ichida matn joylashgan hududlarni topadi. Bu ko'pincha keng tarqalgan obyekt aniqlash arxitekturalari orqali bajariladi, masalan:

YOLO, Faster R-CNN, SSD kabi metodlar.

**Maxsus text-oriented metodlar:** TextSnake, CRAFT, ABCNet kabi yondashuvlar.

Matn deteksiyasining klassik obyektlarni aniqlashdan (Object Detection) farqi shundaki, matn bloklari juda yuqori aspekt nisbatiga (aspect ratio) ega va odatda ixtiyoriy burchak ostida joylashadi. Shu sababli, gorizontaal bounding box (hBB) o'rniga yo'naltirilgan bounding box (oBB) yoki piksellar darajasidagi segmentatsiya qo'llaniladi.

### Ilmiy adabiyotlarda deteksiya usullari ikki guruhga bo'linadi:

*Regressiyaga asoslangan usullar:* YOLO yoki Faster R-CNN algoritmlarini matnning ko'p burchakli koordinatalarini (Polygon bounding boxes) bashorat qilishga moslashtiradi. Masalan, TextSnake usuli matnni silindrik chiziqlar to'plami sifatida ifodalab, o'ta egri matnlarni ham qamrab oladi.

*Segmentatsiyaga asoslangan usullar:* Piksel darajasida matn markazi va chegaralarini ajratadi. CRAFT (Character Region Awareness for Text Detection) modeli har bir belgining markaziy ehtimolligini (Region Score) va belgilar orasidagi bog'liqlikni (Affinity Score) hisoblaydi. Bu metod orqali model harflar orasidagi bo'shliqlarni tahlil qilib, so'z chegaralarini aniq chizadi.

### 2. Matnni tanib olish (Text Recognition) ning Matematik Asosi

Aniqlangan hududlardagi belgilar, so'zlar yoki matn ketma-ketligi model orqali tanib olinadi. Matn hududi tasvirdan kesib olingandan so'ng (Text Crop), u ketma-ketlikni modellashtirish (Sequence Modeling) muammosiga aylanadi. Ushbu bosqichning klassik strukturalari CRNN (Convolutional Recurrent Neural Network) hisoblanadi.

#### A. Alomatlarni ajratib olish (Feature Extraction):

Kiritilgan matn tasviri  $I$  dastlab CNN (masalan, ResNet-50) orqali o'tkazilib, vizual xususiyatlar xaritasi (feature map)  $F = H_{cnn}(I)$  ko'rinishida olinadi.

#### B. Ketma-ketlikni modellashtirish (Sequence Modeling):

$F$  xaritasi ustunlar bo'yicha kesilib, xususiyatlar ketma-ketligi  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_T\}$  hosil qilinadi. Bu ketma-ketlik vaqt bo'yicha kontekstni saqlash uchun BiLSTM (Bidirectional LSTM) tarmog'iga uzatiladi:

$$h_t = BiLSTM(x_t, h_{t-1})$$

#### C. Bashorat qilish mexanizmlari (Decoding):

Vizual zanjirni matn simvollar ketma-ketligiga o'tkazishda ikki xil fundamental matematik yondashuv mavjud:

*Connectionist Temporal Classification (CTC):* CTC har bir vaqt oralig'i  $t$  uchun belgilar ehtimolligi taqsimotini bashorat qiladi. U modelga tasvirdagi harf koordinatalarini aniq ko'rsatmasdan turib o'qishni o'rganish imkonini beradi. Takroriy belgilarni va bo'shliqlarni boshqarish uchun maxsus "blank" ( $\pi$ ) belgisi kiritiladi. Yakuniy matn shartli ehtimolliklarni ko'paytirish orqali topiladi:

$$P(l|X) = \sum_{\pi \in \beta^{-1}(l)} P(\pi|X)$$

Bu yerda  $\beta$  — takroriy harflarni va blanklarni o'chiruvchi xaritalash funksiyasi. Masalan, m - e - - e t t n ketma-ketligi  $\beta$  funksiyasi orqali matn so'ziga aylanadi.

*Attention-based Decoder:* CTC usulining asosiy kamchiligi — chiqish belgilarining bir-biriga bog'liq emasligi haqidagi shartli mustaqillik (conditional independence) farazidir. Attention mexanizmi esa matnni o'qishda til modelini (Language Model) simulyatsiya qiladi. U  $t$ -bosqichdagi belgini bashorat qilish uchun tasvirning qaysi qismiga ko'proq diqqat qaratish kerakligini dinamik aniqlaydi:

$$\alpha_t = \text{Soft max}(e_t), \quad c_t = \sum \alpha_i h_i$$

Bu yerda  $c_t$  — kontekst vektori bo‘lib, u modelga egri chiziqli matnlarni diqqat markazini surish (alignment) orqali o‘qish imkonini beradi.

### **Vision Transformer (ViT) va Til Modellarining Integratsiyasi**

So‘nggi yillarda STR sohasi Transformer arxitekturasiga to‘liq moslashdi. PARSeq (Permuted Autoregressive Sequence Models) va ABINet (Autonomous Bidirectional Iterative Network) kabi zamonaviy modellar an‘anaviy CNN+RNN zanjiridan voz kechdi. ABINet modeli tasvirni tanib olishda Vision Model va xatoliklarni matn mantig‘i bo‘yicha to‘g‘rilovchi Language Model tizimlarini parallel ishlatadi. Bu esa modelga vizual jihatdan xiralashgan so‘zlarni (masalan, "telefon") semantik jihatdan "telefon" deb to‘g‘rilab o‘qish qobiliyatini beradi.

### **3. End-to-End Tizimlar**

So‘nggi yillarda ko‘plab STR yondashuvlari to‘liq end-to-end pipeline ko‘rinishida ishlab chiqilmoqda, bunda rasmni kiritgandan so‘ng, tizim darhol aniqlash va tanish bosqichlarini ketma-ket bajarib, matnni chiqaradi.

Alohida deteksiya va alohida tanib olish modellarini birlashtirish jarayonida xatoliklar kumulativ (biri ikkinchisini kuchaytiruvchi) xarakterga ega bo‘ladi. Agar deteksiya modeli matnni noto‘g‘ri kesse, tanib olish modeli uni baribir xato o‘qiydi. ABCNet va SPETS kabi End-to-End tizimlar ushbu muammoni RoI Rotate yoki Bezier-Align modullari orqali hal qiladi. Ular yagona neyron tarmog‘i ichida matn koordinatalarini aniqlaydi va ushbu hudud xususiyatlarini to‘g‘ridan-to‘g‘ri tanib olish blokiga yo‘naltiradi.

#### **STR tizimlarni ishlab chiqishda ko‘plab ilmiy muammolar mavjud:**

*Murakkab fon va shovqin:* tabiiy sathdagi fon matnni aniqlashni qiyinlashtiradi .

*Cheksiz shriftlar, ranglar, yo‘nalishlar:* har xil ko‘rinishdagi matnni to‘g‘ri tanish qiyin.

*Yoritish sharoitining noaniqligi va siljishlar:* kameralar burchagi, yo‘naltirilish va aniqlik sifati farqlari STR aniqligiga ta‘sir qiladi . STR texnologiyasining nazariy mukammalligiga qaramasdan, amaliy muhitda bir qator ochiq ilmiy muammolar mavjud:

*Out-of-Vocabulary (OOV) va Ochiq lug‘at muammosi:* Modellar ko‘pincha o‘z trening ma‘lumotlar to‘plamidagi (Dataset) so‘z korpuslariga moslashib qoladi (overfitting). Lug‘atda bo‘lmagan tibbiy atamalar, maxsus kodlar yoki yangi brend nomlarini o‘qishda xatolik ehtimoli keskin oshadi.

*Kam resursli va ko‘p tilli muhit (Low-resource & Multilingual STR):* Lotin va ingliz alifbolari uchun juda katta hajmdagi ochiq ma‘lumotlar bazasi (masalan, SynthText, MJSynth) mavjud. Biroq, o‘zbek tili kirill/lotin grafikasi, uning o‘ziga xos harflari (o‘, q, g‘, h) uchun tabiiy muhit tasvirlaridan tashkil topgan benchmark datasetlar deyarli yo‘q.

*Hisoblash resurslari cheklovi (Edge AI):* Vision Transformer va og‘ir til modellariga asoslangan STR tizimlari yuqori grafik hisoblash quvvatini (GPU) talab qiladi. Ularni real vaqt rejimida CCTV kameralarida yoki mobil qurilmalarda ishlatish uchun modellarni siqish (Quantization, Knowledge Distillation) dolzarb vazifadir.

#### **STR texnologiyalari quyidagi amaliyotlarda muvaffaqiyat bilan qo‘llanadi:**

- Avtomobil raqam belgilarini avtomatik tanish tizimlari
- Mobil tarjima ilovalari (Google Lens kabi AR)
- CCTV footage dan matnli ma‘lumotlarni chiqarish

Yordamchi texnologiyalar — ko‘z bilan ko‘ra olmaydiganlar uchun mulohaza xizmatlari .

Kengaytirilgan STR algoritmlari bugungi kunda sanoat va ijtimoiy hayotning ko‘plab jabhalarida infratuzilmaviy rol o‘ynamoqda:

*Intellektual Transport Tizimlari (ITS):* ANPR (Automatic Number Plate Recognition) tizimlari har qanday ob-havo va tezlikda avtomobil raqamlarini aniqlaydi.

*Kengaytirilgan Borliq (AR) va Global Logistika:* Google Lens kabi ilovalar real vaqt rejimida xorijiy ko‘cha belgilarini matnini aniqlab, kontekstual tarjima qiladi. Logistikada esa omborxonaga kirayotgan yuk konteynerlari kodlarini avtomatik ro‘yxatga oladi.



*Inklyuziv Texnologiyalar:* Ko‘rish qobiliyati cheklangan insonlar uchun atrof-muhitdagi yozuvlarni (dorilar nomi, do‘kon peshlavhalari) ovozli formatga o‘girib beruvchi aqlli ko‘zoynaklar asosi hisoblanadi.

### **Xulosa**

Scene Text Recognition (STR) — bu hozirgi kompyuter ko‘rishi sohasida eng faol o‘sayotgan ilmiy yo‘nalishlardan biridir. An‘anaviy OCR bilan solishtirganda, STR murakkab fon, ko‘plab shriftlar, turli vizual sharoitlar kabi qo‘shimcha muammolar bilan ishlaydi. Yaqin yillarda chuqur o‘rganish va transformer arxitekturalari STR natijalarini sezilarli darajada yaxshiladi va soha doimiy rivojlanmoqda. STR texnologiyasining kelajagi ko‘p tilli matnlar, real-vaqt tizimlar va yengil modellarni yaratish yo‘nalishlariga qaratilgan. Scene Text Recognition an‘anaviy OCR chegaralaridan chiqib, kompyuter ko‘rishi va tabiiy tilni qayta ishlash (NLP) sohalarining sinteziga aylandi. So‘nggi tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, faqat vizual belgilarga tayanish murakkab tasvirlarni o‘qish uchun yetarli emas; tizimlar inson kabi tasvirdagi semantik kontekstni ham tushunishi shart. Kelajakdagi tadqiqotlar ko‘p tilli (multilingual) modellarni universallashtirish, kam resursli tillar uchun sintetik ma‘lumotlar yaratish (GAN va Diffusion modellari yordamida) va yengil hisoblash quvvatiga ega mobil arxitekturalarni mukammallashtirishga qaratilishi kutilmoqda.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Mageed E. H., El Abbadi N. K., Scene Text Recognition: A Review, Iraqi Journal of Science, 64(1), 405–418, 2023.
2. Halder A., Shivakumara P., Blumenstein M., A Comprehensive Review on Text Detection and Recognition in Scene Images, 2024.
3. Xuchen Wang, A Review of Text Recognition in Complex Scene Images Based on Deep Learning, Atlantis Press, 2025. “Scene text”, Wikipedia (eng).
4. Baek, J., Kim, G., Lee, J., Park, S., Han, D., Yun, S., ... & Lee, H. (2019). What is wrong with scene text recognition model comparisons? dataset and model analysis. Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV), 4715-4723. (STR modellarining standart framework strukturalari va CTC/Attention modullari matematik tahlili)
5. Bautista, D., & Atienza, R. (2022). Scene text recognition with permuted autoregressive sequence models. European Conference on Computer Vision (ECCV), 178-196. (Vision Transformer va PARSeq arxitekturasining ilmiy asosi)
6. Khamdamov, U., Mukhiddinov, M., Mukhamedaminov, A. O., & Djuraev, O. N. (2019). A Novel Method for Extracting Text from Natural Scene Images and TTS. International Conference on Computational Intelligence.

## **IQTISODIY TA’LIM TIZIMIDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARDAN. FOYDALANISHNING DIDAKTIK IMKONIYATLARI VA VOSITALARI**

**A.M.Suyarov, T.X. Karimov**

*Samarqand iqtisodiyot va servis instituti*

*e-mail: [tolmasbekkarimov76@gmail.com](mailto:tolmasbekkarimov76@gmail.com)*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada iqtisodiy ta’lim tizimida raqamli texnologiyalardan foydalanishning didaktik imkoniyatlari va ularni samarali qo‘llash vositalari tahlil qilingan. Shuningdek, iqtisodiy fanlarni o‘qitishda interaktiv platformalar, multimedia resurslari, simulyatsiya dasturlari va masofaviy ta’lim tizimlarining o‘rni ko‘rsatib berilgan. Maqolada pedagogik texnologiyalar asosida raqamli vositalarni tanlash va ularni ta’lim jarayoniga integratsiya qilish metodik yondashuvlari ishlab chiqilgan.

**Kalit so‘zlar.** raqamli texnologiyalar, iqtisodiy ta’lim, didaktik imkoniyatlar, raqamli ta’lim muhiti, interaktiv vositalar, masofaviy ta’lim, pedagogik innovatsiyalar.

**Аннотация.** В данной статье проанализированы дидактические возможности использования цифровых технологий в системе экономического образования и средства их эффективного применения. Кроме того, показана роль интерактивных платформ, мультимедийных ресурсов, симуляционных программ и систем дистанционного обучения

в преподавании экономических дисциплин. В статье разработаны методические подходы к выбору цифровых средств на основе педагогических технологий и их интеграции в образовательный процесс.

**Ключевые слова:** цифровые технологии, экономическое образование, дидактические возможности, цифровая образовательная среда, интерактивные средства, дистанционное обучение, педагогические инновации.

**Abstract:** This article analyzes the didactic possibilities of using digital technologies in the system of economic education and the tools for their effective implementation. In addition, the importance of interactive platforms, multimedia resources, simulation software, and distance learning systems in teaching economic disciplines is discussed. The article also develops methodological approaches for selecting digital tools based on pedagogical technologies and integrating them into the educational process.

**Keywords:** digital technologies, economic education, didactic opportunities, digital learning environment, interactive tools, distance learning, pedagogical innovations.

Iqtisodiy ta'limni raqamlashtirish istiqbollari zamonaviy ta'lim tizimining eng muhim strategik yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Raqamli iqtisodiyotning jadal rivojlanishi ta'lim tizimidan ham yangi yondashuvlar, innovatsion texnologiyalar va moslashuvchan o'qitish modellarini talab etmoqda. Shu sababli iqtisodiy ta'limni raqamlashtirish jarayoni kelajakda yanada chuqurlashib, sifat jihatidan yangi bosqichga ko'tarilishi kutilmoqda.

Kelajakda iqtisodiy ta'lim to'liq raqamli ekotizimga asoslangan modelga o'tishi mumkin. Bunda ta'lim jarayonining barcha bosqichlari - o'quv materiallarini yaratish, ularni yetkazib berish, bilimlarni baholash va boshqaruv jarayonlari yagona raqamli platformalar orqali amalga oshiriladi. Bu esa ta'limning uzluksizligi, shaffofligi va samaradorligini yanada oshiradi [1].

Sun'iy intellekt texnologiyalarining keng qo'llanilishi iqtisodiy ta'limning asosiy istiqbolli yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Kelajakda adaptiv ta'lim tizimlari yanada rivojlanib, har bir talaba uchun individual o'quv dasturlari avtomatik ravishda shakllantiriladi. Sun'iy intellekt asosida ishlovchi tizimlar talabalarning bilim darajasini chuqur tahlil qilib, ularning kuchli va zaif tomonlarini aniqlash imkonini beradi.

Virtual va kengaytirilgan reallik texnologiyalarining rivojlanishi ham iqtisodiy ta'lim istiqbolini belgilab beradi. Ushbu texnologiyalar yordamida murakkab iqtisodiy jarayonlarni virtual muhitda modellashtirish, biznes simulyatsiyalarini yaratish va amaliy mashg'ulotlarni real sharoitga yaqin shaklda o'tkazish imkoniyati kengayadi. Bu esa talabalarning amaliy ko'nikmalarini sezilarli darajada oshiradi.

Big Data va ta'lim analitikasi texnologiyalarining yanada rivojlanishi natijasida ta'lim jarayonini boshqarish yanada ilmiy asosga ega bo'ladi. Katta hajmdagi ma'lumotlar asosida ta'lim sifati doimiy monitoring qilinadi, prognozlash tizimlari takomillashadi hamda strategik qarorlar qabul qilish jarayoni optimallashtiriladi.

Mobil ta'lim va ochiq ta'lim platformalari yanada keng rivojlanadi. Har bir shaxs istalgan vaqtda va istalgan joyda sifatli ta'lim olish imkoniyatiga ega bo'ladi. Global ta'lim resurslariga kirish imkoniyati kengayib, xalqaro ta'lim integratsiyasi kuchayadi.

Blokcheyn texnologiyalarining ta'lim tizimiga joriy etilishi ham istiqbolli yo'nalishlardan biri hisoblanadi. U orqali diplom va sertifikatlarining ishonchliligini ta'minlash, ta'lim hujjatlarini raqamli shaklda xavfsiz saqlash va ularni global miqyosda tan olish imkoniyati yaratiladi.

Ta'lim jarayoniga raqamli texnologiyalarni joriy etish o'quvchilarning iqtisodiy bilimlarni egallash darajasini oshirish, ularning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirish hamda mustaqil ta'lim olish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi. Shu nuqtai nazardan, raqamli texnologiyalar didaktik imkoniyatlarining ilmiy tahlili muhim ahamiyat kasb etadi.

Raqamli ta'lim muhiti zamonaviy iqtisodiy ta'lim tizimida o'quv jarayoni-ning samaradorligini oshiruvchi muhim didaktik omillardan biri hisoblanadi. U axborot-kommunikatsiya texnologiyalari asosida shakllangan bo'lib, ta'lim jarayonini interaktiv, moslashuvchan va individual yondashuvga yo'naltirilgan shaklda tashkil etish imkonini beradi[2].

Birinchidan, raqamli ta'lim muhiti o'quv materiallarini vizuallashtirish va multimediya vositalari orqali taqdim etish imkonini beradi. Bu esa murakkab iqtisodiy tushunchalar va jarayonlarni osonroq anglashga yordam beradi hamda o'quvchilarning kognitiv faolligini oshiradi.

Ikkinchidan, u ta'lim jarayonida interaktivlikni kuchaytiradi. Elektron platformalar, test tizimlari, virtual mashg'ulotlar va simulyatsiyalar orqali o'quvchilar faol ishtirok etadi, bu esa bilimlarni mustahkamlash va amaliy ko'nikmalarni shakllantirishga xizmat qiladi.

Uchinchidan, raqamli ta'lim muhiti individual yondashuvni amalga oshirish uchun qulay sharoit yaratadi. Har bir o'quvchi o'z bilim darajasi va o'rganish tezligiga mos ravishda materiallarni o'zlashtirishi mumkin, bu esa differensial ta'limni samarali tashkil etishga imkon beradi.

Raqamli texnologiyalar asosida yaratilgan interaktiv vositalar (simulyatorlar, virtual laboratoriyalar, iqtisodiy modellar) quyidagi didaktik vazifalarni bajaradi:

- ✓ real iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish;
- ✓ qaror qabul qilish ko'nikmalarini shakllantirish;
- ✓ tahliliy fikrlashni rivojlantirish;
- ✓ muammoli vaziyatlarda yechim topish malakasini oshirish.

Bunday vositalar o'quvchini passiv tinglovchidan faol ishtirokchiga aylantiradi.

Interaktiv ta'lim vositalari zamonaviy iqtisodiy ta'lim jarayonida o'quvchilarning faolligini oshirish va bilimlarni amaliy faoliyat bilan uyg'unlashtirishga xizmat qiluvchi muhim didaktik vositalardan biri hisoblanadi. Ular ta'lim jarayonini jonlantiradi va o'quvchini passiv tinglovchidan faol ishtirokchiga aylantiradi [3].

Birinchidan, interaktiv vositalar iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish imkonini beradi. Virtual iqtisodiy muhitlar, simulyatsiyalar va o'yinli o'quv dasturlari orqali o'quvchilar real hayotga yaqin sharoitlarda qaror qabul qilishni o'rganadilar. Bu esa ularning tahliliy va iqtisodiy fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi.

Ikkinchidan, bunday vositalar o'quvchilarning bilimlarni mustahkamlash jarayonini tezlashtiradi. Testlar, interaktiv topshiriqlar va mashqlar orqali olingan nazariy bilimlar darhol amaliyotda sinovdan o'tkaziladi, bu esa bilimlarning uzoq muddatli xotirada saqlanishiga yordam beradi.

Uchinchidan, interaktiv vositalar individual yondashuvni qo'llab-quvvatlaydi. Har bir o'quvchi o'z bilim darajasi va o'zlashtirish tezligiga mos ravishda topshiriqlarni bajarishi mumkin, bu esa ta'lim jarayonining samaradorligini oshiradi.

Shuningdek, ular hamkorlikda o'qish muhitini yaratadi. Guruhli loyihalar, onlayn muhokamalar va birgalikdagi vazifalar o'quvchilarda jamoada ishlash ko'nikmalarini rivojlantiradi.

Interaktiv ta'lim vositalari iqtisodiy ta'lim jarayonida nazariya va amaliyot uyg'unligini ta'minlash, o'quvchilarning faol ishtirokini kuchaytirish hamda ta'lim sifatini oshirishda muhim didaktik imkoniyatlarga ega [2].

**Bulutli texnologiyalar va masofaviy ta'lim.** Bulutli texnologiyalar iqtisodiy ta'limda:

- ✓ o'quv resurslariga doimiy kirish imkonini yaratadi;
- ✓ o'qituvchi va talaba o'rtasida doimiy muloqotni ta'minlaydi;
- ✓ hamkorlikda ishlashni rivojlantiradi.

**Big Data va ta'lim analitikasi.** Big Data texnologiyalari ta'lim jarayonida:

- ✓ o'quvchilarning bilim darajasini tahlil qilish;
- ✓ individual ta'lim traektoriyasini shakllantirish;
- ✓ o'qitish samaradorligini baholash imkonini beradi.

Ta'lim analitikasi asosida o'qituvchi har bir o'quvchining kuchli va zaif tomonlarini aniqlab, individual yondashuvni amalga oshirishi mumkin.

Big Data va ta'lim analitikasi zamonaviy raqamli ta'lim tizimining eng muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib, u o'quv jarayonida katta hajmdagi ma'lumotlarni yig'ish, qayta ishlash va tahlil qilish orqali ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Birinchidan, Big Data texnologiyalari o'quvchilarning ta'lim jarayonidagi faoliyatiga oid katta hajmdagi ma'lumotlarni (test natijalari, elektron platformalardagi faollik, topshiriqlarni bajarish dinamikasi) avtomatik tarzda yig'ish va saqlash imkonini beradi. Bu esa ta'lim jarayonini real vaqt rejimida kuzatish va baholashga sharoit yaratadi.

Ikkinchidan, ta'lim analitikasi ushbu ma'lumotlarni tahlil qilish orqali o'quvchilarning bilim darajasi, qiyinchilik tug'dirayotgan mavzulari va o'zlashtirish tezligini aniqlash imkonini beradi. Natijada o'qituvchi individual yondashuv asosida o'quv jarayonini tashkil etishi mumkin bo'ladi.

Uchinchidan, Big Data asosida prognozlash imkoniyati yaratiladi. Ya'ni, o'quvchining kelajakdagi o'zlashtirish natijalari, muvaffaqiyat darajasi va ehtimoliy qiyinchiliklari oldindan taxmin qilinadi. Bu esa profilaktik pedagogik choralarni ishlab chiqishga yordam beradi.

Big Data va ta'lim analitikasi iqtisodiy ta'lim jarayonini ilmiy asosda boshqarish, individual ta'limni rivojlantirish hamda ta'lim sifatini oshirishda muhim didaktik imkoniyatlarni yaratadi.

**Mobil ta'limning didaktik imkoniyatlari.** Mobil qurilmalar asosidagi ta'lim:

- ✓ iqtisodiy bilimlarni istalgan vaqtda o'rganish imkonini beradi;
- ✓ mikro-o'quv modullaridan foydalanishni ta'minlaydi;
- ✓ tezkor test va nazorat tizimlarini joriy etadi.

Bu esa o'quv jarayonining uzluksizligini ta'minlaydi.

Mobil ta'lim zamonaviy raqamli ta'lim tizimining muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib, u smartfon, planshet va boshqa mobil qurilmalar orqali ta'lim resurslaridan foydalanish imkonini beradi. Ushbu yondashuv ta'lim jarayonini yanada moslashuvchan, uzluksiz va shaxsga yo'naltirilgan shaklda tashkil etishga xizmat qiladi.

Birinchidan, mobil ta'limning eng muhim didaktik imkoniyati — ta'limga istalgan joy va istalgan vaqtda kirish imkonini yaratishidir. O'quvchilar elektron darsliklar, video ma'ruzalar va interaktiv materiallardan foydalanib, mustaqil ravishda bilim olishlari mumkin. Bu esa uzluksiz ta'lim tamoyilini amalga oshirishga xizmat qiladi.

Ikkinchidan, mobil ilovalar va ta'lim platformalari orqali mikro-o'quv (microlearning) texnologiyasi keng qo'llaniladi. Bu qisqa, aniq va maqsadli o'quv modullari yordamida iqtisodiy bilimlarni bosqichma-bosqich o'zlashtirish imkonini beradi hamda o'quvchilarning diqqatini jamlashni osonlashtiradi.

Uchinchidan, mobil ta'lim interaktivlikni kuchaytiradi. Testlar, viktorinalar va onlayn topshiriqlar orqali o'quvchilar bilimlarini darhol sinab ko'rishlari mumkin. Bu jarayon tezkor feedback (qayta aloqa) berish imkonini yaratib, o'quv jarayonining samaradorligini oshiradi.

Amaliy jihatdan, Google Classroom va Moodle Mobile kabi tizimlar mobil ta'limni tashkil etishda keng qo'llanilib, o'quv jarayonini boshqarish va monitoring qilish imkonini beradi.

Raqamli texnologiyalar zamonaviy iqtisodiy ta'lim tizimida o'quv jarayonini samarali tashkil etish, uning sifatini oshirish va ta'limni individuallashtirish imkonini beruvchi asosiy vositalardan biri hisoblanadi.

Birinchidan, raqamli texnologiyalar ta'lim jarayonining tezkorligi va samaradorligini oshiradi. Axborotlarga tezkor kirish, elektron resurslardan foydalanish hamda interaktiv platformalar orqali o'qitish jarayoni ancha qulay va natijador bo'ladi [4].

Ikkinchidan, ular ta'limning vizuallashtirishni ta'minlaydi. Grafiklar, animatsiyalar, infografikalar va multimedia materiallari murakkab iqtisodiy tushunchalarni oson va tushunarli shaklda yetkazishga yordam beradi.

Uchinchidan, raqamli texnologiyalar individual yondashuvni qo'llab-quvvatlaydi. Har bir o'quvchi o'z bilim darajasi va o'zlashtirish tezligiga mos ravishda o'quv materiallarini o'rganishi mumkin, bu esa differensial ta'limni amalga oshirishga imkon yaratadi.

Raqamli texnologiyalar iqtisodiy ta'lim tizimida ta'lim sifatini oshirish, o'quv jarayonini modernizatsiya qilish va o'quvchilarning bilim olish imkoniyatlarini kengaytirishda muhim didaktik ahamiyatga ega.

Raqamli texnologiyalar iqtisodiy ta'lim tizimida katta didaktik imkoniyatlar yaratishi bilan birga, ularni joriy etish va samarali foydalanish jarayonida bir qator muammolar ham yuzaga keladi.

Birinchidan, texnik infratuzilmaning yetarli darajada rivojlanmaganligi asosiy muammolardan biri hisoblanadi. Internet tezligi pastligi, zamonaviy kompyuter va qurilmalarning yetishmasligi ta'lim jarayonining uzluksizligini buzishi mumkin.

Ikkinchidan, pedagoglarning raqamli kompetensiyalarini yetarli darajada rivojlanmaganligi ham muhim muammo hisoblanadi. Ayrim o'qituvchilar raqamli platformalar, interaktiv vositalar va ta'lim dasturlaridan to'liq va samarali foydalanishda qiyinchiliklarga duch keladilar.

Uchinchidan, axborot xavfsizligi va ma'lumotlarni himoya qilish masalalari dolzarb hisoblanadi. O'quvchilarning shaxsiy ma'lumotlari va ta'lim natijalari raqamli tizimlarda saqlanayotgani sababli ularning xavfsizligini ta'minlash muhim vazifa bo'lib qolmoqda.

Shuningdek, raqamli texnologiyalarga haddan tashqari bog'liqlik o'quvchi-larning mustaqil fikrlash va an'anaviy o'qish ko'nikmalarining susayishiga olib kelishi mumkin.

Yana bir muammo sifatida raqamli tengsizlikni ko'rsatish mumkin. Ya'ni, barcha o'quvchilar bir xil texnik imkoniyatlarga ega emasligi ta'limda teng sharoitlarni ta'minlashga to'sqinlik qiladi.

Raqamli texnologiyalarning muammolari ularning to'liq samaradorligini cheklashi mumkin, shuning uchun bu muammolarni bartaraf etish uchun infratuzilmani rivojlantirish, pedagoglarni tayyorlash va axborot xavfsizligini kuchaytirish zarur hisoblanadi.

Iqtisodiy ta'lim tizimida raqamli texnologiyalardan foydalanish didaktik jihatdan katta imkoniyatlar yaratadi. Ular ta'lim jarayonini zamonaviylashtirish, o'quvchilarning iqtisodiy bilim va ko'nikmalarini rivojlantirish hamda ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, ushbu texnologiyalarni samarali joriy etish uchun pedagogik, texnik va metodik shart-sharoitlarni takomillashtirish zarur hisoblanadi [5].

Iqtisodiy ta'lim tizimida raqamli texnologiyalarni samarali qo'llash o'quv jarayonini modernizatsiya qilish, bilimlarni o'zlashtirish sifatini oshirish hamda amaliy ko'nikmalarni rivojlantirishga xizmat qiluvchi turli didaktik vositalar tizimini shakllantiradi. Ushbu vositalar ta'lim mazmunini boyitadi va uni interaktiv hamda moslashuvchan shaklga olib keladi.

Birinchidan, elektron ta'lim platformalari muhim didaktik vosita hisoblanadi. Moodle, Google Classroom kabi tizimlar o'quv jarayonini tashkil etish, topshiriqlarni berish, baholash va o'quvchilar faoliyatini monitoring qilish imkonini beradi.

Ikkinchidan, multimedia vositalari iqtisodiy tushunchalarni vizuallashtirishda muhim rol o'ynaydi. Video ma'ruzalar, animatsiyalar, infografikalar va prezentatsiyalar murakkab iqtisodiy jarayonlarni sodda va tushunarli shaklda yetkazishga yordam beradi.

Uchinchidan, interaktiv simulyatsiyalar va virtual laboratoriyalar iqtisodiy modellarni amaliy tarzda o'rganish imkonini beradi. Bu vositalar orqali o'quvchilar real iqtisodiy vaziyatlarga yaqin sharoitlarda qaror qabul qilish ko'nikmalarini shakllantiradilar.

To'rtinchidan, test va baholashning raqamli tizimlari didaktik vosita sifatida keng qo'llaniladi. Avtomatlashtirilgan testlar va onlayn baholash tizimlari o'quvchilarning bilim darajasini tezkor va xolis baholash imkonini beradi.

Beshinchidan, mobil ilovalar va elektron resurslar mustaqil ta'limni qo'llab-quvvatlaydi. O'quvchilar mobil qurilmalar orqali istalgan vaqtda o'quv materiallaridan foydalanishlari mumkin, bu esa uzluksiz ta'lim jarayonini ta'minlaydi.

Shuningdek, Big Data va ta'lim analitikasi vositalari o'quvchilarning o'zlashtirish darajasini tahlil qilish va individual ta'lim traektoriyalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

Iqtisodiy ta'lim tizimida raqamli texnologiyalardan foydalanishning didaktik vositalari ta'lim jarayonini samarali tashkil etish, o'quvchilarning bilim va ko'nikmalarini rivojlantirish hamda ta'lim sifatini oshirishda muhim ahamiyatga ega.

**Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Begimqulov U.Sh.(2007). Pedagogik ta'limda zamonaviy axborot texnologiyalarini joriy etishning nazariy asoslari. Monografiya. –T.: Fan, 160 b.
2. Kayumova N.A.(2021). Oliy ta'limda elektron ta'lim muhitini tashkil etishda yangi texnologiyalar / Zamonaviy ta'lim, 2 (99) 64-73 b.
3. Azizxo'jayev A. va boshqalar.(2020) Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va ta'lim tizimi. – Toshkent: "Iqtisod-Moliya", 240 b.
4. Gerasimova A.G. & Fadeeva K.N. (2022). Evaluation of the effectiveness of an electronic educational resource. Современные наукоемкие технологии (Modern High Technologies), №11, 117–121.
5. Xudoyberdiyev S.(2021) Ta'lim texnologiyalarining zamonaviy yo'nalishlari. – Toshkent: TDPU nashriyoti, 150 b.

### III-SHO‘BA DIFFERENTIAL TENGLAMALAR VA MEXANIKANING ZAMONAVIY MASALALARI

#### NEFT VA GAZ QUDUQLARINI BURG‘ILASHDA GAZ PACHKASINI YUVISHNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

J.A.Akilov<sup>1</sup>, M.S.Djabbarov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Mirzo Ulug‘bek nomidagi Samarqand davlat arxitektura-qurilish universiteti

Samarqand shahri O‘zbekiston

\*e-mail: [M.S.JABBAROV1954@GMAIL.COM](mailto:M.S.JABBAROV1954@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Maqolada neft va gaz konlarini burg‘ilash jarayonida hosil bo‘ladigan gaz pachkasining quduq tubidagi bosimning kamayishi qaralgan. Burg‘ulash suyuqligi harakatining differentsial tenglamasini sonli yechish usuli ishlab chiqilgan. Uning yordamida quduq tubida burg‘ulash suyuqligi bosimining pasayishi hisoblangan.

**Kalit so‘zlar:** gaz pachkasi, burg‘ulash suyuqligi, quduq tubi bosimi.

**Kirish.** Neft va gaz quduqlarini burg‘ilashda, ko‘pincha gaz favvoralariga aylanadigan favqulodda hodisalarning asosiy sabablaridan biri gazlanish tufayli burg‘ulash suyuqligi bosimining pasayishi hisoblanadi. Gaz quduqdan chiqadigan suyuqlik hajmiga teng hajmda bitta pachkada quduq tubida hosil bo‘ladi deb qaraladi (Леонov va Исаев, 2018).

Quduq og‘zi ochiq bo‘lgan holda quduqni yuvishda, porshen rejimida halqasimon bo‘shliq bo‘ylab ko‘tarilganda bu pachkaning hajmi oshadi. Pachka quduq tubida bo‘lganda, uning hajmi minimal, bosimi quduq tubidagi bosim  $p_3$  ga teng bo‘ladi. Pachka ko‘tarilganda, uning hajmi kengayadi, burg‘ilash qudug‘idagi suyuqlik ustunining balandligi pasayadi. Shu bilan birga, quduq tubi bosimi pasayadi, yuqori chegarasi ochiq quduq og‘ziga yetganda minimal darajaga yetadi. Qarshi bosim bo‘lmasa, trubadan chiqadigan gazning bir qismi tezda quduqdan otilib chiqadi, trubaning qolgan qismidagi bosim atmosfera bosimigacha tushadi va bu paytdagi quduq tubidagi bosim qatlam bosimidan kamayishi mumkin. Bu esa gaz oqimining otilishib chiqishi va gaz favvorasiga olib keladi.

Suyuqlikning plastik xususiyatlari hisobga olinmagan va quduq tubidagi hosil bo‘lgan gaz hajmi ma‘lum bo‘lganda ( $V = h_0 F_k$ , bu yerda  $F_k$  –halqasimon kanalning ko‘ndalang kesim maydoni), burg‘ulash suyuqligining turbulent harakati paytida gaz pachkasining quduq tubidan quduq og‘ziga ko‘tarilishi jarayonida quduq tubidagi bosimning pasayishini aniqlash masalasini qaraymiz.

**Matematik model.** Agar burg‘ilash suyuqligini siqilmas bir fazali suyuqlik deb qarasak, uning gaz pachkasi ustidagi harakatini quyidagi tenglamalar tizimi bilan tavsiflash mumkin

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g + \frac{\lambda \rho}{2d_r} v^2 + \rho \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial z} = 0; \quad \rho = const, \quad (2)$$

bu yerda  $p$  - bosim;  $v$  - tezlik;  $\rho$  – burg‘ilash suyuqligi zichligi;  $g$  – erkin tushish tezlanishi;  $\lambda$  –gidravlik qarshilik koeffitsienti;  $d_r = d_c - d_h$  –gidravlik diametr;  $d_c$  –quduq diametri;  $d_h$  –burg‘ulash qudug‘ining tashqi diametri.

Suyuqlikning tezligi  $z$  koordinataga bog‘liq emas. Shuning uchun,  $v = v(t)$ ,  $z \geq h(t)$ . Unda

$$v = \frac{dh}{dt}, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 h}{dt^2}. \quad (3)$$

(3) ni (1) ga qo'yib,  $z$  bo'yicha  $z = h(t)$  dan  $z = L$  gacha integrallab, quyidagini hosil qilamiz:

$$p(h(t)) = \left[ \rho \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\lambda \rho}{2d_\Gamma} \left( \frac{dh}{dt} \right)^2 + \rho g \right] [L - h(t)] + p_{\text{ш}}. \quad (4)$$

Bu yerda  $L$  –quduqning chuqurligi;  $h(t)$  –quduq tubidan gaz pachkasining yuqori chegarasigacha bo'lgan masofa.  $p(h(t))$  – vaqtning  $t$  momentida gaz pachkasining ustida harakatlanayotgan suyuqlikning yuqori chegarasiga tushadigan bosim;  $p_{\text{ш}}$  – shtutserdagi bosim.

Gaz pachkasi quduq tubidan burg'ulash suyuqligi bilan  $v_H = Q_H/F_k$  o'rtacha tezlikda siqib chiqariladi, bu yerda  $Q_H$  – nasosning doimiy oqimi. Dastlabki  $t = 0$  momentda quduq tubida joylashgan gaz pachkasi va uning ustidagi suyuqlik ustuni harakatsiz deb faraz qilamiz (sirkulyatsiya yo'q). U holda, paketdagi bosim gidrostatik bosim va shtutserdagi bosimga teng bo'ladi:

$$p_{30} = p_{\text{ш}} + (L - h_0)\rho g. \quad (5)$$

Biz pachkaning yuqori chegarasidagi bosim o'rtacha gaz hajmidan farq qilmaydi va  $p(h(t))$  ga teng deb faraz qilamiz. Pachkadagi gaz uchun Boyle-Mariott qonuni o'rinli deb hisoblaymiz:  $pV = \text{const}$ , bu yerda  $V$  – pachkaning o'zgaruvchan hajmi.

U holda quyidagini yozishimiz mumkin (Бабабян, 2021):

$$p(h(t))[h - v_H t]F_k = [p_{\text{ш}} + (L - h_0)\rho g]h_0 F_k. \quad (6)$$

(6) ni bosimga nisbatan yechib  $p(h)$ , ikkinchisini (4) ga qo'yib, gaz paketining yuqori chegarasi harakatining differentsial tenglamasini olamiz.

$$\rho \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\lambda \rho}{2d_\Gamma} \left( \frac{dh}{dt} \right)^2 = \frac{[p_{\text{ш}} + (L - h_0)\rho g]h_0}{[h(t) - v_H t][L - h(t)]} - \frac{p_{\text{ш}}}{L - h(t)} - \rho g. \quad (7)$$

Dastlabki momentda quduq tubidagi gaz to'plami va uning ustidagi suyuqlik tinch holatda bo'lgani uchun (7) tenglama uchun dastlabki shartlar quyidagicha bo'ladi

$$h(0) = h_0, \quad \frac{dh(0)}{dt} = 0. \quad (8)$$

Yuqoridagilarni hisobga olgan holda, gaz pachkasining yuqori chegarasi quduq og'ziga yetib boradigan vaqt momenti  $t_L$  ni

$$h(t_L) = L. \quad (9)$$

tenglamadan topish mumkin.

Ushbu vaqt momenti uchun quduq tubidagi bosim

$$p_3 = p_{\text{ш}} + v_H t_L \rho g + \frac{\lambda t_L \rho v_H^3}{2d_\Gamma}, \quad (10)$$

formula bo'yicha aniqlanadi, bu yerda  $v_H$  –paketning pastki chegarasining tezligi. Formula  $t \geq t_L$  vaqt uchun amal qiladi.

Agar sirkulyatsiya  $t = t_L$  paytda to'xtagan bo'lsa, u holda (9) ga  $\lambda = 0$  deyish kerak. Bu holda, quduq tubidagi bosim  $p_3$  minimal  $p_{3M}$  bo'ladi va

$$\frac{p_{3M}}{p_{30}} = \frac{p_{\text{ш}} + v_H t_L \rho g}{p_{\text{ш}} + (L - h_0)\rho g}. \quad (11)$$

Aytaylik, u yoki bu texnologik sababga ko'ra (masalan, ulash moslamasining ishlamay qolishi sababli) pachkani yuvish jarayoni  $t < t_L$  da to'xtasin. Agar bu nuqtada qatlamning pastki chegarasi ma'lum bir  $h_1 \geq h_1^*$  ( $h_1^*$  kritik balandlik) balandlikda bo'lsa, unda qatlam ustidagi quduqdan suyuqlik ajralib chiqadi. U holda kritik balandlik  $h_1^*$  va unga mos keladigan vaqt  $t^*$ , shuningdek, gaz pachkasining pastki chegarasigacha bo'lgan masofaning kritik qiymati  $h_2^*$ , sirkulyatsiya bo'lmaganda quduqdagi gaz to'plamining muvozanat holatidan aniqlanadi. Ular uchun formulalar:



$$h_1^* = L + \frac{p_0}{\rho g} - 2 \sqrt{\left[ \frac{p_0}{\rho g} + (L - h_0) \right] h_0}, \quad t^* = \frac{h_1^*}{v_H}, \quad h_2^* = L + \frac{p_0}{\rho g} - \sqrt{\left[ \frac{p_0}{\rho g} + (L - h_0) \right] h_0}. \quad (12)$$

Agar  $t = t^*$  da sirkulyatsiya to'xtasai, keyin quduqdan  $l^* = L - h_2^* + p_0/(\rho g)$  balandlikdagi suyuqlik ustuni o'tilib chiqadi va u  $2l^*$  ga teng chuqurlikda bo'shaydi. Quduq tubidagi bosim  $p_{3M} = \rho g l^*$  formula bilan aniqlanadi.

Keltirilgan (1)-(12) munosabatlar qaralayotgan jarayonning matematik modelini ifodalaydi.

**Yechish usuli.** Qaralayotgan masalani sonli usulda yechishni chiqaymiz. Buning uchun gaz pachkasi yuqori chegarasining  $t$  vaqtidagi chuqurligini ifodalovchi yangi noma'lum funksiyani kiritamiz:  $u(t) = L - h(t)$ . Unda  $u(0) = u_0 = L - h_0$  - boshlang'ich momentdagi gaz pachkasining chuqurligi. (7) tenglamadan  $u(t)$  ga nisbatan differensial tenglamani olamiz:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - \lambda_1 \left( \frac{du}{dt} \right)^2 = g + \frac{p_{\text{III}}}{\rho u(t)} - \frac{h_0}{\rho} \frac{p_{\text{III}} + \rho g u_0}{u(t) u_H(t)}. \quad (13)$$

$$u(0) = u_0, \quad u'(0) = 0. \quad (14)$$

Quyidagi tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{cases} v'(t) = f(u(t), v(t)), \\ v(t) = u'(t), \end{cases} \quad (15)$$

$$u(0) = u_0, \quad v(0) = 0, \quad (16)$$

Bu yerda  $u_H(t) = L - u(t) - v_H t$ ,

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{2d_r}, \quad f(u, v) = g + \frac{\lambda_1}{2d_r} v^2 - \frac{p_{\text{III}}}{\rho u} \left( 1 - \frac{h_0}{u_H(t)} \right) - \frac{g h_0 u_0}{u(t) u_H(t)}.$$

(16) boshlang'ich shartlarga ega bo'lgan (15) tenglamalar sistemasi sonli usulda quyidagicha yechiladi: vaqtning ketma-ket  $t_i = i \cdot \Delta t$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$  qiymatlari uchun (15) tenglamalar sistemasini chekli ayirmali algebraik tenglamalar sistemasi bilan almashtiramiz:

$$\begin{cases} v_{i+1} = v_i + f(u_i, v_i) \Delta t, \\ u_{i+1} = u_i + v_i \Delta t, \end{cases} \quad (17)$$

bu yerda  $\Delta t$  –vaqt ottirmasi;  $u_i = u(t_i)$ ,  $v_i = v(t_i)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$ .

(15) sistema va (16) boshlang'ich shartlardan foydalanib, ketma-ket  $(u_i, v_i)$  qiymatlar aniqlanadi. Hisoblash jarayoni  $h(t_L) = L$  tenglik bajariladigan  $t = t_L$  vaqt momentigacha davom etadi.

**Natijalar.** Yuqorida tavsiflangan algoritm asosida kompyuter hisoblash dasturi ishlab chiqildi. Hisoblashlarga doir misol sifatida quduqdagi gaz pachkasini yuvishda quduq tubidagi bosimni baholash masalasi nasoslar oqim tezligining  $Q_n = 0,03 \text{ m}^3/\text{sek}$  va  $Q_n = 0,05 \text{ m}^3/\text{sek}$  qiymatlarida hisoblandi. Bunda parametrlarning quyidagi qiymatlari olindi:

$L = 1500 \text{ m}$ ,  $V = 4 \text{ m}^3$ ,  $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 0.024$ ,  $d_c = 0,214 \text{ m}$ ,  $d_n = 0,114 \text{ m}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Hisoblash natijalari quyidagicha:

$$p_{30} = 15.27557 \text{ MPa}; \quad h_1^* = 473.7842 \text{ m}; \quad h_2^* = 987.3168 \text{ m}; \quad l^* = 513.5327 \text{ m};$$

$$Q_n = 0,03 \text{ m}^3/\text{sek} \text{ da: } t_L = 7.492123 \text{ min}; \quad p_{3M} = 8.075972 \text{ MPa}; \quad p_3 = 8.403441 \text{ MPa};$$

$$p_{3M}/p_{30} = 0.5286855 \text{ MPa}; \quad t^* = 5.180588 \text{ min}.$$

$$Q_n = 0,05 \text{ m}^3/\text{sek} \text{ da: } t_L = 5.139661 \text{ min}; \quad p_3 = 10,27224 \text{ MPa}; \quad p_{3M} = 9,232211 \text{ MPa};$$

$$p_{3M}/p_{30} = 0.6043774 \text{ MPa}; \quad t^* = 3.108353 \text{ min}.$$

**Xulosa.** Maqolada neft va gaz konlarini burg'ilashda quduqda gaz pachkasi hosil bo'lganida quduq tubidagi bosim kamayishini matematik modellashirish masalasi yechilgan. Gaz pachkasi ustidagi burg'ulash suyuqligi harakati uchun chiziqli bo'lmagan differentsial tenglamani sonli

yechish usuli ishlab chiqilgan. Ushbu usul quduq tubidagi burg'ulash suyuqligi bosimining pasayishini hisoblash imkonin beradi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Леонов Е.Г., Исаев В.И. Гидроаэромеханика в бурении. -М.: Недра, 2018. -304 с.
2. Бабаян Э.В. Инженерные расчеты при бурении. -М.: Недра, 2021. – 404 с.

### **QOVURG'ALANGAN DOIRAVIY PLASTINKANING CHIZIQLI BO'LMAGAN TERMOELASTIK DEFORMATSIYASI**

**U.A.Nishonov<sup>1</sup>, Sh.Xudayberdiyeva<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat univeriteti, Uzbekistan*

<sup>2</sup>*Mirzo Ulug'bek nomidagi Samarkand davlat arxitektura qurilish universiteti, Uzbekistan*

[UTKIRN@MAIL.RU](mailto:UTKIRN@MAIL.RU)

**Annotatsiya.** Maqolada tashqi temperaturaviy va qisqa muddatli dinamik kuchlar ta'sirida qovurg'alar bilan mustahkamlangan doiraviy plastinkaning deformatsiyalangan-kuchlangan holati tadqiq qilindi. Tadqiqot davomida plastinkaning mustahkamligi, deformatsiya xususiyatlari hamda dinamik yuklanishlar ostidagi ishlash holati tahlil etildi. Olingan natijalar konstruksiyalarning ishonchliligi va bardoshliligini oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

**Kirish.** Texnika, mashinasozlik, energetika, aviatsiya va qurilish sohalarida yupqa elastik konstruksiyalar keng qo'llaniladi. Bunday elementlar ko'pincha yuqori temperatura va qisqa muddatli dinamik yuklanishlar ta'sirida ishlaydi. Natijada konstruksiyada katta ichki zo'riqishlar hosil bo'lib, materialning charchashi, lokal deformatsiyalar va buzilish xavfi yuzaga keladi. Shu sababli murakkab yuklanishlar ostida ishlovchi konstruksiyalarning deformatsiyalangan-kuchlangan holatini o'rganish dolzarb masalalardan biridir. Doiraviy plastinkalar muhandislik amaliyotida eng ko'p uchraydigan konstruktiv elementlardan hisoblanadi. Ularning mustahkamligini oshirish maqsadida turli usullar qo'llaniladi. Shulardan biri — plastinkani halqasimon qovurg'alar bilan kuchaytirishdir. Qovurg'alar deformatsiyalarni kamaytiradi, ichki zo'riqishlarni qayta taqsimlaydi va konstruksiyaning umumiy bardoshliligini oshiradi.

Ushbu ishda halqasimon qovurg'alar bilan mustahkamlangan yupqa doiraviy plastinkaning tashqi temperaturaviy maydon hamda qisqa muddatli impulsli yuklanishlar ta'siridagi noxizizqli termoeplastik deformatsiyasi o'rganilgan. Plastinka va qovurg'alar tizimining nostatsionar tebranishlari sonli usullar yordamida tahlil qilindi.

**Masalaning qo'yilishi.** Tadqiqot obyekti radiusi  $R$  va qalinligi  $h$  bo'lgan yupqa doiraviy plastinkadan iborat. Plastinkaning pastki qismiga ma'lum radiuslar bo'yicha halqasimon qovurg'alar mahkamlangan deb qaraladi. Qovurg'alar to'g'ri to'rtburchak kesimli elastik element sifatida qabul qilinadi. Plastinkaga vaqt bo'yicha tez o'suvchi qisqa muddatli dinamik yuklanish va temperaturaviy maydon ta'sir qiladi. Temperaturaning vaqt va koordinatalarga bog'liq holda o'zgarishi termoeplastik deformatsiyalarni yuzaga keltiradi. Masalani yechishda deformatsiya va ko'chishlar orasidagi geometrik noxizizqli bog'lanishlar hisobga olingan. Plastinka harakati differensial tenglamalar sistemasidan foydalanib ifodalandi. Chegaraviy shart sifatida plastinka chetlari qistirib mahkamlangan hol qaraldi. Boshlang'ich shartlarda esa barcha ko'chish va tezliklar nolga teng deb olindi.

**Masalaning matematik modeli.** Tashqi dinamik yuklanishning o'qqa nisbatan simmetrikligini hisobga olgan holda qovurg'ali plastinka harakat differensial tenglamasini quyidagi shaklda olamiz [1,2]:

$$\begin{aligned} (N_1 r)' - N_2 &= r\rho \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} (h+F) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} S \right]; \quad \frac{\partial(rQ)}{\partial r} + \left[ N_1 r \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right]' = r\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} (h+F) - rP; \\ \frac{\partial(rM_1)}{\partial r} - M_2 - rQ &= r\rho \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} (h^3/12 + J) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} S \right], \end{aligned} \quad (1)$$

Qurilma uchun **chegaraviy shartlar** quyidagicha aniqlanadi:

a) plastinka chetlari qistirib mahkamlangan:  $u = w = \psi = 0$ ;

b) simmetriklilik shartidan qobiq markaziy nuqtasi  $r = 0$  uchun:  $u = \frac{\partial w}{\partial r} = \psi = 0$ ,

**Boshlang'ich shartlar** esa:  $t = 0$  da  $u = w = 0$ .

Plastinka dinamik deformatsiasi haqidagi masalaning to'liq matematik qo'yilishi berilgan chegaraviy va boshlang'ich shartlarda (1) tenglamalar sistemasining birgalikdagi yechimidan iborat.

**Masalani yechish.** Olingan (1) sistemani chekli ayirmali shaklda ifodalaymiz [3]:

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} &= 2u_i^n - u_i^{n-1} + \tau^2 \{ U_i^n / a - b \times (\Psi_i^n - bU_i^n / a) / (ac - b^2) \}; \\ w_i^{n+1} &= 2w_i^n - w_i^{n-1} + \tau^2 W_i^n / a; \\ \psi_i^{n+1} &= 2\psi_i^n - \psi_i^{n-1} + \tau^2 \times (\Psi_i^n - bU_i^n) / a / (c - b^2 / a) \end{aligned} \quad (2)$$

bu erda  $a = \rho(h+F)$ ,  $b = \rho S$ ,  $c = \rho(h^3/12 + J)$ ;

Ko'rsatilgan tengliklardan ayirmali to'rni ixtiyoriy momenti va ixtiyoriy nuqtasi uchun  $u_i^n$ ,  $w_i^n$ ,  $\psi_i^n$  larni topish mumkin.

Shunday qilib (1) differensial tenglamaning yechimi (2) rekkurent formula bo'yicha hisoblashlarga olib keladi.

Olingan (2) tenglamalar yordamida tomonlari qistirib mahkamlangan qovurg'ali doiraviy plastinkaga, oniy o'suvchi  $P(t) = P_0 \cdot \begin{cases} 1-t/\theta, & 0 \leq t \leq \theta, \\ 0, & t > \theta. \end{cases}$  yuklanish qo'yilgan. bu yerda

$P_0 = 5 \text{ MPa}$ ,  $\alpha = 10^{-3} \text{ s}$ . yuklanish qo'yilgandagi kuchlanganlik deformatsiyalanganlik holatini o'rganamiz. Doiraviy plastinka geometrik va fizik xarakteristikalari quyidagicha:  $R = 0,5 \text{ m}$ ;  $h = 1 \text{ sm}$ ;  $E_0 = 75600 \text{ MPa}$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 2640 \text{ kg/m}^3$ . Chiziqli kengayishdagi temperatura koefsiyenti  $\beta = (\beta_0 + \beta_1 T) 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ . Temperatura maydoni  $T = T(\rho)$  funksiya yordamida berilgan  $E = (E_0 + E_1 T) 10^3 \text{ MPa}$ ,  $\beta_0 = 11,5$ ;  $T_\rho = 0,9\rho + 20$ ;  $\rho = r + k\Delta\rho$ ,  $k = 0,1 \dots 3 \text{ l}$ ;  $\Delta\rho = 0,05 \text{ sm}$  Qovurg'alar bilan kuchaytirilgan plastinka kuchlangan-deformatsiyalangan holatini plastinkaga mahkamlangan qovurg'alarining ko'ndalang kesimlari o'zgarishidan bog'liqligi quyidagi hollarini o'rganamiz.

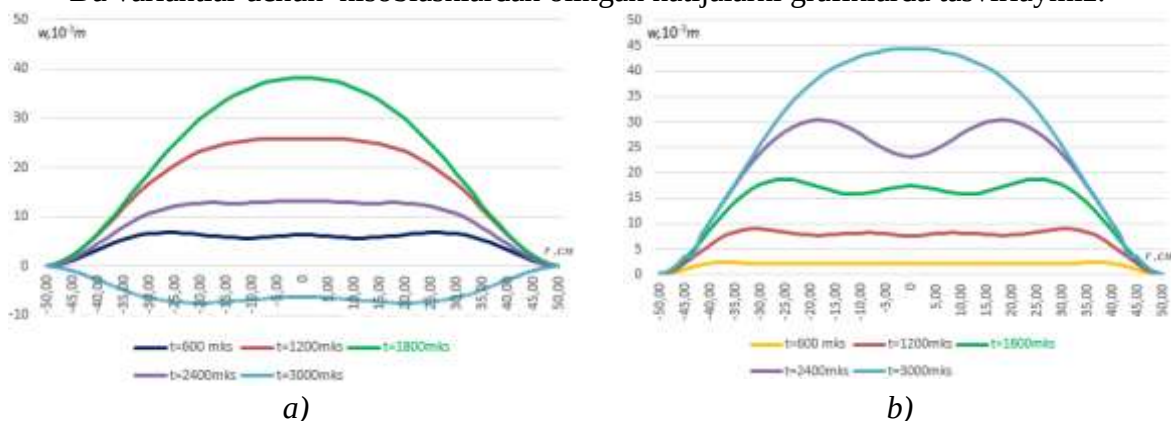
Doiraviy plastinkaga oralaridagi masofa bir xil 10 sm dan bo'lgan to'rtta qovurg'a o'rnatilgan bo'lsin. Qovurg'alar ko'ndalang kesimi yuzasini o'zgartirmasdan qalinlik va enini o'zgartirilgan quyidagi hollarni qaraymiz:

1-variant qovurg'alar qalinlik va eni mos ravishda  $h^p = 2 \text{ sm}$ ;  $c = 6,66 \text{ sm}$ ;

2-variant qovurg'alar qalinlik va eni mos ravishda  $h^p = 4 \text{ sm}$ ;  $c = 3,33 \text{ sm}$ ;

3-variant qovurg'alar qalinlik va eni mos ravishda  $h^p = 6,66\text{ sm}; c = 2\text{ sm}$ .

Bu variantlar uchun hisoblashlardan olingan natijalarni grafiklarda tasvirlaymiz:



1-grafik. Qovurg'a geometrik o'lchamlari a)  $h^p = 2\text{ sm}; c = 6,66\text{ sm}$ ; b)  $h^p = 4\text{ sm}; c = 3,33\text{ sm}$ ; bo'lgan holatlar uchun plastinkalarning turli vaqt momentlariga mos egilish shakllari

1-grafikdan ko'rish mumkinki, doiraviy plastinka markaziy nuqtasi ko'chishlarining maksimal qiymati kichik bo'ladigan variant bu kichik enli balandligi katta qovurg'alar o'rnatilgan 3-variantda kuzatiladi. Bundan shunday xulosa qilish mumkinki, qovurg'a material hajmini o'zgartirmasdan ko'ndalang kesimi yuzasini saqlagan holda balandligini oshirish hisobiga konstruktsiya mustahkamligini oshirish mumkin.

2-grafik.  $t=0,6\text{ Mks}$  bo'lgan vaqt momentida ichki zo'riqish kuchlaridan a) radial momentlar; b) normal kuchlar va c) qirquvchi kuchlarning radius bo'yicha o'zgarishi

**Xulosa.** Doiraviy plastinkaga o'rnatilgan qovurg'alarining ko'ndalang kesimini yuzini o'zgartirmasdan kesim eni va bo'yini o'zgarishi uch xil variantda qaraldi. Bu variantlarda plastinka nuqtalari ko'chishlari ichki zo'riqish kuchlari va momentlari grafiklar yordamida taqqoslanadi. 1-grafikdan ko'rish mumkinki, doiraviy plastinka markaziy nuqtasi ko'chishlarining maksimal qiymati kichik bo'ladigan variant bu kichik enli balandligi katta qovurg'alar o'rnatilgan 3-variantda kuzatiladi. Bundan shunday xulosa qilish mumkinki, qovurg'a material hajmini o'zgartirmasdan ko'ndalang kesimi yuzasini saqlagan holda balandligini oshirish hisobiga konstruktsiya mustahkamligini oshirish mumkin.

2-grafikda konstruktsiyadagi zo'riqish kuchlari va momentlarni xarakterlovchi jarayonlar ko'rsatilgan. Ulardan ko'rinadiki  $N_1$  normal zo'riqish kuchi radius bo'yicha o'zgarishi turli vaqt momentlarida qaralgan uchala variantda ham bir tekis ekanligi kuzatiladi.  $N_2$  normal kuch va  $M_2$  eguvchi moment notekis o'zgaruvchi bo'lib radial zo'riqishlar qovurg'a o'rnatilgan joylarda pog'anali ravishda oshadi.

### Adabiyotlar

1. Kholmurodov R.I., Karshiev A. B. Calculation of structural elements with violations of structural regularity. - Tashkent: Publishing house named after Abu Ali ibn Sino, 2002.- 285 p.
2. Galiev Sh. U., Karshiev A. B. Numerical analysis of the accuracy of models of a ribbed spherical dome subjected to pulse loading // Problems of Strength. - 1990. - No. 5, - P. 83-86.
3. Nishonov U.A., Ismailov E.A. Nonlinear Elastoplastic Deformation of a Discrete-Finted Spherical Shell. AIP Conf. Proc. 3177, 050018 (2025)  
[HTTPS://DOI.ORG/10.1063/5.029548](https://doi.org/10.1063/5.029548)

# TRANSIENT PROCESSES AND THE EFFECT OF THE DEBORAH NUMBER IN THE UNSTEADY FLOW OF A MAXWELL FLUID.

K.Navruzov<sup>1</sup>, X.M.Qurbanbayev<sup>2</sup>, M.S.Shonazarov<sup>3</sup>.

<sup>1,2,3</sup> Urgench State University named After Abu Rayhan Beruniy

<sup>1,2</sup> Khorezm Region, Uzbekistan

\*e-mail: [QURBANBAYEVXUMOYUN@GMAIL.COM](mailto:QURBANBAYEVXUMOYUN@GMAIL.COM)

**Annotation.** The unsteady flow of a rheologically complex fluid in a pipe was analyzed using the Maxwell model. The effects of Deborah number and Newtonian component on stability were studied. For  $De > 0,25$ , elastic oscillations occur, while the Newtonian part acts as a damping factor. Applications include medical diagnostics and drug delivery.

**Аннотация.** Нестационарное течение реологически сложной жидкости в трубе исследовано с использованием модели Максвелла. Изучено влияние числа Деборы и ньютоновской компоненты на устойчивость потока. При  $De > 0,25$  возникают упругие колебания, а ньютоновская часть действует как демпфер. Применения: медицинская диагностика и доставка лекарств.

**Annotatsiya.** Maksvell modeli asosida reologik murakkab suyuqlikning quvurdagi nostatsionar oqimi tahlil qilindi. Debor soni va Nyuton komponentining oqim barqarorligiga ta'siri aniqlandi.  $De > 0,25$  bo'lganda elastik tebranishlar kuzatilib, Nyuton komponenti ularni so'ndiruvchi dempfer vazifasini o'tashi isbotlandi. Natijalar tibbiy diagnostika va dori yetkazib berish tizimlari uchun muhimdir.

**Keywords:** Deborah number, transient process, unsteady flow, rheological fluid, flow stability.

**Kalit so'zlar:** Debor soni, o'tish jarayoni, nostatsionar oqim, reologik suyuqlik, oqim barqarorligi.

**Ключевые слова:** Число Деборы, переходный процесс, нестационарное течение, реологическая жидкость, устойчивость потока.

**Introduction.** Determining the changes in hydrodynamic characteristics during transient processes observed in planar channels is also of considerable importance for circular pipes. In this case, the  $X$  axis is directed along the axis of the cylinder, and the pipe radius is denoted by  $R$ . Since the length of the pipe is sufficiently large compared to its radius, it is assumed that no transverse velocity component arises in the flow. For this case, the system of differential equations describing the unsteady motion of a rheologically complex fluid in a cylindrical pipe can be expressed in the following simplified form:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial u}{\partial t} = G + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma), \quad \sigma = \alpha_1 \sigma_1^0 + \alpha_2 \sigma_2^0, \\ \sigma_1^0 = \mu_1^0 \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \lambda \frac{\partial \sigma_2^0}{\partial t} + \sigma_2^0 = \mu_2^0 \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \mu = \alpha_1 \mu_1^0 + \alpha_2 \mu_2^0 \end{cases}. \quad (1)$$

Here,  $\rho$  is the density;  $u$  is the axial velocity;  $p$  is the pressure;  $\sigma_1^0$  and  $\mu_1^0$  are the shear stress and dynamic viscosity coefficient of the Newtonian fluid;  $\sigma_2^0$  and  $\mu_2^0$  are the shear stress and dynamic viscosity coefficient of the Maxwell fluid;  $\sigma$  is the shear stress of the mixture;  $\lambda$  is the relaxation coefficient;  $t$  is time; and  $r$  is the radial coordinate.

To solve the system of equations (1), it is necessary to properly define the initial and boundary conditions. In particular, at  $t = 0$ , the fluid is assumed to be in a state of rest, that is

$$t = 0 \quad \text{at} \quad u = 0, \quad G = 0 \quad (2)$$

For positive values of time, the motion develops under the influence of a constant pressure gradient. For this case, the boundary conditions are defined as follows:

$$t \geq 0 \text{ and } r = 0 \text{ at } \frac{\partial u}{\partial r} = 0; \quad t \geq 0 \text{ and } r = R \text{ at } u = 0, \quad G \neq 0. \quad (3)$$

The formulated system of equations (1) describes the unsteady motion of a rheologically complex fluid in a cylindrical pipe [7,8]. The solution of the system of differential equations (1), subject to the given boundary and initial conditions (2) and (3), is as follows:

$$u(r,t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{st} \frac{1}{\rho s} (G) \left( 1 - \frac{J_0 \left( i \sqrt{\frac{\rho s}{\bar{\eta}(s)}} r \right)}{J_0 \left( i \sqrt{\frac{\rho s}{\bar{\eta}(s)}} R \right)} \right) \frac{ds}{s} \quad (4)$$

It is based on the analytical solution obtained for a Maxwell fluid. The ratio of the maximum axial velocity to its steady-state value is determined in a dimensionless form. The Deborah number is introduced as the main governing parameter, representing the ratio of the fluid relaxation time to the characteristic time of the flow.

$$u(r,t) = \frac{1}{4\mu} GR^2 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \frac{J_0 \left( \beta_n \frac{r}{R} \right) e^{-\bar{s}_{kn} \tau}}{J_1(\beta_n) \beta_n^3 \frac{1 - 2De\bar{s}_{kn} + De^2 \bar{s}_{kn}^2 X}{(1 - De\bar{s}_{kn})^2}} \right) \quad (5)$$

The ratio of the unsteady velocity at the pipe axis to the steady-state velocity at the pipe axis is determined by the following formula:

$$\Phi = \frac{u}{u_{\max}} = 1 - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \frac{e^{-\bar{s}_{kn} \tau}}{J_1(\beta_n) \beta_n^3 \frac{1 - 2De\bar{s}_{kn} + De^2 \bar{s}_{kn}^2 X}{(1 - De\bar{s}_{kn})^2}}. \quad (6)$$

$$\text{Here } u(0) = \frac{1}{4\mu} GR^2, \quad De = \frac{\mu \lambda}{R^2}.$$

The results of the analysis of the derived formulas are presented below. To analyze the Newtonian fluid, the relaxation coefficient is taken to approach zero,  $De \rightarrow 0$ , which yields the following expression:

$$\Phi = \frac{u}{u_{\max}} = \left( 1 - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 \tau}}{J_1(\beta_n) \beta_n^3} \right). \quad (7)$$

It is not difficult to see that the obtained solution coincides with the solution presented in [9]. A large number of theoretical and experimental studies have been conducted in this field [10]. Below, we present (in Fig. 1) the time-dependent variation of the ratio of the maximum axial velocity in the unsteady flow of a Newtonian fluid to its maximum value in the steady flow, which is consistent with these studies.

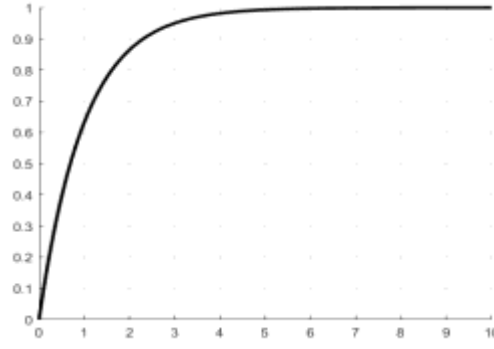


**Figure 1. Time-dependent variation of the ratio of the maximum axial velocity in the unsteady flow of a Newtonian fluid to its maximum value in the steady flow.**

Main analytical conclusions based on this graph:

- At the initial moment of time, the velocity ratio is equal to zero.
- As time progresses, the flow increases monotonically and asymptotically approaches a certain value.
- The time required for the fluid to approach the steady state is approximately equal to two  $\sigma = 2$  units of dimensionless time.

### Analysis and Results

Here, we present the analysis of the transition process of rheologically complex fluids from the unsteady state to the steady state based on the solution obtained using the generalized Maxwell model. The analysis of the solution is carried out on the basis of formula (4). The solution is determined as follows:

$$\Phi = \frac{u}{u_{\max}} = 1 - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \frac{e^{-\bar{s}_{kn}\tau}}{J_1(\beta_n) \beta_n^3 \frac{1 - 2De\bar{s}_{kn} + De^2\bar{s}_{kn}^2 X}{(1 - De\bar{s}_{kn})^2}}. \quad (8)$$

Now, let us consider the case where the roots of the quadratic equation are equal. If the discriminant approaches zero, this corresponds to a repeated (double) root. Next, we consider the case where the roots of the quadratic equation are complex numbers:

$$\Phi = \frac{u(0,t)}{u_{\max}} = 1 - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2e^{-a_n\bar{t}}}{\beta_n^3 J_1(\beta_n) (M_{2n}^2 + N_{2n}^2)} (M_{3n} \cos b_n \bar{t} + N_{3n} \sin b_n \bar{t}). \quad (9)$$

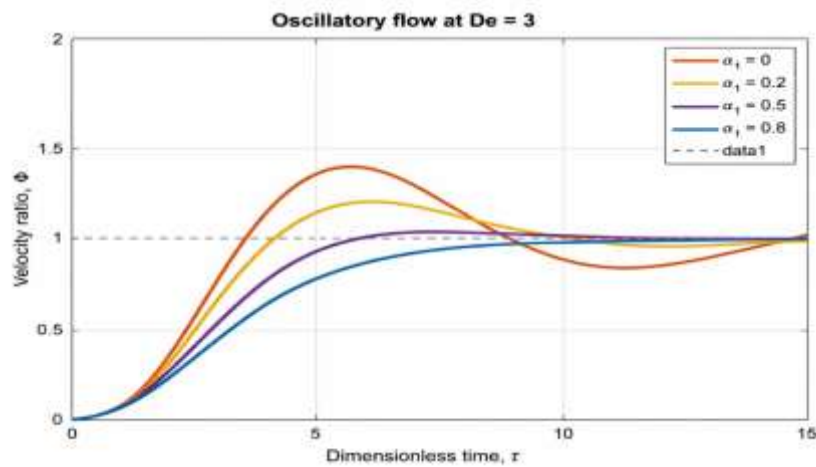


**Figure 2. Time-dependent variation of the ratio of the maximum axial velocity in the unsteady flow of a rheologically complex fluid to its maximum value in the steady flow (for a fluid obeying the Maxwell model  $De = 3$ , at different concentrations of the Newtonian component).**

As can be seen from the graphs presented in Figure 3, constructed using formula (9), an increase in the rheological complexity of the fluid leads to significant changes in the flow during the transition from the unsteady to the steady state. In particular, at high Deborah numbers  $De = 3$ , strong elastic oscillations arise in the system. The fluid velocity oscillates several times before reaching the steady state, forming multiple wave peaks. Here, the parameter  $\alpha_1$  acts as a damping factor: the greater the proportion of the Newtonian component, the more rapidly the oscillations decay and the faster the system stabilizes.

### Conclusion.

The obtained results can be applied to improve the efficiency of blood flow diagnostics in medicine, as well as in microchip technologies and targeted drug delivery systems.

### References.

1. Navruzov K., Sharipova Sh.B. Tangential shear stress in oscillatory flow of a viscoelastic incompressible fluid in a plane channel // *Fluid Dynamics*. – 2023. – Vol. 58. – P. 360–370.
2. Navruzov K. et al. Study of Oscillatory Flows of a Viscoelastic Fluid in a Flat Channel Based on the Generalized Maxwell Model // *Russian Mathematics*. – 2023. – Vol. 67. – No. 8. – P. 27–35.
3. Navruzov K. et al. Transient processes during unsteady flow of an elastic-viscous liquid in a flat channel // *Russian Mathematics (Iz. VUZ)*. – 2025.
4. Fetecau C., Fetecau C. Unsteady flows of a viscoelastic fluid with the fractional Maxwell model between two parallel plates // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. – 2003. – Vol. 38. – P. 645–654.
5. Joseph D.D. Elastic and Viscoelastic Poisson's Ratios: The Theoretical Mechanics Perspective // *Fluid Dynamics of Viscoelastic Liquids*. – New York: Springer, 1990.
6. Tan W.C., Masuoka T. Stokes' first problem for a viscoelastic fluid with the fractional Maxwell model // *Physics Letters A*. – 2005. – Vol. 360. – P. 454–460.
7. Navruzov K. et al. Tangential shear stress in an oscillatory flow of a viscoelastic fluid in a flat channel // *International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking*. – Cham: Springer Nature Switzerland, 2022. – P. 1–14.
8. Waters N.D., King M.J. Unsteady flow of viscoelastic fluids // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 1970. – Vol. 3. – P. 141–150.
9. Casanellas L., Ortin J. Laminar oscillatory flow of Maxwell and Oldroyd-B fluids: Theoretical analysis // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. – 2011. – Vol. 166. – P. 1315–1326.
10. Ding Z., Jian Y. Electrokinetic oscillatory flow and energy conversion of viscoelastic fluids in microchannels: a linear analysis // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2021. – Vol. 919. – A20. – P. 1–31.
11. Ayubov G.T., et al. Estimation of seismic resistance of multi-storey buildings based on a continuum model // *E3S Web of Conferences*, 402, 07019. [HTTPS://DOI.ORG/10.1051/E3SCONF/202340207019](https://doi.org/10.1051/E3SCONF/202340207019). 2023.



# STATSIONAR OQIMLARDA DEVORI O'TKAZUVCHI YASSI KANAL UCHUN SUYUQLIKLARNING BO'YLAMA VA KO'NDALANG TEZLIKLARI

**A.SH. Begjanov, M.I. Kamilova.**

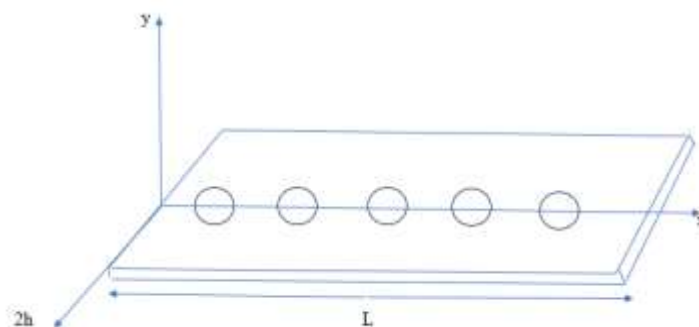
*Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti, O'zbekiston.*

*E-mail: amirbek\_beg@mail.ru*

**Annotatsiya:** Ushbu tadqiqot ishida devori o'tkazuvchi yassi kanalda elastik qovushoq suyuqliklarning statsionar oqimi masalasi ilmiy jihatdan tahlil qilinib asosan yassi kanaldagi bo'ylama tezlik va ko'ndalang tezlik o'rganildi. Tadqiqot davomida devor o'tkazuvchanlik koeffitsientining oqim gidrodinamikasiga ta'siri ham ko'rsatilindi va grafiklarda tasvirlanildi.

**Kalit so'zlar:** Yassi kanal, o'tkazuvchan devor, statsionar oqim, Navye-Stoks tenglamalari, tezlik maydoni, tezlik profillari, o'tkazuvchanlik koeffitsienti, bo'ylama va ko'ndalang tezlik.

Texnikada, tibbiyotda, ichlab chiqarishda va hayotning ko'plab jabhalarida devori



**1-rasm. Devori o'tkazuvchan yassi kanal**

o'tkazuvchan quvurlarda suyuqliklarning oqish masalasi o'rganilgan va hozir ham o'rganilib kelmoqda. Mazkur ish soddaroq ko'rinishdagi devori o'tkazuvchan yassi kanallardagi suyuqliklarning oqishidagi tezlik taqsimoti tahlil qilinadi. Masalani shakllantirishda yassi kanal devorlar orasidagi masofa  $2h$ , kanal uzunligi  $L$  deb belgilanadi. Bu yerda  $L$  yetarlicha katta bo'lib, bunda  $h/L \ll 1$ , shart bajarilishi ta'minlanadi. Bunday hollarda oqim stabillashgan va ko'ndalang tezlik qiymati uzluksizlik tenglamasi yordamida topiladi[1-3]. Kanal o'qlari esa quyidagicha aniqlanadi:  $X$  o'qi kanal o'rtasi bo'ylab, gorizonta yo'nalish bo'yicha yo'naltiriladi va bo'ylama o'q deb,  $Y$  o'qi esa  $X$  o'qiga perpendikulyar qilib vertikal yo'nalishda olinadi va vertikal o'q deb yuritiladi.

Masalni matematik qo'yilishi Navye-Stoks tenglamalarini yassi kanal uchun soddalashtirilgani bilan uzluksizlik tenglamasi orqali statsionar holat uchun quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{cases} \frac{\partial p_0(x)}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Bu holda masalaning chegaraviy shartlari quyidagicha qabul qilinadi:

$$\begin{aligned}
y = h \text{ da } u_0 &= 0, \nu_0 = \frac{h\gamma}{\eta} (p_0 - p_c), \\
y = 0 \text{ da } \frac{\partial u_0}{\partial y} &= 0, \nu_0 = 0, \\
x = 0 \text{ da } p_0 &= p_0^0, \\
x = L \text{ da } p_0 &= p_0^L.
\end{aligned} \tag{2}$$

Bu yerda  $u_0, \nu_0$  – bo‘ylama va ko‘ndalang tezliklar;  $\rho$  – suyuqlik zichligi;  $p_0$  – ichki bosim;  $p_c$  – tashqi muhitdagi bosim;  $p_0^0, p_0^L$  – kanalning boshlang‘ich va quyi kesimidagi bosimlar;  $\eta$  – suyuqlikning dinamik qovushoqligi;  $\gamma$  – devor o‘tkazuvchanlik koeffitsienti.

Yuqoridagi (1) tenglamalarni (2) chegaraviy shartlardan foydalanib hisoblab quyidagi yechimlarga ega bo‘lamiz:

$$u_0(x, y) = \frac{1}{2\eta} \left( -\frac{\partial p_0(x)}{\partial x} \right) (h^2 - y^2), \tag{3}$$

$$\nu_0(x, y) = \frac{1}{2\eta} \left( \frac{d^2 p_0(x)}{dx^2} \right) \left( h^2 y - \frac{y^3}{3} \right). \tag{4}$$

Endi suyuqlikning o‘rtacha bo‘ylama tezligini topishimiz kerak bo‘ladi. Chunki suyuqliklar o‘qimi asosan o‘rtalashtirilgan tezliklar bilan tadqiq qilinadi [6-7]. Buning uchun (3) tenglikning har ikkala tomonini  $y$  o‘zgaruvchi bo‘yicha  $-h$  dan  $h$  gacha integrallab, natija  $2h$  ga bo‘linib, hamda boshqa matematik amallarni bajarib quyidagi formulaga ega olinadi[5]:

$$p_0(x) = -\frac{p_0^0 e^{-\sqrt{k}zL} - p_0^L}{e^{\sqrt{k}zL} - e^{-\sqrt{k}zL}} e^{\sqrt{k}zx} + \frac{p_0^0 e^{\sqrt{k}zL} - p_0^L}{e^{\sqrt{k}zL} - e^{-\sqrt{k}zL}} e^{-\sqrt{k}zx}, \tag{5}$$

o‘rtacha bo‘ylama tezlik taqsimlanish formulasi esa quyidagicha kelib chiqadi:

$$\langle u_0(x) \rangle = \sqrt{\frac{k}{z}} \left( \frac{p_0^0 e^{-\sqrt{k}zL} - p_0^L}{e^{\sqrt{k}zL} - e^{-\sqrt{k}zL}} e^{\sqrt{k}zx} + \frac{p_0^0 e^{\sqrt{k}zL} - p_0^L}{e^{\sqrt{k}zL} - e^{-\sqrt{k}zL}} e^{-\sqrt{k}zx} \right). \tag{6}$$

Bu yerda:  $z = \frac{3\eta}{h^2}$  va  $k = \frac{\lambda^*}{\eta}$ .

Xususiyl holda kanal uzunligini ifodalovchi kattalik  $L \rightarrow \infty$  bo‘lganda, kanaldagi oqim yarim cheksiz kanaldagi oqim masalasiga aylanadi[4,5]. Bu holda o‘rtacha bo‘ylama tezlik va bosim taqsimlanishi eksponensial qonun bo‘yicha kamayib boradi. Ya’ni:

$$\langle u_0(x) \rangle = \sqrt{\frac{k}{z}} p_0^0 e^{-\sqrt{k}zx}, p_0(x) = p_0^0 e^{-\sqrt{k}zx}. \tag{7}$$

Endi yuqoridagi formuladan foydalanib suyuqlik oqimining boshqa xarakterli kattaliklarini, ya'ni bo'ylama va ko'ndalang tezlik profillarini aniqlash uchun formulalarni keltirib chiqarib quyidagicha yozish mumkin:

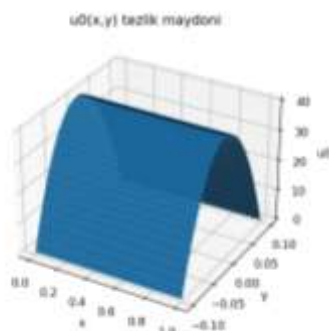
$$u_0(x, y) = \frac{\sqrt{kz}}{2\eta} \left( \frac{p_0^0 e^{-\sqrt{kz}L} - p_0^L}{e^{\sqrt{kz}L} - e^{-\sqrt{kz}L}} e^{\sqrt{kz}x} + \frac{p_0^0 e^{\sqrt{kz}L} - p_0^L}{e^{\sqrt{kz}L} - e^{-\sqrt{kz}L}} e^{-\sqrt{kz}x} \right) (h^2 - y^2), \quad (8)$$

$$v_0(x, y) = -\frac{kz}{2\eta} \left( \frac{p_0^0 e^{-\sqrt{kz}L} - p_0^L}{e^{\sqrt{kz}L} - e^{-\sqrt{kz}L}} e^{\sqrt{kz}x} - \frac{p_0^0 e^{\sqrt{kz}L} - p_0^L}{e^{\sqrt{kz}L} - e^{-\sqrt{kz}L}} e^{-\sqrt{kz}x} \right) \left( h^2 y - \frac{y^3}{3} \right). \quad (9)$$

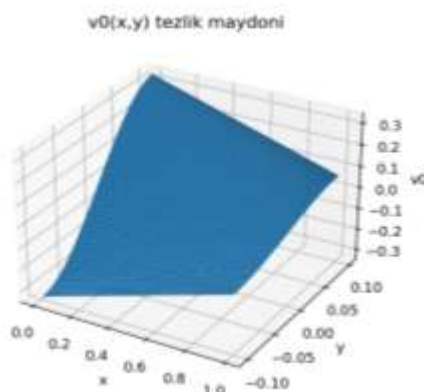
Nazariy olingan yechimlarni tekshirish hamda ikki parallel plastinka orasidagi (yassi kanal) gidrodinamik jarayonlarni o'rganish maqsadida sonli modellashtirish o'tkazamiz. Hisoblashlar uchun ob'ektning geometrik xarakteristikalarini va suyuqlikning fizik xossalari quyidagi xususiy hol uchun qabul qilinadi:

Tekshirilayotgan yassi kanalning uzunligi  $L=1.0$  m, devorlar orasidagi masofaning yarmi (yarim kengligi) esa  $h=0.1$  m ga teng deb olindi. Ishchi muhit sifatida yopishqoqlik koeffitsienti  $\eta=10^{-3}$  Pa·s bo'lgan suyuqlik (suv) tanlandi. Yassi kanal devorlarining o'tkazuvchanlik koeffitsienti  $\gamma=0.01$  orqali xarakterlandi. Yassi kanalning kirish va chiqish kesimlarida mos ravishda  $p_0^0=100.0$  Pa va  $p_0^L=20.0$  Pa bosim qiymatlari qabul qilindi.

Olingan natijalar asosida jarayonning uch o'lchamli grafik ko'rinishi hosil qilindi, bu esa yassi kanaldagi oqim qonuniyatlarini fazoviy tahlil qilish imkonini beradi.



2-rasm. Devori o'tkazuvchan yassi kanalda bo'ylama tezlik profil.



3-rasm. Devori o'tkazuvchan yassi kanalda ko'ndalang tezlik profili.

#### Xulosa

Mazkur tadqiqot ishida devori o'tkazuvchan yassi kanalda elastik-qovushoq suyuqliklarning statsionar oqimi matematik jihatdan tahlil qilindi. Navye-Stoks tenglamalari va

uzluksizlik tenglamasi asosida bo'ylama hamda ko'ndalang tezlik profillari uchun aniq yechimlar keltirib chiqarildi (3)-(4) formulalar. Olingan natijalar ko'rsatishicha, bo'ylama tezlik devordan kanalning o'rta qismiga tomon parabolik tarzda ortib boradi va devor o'tkazuvchanlik koeffitsienti qiymati oshishi bilan maksimal tezlik qiymati sezilarli darajada o'zgaradi. Ko'ndalang tezlik va kanalning quyi va yuqori devorlarida nolga teng bo'lib, kesim bo'ylab muayyan taqsimot hosil qiladi.

2-rasm va 3-raslarda keltirilgan bo'ylama hamda ko'ndalang tezlik profillari oqim gidrodinamikasining devor o'tkazuvchanligi ortishi bilan qanday o'zgarishini yaqqol ko'rsatib turibdi: o'tkazuvchanlik koeffitsienti oshgani sari tezlik profilining simmetrik shakli buzila boradi va ko'ndalang tezlik komponentasi kuchaya boshlaydi. Ushbu natijalar texnika, tibbiyot va sanoatning ko'plab sohalarida – xususan, qon aylanish tizimini modellashtirish hamda membranali filtratsiya jarayonlarini loyihalashda – amaliy ahamiyatga ega.

### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati**

1.Begjanov A. Sh., Inoyatov M.O. Simplification of differential equations of elastic viscous fluid motion in pipes and ducts // Central asian journal of theoretical and applied sciences. Volume: 02 Issue: 03 | March 2021. P. 49-53.

2.Navruzov Kuralbay, Begjanov Amirbek, Khujatov Nurbek. Unstationary flow of a viscoelastic liquid in a plane channel // International Engineering Journal For Research & Development. Vol.5. Issue 5, Impact factor: 6.549 –India 2020y.p.1-5.

3.Navruzov Kuralbay, Begjanov Amirbek, Khujatov Nurbek. Stationary flow of a viscous fluid in a flat channel with permeable walls (in the example of blood circulation) // European Journal of Molecular & Clinical Medicine. ISSN 2515-8260 Volume 07, Issue 03, 2020.p.1-10.

4.Navruzov Kuralbay, Begjanov Amirbek, Khujatov Nurbek. Pulsing flows of a viscous incompressible liquid in a pipe with elastic walls//Psychology and education (2021) 58(2):p 1436-1444. [WWW.PSYCHOLOGYANDEDUCATION.NET](http://WWW.PSYCHOLOGYANDEDUCATION.NET).

5. Navruzov K., Begjanov A.Sh., Shukurov Z.K. Method for determining hydraulic resistance during fluid flow in pipes // Electronic journal of actual problems of modern science, education and training. 2019-II part.p.1-10. <http://khorezmscience.uz>

6. Navruzov K., Sharipova Sh., Khujatov N., Begjanov A. General rheological model of elastic viscosity fluids // JournalNX- A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal. VOLUME 6, ISSUE 10, Oct. -2020.P 138-142.

7. Navruzov K.N., Rajabov S.X., Shukurov Z.K, Begjanov A., Babajonova Y. On the reduction of the resistance in the central arterial vessel // Asian Journal of Research. - №12(12), 2017. – P. 20-31.

# QO'ZG'OLMAS PARALLEL PLASTINKALAR ORASODA MAKSVEL SUYUQLIGINING NOSTATSIONAR OQIMI.

Sh.B.Sharipova<sup>1</sup>, Sh.Sh.Bozorbeyeveva<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti,

<sup>1,2</sup> Xorazm viloyati, O'zbekiston

\*e-mail: [SHSHB1990@GMAIL.COM](mailto:SHSHB1990@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu ishda qo'zg'almas parallel plastinkalar orasida Maksvel tipidagi reologik murakkab suyuqlikning nostatsionar oqimi o'rganilgan. Bosim gradienti ta'sirida yuzaga keladigan oqimning vaqt bo'yicha rivojlanishi hamda uning statsionar Puazeyl profiliga o'tish jarayoni tahlil qilingan. Suyuqlikning relaksatsiya vaqti va elastik xususiyatlarining oqimga ta'siri ko'rsatib berilgan.

**Annotation:** This paper examines the unsteady flow of a Maxwell-type viscoelastic (rheologically complex) fluid confined between stationary parallel plates. The time-dependent development of the flow driven by a pressure gradient, as well as its asymptotic transition to the steady-state Poiseuille profile, is analyzed. Particular attention is given to the influence of the fluid's relaxation time and its elastic properties on the flow behavior.

**Аннотация:** В данной работе исследуется нестационарное течение реологически сложной жидкости типа Максвелла между неподвижными параллельными пластинами. Проанализированы временная эволюция потока, возникающего под действием градиента давления, а также его переход к стационарному профилю Пуазейля. Особое внимание уделено влиянию времени релаксации и упругих свойств жидкости на характер течения.

**Kalit so'zlar:** Maksvel suyuqligi, nostatsionar oqim, relaksatsiya vaqti, tezlik profili, reologik suyuqlik.

**Keywords:** Maxwell fluid, unsteady flow, relaxation time, velocity profile, rheological fluid.

**Ключевые слова:** жидкость Максвелла, нестационарное течение, время релаксации, профиль скорости, реологическая жидкость.

**Kirish.** So'nggi yillarda reologik murakkab suyuqliklarning oqim jarayonlarini o'rganish muhim ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, qovushoq-elastik suyuqliklar uchun nostatsionar oqim jarayonlarini tahlil qilish neft-gaz sanoati, polimer texnologiyalari va biogidrodinamika masalalarida muhim ahamiyatga ega. Maksvel modeli qovushoq va elastik xususiyatlarni birgalikda hisobga oluvchi eng sodd reologik modellardan biri hisoblanadi [1-3].

Qo'zg'almas parallel plastinkalar orasida Maksvel suyuqligining nostatsionar oqimini ko'rib chiqamiz. Oqim doimiy bosim gradienti ta'sirida yuzaga keladi. Kanal devorlarida yopishish sharti bajariladi [4-5].

Bosim gradienti ostidagi harakat tenglamasi:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = P_0 + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Bu yerda:

$P_0$  – o'zgarmas bosim gradiyenti  $(-\frac{dp}{dx})$ .

$y \in [0, h]$  – kanal kengligi.

$u(0, t) = 0$  va  $u(h, t) = 0$  – ikkala devorda yopishish sharti.

Vaqt o'tishi bilan barcha hosilalar nolga intiladi va oddiy Puazeyl oqimi hosil bo'ladi:

$$u_{st}(y) = \frac{P_0}{2\eta} (h^2 - y^2)$$

To'liq yechimni quyidagicha ifodalaymiz:

$$u(y, t) = u_{st}(y) - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} T_n(t) \sin\left(\frac{n\pi y}{h}\right)$$

Bu yerda  $T_n(t)$  funksiyani quyidagi differensial tenglamadan topiladi:

$$\lambda \ddot{T}_n + \dot{T}_n + \frac{\nu n^2 \pi^2}{h^2} T_n = 0$$

Ushbu tenglamaning xarakteristik ildizlari:

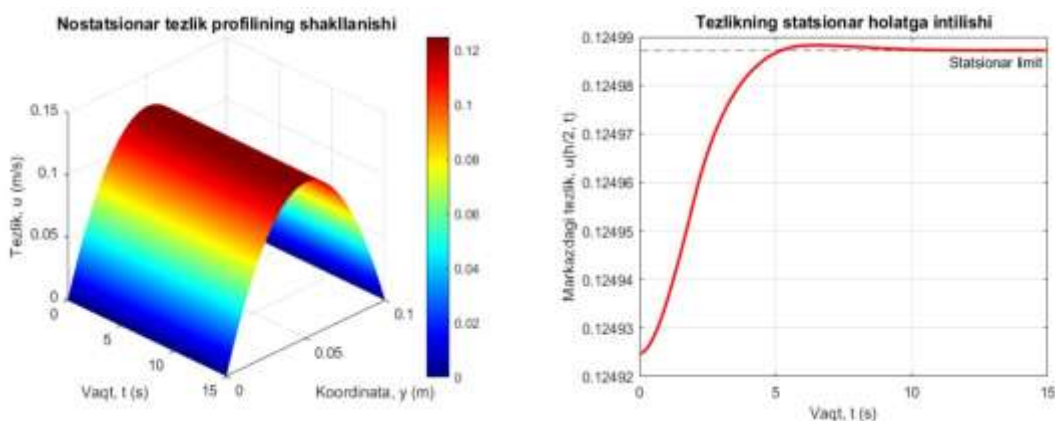
$$k_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\lambda\nu(n\pi/h)^2}}{2\lambda}$$

Agar  $1 > 4\lambda\nu(n\pi/h)^2$  bo'lsa: Oqim silliq(monoton) ravishda statsionar holatga o'tadi (Nyuton suyuqligiga yaqin).

•

Agar  $1 < 4\lambda\nu(n\pi/h)^2$  bo'lsa:

Suyuqlikning elastiklik xususiyati ustunlik qiladi. Tezlik profili o'zining statsionar holatiga tebranib yaqinlashadi. Ya'ni, suyuqlik "oldinga-orqaga" siljib, keyin to'xtaydi.



Rasm: Qo'zg'almas parallel plastinkalar orasidagi Maksvel suyuqligining nostatsionar oqimi tezlik profili rivojlanishi. Chapda – tezlikning vaqt ( $t$ ) va koordinata ( $y$ ) bo'yicha o'zgarishi (3D sirt); o'ngda – vaqtning turli lahzalaridagi tezlik profillari. Bundan  $\lambda$  relaksatsiya vaqti ta'sirida oqimning statsionar Puazeyl holatiga tebranma o'tishi kuzatilmoqda.

Qo'zg'almas plastinkalar orasidagi reologik murakkab suyuqlikda inertsia va elastik o'rtasidagi muvozanat buzilishi natijasida oqimning turg'unlashishi kechikadi. Bu ayniqsa neft sanoati yoki polimer eritmalarini quvurlarda haydashda energiya yo'qotishlarini hisoblashda juda muhim.

#### Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Navruzov K., Sharipova Sh.B. Tangential shear stress in oscillatory flow of a viscoelastic incompressible fluid in a plane channel // Fluid Dynamics. – 2023. – Vol. 58. – P. 1–10.
2. Navruzov K., Begjanov A.Sh., Sharipova Sh.B., Jumayev J. Mathematical modeling of hydrodynamic resistance in oscillatory flow of a viscoelastic fluid // Russian Mathematics (Iz. VUZ). – 2023. – Vol. 67. – P. 45–53.
3. Navruzov K., Abdikarimov N.I., Jumayev J. Transient processes during unstationary flow of an elastic-viscous liquid in a flat channel // Russian Mathematics (Iz. VUZ). – 2025.
4. Fetecau C., Fetecau C. Unsteady flows of a viscoelastic fluid with the fractional Maxwell model between two parallel plates // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2003. – Vol. 38. – P. 645–654.
5. Joseph D.D. Fluid Dynamics of Viscoelastic Liquids. – New York: Springer, 1990.

# COMPUTATIONAL ANALYSIS OF STEADY VISCOUS FLOW PAST A CIRCULAR CYLINDER

Navruzov Kuralbay, Xasanov Azizbek, Begjanov Amirbek

Urgench state university, Urgench, Uzbekistan

[AZIZBEK.X@URDU.UZ](mailto:AZIZBEK.X@URDU.UZ)

**Annotation** This study numerically investigates steady viscous flow past a circular cylinder for Reynolds numbers up to 300. A Newton-based iterative method and improved boundary conditions are proposed. Results show wake recirculation and wake shortening near ( $Re=300$ ), while drag, pressure distribution, and separation point remain nearly unchanged.

**Key Words.** Steady viscous flow, Circular cylinder, Computational fluid dynamics (CFD), Numerical simulation, Boundary conditions, Stream function–vorticity formulation, Laminar flow

**Introduction.** The study of viscous incompressible flow around a circular cylinder has long attracted significant theoretical and computational interest. Despite the development of numerous numerical techniques and extensive calculations, a Reynolds number of approximately 100 (based on cylinder diameter) has generally remained the highest value for which accurate and complete steady-flow solutions have been successfully obtained. Interest in this problem continues for several reasons. One important motivation is that the circular cylinder serves as a representative model for flow around many practically important bodies. Experimental studies indicate that steady solutions become unstable at Reynolds numbers near 40. The application of flow-control techniques to stabilize such unstable flows may open new possibilities for investigating previously inaccessible flow regimes, which can initially be explored more effectively through numerical simulations. Analytical descriptions of the entire flow field remain difficult because of the many complexities involved. Numerical methods, therefore, are expected to provide deeper insight into the limiting behavior of steady flows as the Reynolds number increases. Several important issues remain unresolved, including the asymptotic behavior of the wake recirculation region, drag characteristics, separation-point location, and the distributions of vorticity and pressure. These topics are essential for improving the understanding of high-Reynolds-number flows, and we get all off the results and figures from Ansys Fluent.

## 1. Mathematics formulation

In terms of stream function  $\Psi$  and vorticity  $\omega$ , satisfying

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (2)$$

The Navier-Stokes equation can be formulated

$$\Delta \Psi + \omega = 0, \quad (3)$$

$$\Delta \omega + \frac{Re}{2} \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right\} = 0 \quad (4)$$

here  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  and the Reynolds number  $Re$ , based on the diameter  $d$ , is



## Steady flow past a circular cylinder

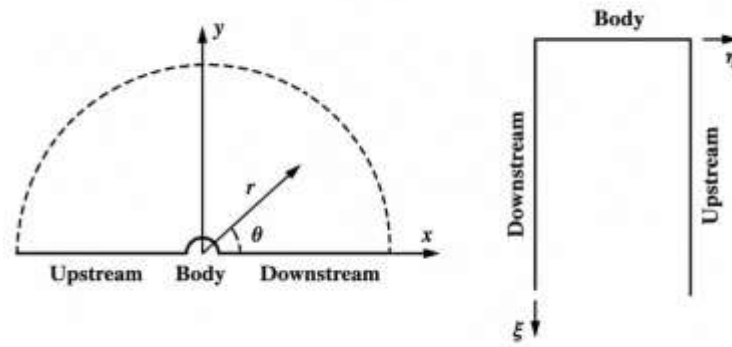


FIGURE 1. The  $x, y$  and  $\xi, \eta$  plane.

$Re = Ud/\nu$ . The quantity  $U$  is the free-stream velocity and  $\nu$  is kinematic coefficient of viscosity. We will from now on assume that  $U = \frac{1}{2}d = 1$ .

It is useful to analyze the deviation from uniform flow in both numerical computations and theoretical investigations.

$$\psi(x, y) = \Psi(x, y) - y \quad (5)$$

instead of with  $\Psi$ .

### 2. Solution

After that we calculate the process in Ansys Fluent, for this model we use edge sizing 96 divisions and 460 bias factor

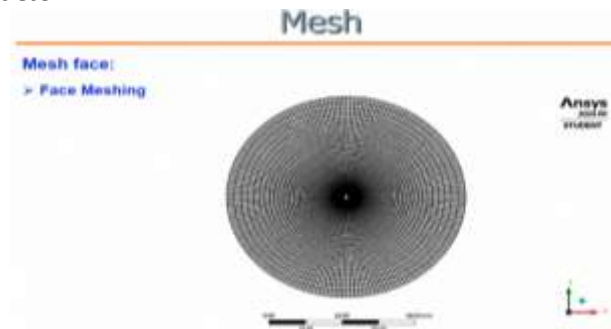


Figure 2. Mesh of the cylinder

Here we will consider an approximate option in order to obtain a recitation for comparisons, for that we will consider the parameters Steady, Laminar and Incompressible

$$\rho = 1 \frac{kg}{m^3}, \mu = 1 \frac{kg}{m \cdot s}, u = (1,0)m/s$$

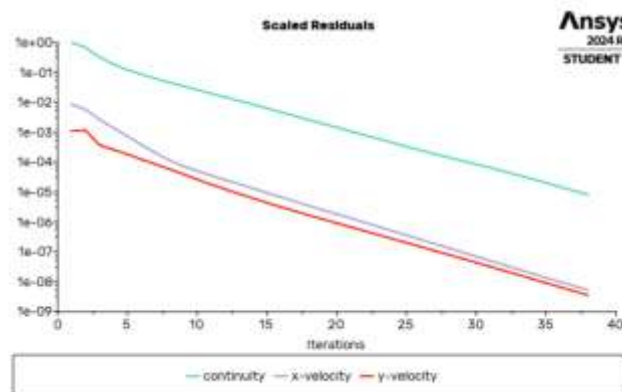


Figure 3. Convergence is achieved after 38 iterations [  $u_0 = (1,0)$  ] when  $Re = 20$



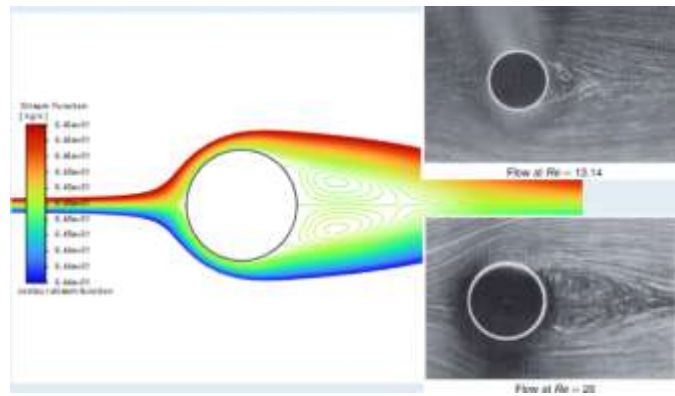


Figure 4. Stream function approximate with real presses

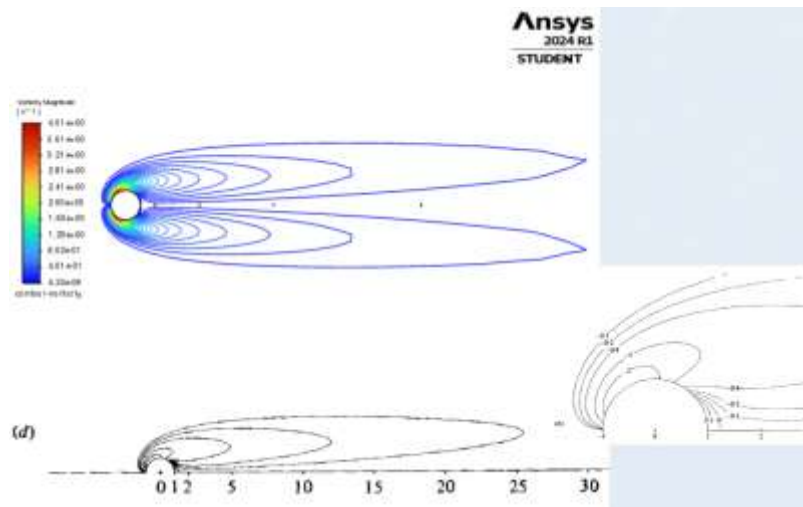


Figure 5. Vorticity magnitude

**Conclusion.** In conclusion, this study successfully investigated steady viscous incompressible flow past a circular cylinder using advanced numerical methods for Reynolds numbers up to 300. The proposed Newton-based iterative scheme and improved far-field boundary conditions provided stable and accurate solutions even at higher Reynolds numbers, where earlier methods faced significant difficulties. The results revealed important changes in wake behavior, particularly the recirculation of vorticity and the shortening and widening of the wake region near  $Re=300$ . At the same time, key flow characteristics such as drag, pressure distribution, and separation point location remained relatively stable. Overall, the research contributes valuable insight into high-Reynolds-number flow behavior and demonstrates the effectiveness of numerical techniques in computational fluid dynamics.

### 3. References

1. Bengt Fornberg, "A Numerical Study of Steady Viscous Flow Past a Circular Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 98, no. 4, pp. 819–855, 1980.
2. M. Thompson, "Wake Dynamics and Instability in Flow Past Circular Cylinders," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 43, pp. 147–171, 2011.
3. Z. Zhang and Y. Zhou, "Numerical Simulation of Laminar Flow Around a Circular Cylinder Using Finite Volume Methods," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 35, pp. 26–39, 2012.
4. J. Singh and R. Kumar, "Computational Analysis of Flow Separation Around a Circular Cylinder," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 38, no. 5–6, pp. 1681–1694, 2014.
5. L. Shi et al., "Numerical Investigation of Wake Structures Behind a Circular Cylinder at Moderate Reynolds Numbers," *Physics of Fluids*, vol. 27, 2015.

6. P. Rao and K. Srinivas, "Finite Element Simulation of Incompressible Flow Past a Circular Cylinder," *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, vol. 10, no. 1, pp. 411–425, 2016.
7. H. Li, "High Reynolds Number Flow Past a Circular Cylinder: A Numerical Study," *Journal of Fluids Engineering*, vol. 139, no. 9, 2017.
8. A. Verma and S. Patel, "Vorticity and Wake Evolution in Flow Around Circular Cylinders," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 75, no. 8, pp. 2910–2925, 2018.
9. Y. Chen et al., "Numerical Analysis of Laminar and Transitional Flow Past a Circular Cylinder," *Ocean Engineering*, vol. 187, 2019.
10. M. Ahmed and T. Rahman, "Recent Advances in Numerical Simulation of Flow Around Circular Cylinders," *Fluids*, vol. 5, no. 4, 2020.

## QATLAMLI STRUKTURALARNING BURALMA TEBRANISHLARIDA CHASTOTAVIY TAHLIL

**B.F.Yalgʻashev<sup>1</sup>, X.N.Axatov<sup>2</sup>, A.B.Egamqulov<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Chirchiq davlat pedagogika universiteti*

<sup>2</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

<sup>3</sup>*Samarqand davlat arxitektura va qurilish universiteti*

abroregamqulov298@gmail.com

**Annotatsiya.** Maqolada tashqi qatlamlari materiali qovushoq-elastik oʻrta qatlami materiali elastik boʻlgan uch qatlamli doiraviy silindrik strukturaning erkin buralma tebranishlari chqastotaviy tahlili bayon etilgan. Bunda strukturaning oʻrta qatlami qalinligi va qalinliklari bir xil tashqi qatlamlarnikiga nisbatan hech boʻlmaganda bir tartibga kichik deb hisoblanadi. Strukturaning nostatsionar buralma tebranishlari tenglamalari sifatida, avtorlar tomonidan, ularning bundan oldingi ishlarida keltirib chiqarilgan, tebranish tenglamalari qabul qilingan. Strukturaning erkin tebranishlarini tadqiq qilish uchun qabul qilingan tenglamalar tarkibidagi struktura tashqi sirtlarida taʼsir etuvchi dinamik kuchlar nolga tenglashtirilgan holda chastota tenglamalari olingan, va ular amaliy matematik dasturlar paketi yordamida yechilgan.

**Kalit soʻzlar.** *Qovushoq elastik, Qatlamli sutrukturalar, toʻldiruvchi qatlam, buralma tebranishlar, chastota, toʻlqin soni,*

**Kirish.** Plastinkalar va strukturalar koʻrinishidagi uch qatlamli konstruktsiyalar turli sohalarda, jumladan qurilish, kemasozlik, samolyotsozlik va boshqalarda keng qoʻllanilmoqda. Shu vaqtgacha oddiyroq sharoitlarda foydalanib kelingan anʼanaviy materiallarni yuqori bosimli va yuqori haroratli oʻta murakkab sharoitlarda ishlatishga toʻgʻri kelmoqda. Bu esa oʻz navbatida materiallar ustidagi tadqiqotlarni ularning turli, jumladan reologik xususiyatlarini hisobga olgan holda oʻtkazishni taqozo qiladi. Zamonaviy konstruktsiyalar xar xil dinamik yuklar taʼsiri ostida ishlashi bilan harakterlanadi. Konstruktsiyalar tarkibidagi elastik va qovushoq-elastik qismlarda hosil boʻladigan kuchlanishlar va deformatsiyalarni ruxsat etilgan chegaragacha kamaytirishga xizmat qiladigan ilmiy tadqiqotlar, shuningdek konstruktsiyalar turli xil elementlarining xususiyatlarini oʻrganish va yangilarini hisobga oluvchi natijalar olish dolzarb muammo boʻlib qolmoqda.

Elastik va qovushoq-elastik jismlarda nostatsionar toʻlqinlarning tarqalish jarayonlarini va qonuniyatlarini oʻrganish mexanikaning dolzarb masalalaridan biridir. Shu nuqtai nazardan tebranish jarayonlarining paydo boʻlish qonuniyatlarini oʻrganish ham muhim ahamiyatga ega [1,2]. Xususan [1] ishda doiraviy silindrik uch qatlamli struktura tebranishlari chastotaviy tahlil qilingan. Bu ishlarda oʻrta qatlami FGM material ichki va tashqi qatlamlari bir xil izotrop

material olingan. Strukturaning tebranish tenglamasini keltirib chiqarish uchun Rayleigh-Ritz usulidan foydalanilgan. Ushbu usulning haqiqiyliги ochiq matbuotda ko'plab natijalar uchun tekshirilgan. Doiraviy silindrik strukturalarda va boshqa muhandislik inshootlari elementlarida (sterjenlar, plastinalar va boshqalar) to'liqlar tarqalish jarayonlari va qonuniyatlarini tadqiq etish dolzarb masalalarning eng muhimlaridan hisoblanadi. Qovushoq elastik materialdan tayyorlangan silindrik uch qatlamli struktura [2] maqolada qaralgan. Bunda strukturaning bo'yлама-radial tebranishlarining matematik modeli taklif etilgan.

Doiraviy silindrik qobiqlarning nostatsionar tebranishlari uchun dinamik chegaraviy shartlar masalasi muhim ahamiyatga ega [3]. Bu ishlarda har xil turdagi tayanchlar uchun chegaraviy va boshlang'ich shartlar qobiqni uch o'lchovli jism sifatida qaragan holda shakllantirilgan. Qatlamli silindrik qobiqlarning kuchlangan-deformatsiyalangan holati, qobiqviy xususiyatlari, qobiq qalinligi va qattiq polimer moddalarning fizik-mexanik xususiyatlari o'zaro bog'liqligini baholash natijalari [4] ishda tadqiq etilgan.

Quyida doiraviy silindrik uch qatlamli qovushoq-elastik strukturaning [5] maqolada keltirib chiqarilgan nostatsionar buralma tebranishlari tenglamalaridan, tashqi yuklamalar nolga teng bo'lgan holda, xususiy buralma tebranishlari chastota tenglamalari olingan. Bunda uch qatlamli silindrik strukturaning tashqi qatlamlari qovushoq-elastik, o'rta qatlami uchun esa elastik material olingan. Chastota va to'liq soni orasidagi bog'lanish grafiklari strukturaning tashqi va o'rta qatlamlari materiallari va qalinliklari turlicha bo'lgan hollar uchun qurilgan. Olingan sonli natijalar va grafiklar asosida chastotaviy tahlil bajarilgan.

Strukturani  $(r, \theta, z)$ -silindrik koordinatalar sistemasida qaraymiz. Bunda  $Oz$  o'qi strukturaning simmetriya o'qi bo'ylab yo'naltirib qatlamlarni 1-rasmda ko'rsatilgandek raqamlaymiz. Bu yerda  $a$  va  $b$  orqali strukturaning ichki va tashqi radiuslari,  $r_1$  va  $r_2$  lar orqali o'rta qatlamning ichki va tashqi radiuslari belgilangan.

**Metod.** Uch qatlamli doiraviy silindrik qovushoq elastik strukturaning garmonik buralma tebranishlari haqidagi masalani quyidagi tebranish tenglamalari asosida yechamiz [5].

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{r_1^2} \left( 1 - \frac{r_1^2 - a^2}{12} \lambda_1 - \frac{r_1^2 (r_1^2 - a^2)}{144} \lambda_1^2 \right) & \left\{ \frac{r_1^2}{4} \lambda_0 v_0^{(0)} + \xi \left[ \frac{1}{2} \left( \lambda_0 - \frac{4}{r_1^2} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{r_1^2}{8} \left( \ln \frac{r_1}{\xi} - \frac{1}{4} \right) \lambda_0^2 \right] v_0^{(1)} \right\} = 0, \\ \frac{r_2^2}{b^2} \left( 1 - \frac{b^2 - r_2^2}{4} \lambda_2 - \frac{r_2^2 (b^2 - r_2^2)}{16} \lambda_2^2 \right) & \left\{ \frac{r_2^2}{4} \lambda_0 v_0^{(0)} + \xi \left[ \frac{1}{2} \left( \lambda_0 - \frac{4}{r_2^2} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{r_2^2}{8} \left( \ln \frac{r_2}{\xi} - \frac{1}{4} \right) \lambda_0^2 \right] v_0^{(1)} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

Bu yerda  $\xi$  –struktura o'rta qatlamining oraliq sirt radiusi [5]:

$$\xi = \frac{r_1}{2} \left( \chi - \frac{r_1}{r_2} \right), \quad 2 + \frac{r_1}{r_2} \leq \chi \leq 2 \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_1}{r_2};$$

$v_0^{(i)}, (i = 1, 2)$  -struktura o'rta qatlami oraliq sirti nuqtalari buralma ko'chishlarining bosh qismlari; integro-differensial  $\lambda_n^m$ -operatorlar quyidagicha aniqlangan [7]

$$\lambda_0(\zeta) = \left[ \frac{1}{b_0^2} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \right], \quad \lambda_m^n(\zeta) = \left[ \frac{1}{b_m^2} M_m^{-1} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \right]^n, \quad m = 1, 2; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

va  $M_m$  -qovushoq-elastiklik operatori

$$M_m = \zeta(t) - \int_0^t K_m(t-\tau)\zeta(\tau)d\tau, \quad m=1,2; \quad (3)$$

$K_m(\tau)$  –qovushoq-elastik operatorlarining qatlamlar materiallari xossalriga bog'liq bo'lgan yadrolari ( $m=1,2$ ).

Endi (2) integro-differensial  $\mathcal{L}_m^n(\zeta)$  operatorlarni (1) tenglamalar sistemasiga qo'llaymiz. U holda ushbu sistemaga ega bo'lamiz

$$\left\{ 1 - \frac{r_i^2(r_i^2 - a^2)}{144} \left[ \frac{1}{b_i^4} M_i^{-2} \left( \frac{\partial^4}{\partial t^4} \right) - 2 \frac{1}{b_i^2} M_i^{-1} \left( \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} \right) + \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right] - \frac{r_i^2 - a^2}{12} \left[ \frac{1}{b_i^2} M_i^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \right\} \times$$

$$\times \left\{ \frac{r_i^2}{4} \left[ \frac{1}{b_0^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] v_0^{(0)} + \xi \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b_0^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{4}{r_1^2} \right) + \frac{r_i^2}{8} \left( \ln \frac{r_1}{\xi} - \frac{1}{4} \right) \right] \times \right.$$

$$\left. \times \left( \frac{1}{b_0^4} \left( \frac{\partial^4}{\partial t^4} \right) - 2 \frac{1}{b_0^2} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right) v_0^{(1)} \right\} = 0, \quad (i=1,2). \quad (3)$$

Endi (3) tenglamalar sistemasini o'lchamsiz koordinatalarga o'tkazamiz. Buning uchun asosiy parametrlarni quyidagicha almashtiramiz

$$z = \xi z^*; t = \frac{\xi}{b_0} t^*; r_1 = \xi r_1^*; r_2 = \xi r_2^*; a = \xi a^*; b = \xi b^*, v_0^{(0)} = v_0^{(0)*}; v_0^{(1)} = \xi v_0^{(1)*}. \quad (4)$$

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasining yechimini

$$v_0^{(0)} = H_1 e^{i(-kz + \omega t)} \quad \text{va} \quad v_0^{(1)} = H_2 e^{i(-kz + \omega t)}. \quad (5)$$

ko'rinishida izlaymiz. Bu yerda  $k$  - to'lqin soni,  $\omega$  - tebranishlarning doiraviy chastotasi. Ushbu (5) ifodani (3) tenglamalar sistemasiga qo'yib chastota tenglamasiga ega bo'lamiz

$$\left( (1 - N_1(\omega))^2 - \frac{r_1^2 - a^2}{12} (1 - N_1(\omega)) (-d_1 \omega^2 + (1 - N_1(\omega)) k^2) - \frac{r_1^2(r_1^2 - a^2)}{144} (d_1^2 \omega^4 - 2d_1(1 - N_1(\omega)) \omega^2 k^2 + (1 - N_1(\omega))^2 k^4) \right) \times$$

$$\times \left\{ \frac{r_1^2}{4} (-\omega^2 + k^2) H_1 + \left[ \frac{r_1^2}{8} \left( \ln \frac{r_1}{\xi} - \frac{1}{4} \right) (\omega^4 - 2\omega^2 k^2 + k^4) + \frac{1}{2} (-\omega^2 + k^2) - \frac{2}{r_1^2} \right] H_2 \right\} = 0, \quad (6)$$

$$\left( (1 - N_2(\omega))^2 - \frac{b^2 - r_2^2}{4} (1 - N_2(\omega)) (-d_2 \omega^2 + (1 - N_2(\omega)) k^2) - \frac{r_2^2(b^2 - r_2^2)}{16} (d_2^2 \omega^4 - 2d_2(1 - N_2(\omega)) \omega^2 k^2 + (1 - N_2(\omega))^2 k^4) \right) \times$$

$$\times \left\{ \frac{r_2^2}{4} (-\omega^2 + k^2) H_1 + \left[ \frac{r_2^2}{8} \left( \ln \frac{r_2}{\xi} - \frac{1}{4} \right) (\omega^4 - 2\omega^2 k^2 + k^4) + \frac{1}{2} (-\omega^2 + k^2) - \frac{2}{r_2^2} \right] H_2 \right\} = 0$$

Bu yerda

$$d_m = b_m^{-2}, \quad (m=1,2). \quad (7)$$

$v_0^{(0)}$  va  $v_0^{(1)}$  ko'chishlar oldidagi ifodalarini belgilashlar kiritamiz.

$$B_{11} = \frac{r_1^2}{4} \left( (1 - N_1(\omega))^2 - \frac{r_1^2(r_1^2 - a^2)}{144} (d_1^2 \omega^4 - 2d_1(1 - N_1(\omega)) \omega^2 k^2 + (1 - N_1(\omega))^2 k^4) - \right.$$

$$\left. - \frac{r_1^2 - a^2}{12} (1 - N_1(\omega)) (-d_1 \omega^2 + (1 - N_1(\omega)) k^2) \right) (-\omega^2 + k^2),$$

$$B_{12} = \left( (1 - N_1(\omega))^2 - \frac{r_1^2(r_1^2 - a^2)}{144} (d_1^2 \omega^4 - 2d_1(1 - N_1(\omega)) \omega^2 k^2 + (1 - N_1(\omega))^2 k^4) - \right.$$

$$\left. - \frac{r_1^2 - a^2}{12} (1 - N_1(\omega)) (-d_1 \omega^2 + (1 - N_1(\omega)) k^2) \right) \left[ \frac{r_1^2}{8} \left( \ln \frac{r_1}{\xi} - \frac{1}{4} \right) (\omega^4 - 2\omega^2 k^2 + k^4) + \frac{1}{2} (-\omega^2 + k^2) - \frac{2}{r_1^2} \right]; \quad (8)$$

$$B_{21} = \frac{r_2^2}{4} \left( (1 - N_2(\omega))^2 - \frac{r_2^2(b^2 - r_2^2)}{16} (d_2^2 \omega^4 - 2d_2(1 - N_2(\omega))\omega^2 k^2 + (1 - N_2(\omega))^2 k^4) - \right. \\ \left. - \frac{b^2 - r_2^2}{4} (1 - N_2(\omega)) (-d_2 \omega^2 + (1 - N_2(\omega))k^2) \right) (-\omega^2 + k^2);$$

$$B_{22} = \left( (1 - N_2(\omega))^2 - \frac{r_2^2(b^2 - r_2^2)}{16} (d_2^2 \omega^4 - 2d_2(1 - N_2(\omega))\omega^2 k^2 + (1 - N_2(\omega))^2 k^4) - \right. \\ \left. - \frac{b^2 - r_2^2}{4} (1 - N_2(\omega)) (-d_2 \omega^2 + (1 - N_2(\omega))k^2) \right) \left[ \frac{r_2^2}{8} \left( \ln \frac{r_2}{\xi} - \frac{1}{4} \right) (\omega^2 - 2\omega^2 k^2 + k^4) + \frac{1}{2} (-\omega^2 + k^2) - \frac{2}{r_2^2} \right].$$

U holda (8) tenglamalar sistemasini  $H_1$  va  $H_2$  larga nisbatan ikkita algebraik bir jinsli tenglamalar sistemasi ko‘rinishida yozish mumkin, ya’ni

$$\begin{aligned} B_{11}H_1 + B_{12}H_2 &= 0, \\ B_{12}H_1 + B_{22}H_2 &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Ma’lumki (9) bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasi noldan farqli yechimga ega bo‘lishi uchun, uning asosiy determinanti nolga teng bo‘lishi kerak

$$B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} = 0 \quad (10)$$

**Natija.** Olingan (10) chastota tenglamasini “Maple 17” amaliy programmmalar paketi yordamida sonli yechamiz. Doiraviy silindrik uch qatlamli sutrukturaning tashqi qatlam materiallari uchun qovushoqlik regulyar yadrosini ushbu ko‘rinishda [12] qabul qilamiz.

$$K_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\tau_n} e^{-\frac{t}{\tau_n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = 1, \quad (11)$$

Bunda  $\alpha_n$  - qovushoq-elastiklik parametrlari;  $\tau_n$  - relaksatsiya vaqtlari. Yadroning (11) ko‘rinishini (2) formulaga qo‘ysak  $N_m(\omega)$  uchun quyidagini olamiz.

$$N_m(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n(1 - i\omega\tau_n)}{1 + \omega^2\tau_n^2}.$$

Amaliy hisoblar uchun qovushoq-elastiklik parametrlari va relaksatsiya vaqtlarining ushbu qiymatlari olindi

$$\alpha_1 = 0,6; \alpha_2 = 0,3; \alpha_3 = 0,1; \tau_1 = 0,16 \cdot 10^5 \text{ MKC}; \tau_2 = 0,14 \cdot 10^7 \text{ MKC}; \tau_3 = 0,11 \cdot 10^8 \text{ MKC}.$$

Tatqiqot obyekti sifatida tashqi va ichki qatlamlari qovushoq-elastik ya’ni polipropilen, o‘rta qatlam sifatida elastik material (ya’ni alyuminiy folgadan yo‘ki po‘lat) dan iborat uch qatlamli struktura olindi. Bu materiallar fizik-mexanik parametrlarining qiymatlari quyidagicha:

polipropilen  $E = 4.4 \cdot 10^{11} \text{ Pa}; \rho = 920 \text{ kg/m}^3; \nu = 0.35 - 0.38$ ;

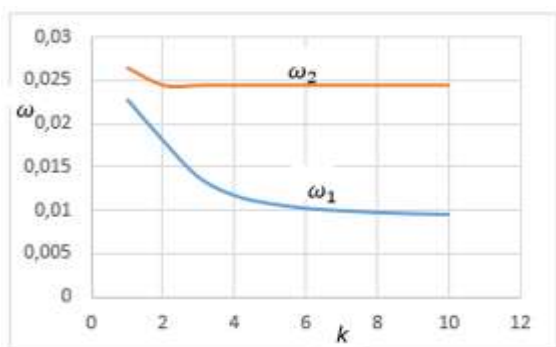
alyuminiy folga  $E = 0.7 \cdot 10^{10} \text{ Pa}; \rho = 2700 \text{ kg/m}^3; \nu = 0.34$ ;

doiraviy silindrik uch qatlamli sutrukturaning o‘lchamsiz geometrik xarakteristikalar:

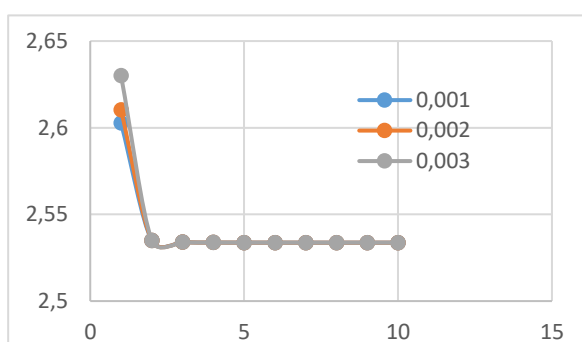
$$a = 0.20; r_1 = a + h_1; r_2 = r_1 + h_0; b = r_2 + h_1; h_0 = 0.001; h_1 = 0.01;$$

bu yerda  $h_1$  - tashqi va ichki qatlamlar o‘lchamsiz qalinligi,  $h_0$  - o‘rta qatlam o‘lchamsiz qalinligi.

Olingan natijalar 2-5 rasmlarda tashqi qatlamlari polipropilen silindrik uch qatlamli struktura doiraviy chastotalarining to‘lqin sonidan bog‘lanishlari grafiklari (son qiymatlari) taqdim etilgan. Xususan 2-rasmda o‘rta qatlamli po‘lat uch qatlamli silindrik strukturaning bu-



strukturada chastota va to'liq soni orasidagi bog'lanish. O'rta qatlam qalinligi  $h_0=0.001$ , tashqi qatlam qalinligi  $h_1=0.01$



**3-Rasm.** Doiraviy silindrik uch qatlamli strukturaning o'rta qatlam qalinliklari o'zgarganda chastota va to'liq soni orasidagi bog'lanish. tashqi qatlam materiali polipropilen qalinligi  $h_1=0.01$ , o'rta qatlam materiali aluminiv

ralma tebranishlari chastota tenglamasi ildiz chastotaning Gurvis kriteriyasini [18] qanoatlantiruvchi mavhum qiymatlari asosidagi grafik-lari keltirilgan. Bunda chastotaning eng kichik ikkita qiymatlari olingan. Hisoblashlar uchun, agar alohida aytilmagan bo'lsa, o'rta qatlam qalinligi  $h_0=0.001$  ga, tashqi qatlamlar qalinligi  $h_1=0.01$  ga teng deb qabul qilingan. Keltirilgan grafiklardan ko'rinadiki, to'liq soni oshib borishi bilan doiraviy chastotaning qiymatlari kamayuvchi xarakterga ega. Chastotaning ushbu so'nuvchi xarakteri tashqi qatlamlarning qovushoq-elastik xususiyatlari bilan izohlanadi.

## XULOSALAR

Uch qatlamli silindrik strukturaning qovushoq-elastiklik xususiyatlari hisobga olinganda erishilgan natijalardan quyidagi xulosalar chiqarish mumkin: uch qatlamli silindrik qovushoq-elastik strukturaning tebranish tenglamalari chastota va to'liq soni orasidagi bog'liqlikni aniqlash imkonini beradi. Uch qatlamli silindrik struktura tashqi va o'rta qatlamlar qalinliklarining turli qiymatlarida  $\omega \sim k$  bog'lanish turlicha xarakterga ega. Xususan, to'liq sonining fiksirlangan qiymatlarida silindrik struktura o'rta qatlami qalinligining oshib borishi tebranish chastotasini ng o'sishiga olib keladi. Shuningdek, o'rta qatlam qalinligi to'liq sonining kichik qiymatlarida, ya'ni etarli darajada uzun to'liqlik jarayonlarda, tebranish chastotasiga ko'proq ta'sir qiladi.

## Adabiyotlar

1. Shi-Rong Li, Xiao-Hua Fu, R.C.Batra. (2010) Free vibration of three-layer circular cylindrical shells with functionally graded middle layer *Mechanics Research Communications* 37 577–580
2. Khudoynazarov Kh. (2024) longitudinal-radial vibrations of a viscoelastic cylindrical three-layer structure // Facta Universitatis, series: Mechanical Engineering, [HTTPS://DOI.ORG/10.22190/FUME231219010K](https://doi.org/10.22190/FUME231219010K)
3. Filippov, I. G. and Kudainazarov, K. (1998). Boundary-value problems of longitudinal vibrations of circular cylindrical shells. *International Applied Mechanics*, 34(12), 1204–1210. doi:10.1007/bf02700874.
4. V.V. Gaidaichuk, K.E. Kotenko. (2020) Stress - strain state of a three-layer cylindrical shell under internal axisymmetric pulse load // *Strength of Materials and Theory of Structures*. № 105 DOI: **10.32347/2410-2547.2020.105.145-151**
5. K.Khudoynazarov et al 2021 Mathematical modelling of torsional vibrations of the three-layer cylindrical viscoelastic shell. *IOP Conf. Series: Mater. Sci. Eng.* **1030** 012098 DOI: 10.1088/1757-899X/1030/1/012098
6. Khudoynazarov, Kh. (2023) A mathematical model of physically nonlinear torsional vibrations of a circular elastic rod. // *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 84. pp. 152–166. doi: 10.17223/19988621/84/12

7. R.Khalmuradov, B.Yalgashev, and Kh Akhatov (2022) Refined Equations of Torsional Vibrations of a Three-Layer Cylindrical Viscoelastic Shell // AIP Conference Proceedings 2637, 030026; [HTTPS://DOI.ORG/10.1063/5.0121480](https://doi.org/10.1063/5.0121480)

## ICHKI SUYUQLIK TA'SIRIDAGI DOIRAVIY SILINDRIK STRUKTURALARNING MATEMATIK MODELI

X.N.Axatov<sup>1</sup>, M.Shodiyorova<sup>1</sup>, M. Raxmonova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

**Annotation.** The present article addresses the problem of calculating torsional displacements arising in the cross-sections during the torsional vibration of a three-layer cylindrical shell interacting with an internal viscous fluid, without considering the dynamic forces acting on the shell's surface. The equations of motion for the vibrations are derived.

**Keywords:** circular cylindrical shell, viscous fluid, stress, displacement

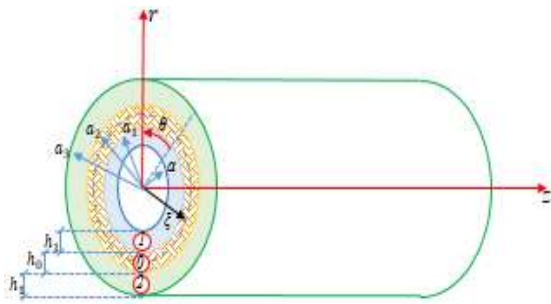
**Аннотация.** В представленной статье рассматривается задача расчёта крутильных перемещений, возникающих в поперечных сечениях трёхслойной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с внутренней вязкой жидкостью, без учёта динамических сил, действующих на поверхность оболочки. Выведены уравнения колебаний.

**Ключевые слова:** кольцевая цилиндрическая оболочка, вязкая жидкость, напряжение, перемещение

**Annotatsiya.** Taqdim etilgan maqolada ichki qovushoq suyuqlik bilan ta'sirlashuvchi uch qatlamli silindrik qobiqning buralma tebranish jarayonida ko'ndalang kesimlarida vujudga keluvchi buralma ko'chishlarni, qobiqning sirtiga ta'sir etuvchi dinamik kuchlarni hisobga olmagan holda, hisoblash masalasi qaralgan. Tebranish tenglamalari keltirib chiqarilgan.

**Kalit so'zlar:** doiraviy silindrik qobiq, qovushoq suyuqlik, kuchlanish, ko'chish.

Doiraviy silindrik qobiqlar suv osti kemalari, samolyotlar, raketalar va quvurlar kabi turli xil sohalarning eng muhim strukturaviy elementlardan biri hisoblanadi. Bunday turdagi qobiqlarning turli xil mexanik jihatlari ularning amaliyotda qo'llash uchun o'rganiladi. Doiraviy silindrik strukturalarning qovushoq suyuqlik bilan ta'sirlashuvida buralma tebranish vaqtida strukturalarda ko'chish va kuchlanishlar hosil bo'ladi. Bu jarayonlarni matematik modelini yaratish neft va gaz quvurlarini buzmasdan ko'chish, kuchlanish qiymatlarini aniqlashga imkoniyat yaratadi. Shu sababdan qovushoq suyuqlik bilan to'ldirilgan uch qatlamli ko'ndalang izotrop silindrning buralma tebranish masalalari analitik va raqamli o'rganilgan [1]. Doiraviy sterjenda buralma to'lqin tarqalish jarayoniga qovushoq suyuqlikning ta'siri [2,3] ishlarda qaralgan. Qovushoq suyuqlik bilan to'ldirilgan silindrik qobiqda to'lqin tarqalish masalasining qo'yilishi, yechish metodi va algoritmi [4,5] maqolalarda keltirib o'tilgan. Bu metodlar hozirgi vaqtda materiallarni buzmasdan uning kuchlangan deformatsiyalangan holatini o'rganish uchun yagona usul hisoblanadi.



1-Rasm. Uch qatlamli silindrik qobiq

Ushbu maqolada dinamik tashqi yuklar ta'sirida qovushoq suyuqlik bilan ta'sirlashuvchi doiraviy silindrik qatlamli strukturalarning buralma tebranish masalasi qaralgan. Tashqi va ichki qatlamlari qovushoq elastik material ya'ni (polipropilen, polietilen, polimer) o'rta qatlami elastik material (po'lat, alyuminiy) dan yasalgan cheksiz uzunlikdagi silindrik uch qatlamli strukturalarni ko'rib chiqamiz. Bunda doiraviy silindrik uch qatlamli strukturalarni  $(r, \theta, z)$

silindrik koordinatalar sistemasida qaraymiz. Bu yerda,  $r$  - radial koordinata;  $\theta$  - burchak koordinata;  $z$  - bo'ylama koordinata. Oz o'qi qobiqning simmetriya o'qiga nisbatan yo'naltiriladi va 1-rasmida ko'rsatilgandek qatlamlarni raqamlaymiz. Bu yerda  $a$  va  $a_3$  orqali biz ichki va tashqi qobiq radiuslarini,  $a_1$  va  $a_2$  - o'rta qatlamning ichki va tashqi radiuslarini belgilaymiz. Birinchi, nolinch va ikkinchi qatlamlar qalinliklarini mos ravishda  $h_1, h_0$  va  $h_2$  lar orqali; qatlam materiallari elastiklik doimiylari, ya'ni Lamé koeffitsientlarini -  $\lambda_s, \mu_s$  lar orqali; qatlamlar materiallarining zichliklarini -  $\rho_s$  lar orqali belgilaymiz. Biz o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan buralma tebranishlarni qarayotganimiz uchun masala burchakning o'zgarishidan bog'liq emas, shuningdek faqat  $U_\theta(r, z, t)$  ko'chish,  $\sigma_{r\theta}(r, z, t)$  va  $\sigma_{z\theta}(r, z, t)$  kuchlanishlar noldan farqli deb hisoblaymiz.

Hajmiy kuchlarni hisobga olmaganda doiraviy silindrik qatlam nuqtalarining harakat tenglamalari [6] ko'rinishda olinadi.

$$\sigma_{ij,j} = \rho_s \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}; (i, j = r, \theta, z) \quad (1)$$

bu yerda  $U_i$  - qatlam nuqtalarining ko'chish vektorlari;  $t$  - vaqt.

$$\vec{U}^{(s)} = \text{grad} \varphi_s + \text{rot} \vec{\psi}_s \quad (2)$$

formula bilan kiritamiz

Endi  $\vec{U}^{(s)}$  ko'chish vektorlarining (2) ifodalarini (1) harakat tenglamalari sistemasiga qo'yib, silindrik koordinatalar sistemasida qovushoq elastik qatlam nuqtalarining harakat tenglamalarini bo'ylama  $\varphi_s$  va ko'ndalang  $\vec{\psi}_s$  to'liq potensiallari orqali ifodalash qiyin emas [7].

$$R_s(\Delta \varphi^{(s)}) = \rho_s \ddot{\varphi}_s; \quad R_{\mu s}(\Delta \vec{\psi}_s) = \rho_s \ddot{\vec{\psi}}_s; \quad (s = 0, 1, 2) \quad (3)$$

Bu yerda  $\Delta$  - silindrik koordinatalar sistemasidagi uch o'lchovli operator

Xuddi shunday doiraviy silindrik qatlamli strukturalarning ichidagi qovushoq suyuqlikning harakat tenglamalarini ko'rib chiqamiz. Bunda ichki suyuqlikni siqiluvchan suyuqlik deb qaraymiz va suyuqlik zarrachalarining tebranishlarini kichik deb hisoblaymiz. U holda suyuqlikning chiziqli tebranishlar nazariyasidan qovushoq suyuqlikning Nav'e-Stoks harakat tenglamalaridan foydalanamiz:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} - \nu' \Delta \vec{V} + \frac{1}{\rho'_0} \text{grad} p + \frac{1}{3} \nu' \text{grad} \text{div} \vec{V} = 0, \quad (4)$$

bu yerda  $\vec{V}$  - suyuqlik ixtiyoriy zarrachasining tezlik vektori,  $\rho'_0$  - tinch holatdagi suyuqlik zichligi,  $\nu'$  - kinematik qovushoqlik koeffitsiyenti,  $\Delta$  - laplas operator.



Qovushoq suyuqlik harakati uchun ham skalyar  $G$  va vektor  $\vec{\chi}$  potentsiallar kiritib qovushoq suyuqlik uchun quyidagi potentsiallar orqali tenglamalarga ega bo‘lamiz.

$$\vec{V} = \frac{\partial}{\partial t}(\text{grad}G + \text{rot}\vec{\chi}), \quad (5)$$

bu yerda  $\vec{\chi}$  vektor potentsial ushbu tenglamani qanoatlantirishi zarur

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu'\Delta\right)\vec{\chi} = 0. \quad (6)$$

Doiraviy silindrik uch qatlamli qovushoq elastik qobiqning qovushoq suyuqlik bilan o‘zaro nostatsionar ta’sirlashuvda buralma tebranishlar tashqi zo‘riqlashlar ta’sirida vujudga keladi. Uch qatlamli qobiqning buralma tebranishlari uchun chegaraviy shartlar quyidagi ko‘rinishga ega.

$$\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, z, t) = F_{r\theta}^{(2)}(z, t) \quad (7)$$

Nolinchi, birinchi va ikkinchi qatlamlar va suyuqlik orasidagi kontakt shartlar quyidagicha

$$\begin{aligned} v_{\theta}^{(1)}(r, z, t) &= \frac{\partial}{\partial t} u_{\theta}^{(1)}(r, z, t), \quad -p_{r\theta}(r, z, t) = \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, z, t), \\ u_{\theta}^{(0)}(r, z, t) &= u_{\theta}^{(1)}(r, z, t), \quad \sigma_{r\theta}^{(0)}(r, z, t) = \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, z, t), \\ u_{\theta}^{(0)}(r, z, t) &= u_{\theta}^{(2)}(r, z, t), \quad \sigma_{r\theta}^{(0)}(r, z, t) = \sigma_{r\theta}^{(2)}(r, z, t). \end{aligned} \quad (8)$$

Boshlang‘ich shartlar nolga teng

$$\psi_m(r, z, t) = \frac{\partial \psi_m(r, z, t)}{\partial t} = 0. \quad (9)$$

Qobiq qatlamlari materiallarining buralma to‘lqin potentsial funksiyalarini quyidagi ko‘rinishda tasvirlaymiz.

$$\psi_s(r, z, t) = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(I)} \bar{\psi} e_s^{qt} dq, \quad \chi(r, z, t) = \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{-\cos kz} dk \int_{(I)} \bar{\chi} e_s^{qt} dq, \quad (10)$$

(10) ifodalarni (3), (6) harakat yoki to‘lqin tenglamalariga qo‘ysak, u holda

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \alpha_s^2\right) \bar{\psi}_s = 0, \quad \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \gamma^2\right) \bar{\chi} = 0, \quad (11)$$

tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz. Bunda

$$\alpha_s^2 = \frac{q^2}{b_s^2} M_{\mu_s}^{-1} + k^2, \quad \gamma^2 = \frac{q}{\nu'} + k^2, \quad M_{\mu_s} = 1 - f(q), \quad f(q) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-qt} dt$$

ko‘rinishlarda hisobga olingan.

Yuqoridagi (11) Bessel tenglamalarining chegaralanganlik shartlarini qanoatlantiruvchi umumiy yechimlari quyidagi ko‘rinishga ega.

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_s(r) &= H_s^{(1)} J_0(\alpha_s r) + H_s^{(2)} Y_0(\beta_s r); \quad (s = 0, 1, 2), \\ \chi &= D_1 J_0(\gamma r) \end{aligned} \quad (12)$$

Bu yerda  $H_s^{(i)}(k, p)$ ,  $D_1(k, p)$ , ( $s = 0, 1, 2$ ,  $i = 1, 2$ ), -radial-  $r$  o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘lmagan integrallash o‘zgarmaslari,  $J_0, Y_0$  –Besselning modifitsirlangan funktsiyalari

To‘lqin tenglamasi chegaraviy va boshlang‘ich shartlar birgalikda yechilib qovushoq suyuqlik bilan ta’sirlashuvchi doiraviy silindrik uch qatlamli silindrik qobiqning buralma tebranish tenglamalarining matematik modelini hosil qilamiz.

$$\left( M_{\mu_0}^{-1} \mu' \frac{a^2}{6a_1^2} \left( 1 + \frac{3a^2 - a_1^2}{24} \lambda_1 \right) q \delta + \frac{a^2}{a_1^2} \left( 1 + \frac{a^2 - a_1^2}{12} \lambda_1 \right) \right) \times$$

$$\times \left( \frac{a_1^2}{4} \lambda_0 u_{\theta,0}^{(0)} + \xi \left( \frac{1}{2} \lambda_0 - \frac{2}{a_1^2} \right) u_{\theta,1}^{(0)} \right) = M_{\mu_0}^{-1} f_{r\theta}^{(1)}(k, q), \quad (13)$$

$$\frac{a_2^2}{a_3^2} \left( 1 + \frac{a_2^2 - a_3^2}{4} \lambda_2 \right) \left( \frac{a_2^2}{4} \lambda_0 u_{\theta,0}^{(0)} + \xi \left( \frac{1}{2} \lambda_0 - \frac{2}{a_2^2} \right) u_{\theta,1}^{(0)} \right) = M_{\mu_0}^{-1} f_{r\theta}^{(2)}(k, q).$$

**Xulosa.** Shunday qilib, ushbu paragraf doirasida qovushoq suyuqlik oqimidagi doiraviy silindrik qobiqning buralma tebranishlarining matematik modeli yaratildi. Hosil qilingan matematik model mexanikaning amaliy masalarini yechishda foydalanish mumkin.

#### Adabiyotlar

1. W. Abassi, E. Baroudi and F. Razafimahery. "Torsional vibrations of fluid-filled multilayered transversely isotropic finite circular cylinder" international journal of applied mechanics vol. 8, no. 3 (2016) 1650032.
2. Kim, J. O. and Chun, H. Y. [2003] "Interaction between the torsional vibration of a circular rod and an adjacent viscous fluid," Journal of Vibration and Acoustics 125, 39–45.
3. Kim J.O., Yong Chun H.Y. Effect of a viscous fluid at the end face on the torsional vibration of a rod.// Journal of Mechanical Science and Technology, February 2010, Volume 24, **ISSUE 2**, pp 505-512
4. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Болтаев З.И. О влиянии близости источника дилатационных волн на динамические напряжения цилиндра с жидкостью. Вестник пермского университета. Математика. Механика. Информатика. Пермь. –2015. –Вып.4(31). – С. 58-66.
5. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Ахмедов М.Ш. Свободные волны в клине с произвольным углом вершины. Журнал «Международный независимый институт математики и систем» (М и С). –2014. –№9. – С. 56-60.

### O'ZGARUVCHI MASSALI JISM KINETIK ENERGIYASINING O'ZGARISHI HAQIDAGI TEOREMA.

A.Axmedov<sup>1</sup>, D.shodmonov<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,

[\\*e-mail: dostonshodmonov441@gmail.com](mailto:dostonshodmonov441@gmail.com)

**Annotatsiya.** Mazkur ishda klassik mexanikaning muhim bo'limlaridan biri - massasi vaqt davomida uzluksiz o'zgarib turadigan jismlar dinamikasi ko'rib chiqiladi. O'zgaruvchi massali nuqta (yoki tizim) uchun kinetik energiya o'zgarishi haqidagi teorema I.V. Meshcherskiy tenglamasiga asoslangan holda bayon etilgan.

**Kalit so'zlar:** Meshcherskiy tenglamasi, reaktiv kuch, kinetik energiya, o'zgaruvchi massa, reaktiv harakat, tashqi kuchlar ishi.

**Аннотация.** В данной работе рассматривается один из важных разделов классической механики - динамика тел с переменной массой, масса которых непрерывно изменяется во времени. Теорема об изменении кинетической энергии для точки (или системы) переменной массы изложена на основе уравнения И. В. Мещерского.

**Ключевые слова:** Уравнение Мещерского, Реактивная сила, Кинетическая энергия, Переменная масса, Реактивное движение, Работа внешних сил.

**Abstract.** This work examines one of the essential branches of classical mechanics: the dynamics of bodies whose mass changes continuously over time. Based on I.V. Meshchersky's

equation, the theorem on the change in kinetic energy for a point (or system) with variable mass is presented and discussed.

**Keywords:** Meshcherskiy's equation, Reactive force, Kinetic energy, Variable mass, Jet propulsion (*Reactive motion*), Work of external forces.

Qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga (boshi O nuqtada) nisbatan o'zgaruvchi massali qattiq jismning kinetik energiyasi deb quyidagi ifodaga aytiladi.

$$T_0 = \sum_{v=1}^n \frac{m_v \vec{V}_v \vec{V}_v}{2} = \sum_{v=1}^n \frac{m \vec{V}_v^2}{2} \quad (1)$$

Endi  $T_0, T_{0_1}$  va  $T_s$  qiymatlar o'rtasidagi moslikni o'rnatamiz

$\vec{g}_v = \vec{g}_{0_1} + \vec{g}_{v_1}$  ekanligini e'tiborga olsak

$$T_0 = \sum_{v=1}^n \frac{m_v (\vec{v}_{0_1} + \vec{v}_{v0_1})(\vec{v}_{0_1} + \vec{v}_{v0_1})}{2} = \sum_{v=1}^n \frac{m_v v_{0_1}^2}{2} + \sum_{v=1}^n \frac{m_v v_{v0_1}^2}{2} + \vec{v}_{0_1} \sum_{v=1}^n m_v \vec{v}_{v0_1} \quad (2)$$

Ma'lumki

$$\sum_{v=1}^n \frac{m_v V_{0_1}^2}{2} = \frac{m_v V_{0_1}^2}{2}$$

bu jism bilan birga ilgarilanma harakat qiluvchi  $O_1$  nuqtaga nisbatan kinetik energiyasidan iborat.

$\sum_{v=1}^n \frac{m_v V_{0_1}^2}{2} = T_{0_1}$  ifoda jismga tegishli  $O_1$  nuqtaga nisbatan kinetik energiyadan iborat,

$$\vec{V}_{0_1} \sum_{v=1}^n m_v V_{v0_1} = V_{0_1} Q_{0_1} = m V_{0_1} (\vec{\omega}_{0_1} * \vec{\rho}_s).$$

(2) ifodani quyidagicha yozish mumkin.

$$T_0 = T_{0_1} + \frac{m \vec{V}_{0_1}^2}{2} + m \vec{V}_{0_1} (\vec{\omega}_{0_1} * \vec{\rho}_s) \quad (3)$$

Bu ifodaning uchinchi hadi kinetik energiyani hisoblashni qiyinlashtiradi. Agar massalar markazi o'zining nisbiy harakatida  $O_1$  nuqtadan o'tsa, u holda  $\vec{\rho}_s = 0$ , va bu holatda

$$T_0 = T_{0_1} + \frac{m V_s^2}{2}$$

Bu formula tuzilishi jihatdan Kyenig ifodasini eslatga-da, u bilan ustma-ust tushmaydi. haqiqatan

$$T_{0_1} = T_s$$

$$\vec{V}_{s \text{ IIEP}} = \vec{V}_s$$

Xususiyl holda, jism ichida massalar markazi harakatlanmasa va  $O_1$  nuqtani massalar markazida olsak, u holda

$$\vec{V}_{s \text{ IIEP}} = \vec{V}_s \text{ va } T_{0_1} = T_s$$

u holda (3) ifoda Kyenig formulasi bilan ustma-ust tushadi.

$$T_0 = T_s + \frac{m V_s^2}{2}$$

Endi  $T_0$  va  $T_s$  o'rtasidagi bog'lanishni o'rnatamiz, umumiy holda massalar markazi jism chegarasiga nisbatan harakatlanganda.

Quyidagiga egamiz

$$\vec{V}_v = \vec{V}_s + \vec{V}_{vs}$$

u holda

$$T_0 = \sum_{v=1}^n \frac{m_v \vec{V}_v \vec{V}_v}{2} = \sum_{v=1}^n \frac{m_v (\vec{V}_s + \vec{V}_{vs}) (\vec{V}_s + \vec{V}_{vs})}{2} = \sum_{v=1}^n \frac{m_v V_s^2}{2} + \sum_{v=1}^n \frac{m_v V_{vs}^2}{2} + \sum_{v=1}^n \frac{m_v V_s V_{vs}}{2} + \vec{V}_s \sum_{v=1}^n m_v \vec{V}_{vs}. \quad (5)$$

Ma'lumki

$$\sum_{v=1}^n \frac{m_v V_s^2}{2} = \frac{m V_s^2}{2}$$

jismning ilgarilanma harakatining, ya'ni massalar markazi bilan birgalikdagi harakatidan iborat;

$$\sum_{v=1}^n \frac{m_v V_{vs}^2}{2} = T_s$$

jismning massalar markaziga nisbatan kinetik energiyasidan iborat.

$$\vec{V}_s \sum_{v=1}^n m_v \vec{V}_{vs} = -m \vec{V}_s \vec{V}_{sOTH}$$

chunki

$$\sum_{v=1}^n m_v \vec{V}_{vs} = \vec{Q} = m(-\vec{V}_{sOTH}) = -m \vec{V}_{sOTH},$$

ma'lumki

$$\vec{V}_{vs} = \vec{\omega}_s * \vec{\rho}_{vs} + (-\vec{V}_{sOTH}),$$

ammo

$$\sum_{v=1}^n m_v (\vec{\omega}_s * \vec{\rho}_{vs}) = \vec{\omega}_s * \sum_{v=1}^n m_v \vec{\rho}_{vs} = \vec{\omega}_s * m \vec{\rho}_{ss} = 0.$$

Demak (5) formula o'rniga quyidagi formulalarni yozish mumkin.

$$T_0 = T_s + \frac{m V_s^2}{2} - m \vec{V}_s * \vec{V}_{sOTH} \quad (6)$$

bunda  $\gamma$   $\vec{V}_s$  va  $\vec{V}_{sOTH}$  vektorlar orasidagi burchak.

Bu formulalarni M.B. Kapazogin birinchi bo'lib keltirib chiqargan.

$$\vec{V}_s = \vec{V}_{sOTH} + \vec{V}_{sIEP}$$

ekanligini e'tiborga olsak (6) formulani quyidagicha yozish mumkin.

$$T_0 = T_s + \frac{m V_{sIEP}^2}{2} - \frac{m V_{sOTH}^2}{2} \quad (8)$$

Bu formuladan xususiy holda Kyenig formulasini olish mumkin, ya'ni

$$\vec{V}_{sOTH} = 0 \text{ va } \vec{V}_{sIEP} = \vec{V}_s.$$

Endi bevosita o'zgaruvchi massali qattiq jism 314inetic energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremaga o'tamiz. Jismga tegishli  $v$  nuqta uchun bu tenglama

$$\frac{d^*}{dt} (m_v \vec{V}_v) = \vec{F}_v + \vec{F}_v' + \vec{R}_v \quad (9)$$

Bu tenglikni chap tomonini  $V_v dt$  ga o'ng tomonini  $dr_v$  ga ko'paytirib bacha nuqtalar bo'yicha yig'sak quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\sum_{v=1}^n V_v d(m_v \vec{V}_v) = \sum_{v=1}^n \vec{F}_v d\vec{r}_v + \sum_{v=1}^n \vec{F}_v' d\vec{r}_v + \sum_{v=1}^n \vec{R}_v d\vec{r}_v. \quad (10)$$

bunda

$$\sum_{v=1}^n \vec{V}_v * d(m_v \vec{V}_v) = \sum_{v=1}^n d * \left( \frac{m_v \vec{V}_v * \vec{V}_v}{2} \right) = \sum_{v=1}^n d * \left( \frac{m_v V_v^2}{2} \right) = d * \sum_{v=1}^n \frac{m_v V_v^2}{2} = d * T.$$

Quyidagi belgilashlarni kiritsak

$$\sum_{v=1}^n \vec{F}_v d\vec{r}_v = dA, \sum_{v=1}^n \vec{F}'_v d\vec{r}_v = dA'$$

$$\sum_{v=1}^n \vec{R}_v d\vec{r}_v = dA_R$$

u holda

$$d * T = dA + dA' + dA_R \quad (11)$$

Demak qotgan jism kinetik energiyasining differensial tashqi aktiv kuchlar, ichki va reaktiv kuchlarning elementar ishlarining yig'indisiga teng. Agar jism nuqtalari orasidagi masofa o'zgarmasa

$$dA' = 0$$

u holda

$$d * T = dA + dA_R \quad (12)$$

(12) tenglikni har bir hadini  $dt$  ga bo'lsak

$$\frac{d * T}{dt} = N + N_B$$

Demak qotgan jimning kinetik energiyasining vaqt bo'yicha hosilasi unga ta'sir etuvchi tashqi aktiv kuchlar quvvatlarining yig'indisi va reaktiv kuchlar quvvatlari yig'indisiga teng.

**Xulosa.** O'zgaruvchi massali jism kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema dinamikaning umumiy qonunlarini kengaytirib, modda va harakat miqdori o'zaro uzviy bog'liqligini, ayniqsa yuqori tezlikdagi reaktiv jarayonlarda energiya samaradorligini baholash imkonini beradi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

1. O'Imasova M.H. *Fizika. Mexanika va molekulyar fizika*. – Toshkent: "O'qituvchi", 2003.
2. Yaxshiyeva Z.Z., Axmadjanov A. *Nazariy mexanika*. – Toshkent: "Istiqol", 2007.
3. Xoliqov A.J. *Nazariy mexanika (statika, kinematika, dinamika)*. – Toshkent: "O'zbekiston", 2002.
4. Mirzaxmedov B.M. va boshqalar. *Umumiy fizika kursi: Mexanika*. – Toshkent: "Aloqachi", 2008.
5. Мещерский И.В. *Задачи по теоретической механике*. – М.: "Наука", 2010. (Ushbu mavzu asoschisi hisoblangan muallifning klassik to'plami).
6. Тарг С.М. *Краткий курс теоретической механики*. – М.: "Высшая школа", 2010.

## O'ZGARUVCHI MASSALI SISTEMANING UMUMLASHGAN KOORDINATALARGA NISBATAN HARAKAT TENGLAMASI.

A. Axmedov<sup>1</sup>, X.N.Axatov<sup>1</sup>, D.Shodmonov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali,

*\*e-mail: [DOSTONSHODMONOV441@GMAIL.COM](mailto:DOSTONSHODMONOV441@GMAIL.COM)*

**Annotatsiya.** Ushbu ishda massasi vaqt davomida uzluksiz o'zgarib boruvchi moddiy nuqtalar tizimining dinamikasi tadqiq etiladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi – klassik mexanika qonuniyatlarini, xususan, Lagranjning ikkinchi tur tenglamalarini o'zgaruvchi massali sistemalar uchun umumlashtirish va tahlil qilishdir.

**Kalit so'zlar:** O'zgaruvchi massa, umumlashgan koordinatalar, Lagranj tenglamasi, Meshcherskiy tenglamasi, reaktiv kuch, kinetik energiya, dinamika.

**Аннотация.** В данной работе исследуется динамика системы материальных точек, масса которых непрерывно изменяется во времени. Основная цель исследования - обобщение и анализ законов классической механики, в частности, уравнений Лагранжа второго рода для систем с переменной массой.

**Ключевые слова:** Переменная масса, обобщенные координаты, уравнение Лагранжа, уравнение Мещерского, реактивная сила, кинетическая энергия, динамика.

**Abstract.** This work investigates the dynamics of a system of material points whose masses continuously change over time. The primary objective of the research is to generalize and analyze the laws of classical mechanics, specifically Lagrange's equations of the second kind, for systems with variable mass.

**Keywords:** Variable mass, generalized coordinates, Lagrange equation, Meshchersky equation, reactive force, kinetic energy, dynamics.

Klassik mexanikaning ko'plab masalalarida moddiy nuqta yoki sistemalar massasi harakat davomida o'zgarmas (konstant) deb qabul qilinadi. Biroq, zamonaviy texnikaning rivojlanishi, xususan, reaktiv aviatsiya, raketa dinamikasi va kosmonavtika sohalari massasi harakat jarayonida uzluksiz o'zgarib boruvchi sistemalarni o'rganishni taqozo etdi. Masalan, raketa parvozi vaqtida uning umumiy massasining katta qismi yonilg'i sarfi hisobiga kamayib boradi.

O'zgaruvchi massali sistemaning harakatini o'rganishda asosiy qiyinchilik shundan iboratki, bunda nafaqat tashqi kuchlarning ta'siri, balki massa qo'shilishi yoki ajralishi natijasida yuzaga keladigan reaktiv kuchlarni ham hisobga olish zarur bo'ladi. Ushbu sohadagi fundamental tadqiqotlar I.V. Meshcherskiy va K.E. Siolkovski nomlari bilan bog'liq bo'lib, ularning ishlarida massasi o'zgaruvchi nuqtaning vektor ko'rinishidagi harakat tenglamalari asoslab berilgan.

Biroq, murakkab bog'lanishlarga ega bo'lgan mexanik sistemalarni (masalan, ko'p bosqichli raketalar yoki murakkab konstruksiyali apparatlar) tadqiq qilishda vektor usulidan ko'ra analitik mexanika usullari, xususan, Lagranj prinsiplari ancha samarali hisoblanadi.

Ushbu mavzuning asosiy vazifasi — o'zgaruvchi massali sistema holatini belgilovchi umumlashgan koordinatalar ( $q_j$ ) va umumlashgan tezliklar ( $\dot{q}_j$ ) orqali harakat tenglamalarini keltirib chiqarishdir. Bu yondashuv sistema massasining o'zgarish qonuniyatini umumlashtirilgan kuchlar va kinetik energiya orqali ifodalashga imkon beradi, bu esa o'z navbatida murakkab dinamik masalalarni yagona algoritm asosida yechish yo'lini ochib beradi.

Dastavval Lagranjning II-tur tenglamasini sistemaning zarrachaning nisbiy harakatini hisobga olgan holda chiqaramiz, ya'ni qotish prinsipidan foydalanmasdan, keyin esa Lagranjning II-tur tenglamasini qotgan sistema uchun qanday soddalashganini ko'rsatamiz. Bunda sistemani o'zgaruvchi massali qattiq jism va o'zgaruvchi massali jismdan tashkil topgan deb shartlashamiz.

Sistema  $m_v$  nuqtali va ideal golonomli bog‘lanishli bo‘lib,  $k$  erkinlik darajali bo‘lsin.  $q_i$  - umumlashgan koordinatalar sistema holatini aniqlovchi koordinatalar va  $\vec{r}_v$  - esa  $m_v$  nuqtalarning qo‘zg‘almas koordinatalardagi radius vektorlari bo‘lsin. Nuqta massasi nuqta koordinatalari, tezligi va vaqtga bog‘liq bo‘lsin.

$$m_v = m_v(q_i, \dot{q}_i, t), \quad (1)$$

$$(i = 1, 2, \dots, k)$$

Sistemaga kiruvchi o‘zgaruvchi massali nuqta harakat tenglamasi quyidagicha yoziladi.

$$m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} = \vec{F}_v + \vec{R}_v + \vec{F}_v + \vec{N}_v \quad (2)$$

Sistema uchun Dalamber – Lagranj tenglamasini tuzamiz. Buning uchun barcha kuchlarning elementar ishlarining yig‘indisining shu jumladan inersiya kuchlarining ham barcha mumkin bo‘lgan ko‘chishdagi ishlari yig‘indisini nolga tenglash kerak.

$$\sum_{v=1}^n \left[ m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} - \vec{F}_v - \vec{R}_v - \vec{F}_v - \vec{N}_v \right] \delta \vec{r}_v = 0,$$

Ammo

$$\sum_{v=1}^n \vec{F}_v \delta \vec{r}_v = 0 \quad \text{va} \quad \sum_{v=1}^n \vec{N}_v \delta \vec{r}_v = 0,$$

$\delta \vec{r}_v$  esa ko‘p o‘zgaruvchili funksiya sifatida quyidagicha yoziladi:

$$\delta \vec{r}_v = \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_1} \delta q_1 + \dots + \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_k} \delta q_k = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \delta q_i,$$

Shuning uchun Dalamber – Lagranj tenglamasi quyidagi ko‘rinishni oladi.

$$\sum_{v=1}^n \left[ m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} - \vec{F}_v - \vec{R}_v \right] \sum_{i=1}^k \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \delta q_i = 0 \quad (3)$$

Bu tenglamaning har bir qo‘shiluvchisini alohida qaraymiz. Birinchi qo‘shiluvchida yig‘indi tartibini almashtiramiz.

$$\sum_{v=1}^n m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} * \sum_{i=1}^k \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \delta q_i = \sum_{i=1}^k \delta q_i \sum_{v=1}^n m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} * \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \quad (4)$$

Ikkinchi qo‘shiluvchini analiz qilamiz.

$$\sum_{v=1}^n m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} * \sum_{i=1}^k \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} = \sum_{v=1}^n \left[ \frac{d}{dt} (m_v \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i}) - \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} - m_v \vec{V}_v \frac{d}{dt} * \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \right].$$

Ma’lumki,

$$\frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} = \frac{\partial \vec{V}_v}{\partial \dot{q}_i} \quad \text{va} \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} = \frac{\partial \vec{V}_v}{\partial \dot{q}_i}.$$

Radius vector  $\vec{r}_v = \vec{r}_v(q_1, q_2, \dots, q_s, t)$ ,

ammo

$$\dot{\vec{r}}_v = \frac{d\vec{r}_v}{dt} = \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_s} \dot{q}_s + \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial t} = \sum_{i=1}^s \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial t}.$$

Ma’lumki  $\frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i}$  va  $\frac{\partial \vec{r}_v}{\partial t}$  lar  $\dot{q}$  ga bog‘liq emas,  $\dot{q}_i$  dan vaqt bo‘yicha hosila

$$\frac{\partial \vec{r}_v}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i}$$

Ma'lumki

$$\frac{\dot{\vec{r}}_v}{\partial q_i} = \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q_1 \partial q_i} \dot{q}_1 + \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q_2 \partial q_i} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q_s \partial q_i} \dot{q}_s + \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial t \partial q_i}.$$

Ammo

$\frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q_i}$  barcha  $q_i$  va  $t$  bog'liqligidan

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \right) = \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q \partial q_i} \dot{q}_1 + \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q \partial q_s} \dot{q}_s + \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q_i \partial t},$$

Bu ikki ifodaning o'ng tomoni esa  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial^2 \vec{r}_v}{\partial q_i} \right) = \frac{\partial^2 \dot{\vec{r}}_v}{\partial q_i}$

Endi quyidagini yozish mumki

$$\sum_{v=1}^n m_v \frac{dV_v}{dt} * \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q} = \sum_{v=1}^n \left[ \frac{d}{dt} (m_v \vec{V}_v \frac{\partial \vec{V}_v}{\partial \dot{q}_i}) - \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} - m_v \vec{V}_v \frac{\partial V_v}{\partial q_i} \right]$$

Kvadrat qavs ichidagi birinchi va to'rtinchi hadda  $\vec{V}_v$  tezlikni xususiy hosila belgisi ostiga kiritsak

$$\sum_{v=1}^n m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} * \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} = \sum_{v=1}^n \left[ \frac{d}{dt} (m_v \frac{\partial V_v^2}{2}) - \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} - m_v \frac{\partial V_v^2}{2} \right].$$

Endi izlanuvchi tenglamaning ehiqarishga harakat qilamiz, tegishli almashtirishlardan so'ng quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^n m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} * \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} &= \sum_{v=1}^n \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v V_v^2}{2} - \frac{\partial m_v}{\partial q} * \frac{V_v^2}{2} \right) - \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} - \frac{\partial m_v V_v^2}{2} - \frac{\partial m_v}{\partial q} * \frac{V_v^2}{2} \right] = \\ &= \sum_{v=1}^n \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v V_v^2}{2} \right) - \frac{\partial m_v V_v^2}{2} - \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v}{\partial q_i} * \frac{V_v^2}{2} \right) + \frac{\partial m_v}{\partial q_i} * \frac{V_v^2}{2} \right] = \\ &= \frac{d}{dt} \frac{\partial \sum_{v=1}^n \frac{m_v V_v^2}{2}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \sum_{v=1}^n \frac{m_v V_v^2}{2}}{\partial q_i} - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v}{\partial q_i} * \frac{V_v^2}{2} \right) - \frac{\partial m_v}{\partial q_i} * \frac{V_v^2}{2} \right]. \end{aligned}$$

Ammo

$$\sum_{i=1}^n \frac{m_v V_v^2}{2} = T,$$

Shuning uchun

$$\sum_{v=1}^n m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} * \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q} = \frac{d}{dt} * \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \sum_{v=1}^n \left[ \frac{dm_v}{dt} \vec{V}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v}{\partial q_i} * \frac{V_v^2}{2} \right) \right]. \quad (5)$$



(3) tenglamaning ikkinchi qo'shiluvchisi

$$\sum_{v=1}^n \overline{F_v} \sum_{v=1}^n \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q} \delta q_i = \sum_{i=1}^n \delta q_i \sum_{v=1}^k \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} = \sum_{i=1}^k \delta q_i Q_i,$$

bunda

$$Q = \sum_{v=1}^n \overline{F_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q} \text{ umumlashgan aktiv kuch.}$$

(3) tenglamaning uchinchi qo'shiluvchisi mos ravishda

$$\sum_{v=1}^n \overline{R_v} * \sum_{i=1}^k \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \delta q_i = \sum_{i=1}^n \overline{R_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} = \sum_{i=1}^n \delta q_i R_i$$

bunda  $R_i = \sum_{v=1}^n \overline{R_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i}$  - umumlashgan aktiv kuch.

Endi (3) tenglamani quyidagicha yozish mumkin.

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{d}{dt} * \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \sum_{v=1}^n \left[ \frac{dm_v}{dt} \overline{V_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v}{\partial \dot{q}_i} * \frac{V_v^2}{2} \right) - \frac{\partial m_v}{\partial \dot{q}_i} * \frac{V_v^2}{2} \right] - \sum_{v=1}^n \overline{F_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} - \sum_{v=1}^n \overline{R_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} \right\} \delta q_i = 0$$

yoki

$$\sum_{i=1}^k \left[ \frac{d}{dt} * \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial T}{\partial q} - Q_i - D_i \right] \delta q_i = 0 \quad (6)$$

bunda

$$D = \sum_{v=1}^n \left[ \frac{dm_v}{dt} \overline{V_v} \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_i} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial m_v}{\partial \dot{q}_i} * \frac{V_v^2}{2} \right) - \frac{\partial m_v}{\partial \dot{q}_i} * \frac{V_v^2}{2} \right] + R_i$$

qo'shimcha umumlashgan kuch.

Ma'lumki  $\delta q_i$  barchasi ixtiyoriy va bog'lanmagan u holda

$$\frac{d}{dt} * \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q - D = 0$$

$$(i = 1, 2, \dots, k)$$

**Xulosa.** O'zgaruvchi massali sistemalarni umumlashgan koordinatalarda ifodalash mexanikaning umumiy qonuniyatlarini kengaytirish bilan birga, yuqori aniqlikdagi dinamik hisob-kitoblarni amalga oshirishga imkon beradi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

1. Tilavov A., Ahmedov A. Elastik osmaga mahkamlangan o'zgaruvchan massali qattiq jism dinamikasining asosiy bog'lanishlari // Samarqand davlat universiteti. – Samarqand, 1992. – 14 b. – UzNIINTI da depozitga topshirilgan 18.05.1992, № 1649-Uz92.
2. Abdullayev O., Ahmedov A. Elastik amortizatorlardagi o'zgaruvchan massali qattiq jism dinamikasining asosiy tenglamalari // SamDAQUga universitet maqomi berilganligining ikki yilligiga bag'ishlangan "Ilg'or muhandis va arxitektorlar: barqaror rivojlanish uchun fan va ta'limni modernizatsiya qilish" mavzusidagi xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya saralangan ilmiy ishlar to'plami. – Samarqand, 2024. – № 4. – B. 1272–1273.
3. Lurye A. I. Analitik mexanika. – M.: Fizmatlit, 1961. – 824 b.
4. Markevich A. P. Nazariy mexanika. – M.: Nauka, 1990. – 416 b.

# QOVUSHOQ SUYUQLIKLAR OQIMLARI TA'SIRIDAGI DOIRAVIY SILINDRIK QOVUSHOQ ELASTIK QATLAMNING GARMONIK BURALMA TEBRANISHLARI.

A.B.Gadoyev<sup>1</sup>., Z.M.Ro'ziqulova<sup>1</sup>., Sh.B.Obloqulov<sup>1</sup>.

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universitetining Urgut filiali

GADAYEVAZIZ@GMAIL.COM,

**Abstrakt.** Taqdim etilgan maqolada o'zgaras tezlik bilan harakatlanuvchi Qovushoq suyuqliklar oqimlari ta'siridagi doiraviy silindrik qovushoq-elastik qatlamning garmonik buralma tebranishlari jarayonida qovushoq-elastik qatlam kesimlarida vujudga keluvchi buralma ko'chishlarni, qovushoq-elastik qatlamning sirtiga va erkin uchida ta'sir etuvchi dinamik kuchlarni hisobga olgan holda, hisoblash masalasi yechilgan.

**Kalit so'zlar:** doiraviy qovushoq-elastik qatlam, buralma tebranishlar, kinematik zarba, bosh qismlar.

**Kirish.** doiraviy qatlamlar nazariyasining asosiy munosabatlarini qurishda masalani fazoviy uch o'lchovli koordinatalardan ikki o'lchovli yoki bir o'lchovli o'tkazishdan iborat[1-4]. Shu yo'l bilan tadqiqotchilar [5,6] ma'lum fizik, mexanik yoki geometrik omillarni hisobga olgan holda tebranishlarning aniqlashtirilgan differentsial tenglamalarini olishgan. Taqdim etilgan [7] ishda qatlamli elastik silindrik qobiqlar qaralgan, ular orasida qovushoq siqilmaydigan suyuqlik qatlami bor, uchlari erkin trubaning mexanik modeli ko'rib chiqilgan.

Ba'zi tadqiqot ishlarida, burg'ulash qurilmasining buralma tebranishlarini modellashirishda uning harakatlarini ko'rib chiqish uchun, sterjenlar nazariyasining tebranishlarining klassik tenglamalari [8-9] da keltirilgan.

## Masalaning qo'yilishi va uning yechimi

Ichki va tashqi qovushoq suyuqliklar oqimlaridagi doiraviy silindrik qovushoq-elastik qatlamning garmonik buralma tebranishlari masalasini tadqiq qilamiz. Buning uchun tebranishlarning asosiy tenglamalar hususiy holini sistemasini qabul qilamiz. Bunda qovushoq-elastik holat uchun  $\lambda_{20}^n$  operatorlari bilan topiladi va tebranishlar tenglamalari sistemasi qobiq o'rta qatlami oraliq sirti nuqtalarining buralma ko'chishlari bosh qismlari  $U_{\theta,i}$  ( $i = 0,1$ )larga nisbatan quyidagicha ko'rinishida yoziladi:

$$\begin{aligned} & \frac{r_i}{2} \left[ \frac{r_i}{2} \lambda_2 + 2R_i \right] U_{\theta,0} + \frac{\xi}{r_i} \left\{ \frac{r_i}{2} \lambda_2 - \frac{2}{r_i} + R_i + \frac{r_i^2}{4} \lambda_2 \left[ \frac{r_i}{2} \eta_{2,0}(r_i) \lambda_2 - 2\eta_{1,0}(r_i) R_i \right] \right\} U_{\theta,1} = \\ & = \frac{1}{\mu} M_0^{-1} \left[ f_{r\theta}^{(i)}(z,t) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

bunda

$$\eta_{1,n}(r) = \ln \frac{r}{\xi} + \frac{n}{2(n+1)} - \sum_{k=0}^n \frac{1}{k}, \quad \eta_{2,n}(r) = \ln \frac{r}{\xi} + \frac{n^2 + n - 1}{2(n+1)(n+2)} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}. \quad (2)$$

Bu yerda suyuqliklar reaksiyalari (2) kabi ko'rinishga ega, ammo qovushoq-elastiklik integral operatori  $M_0(\varsigma)$  tenglamalar tarkibida qatnashadi.

$$\begin{aligned} R_1 &= -\frac{r_1 \mu'_1}{4\mu \nu'_1} M_0^{-1} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2U_1 \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} + \left[ U_1^2 - \nu'_1 \left( \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\}, \\ R_2 &= \frac{4\mu'_2}{r_2 \mu} M_0^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial t} - U_2 \frac{\partial}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$M_0(\varsigma) = \varsigma(t) - \int_0^t f(t-\tau) \varsigma(\tau) d\tau.$$

Bunda  $\lambda_{20}^n$  operatorlar bo'yilama  $z$  va vaqt bo'yicha  $t$  koordinatalarda quyidagi formula bilan hisoblanadi

$$\lambda_2^n = \left[ \frac{1}{b^2} M_0^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right]^n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Ushbu tenglama va ifodalarda o'lchamsiz koordinatalarga quyidagi formulalar yordamida o'tamiz

$$t = t^* \frac{\xi}{b}, \quad z = \xi z^*, \quad r_i = \xi r_i^*, \quad U_{\theta,0} = U_{\theta,0}^*, \quad U_{\theta,1} = U_{\theta,1}^* \xi, \quad U_1 = a_1 U_1^*, \quad U_2 = a_2 U_2^* \quad (5)$$

bu yerda  $a_1$  va  $a_2$  -mos ravishda ichki va tashqi suyuqliklarda tovush tarqalish tezliklari. Ushbu formulalar asosida suyuqliklar reaksiyalari va elastik holat uchun  $\lambda_{20}^n$  operatorlarini o'lchamsiz koordinatalarga o'tkazamiz

$$\lambda_2^* = \frac{1}{\xi^2} \left( M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right), \quad (6)$$

$$R_2^* = M_0^{-1} \cdot R_{20}^*$$

$$R_{20}^* = \frac{4}{\xi r_2^*} \frac{\mu_2'}{\mu} \left( \frac{b}{\xi} \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{a_2}{\xi} \frac{\partial}{\partial z^*} \right) = \frac{4}{r_2^*} \frac{a_2 \mu_2'}{\xi^2 \mu} \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) = \frac{4}{\xi r_2^*} \gamma_2 \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \quad (7)$$

$$R_1^* = M_0^{-1} \cdot R_{10}^*$$

$$\begin{aligned} R_{10}^* &= -\frac{\xi r_1^*}{4} \left( \frac{\mu_1'}{\mu \nu_1'} \right) \left\{ \frac{b^2}{\xi^2} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} + U_1^* \frac{2a_1 b}{\xi^2} \frac{\partial^2}{\partial t^* \partial z^*} + \left[ a_1^2 U_1^{*2} - \nu_1' \left( \frac{b}{\xi} \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{a_1}{\xi} \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \right] \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right\} = \\ &= -\frac{r_1^*}{4\xi} \left( \frac{\mu_1' a_1^2}{\mu \nu_1'} \right) \left\{ \left( \frac{b}{a_1} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} + 2U_1^* \left( \frac{b}{a_1} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^* \partial z^*} + \left[ U_1^{*2} - \frac{\nu_1'}{a_1 \xi} \left( \left( \frac{b}{a_1} \right) \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \right] \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right\} = \\ &= -\frac{r_1^*}{4\xi} \gamma_1 \left\{ \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^2 - \alpha_1 \left( \left( \frac{b}{a_1} \right) \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Ko'rinib turibdiki  $R_{10}^*$  tenglama juda katta hajmga ega. Uni qisqaroq yozish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$R_{10}^* = -\frac{r_1^*}{4\xi} \gamma_1 \varepsilon_1^*, \quad (9)$$

bu yerda  $\varepsilon_1^* = \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^2 - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}}, \quad c_i = \frac{b}{a_i} \quad (i=1,2)$

$$\gamma_1 = \frac{\mu_1' a_1^2}{\mu \nu_1'} = \frac{1}{c_1} \frac{\rho'}{\rho}, \quad \alpha_1 = \frac{\nu_1'}{\xi a_1},$$

Xuddi shunday

$$R_{20}^* = \frac{4}{\xi r_2^*} \gamma_2 \varepsilon_2^*, \quad (10)$$

bu yerda  $\varepsilon_2^* = c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*}, \gamma_2 = \frac{\mu_2' \cdot a_2}{\xi \mu} = \frac{1}{c_2^2} \frac{\rho_2'}{\rho}, \alpha_2 = \frac{\nu_2'}{\xi a_2}.$

$$\lambda_2^{*n} = \frac{1}{\xi^{2n}} \left[ M_0^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] = \frac{1}{\xi^{2n}} \lambda_{20}^{*n}$$

$$\lambda_{20}^* = M_0^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Asosiy (1) tenglamalar sistemasida (5) formulalar bilan o'lichamsiz koordinatalarga o'tamiz, bunda (6)-(10) belgilashlarni hisobga olsak quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^{*2}}{4} [\lambda_{20}^* - \gamma_1 \varepsilon_1^* M_0^{-1}] U_{\theta,0}^* + \frac{1}{2} \left\{ \lambda_{20}^* - \frac{4}{r_1^{*2}} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{r_1^{*2}}{2} \eta_{1,0}(r_1^*) \lambda_{20}^* \right] \gamma_1 \varepsilon_1^* M_0^{-1} + \frac{r_1^{*2}}{4} \eta_{2,0}(r_1^*) \lambda_{20}^{*2} \right\} U_{\theta,1}^* = \frac{1}{\mu} M_0^{-1} f_{r\theta}^{(1)}(z, t) \\ & \frac{r_2^{*2}}{4} \left[ \lambda_{20}^* + \frac{16}{r_2^{*2}} M_0^{-1} \gamma_2 \varepsilon_2^* \right] U_{\theta,0}^* + \frac{1}{2} \left\{ \lambda_{20}^* - \frac{4}{r_2^{*2}} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{8}{r_2^{*2}} \left[ 1 - \frac{r_2^{*2}}{2} \eta_{1,0}(r_2^*) \lambda_{20}^* \right] M_0^{-1} \gamma_2 \varepsilon_2^* + \frac{r_2^{*2}}{4} \eta_{2,0}(r_2^*) \lambda_{20}^{*2} \right\} U_{\theta,1}^* = \frac{1}{\mu} M_0^{-1} f_{r\theta}^{(2)}(z, t) \end{aligned} \quad (11)$$

(11) tenglamalar sistemasidagi  $\lambda_2^*, \varepsilon_1^*$  va  $\varepsilon_2^*$  larni joyiga, ifodalarini qo'yamiz

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^{*2}}{4} \left[ M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} - \gamma_1 M_0^{-1} \left( \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^2 - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) \right] U_{\theta,0}^* + \\ & + \frac{1}{2} \left\{ M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} - \frac{4}{r_1^{*2}} - \frac{1}{2} \gamma_1 M_0^{-1} \left[ 1 - \frac{r_1^{*2}}{2} \eta_{1,0}(r_1^*) \left( M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) \right] \left( \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^2 - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) + \frac{r_1^{*2}}{4} \eta_{2,0}(r_1^*) \left( M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right)^2 \right\} U_{\theta,1}^* = 0 \\ & \frac{r_2^{*2}}{4} \left[ M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} + \frac{16}{r_2^{*2}} M_0^{-1} \gamma_2 \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \right] U_{\theta,0}^* + \frac{1}{2} \left\{ M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{4}{r_2^{*2}} + \frac{8}{r_2^{*2}} \gamma_2 M_0^{-1} \left[ 1 - \frac{r_2^{*2}}{2} \eta_{1,0}(r_2^*) \left( M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) \right] \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{r_2^{*2}}{4} \eta_{2,0}(r_2^*) \left( M_0^{-1} \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right)^2 \right\} U_{\theta,1}^* = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Olingan (12) -(13) tenglamalar sistemasining har ikkala tomonlarini qovushoq elastik operator  $M_0^2$  ga bo'lamiz. U holda quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^{*2}}{4} M_0 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} - \gamma_1 \left( \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^2 - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) \right] U_{\theta,0}^* + \\ & + \frac{1}{2} \left\{ M_0 \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} - \frac{4}{r_1^{*2}} M_0^2 - \frac{1}{2} \gamma_1 \left[ M_0 - \frac{r_1^{*2}}{2} \eta_{1,0}(r_1^*) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) \right] \left( \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right)^2 - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t^*} + U_1^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) + \frac{r_1^{*2}}{4} \eta_{2,0}(r_1^*) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right)^2 \right\} U_{\theta,1}^* = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{r_2^{*2}}{4} M_0 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} + \frac{16}{r_2^{*2}} \gamma_2 \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) \right] U_{\theta,0}^* + \frac{1}{2} \left\{ M_0 \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} - \right. \\ & - M_0^2 \frac{4}{r_2^{*2}} + \frac{8}{r_2^{*2}} \gamma_2 \left[ M_0 - \frac{r_2^{*2}}{2} \eta_{1,0} (r_2) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right) \right] \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t^*} - U_2^* \frac{\partial}{\partial z^*} \right) + \\ & \left. + \frac{r_2^{*2}}{4} \eta_{2,0} (r_2) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \right)^2 \right\} U_{\theta,1}^* = 0 \end{aligned}$$

va qulaylik uchun ushbu tenglamalar sistemasini (\*) belgisini tashlab yozamiz

$$\begin{aligned} & \frac{r_1^2}{4} M_0 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_1 \left( \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] U_{\theta,0} + \\ & + \frac{1}{2} \left\{ M_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{4}{r_1^2} M_0^2 - \frac{1}{2} \gamma_1 \left[ M_0 - \frac{r_1^2}{2} \eta_{1,0} (r_1) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 - \right. \\ & \left. - \alpha_1 \left( c_1 \frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} + \frac{r_1^2}{4} \eta_{2,0} (r_1) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^2 \Bigg\} U_{\theta,1} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{r_2^2}{4} M_0 \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{16}{r_2^2} \gamma_2 \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t} - U_2 \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] U_{\theta,0} + \frac{1}{2} \left\{ M_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \right. \\ & - M_0^2 \frac{4}{r_2^2} + \frac{8}{r_2^2} \gamma_2 \left[ M_0 - \frac{r_2^2}{2} \eta_{1,0} (r_2) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] \left( c_2 \frac{\partial}{\partial t} - U_2 \frac{\partial}{\partial z} \right) + \\ & \left. + \frac{r_2^2}{4} \eta_{2,0} (r_2) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^2 \right\} U_{\theta,1} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

U holda (14) – (16) tenglamalar sistemasini quyidagicha yozish mumkin

$$\begin{aligned} & M_0 \cdot \left[ a_{11} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_{12} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + a_{13} \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} + a_{14} \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + a_{15} \frac{\partial^3}{\partial z^3} \right] U_{\theta,0} + [b_{11} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \\ & + b_{12} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + b_{13} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{14} M_0 \frac{\partial^4}{\partial t \partial z^3} + b_{15} \frac{\partial^4}{\partial t^3 \partial z} + b_{16} M_0 \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + b_{17} \frac{\partial^3}{\partial z^3} + \\ & + b_{18} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + b_{19} \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial z} + b_{20} M_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + b_{201} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_{202} \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} + b_{23} M_0^2] U_{\theta,1} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & M_0 \cdot \left[ a_{21} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_{22} M_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + a_{23} \frac{\partial}{\partial t} + a_{24} \frac{\partial}{\partial z} \right] U_{\theta,0} + [b_{21} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \\ & + b_{22} M_0 \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + b_{23} M_0^2 \frac{\partial^4}{\partial z^4} + b_{24} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + b_{25} \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial z} + b_{26} M_0 \frac{\partial^3}{\partial t \partial z^2} + b_{27} M_0 \frac{\partial^3}{\partial z^3} + \\ & + b_{28} M_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + b_{29} M_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_{30} M_0 \frac{\partial}{\partial t} + b_{31} M_0 \frac{\partial}{\partial z} + b_{32} M_0^2] U_{\theta,1} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Olingan ana shu (16) – (17) asosiy tenglamalar sistemasining umumiy yechimlarini

$$U_{\theta,0} = \bar{U}_{\theta,0} e^{i(kz - \omega t)} \quad \text{va} \quad U_{\theta,1} = \bar{U}_{\theta,1} e^{i(kz - \omega t)}. \quad (18)$$

ko'rinishida izlaymiz. Bu yerda  $k$  - to'liq soni,  $\omega$  - tebranishlarning doiraviy chastotasi. Umumiy (18) yechimlarni (16) – (17) tenglamalar sistemasiga qo'yish quyidagi chastota tenglamalari sistemasiga olib keladi

$$(1-N_0(\omega)) \cdot [-a_{11}\omega^2 - a_{12}k^2 + a_{13}\omega k + a_{14}i\omega k^2 - a_{15}Ik^3] \bar{U}_{\theta,0} + [b_{11}\omega^4 + b_{12}k^4 + b_{13}\omega^2 k^2 + b_{14}(1-N_0(\omega))i\omega k^3 + b_{15}\omega^3 k + b_{16}(1-N_0(\omega))i\omega k^2 - b_{17}ik^3 + b_{18}i\omega^3 - b_{19}i\omega^2 k - b_{20}(1-N_0(\omega))\omega^2 - b_{201}k^2 + b_{202}\omega k + b_{23}(1-N_0(\omega))^2] \bar{U}_{\theta,1} = 0 \quad (19)$$

$$(1-N_0(\omega)) \cdot [-a_{21}\omega^2 - a_{22}(1-N_0(\omega))k^2 - a_{23}i\omega + a_{24}Ik] \bar{U}_{\theta,0} + [b_{21}\omega^4 + b_{22}(1-N_0(\omega))\omega^2 k^2 + b_{23}(1-N_0(\omega))^2 k^4 + b_{24}i\omega^3 - b_{25}i\omega^2 k + b_{26}(1-N_0(\omega))\omega k^2 i - b_{27}(1-N_0(\omega))ik^3 - b_{28}(1-N_0(\omega))\omega^2 - b_{29}(1-N_0(\omega))^2 k^2 + b_{30}(1-N_0(\omega))i\omega + b_{31}(1-N_0(\omega))ik + b_{32}(1-N_0(\omega))^2] \bar{U}_{\theta,1} = 0 \quad (20)$$

Quyidagicha belgilashlar olamiz

$$\begin{aligned} A_{11} &= (1-N_0(\omega)) \cdot [-a_{11}\omega^2 - a_{12}k^2 + a_{13}\omega k + a_{14}i\omega k^2 - a_{15}k^3] \\ A_{12} &= b_{11}\omega^4 + b_{12}k^4 + b_{13}\omega^2 k^2 + b_{14}(1-N_0(\omega))\omega k^3 + b_{15}\omega^3 k + b_{16}(1-N_0(\omega))i\omega k^2 - b_{17}ik^3 + \\ &+ b_{18}i\omega^3 - b_{19}i\omega^2 k - b_{20}(1-N_0(\omega))\omega^2 - b_{201}k^2 + b_{202}\omega k + b_{203}(1-N_0(\omega))^2 \\ A_{21} &= (1-N_0(\omega)) \cdot [-a_{21}\omega^2 - a_{22}(1-N_0(\omega))k^2 - a_{23}I\omega + a_{24}Ik] \\ A_{22} &= b_{21}\omega^4 + b_{22}(1-N_0(\omega))\omega^2 k^2 + b_{23}(1-N_0(\omega))^2 k^4 + b_{24}i\omega^3 - b_{25}i\omega^2 k + \\ &+ b_{26}(1-N_0(\omega))i\omega k^2 - b_{27}(1-N_0(\omega))ik^3 - b_{28}(1-N_0(\omega))\omega^2 - b_{29}(1-N_0(\omega))^2 k^2 + \\ &- b_{30}(1-N_0(\omega))i\omega + b_{31}(1-N_0(\omega))ik + b_{32}(1-N_0(\omega))^2 \end{aligned}$$

bu yerda

$$N_0(\omega) = \int_0^\infty f(\varsigma) e^{-i\omega\varsigma} d\varsigma$$

va u (3) qovushoq-elastiklik integral operatorining  $f(t-\tau)$  yadrosi qanday tanlanishiga bog‘liq. Ushbu yadroning quyidagi regular ko‘rinishini qabul qilamiz

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu_n}{\tau_n} e^{-\frac{t}{\tau_n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \nu_n = 1,$$

bu yerda  $\nu_n$  – jismning qovushoqlik parametrlari;  $\tau_n$  – relaksatsiya vaqtlari. U holda quyidagiga ega bo‘lamiz

$$N_0(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\nu_n (1 - i\omega\tau_n)}{(1 + i\omega^2\tau_n^2)} \quad (21)$$

### Adabiyotlar

1. R.I.Khalmuradov, and B.F.Yalgashev (2020) “Frequency analysis of longitudinal-radial vibrations of a cylindrical shell” IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 614 012087 doi:10.1088/1755-1315/614/1/012087
2. R.I.Khalmuradov and E.A.Ismoilov (2020) Nonlinear vibrations of a circular plate reinforced by ribs. IOP Conf IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 614 012071. DOI: 10.1088/1755-1315/614/1/012071
3. Кондратов Д., Кондратова Ю.Н., Могилевич Л.И., Христофорова А.В. (2016) Математическое моделирование взаимодействия двух соосных цилиндрических оболочек со слоем жидкости между ними в условиях вибрации с учетом износа оболочек. // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». Том 8, №4.

4. Han J.H., Kim Y.J., Karkoub M. (2013) Modeling of wave propagation in drill strings using vibration transfer matrix methods. // *Journal of the Acoustical Society of America*, September, no. 134 (3), pp. 1920-1931.
5. Ulitin G.M., Pettik Yu.V. (2009) Zbirnik naukovikh prats (galuzeve mashinobuduvannya, budivnitstvo) -Industrial Machine Building, Civil Engineering, Poltava. // *Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University Publ.*, no. 3 (25), vol. 2, pp. 214-218.

## ASOSIY DINAMIK MIQDORLAR

A. Axmedov<sup>1</sup>, O.Z. Bobokulova<sup>1</sup>

Sharof Rashidov nomidagi SamDU Urgut filiali

[orzigulbobokulova@gmail.com](mailto:orzigulbobokulova@gmail.com)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada mexanik sistema harakati differensial tenglamalarini yechish usullari va dinamikaning umumiy teoremlari tahlil qilingan. Murakkab tizimlar harakatini soddalashtirishda massalar markazi harakati hamda kinetik momentning o'zgarishi haqidagi teoremlarning ahamiyati yoritilgan. Shuningdek, qattiq jismning ilgarilanma va aylanma harakatlarini ifodalovchi dinamik miqdorlar hamda munosabatlar bayon etilgan.

**Kalit so'zlar:** Dinamika, mexanik sistema, differensial tenglamalar, umumiy teoremlar, massalar markazi, harakat miqdori, kinetik moment, tashqi kuchlar, qattiq jism, integrallash.

**Аннотация:** В данной статье анализируются методы решения дифференциальных уравнений движения механических систем и общие теоремы динамики. Освещена роль теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента в упрощении анализа сложных систем. Также описаны динамические величины и зависимости, характеризующие поступательное и вращательное движение твердого тела.

**Ключевые слова:** Динамика, механическая система, дифференциальные уравнения, общие теоремы, центр масс, количество движения, кинетический момент, внешние силы, твердое тело, интегрирование.

**Abstract:** This article analyzes methods for solving differential equations of mechanical system motion and general theorems of dynamics. The role of theorems regarding the motion of the center of mass and the change in angular momentum in simplifying the analysis of complex systems is highlighted. Furthermore, the dynamic quantities and relationships characterizing the translational and rotational motion of a rigid body are described.

**Keywords:** Dynamics, mechanical system, differential equations, general theorems, center of mass, momentum, angular momentum, external forces, rigid body, integration.

Dinamika masalalarini yechishda mexanik sistema harakati differensial tenglamalarining vektorli yoki koordinata o'qlaridagi ifodasidan foydalanish mumkin. Bu tenglamalarni integrallab sistema harakatining to'liq tasviri hosil qilinadi. Ammo bunday tenglamalarni integrallash masalasi, ayniqsa, tenglamalarida qo'shimcha noma'lumlar qatnashadigan moddiy nuqtalar sistemasi uchun nihoyatda murakkabdir. Shuning uchun bu usulni qo'llash har doim ham maqsadga muvofiq bo'lavermaydi.

Ko'pincha sistema har bir nuqtasining harakatini aniqlash o'rniga, mazkur sistema nuqtalarining harakatini ifodalovchi bir necha mexanik kattaliklar orasidagi munosabatlarni topishni o'zi yetarli bo'ladi. Dinamikaning umumiy teoremlari yordamida xuddi shunday munosabatlar aniqlanadi. Bu teoremlarning tatbiq etilishi masalalar yechish jarayonini birmuncha soddalashtiradi, shuningdek tenglamalar tartibini pasaytirishga yoki ularning sonini kamaytirishga, tenglamalardan ayrim noma'lum kuchlarni chiqarib tashlashga imkon beradi.

Ba'zi hollarda dinamikaning umumiy teoremlari vositasida harakat differensial tenglamalarining birinchi tartibli integrallarini olish mumkin.

Qattiq jism harakatini o'rganishda sistema dinamikasining umumiy teoremlaridan foydalaniladi. Kinematika bo'limida ko'rganimizdek, erkin qattiq jismning harakatini murakkab harakatdan iborat deb qarash mumkin. Bunday murakkab harakatni qutb uchun tanlab olingan jism ixtiyoriy nuqtasining ilgarilanma harakati (ko'chirma harakat) va qutb atrofidagi aylanma harakat (nisbiy harakat)dan tashkil topgan deb qarash mumkin.

Dinamika bo'limida qutb uchun odatda jismning massalar markazi olinadi. Shu sababli massalar markazining harakati haqidagi teoremdan foydalanib, jismning ilgarilanma harakat differensial tenglamasi tuziladi. Bu teoremani ifodalovchi tenglamaga ko'ra:

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{R}^{(e)}$$

$$\text{Bunda } \vec{Q} = \sum m_y \vec{V}_y$$

ya'ni sistema harakat miqdori,  $\vec{R}^{(e)}$  — tashqi kuchlarning bosh vektori. Sistema massalar markaziga nisbatan nisbiy harakat kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema vositasida jismning massalar markazi atrofidagi aylanma harakat differensial tenglamasi tuziladi. Bu teoremani ifodalovchi tenglama:

$$\frac{d\vec{K}_c^r}{dt} = \vec{M}_c^{(e)}$$

Bunda  $\vec{K}_c^r$  — qattiq jismning massalar markaziga nisbatan kinetik momenti:

$\vec{M}_c^{(e)}$  — tashqi kuchlarning massalar markaziga nisbatan bosh momenti

**Xulosa.** O'zgaruvchi massali qattiq jism matematik modeli yopiq shakldagi S qattiq (tashuvchi) qobiqdan iborat bo'lib, o'zida  $V(t)$  hajmli suyuq yoki dispers muhitdan (tashiluvchi jismdan (moddadan)) tashkil topgan. Qobiq sirtidagi teshiklardan uzluksiz ravishda ko'rsatilgan muhit (modda) zarrachalari oqimining ma'lum tezlikda chiqishi (yoki kirishi) natijasida tashiluvchi jism hajmida zarrachalar miqdorining o'zgarishi kuzatiladi. Agar tashiluvchi muhit (modda) suyuqlikdan iborat bo'lsa, tashuvchi jism ichidan (plastinka tipidagi yoki boshqa ko'rinishda) moslama orqali suyuqlikning erkin sirtidagi to'liqlik holat (harakat) chegaralangan.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

1. Космодемьянский А.А. Лекции по механике тел переменной массы. Ученые записки МГУ, т. 4, вып. 154, Механика, 1951. – С. 73-181.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1985. – Т.2. – 496 с.
3. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, Т. 2. – М.: Наука, 1977. – 544 с.
4. Маркеев А.П. Теоретическая механика. – М.: Наука, 1990. – 416 с.
5. Мещерский И.В. Уравнения движения точки переменной массы в общем случае. Сб. И.В. Мещерский. Работы по механике тел переменной массы. – М.-Л., Гостехиздат, 1949.
6. Новоселов В.С. Аналитическая механика систем с переменными массами. – Л.: Изд-во Ленинград. ун-та. – 1969. – 240 с.
7. Яковлев В.Ф. О движении некоторых механических систем с переменными массами // Изв. АН СССР. ОТН. Механ. и машиностр., 1963, № 5. – С. 198-202.
8. Циолковский К.Э. Промышленное освоение космоса: Сб. науч. трудов. – М.: Машиностроение, 1989. – 280 с.



# ДИНАМИКА, УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ ДВУХЗВЕННОГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

Ахматов А.А.

Навоийнский государственный университет

**Аннотация.** В данной работе рассматривается математическая модель двухзвеного робота-манипулятора, описываемая уравнениями динамики Лагранжа. Представлен переход от системы дифференциальных уравнений второго порядка к системе уравнений в пространстве состояний. Особое внимание уделено анализу фундаментальных свойств системы – наблюдаемости и управляемости – с применением математического аппарата алгебры Ли. На основе вычисления определителя матрицы управляемости и анализа структуры матрицы наблюдаемости доказано, что система является полностью управляемой и наблюдаемой. Полученные результаты могут быть использованы для синтеза алгоритмов управления нелинейными робототехническими системами.

**Ключевые слова:** двухзвенный робот-манипулятор, математическая модель, динамика, пространство состояний, скобка Ли, управляемость, наблюдаемость, нелинейная система.

**Введение.** Одной из центральных задач современной робототехники является построение точных динамических моделей для синтеза эффективных алгоритмов управления. В данной работе рассматривается математическая модель двухзвеного манипулятора, а также проводится проверка его фундаментальных свойств — наблюдаемости и управляемости.

Для описания динамики двухзвеного робота-манипулятора воспользуемся математической моделью из книги [1, 2].

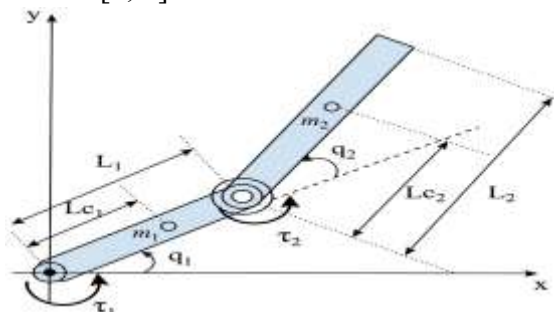


Рис. 1: Двухзвенный робот-манипулятор.

На рис. 1 представлена общая схема данного объекта. При этом приняты следующие обозначения:  $m_1$  – масса первого звена,  $m_2$  – масса второго звена,  $L_1$  – длина первого звена,  $L_2$  – длина второго звена,  $L_{c1}$  – расстояние до центра масс первого звена,  $L_{c2}$  – расстояние до центра масс второго звена,  $I_1$  – момент инерции первого звена относительно его центра масс,  $I_2$  – момент инерции второго звена относительно его центра масс,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $q_1$  – угол между первым звеном и горизонтальной плоскостью,  $q_2$  – угол между вторым звеном и продолжением первого звена,  $\tau_1$  – крутящий момент первого двигателя,  $\tau_2$  – крутящий момент второго двигателя.

Для удобства введем дополнительно пять переменных для упрощения записи уравнений динамики робота-манипулятора

$$\theta_1 = m_1 L_{c1}^2 + m_2 L_1^2 + I_1; \theta_2 = m_2 L_{c2}^2 + I_2; \theta_3 = m_2 L_1 L_{c2}; \\ \theta_4 = m_1 L_{c1} + m_2 L_1; \theta_5 = m_2 L_{c2}.$$

В стандартной форме, используемой во многих источниках, уравнение динамики робота-манипулятора имеет вид

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

где  $H(q)$  – матрица инерции,  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  – вектор центробежных и кориолисовых сил,  $g(q)$  – вектор гравитационных сил,  $\tau$  – вектор моментов двигателей

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}; \quad H(q) = \begin{bmatrix} \theta_1 + \theta_2 + 2\theta_3 \cos q_2 & \theta_2 + \theta_3 \cos q_2 \\ \theta_2 + \theta_3 \cos q_2 & \theta_2 \end{bmatrix};$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -\theta_3 \sin(q_2) \dot{q}_2 & -\theta_3 \sin(q_2) \dot{q}_2 - \theta_3 \sin(q_2) \dot{q}_1 \\ \theta_5 g \cos(q_1 + q_2) & 0 \end{bmatrix};$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} \theta_4 g \cos q_1 + \theta_5 g \cos(q_1 + q_2) \\ \theta_5 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}; \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}.$$

Для проведения анализа система двух уравнений второго порядка преобразуется в систему из четырех уравнений первого порядка путем введения вектора состояний  $x = (q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2)^T$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_1(x) + b_{11}(x)\tau_1 + b_{12}(x)\tau_2 \\ x_4 \\ f_2(x) + b_{21}(x)\tau_1 + b_{22}(x)\tau_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Перепишем систему (2) в виде

$$\dot{x} = A(x) + \sum_{j=1}^m B_j(x)u_j$$

В качестве измеряемых параметров (выходов системы) выступают обобщенные углы

$$y_1 = q_1 \text{ и } y_2 = q_2 \quad (3)$$

**Анализ наблюдаемости и управляемости.** Проверка свойств нелинейной системы проводилась с использованием аппарата алгебры Ли.

**Наблюдаемость:** Установлено, что система (2) изначально находится в каноническом виде. Матрица наблюдаемости  $W(x)$  для данной структуры является единичной, что гарантирует полную наблюдаемость системы.

**Управляемость:** Для проверки управляемости была вычислена матрица  $V(x)$ , состоящая из скобок Ли векторных полей. Анализ показал, что определитель матрицы  $\det(V(x))$  не обращается в ноль при физически возможных параметрах. Следовательно, ранг матрицы управляемости равен 4, что подтверждает полную управляемость манипулятора.

**Заключение.** Сформированная математическая модель и доказанные свойства наблюдаемости и управляемости позволяют использовать данный теоретический базис для разработки высокоточных систем автоматического управления движением робота.

#### Список литературы

1. Макаров И. М., Топчеев Ю. И. Робототехника. История и перспективы. М. : Наука, 2003. 349 с.
2. Fantoni L., Lozano R. Nonlinear Control for Underactuated Mechanical Systems. London: Springer-Verlag London Ltd., 2002. P. 301.
3. Slotine J. E., Li W. Applied nonlinear control. Prentice-Hall, Inc, 1991. P. 476.
4. Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Dynamics and Control. 2004. P. 303.

## UCH QATLAMLI KONUSSIMON QOBIQNING BO'YLAMA-RADIAL TEBRANISHLARI DIFFERENSIAL TENGLAMALARI

B.F.Yalg'ashev<sup>1</sup>, Sh.N.Isroilov<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Chirchiq pedagogika universiteti, Toshkent, O'zbekiston,

<sup>2</sup>Navoiy innovatsiyalar universiteti, Navoiy, O'zbekiston

[SHERZODISROILOV780@GMAIL.COM](mailto:SHERZODISROILOV780@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada uch qatlamli konussimon qobiqning bo'ylama-radial tebranishlari va ko'ndalang kesimdagi kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati tadqiq qilinadi. Masala harakat differensial tenglamalari va chegaraviy shartlar asosida ifodalanib yechilgan. Uch qatlamli konussimon qobiqning bo'ylama-radial tebranish tenglamalari sistemasi olingan. Olingan natijalar konstruktsiya mustahkamligi va ishonchliligini baholashda muhim ahamiyatga ega.

**Kalit so'zlar:** uch qatlamli konussimon qobiq, bo'ylama-radial tebranishlar, kuchlangan-deformatsiyalangan holat, differensial tenglamalar, Laplas almashtirishlari, chegaraviy shartlar, ko'chishlar, kuchlanishlar, deformatsiyalar, Bessel funksiyalari.

**Kirish.** Uch qatlamli konussimon qobiq konstruktsiyalari zamonaviy sanoat va muhandislik sohalarida keng qo'llanilib, yuqori mustahkamlik, yengillik hamda tebranishlarga chidamlilik xususiyatlari bilan ajralib turadi. Bunday konstruktsiyalar ko'pincha yuqori bosim, dinamik yuklama va intensiv tebranishlar ta'sirida ishlaydi. Shu sababli ularning kuchlanganlik va deformatsiyalanganlik holatini tadqiq qilish muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega. Ayniqsa, bo'ylama-radial tebranishlar natijasida qobiqning ko'ndalang kesimlari bo'ylab kuchlanishlarning notekis taqsimlanishi material qatlamlarida deformatsiyalar va strukturaviy shikastlanishlarni yuzaga keltirishi mumkin. Uch qatlamli konussimon qobiqlarning tebranish xususiyatlarini o'rganishda geometrik parametrlar, qatlam materiallarining fizik-mexanik xossalari hamda chegaraviy shartlar asosiy omillar hisoblanadi [1–3]. Ilmiy tadqiqotlarda elastik va kompozit qobiqlarning tebranish holatlari, tashqi yuklama hamda bosim ta'siri asosida matematik modellar ishlab chiqilgan [4]. Shuningdek, funksional gradientli materiallar va nano-to'ldiruvchilar bilan mustahkamlangan qatlamli qobiqlarning noxizizliq tebranishlari ham keng o'rganilgan [5–8]. Mazkur maqolada uch qatlamli konussimon qobiqning bo'ylama-radial tebranishlari hamda ko'ndalang kesimdagi kuchlangan-deformatsiyalangan holati chekli elementlar usuli asosida tahlil qilinadi. Hisoblash natijalari konstruktsiyaning ishonchliligini oshirish va xizmat muddatini uzaytirishga xizmat qiladi.

**Masalaning qo'yilishi.** Cheksiz uzunlikdagi uch qatlamli elastik konussimon qobiqdan uzunligi  $l$  ga teng bo'lgan bo'lakcha ajratib olamiz. Bu bo'lakchaga silindrik koordinatalar sistemasini joylashtiramiz. Koordinatalar boshini uch qatlamli konussimon qoniqning kichik yuzasi markaziga joylashtiramiz. Oz-o'qi uch qatlamli konussimon qobiqning o'qi bo'ylab yo'naladi [8]. Uch qatlamli konussimon qobiqning yasovchilari uning o'qi bila  $\alpha$  burchak tashkil etadi.

Uch qatlamli konussimon qobiqning bo'ylama-radial tebranishlari masalasi o'q simmetrik masala deb faraz qilinadi. Shuning uchun, uch qatlamli konussimon qobiq qatlamlari ko'ndalang kesimi nuqtalaridagi ko'chish vektorining komponentlaridan va nolga teng emas; kuchlanish tenzorining komponentlaridan  $U_r$  va  $U_z$  nolga teng emas; deformatsiya tenzorining komponentlaridan esa  $\varepsilon_{rr}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{\theta\theta}$  va  $\gamma_{rz}$  nolga teng emas. Silindrik koordinatalar sistemasida, kuchlanishlar orqali ifodalangan konussimon qobiq nuqtalarining harakat differensial tenglamalari sistemasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = \rho \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Uch qatlamli konussimon qobiq nuqtalari uchun kuchlanish va deformatsiyalar orasidagi bog‘lanish quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi [7]:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= A_{11} \frac{\partial U_r}{\partial r} + A_{12} \frac{U_r}{r} + A_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad \sigma_{\theta\theta} = A_{12} \frac{\partial U_r}{\partial r} + A_{11} \frac{U_r}{r} + A_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \\ \sigma_{zz} &= A_{13} \left( \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} \right) + A_{33} \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad \tau_{rz} = A_{44} \left( \frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right).\end{aligned}\quad (2)$$

Bu yerda,  $A_{ij}$  - elastik o‘zgarmaslar.

Uch qatlamli konussimon qobiq ixtiyoriy kesimi qatlamlari nuqtalarining bo‘ylama-radial tebranishlari uchun yozilgan (2) ifodalarni (1) harakat differensial tenglamalar sistemasiga qo‘yib, uch qatlamli konussimon qobiq nuqtalarining bo‘ylama va radial ko‘chishlariga nisbatan yozilgan quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}A_{11} \left( \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} U_r \right) + A_{44} \left( \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} \right) + (A_{13} + A_{44}) \frac{\partial^2 U_r}{\partial r \partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2}; \\ A_{44} \left( \frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) + A_{33} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + (A_{13} + A_{44}) \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \frac{\partial U_r}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}.\end{aligned}\quad (3)$$

Uch qatlamli konussimon qobiqning bo‘ylama-radial tebranishlari ichki va tashqi dinamik kuchlar ta‘sirida sodir bo‘ladi. Bu holda, uch qatlamli konussimon qobiqning ichki va tashqi sirtlarida quyidagi chegaraviy shartlar o‘rinli bo‘ladi:

$$\sigma_{rr}(r, z, t)|_{r=r_i} = f_{ri}(z, t); \quad \tau_{rz}(r, z, t)|_{r=r_i} = f_{zi}(z, t); \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Shunday qilib, uch qatlamli konussimon qobiqning bo‘ylama-radial tebranishlari masalasini yechish (3) tenglamalar sistemasini (4) chegaraviy shartlar va nolga teng boshlang‘ich shartlar bilan yechishga keltiriladi.

**Masalani yechish usuli.** Laplas integral almashtirishlaridan foydalanib, (4) tenglamalar sistemasini ko‘chish vektorining  $\tilde{U}_r$  va  $\tilde{U}_z$  komponentalari orqali ifodalaymiz. Hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasini soddalashtirib, quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\tilde{\Delta}_0 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2}; \quad \tilde{B}_1 = \frac{1}{\tilde{A}_{11}} (\tilde{A}_{13} + \tilde{A}_{44}); \quad \tilde{B}_2 = \frac{1}{\tilde{A}_{44}} (\tilde{A}_{13} + \tilde{A}_{44}); \quad (5)$$

(5) belgilashlarni hisobga olib, (4) tenglamalar sistemasining ikkinchi tenglamasini  $r$  o‘zgaruvchiga nisbatan differensiallaymiz va uni quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r + \left( \frac{\tilde{C}_{44}}{\tilde{C}_{11}} k^2 - \frac{\rho}{\tilde{C}_{11}} p^2 \right) \tilde{U}_r - k \tilde{B}_1 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} &= 0; \\ \tilde{\Delta}_0 \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} - \left( \frac{\tilde{C}_{33}}{\tilde{C}_{44}} k^2 + \frac{\rho}{\tilde{C}_{44}} p^2 \right) \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} - k \tilde{B}_2 \tilde{\Delta}_0 \tilde{U}_r &= 0;\end{aligned}\quad (6)$$

(6) tenglamalar sistemasini yechish natijasida quyidagi yechimlarni olamiz:

$$\tilde{U}_r = A_1 I_1(\alpha_1 r) + D_1 K_1(\alpha_1 r) + A_2 I_1(\alpha_2 r) + D_2 K_1(\alpha_2 r); \quad (7)$$

$$k \tilde{B}_1 \tilde{U}_z = \frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{\alpha_1} [A_1 I_0(\alpha_1 r) + D_1 K_0(\alpha_1 r)] + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{\alpha_1} [A_2 I_0(\alpha_2 r) + D_2 K_0(\alpha_2 r)]; \quad (8)$$

bu yerda,  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$  - materialning  $\tilde{A}_{ij}$  elastik o'zgarmlariga bog'liq koeffitsiyentlardir. (7) va (8) ko'chish ifodalari  $r$  radial koordinata bo'yicha darajali qatorlarga yoyiladi. So'ngra, ularni  $r = \xi$  va  $n = 0$  da  $\tilde{U}_{r,0}, \tilde{U}_{r,1}, \tilde{U}_{z,0}$  va  $\tilde{U}_{z,1}$  ga tenglashtiramiz.

(4) chegaraviy shartlardagi kuchlanishlar va tashqi kuchlar ham xuddi ko'chishlar singari almashtiriladi. Almashtirilgan kuchlanishlar uchun hosil qilingan ifodalar (4) chegaraviy shartlarga qo'yilib quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\tilde{A}_{11} \frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \tilde{A}_{12} \frac{\tilde{U}_r}{r} - k \tilde{A}_{13} \tilde{U}_z = f_{ri}(k, t); \quad \tilde{A}_{44} \left( k \tilde{U}_r + \frac{\partial \tilde{U}_z}{\partial r} \right) = f_{rzi}(k, t); \quad i = 1, 2. \quad (9)$$

(7) va (8) ifodalarni ushbu (9) tenglamalar tizimiga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} & \tilde{C}_{11} \left\{ \alpha_1 [A_1 I_0(\alpha_1 r_2) - D_1 K_0(\alpha_1 r_2)] + \alpha_2 [A_2 I_0(\alpha_2 r_2) - D_1 K_0(\alpha_2 r_2)] \right\} + \\ & + \frac{\tilde{C}_{12}}{r} [A_1 I_1(\alpha_1 r_2) + D_1 K_1(\alpha_1 r_2) + A_2 I_1(\alpha_2 r_2) + D_2 K_1(\alpha_2 r_2)] - \\ & - k \tilde{C}_{13} \left\{ \frac{\alpha_1^2 - \alpha^2}{\alpha_1 k \tilde{B}_1} [A_1 I_0(\alpha_1 r_2) - D_1 K_0(\alpha_1 r_2)] + \frac{\alpha_2^2 - \alpha^2}{\alpha_2 k \tilde{B}_1} [A_2 I_0(\alpha_2 r_2) - D_2 K_0(\alpha_2 r_2)] \right\} = \tilde{f}_r^{(2)}; \quad (10) \\ & (\alpha_1^2 - \alpha^2 + k^2 \tilde{B}_1) [A_1 I_1(\alpha_1 r_2) + D_1 K_1(\alpha_1 r_2)] + (\alpha_2^2 - \alpha^2 + k^2 \tilde{B}_1) [A_2 I_1(\alpha_2 r_2) + \\ & + D_2 K_1(\alpha_2 r_2)] = \tilde{B}_1 \tilde{C}_{44}^{-1} [k \tilde{f}_{rz}^{(2)}]; \end{aligned}$$

Ushbu (10) tenglamalar sistemasidagi,  $I_i(\alpha_1 r_2), K_i(\alpha_1 r_2), I_i(\alpha_2 r_2), K_i(\alpha_2 r_2)$  Bessel funksiyalari  $r_2$  bo'yicha,  $I_i(\alpha_1 r_1), K_i(\alpha_1 r_1), I_i(\alpha_2 r_1), K_i(\alpha_2 r_1), (i = 0, 1)$  Bessel funksiyalari esa  $r_1$  bo'yicha darajali qatorlarga yoyiladi. Hosil qilingan yoyilmalarga o'zgarmlar qiymatlarini qo'yish orqali, almashtirilgan ko'chishlarning  $\tilde{U}_{r,0}, \tilde{U}_{z,0}, \tilde{U}_{r,1}, \tilde{U}_{z,1}$  bosh qismlari uchun to'rtta algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasiga operatorlarni qo'llab va matematik soddalashtirishlarni bajarib, quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{aligned} & N_{j1} U_{z,0} + M_{j1} U_{r,0} + K_{j1} U_{z,1} + L_{j1} U_{r,1} = S_{j1} f_{ri}(z, t); \\ & N_{j2} U_{z,0} + M_{j2} U_{r,0} + K_{j2} U_{z,1} + L_{j2} U_{r,1} = S_{j2} f_{rzi}(z, t); \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2; \end{aligned} \quad (11)$$

bu yerda,  $N_{j1}, M_{j1}, K_{j1}, L_{j1}, S_{j1} (j = \overline{1, 4})$  differensial operatorlar bo'lib, ularning ko'rinishi quyidagicha. Masalan,

$$\begin{aligned} N_{j1} &= c_{j1} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + c_{j2} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + c_{j3} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + c_{j4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + c_{j5} \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \\ M_{j1} &= g_{j1} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + g_{j2} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial z^2} + g_{j3} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + g_{j4} \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial z} + g_{j5} \frac{\partial^3}{\partial z^3} + g_{j6} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + g_{j7} \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \end{aligned}$$

**Xulosa.** Ushbu (11) differensial tenglamalar sistemasini yechish orqali  $U_{r,0}, U_{z,0}, U_{r,1}$  va  $U_{z,1}$  izlanuvchi funksiyalarni aniqlash mumkin. Ular uch qatlamli konussimon qobiqning bo'ylama-radial tebranishlarini tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu izlanuvchi funksiyalar yordamida uch qatlamli konussimon qobiq ko'ndalang kesimi ixtiyoriy nuqtasidagi ko'chish va kuchlanishlarni aniqlash mumkin bo'ladi.

## ADABIYOTLAR

1. Filippov I.G., Filippov S.I., Oscillatory and wave processes in continuous compressible media. -M.: Publishing house MGSU, 2007.-430 p.
2. Khudoynazarov Kh. (2024) Longitudinal-radial vibrations of a viscoelastic cylindrical three-layer structure // Facta universitatis, Series: Mechanical Engineering, [HTTPS://DOI.ORG/10.22190/FUME231219010K](https://doi.org/10.22190/FUME231219010K)
3. Khudoynazarov, Kh., Yalgashev, B. 2021 Longitudinal vibrations of a cylindrical shell filled with a viscous compressible liquid. E3S Web of Conferences **264**, 02017. [HTTPS://DOI.ORG/10.1051/E3SCONF/202126402017](https://doi.org/10.1051/E3SCONF/202126402017)
4. Khudoynazarov Kh.Kh., Khalmuradov R.I., Yalgashev B.F. 2021 Longitudinal-radial vibrations of an elastic cylindrical shell filled with a viscous compressible liquid. *Tomsk State University. Journal of Mathematics and Mechanics.* 69, 139-154. DOI: 10.17223/19988621/69/11.
5. Kh.Khudoynazarov and Z.B.Khudoiberdiyev Unsteady vibrations of a three-layer plate with an asymmetric structure (2020) *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* **614** 012061 DOI:10.1088/1755-1315/614/1/012061
6. B.F.Yalgashev, E.A.Ismoilov, Z.B.Khudoiberdiyev. Torsional Vibrations of Layered Cylindrical Viscoelastic Shells and Rods // AIP Conference Proceedings 2637, 030023 (2022); [HTTPS://DOI.ORG/10.1063/5.0118588](https://doi.org/10.1063/5.0118588). Published Online: 20 October 2022

## IKKI PARALLEL TOMONI BIKR MAHKAMLANGAN UCH QATLAMLI PLASTINKANING BO'YLAMA TEBRANISH TENGLAMASINI SONLI YECHISH

Z.B.Xudayberdiyev<sup>1</sup>, Z.B.Suyunova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samarkand davlat universiteti, Samarkand, O'zbekistan

<sup>2</sup>Samarkand davlat arxitektura va qurilish universiteti, Samarkand, O'zbekistan  
[xudoyberdiyevz@mail.ru](mailto:xudoyberdiyevz@mail.ru)

**Annotatsiya.** Ikki parallel tomoni bikr mahkamlangan uch qatlamli plastinaning bo'ylama tebranish tenglamasi sonli usullar yordamida yechildi va ANSYS dasturi yordamida tekshiriladi. Dastlab, uch qatlamli plastinkaning bo'ylama tebranish tenglamalari va mos chegaraviy shartlar chekli ayirmalar usuli yordamida algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Hosil qilingan algebraik tenglamalar sistemasini Maple dasturi yordamida yechiladi. Olingan yechimlardan foydalanib uch qatlamli plastinkaning nuqtalarida hosil bo'ladigan ko'chishlar funksiyalari quriladi. Ko'chishlar funksiyalaridan foydalanib uch qatlamli plastinkaning qatlamlarida hosil bo'ladigan kuchlanishlar aniqlandi.

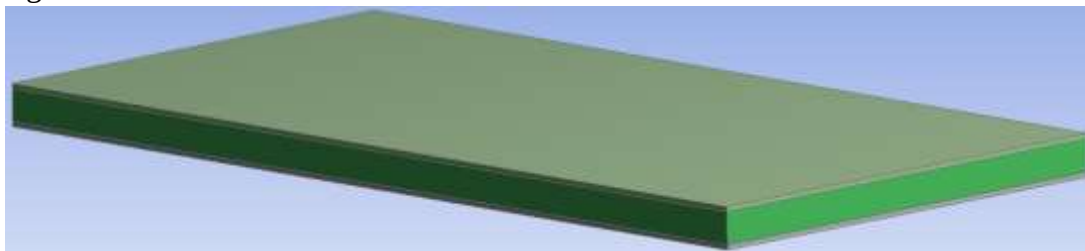
**Kalit so'zlar:** qatlam, plastinka, tashqi kuch, ko'chish, kuchlanish

**Kirish.** Zamonaviy qurilish va muhandislik amaliyotida uch qatlamli plastinkasimon konstruksiyalardan foydalanish ko'lamini tobora kengayib bormoqda. Mazkur elementlar murakkab tizim va mexanizmlarning fundamental qismi bo'lganligi bois, ulardagi kuchlanish holatlarini aniq baholash nazariy mexanikaning dolzarb vazifalaridan biri sanaladi. Shu munosabat bilan, o'tgan asrning o'rtalaridan e'tiboran ilmiy doiralarda ushbu muammolarni bartaraf etishga qaratilgan turli yondashuvlar, xususan, Zig-Zag modeli, umumlashtirilgan nazariya va E.Reissner nazariyasi [1] kabi samarali usullar ishlab chiqilgan.

Shunga qaramay, qirralari qattiq mahkamlangan plastinalarda yuzaga keladigan ko'chish va kuchlanishlarni hisoblash muammosi hamon o'zining to'liq yechimini kutmoqda. Xususan, dinamik yuklamalar ostida ikki qirrali mahkamlangan va qolgan ikki tomoni erkin bo'lgan uch qatlamli plastinalarning bo'ylama tebranishlarini tahlil qilishga doir izlanishlar yetarli darajada emas. Bu yo'nalishdagi mavjud tadqiqotlar sirasiga [2] ishlarni kiritish mumkin bo'lib, ularda tebranish tenglamalari asosan analitik usullar bilan hal etilgan. [3] manbalarda esa ushbu turdagi

plastinalarning bo'ylama va ko'ndalang tebranish modellari ishlab chiqilgan. Mazkur tadqiqotda [4] ishlaridagi nazariy tenglamalarni yechishda chekli ayirmalar usuliga asoslangan sonli yondashuv tatbiq etildi.

**Masalaning qo'yilishi.** Dekart koordinatalar sistemasida joylashgan uch qatlamli to'g'ri to'rtburchak shaklidagi elastik plastinka modelini qaraymiz (1-rasm). Plastinkaning geometrik o'lchamlari mos ravishda  $a$  va  $b$  birlikni tashkil etadi. Konstruksiyaning tuzilishiga ko'ra plastinkaning  $x=0$  va  $x=a$  parallel tamonlari biki mahkamlangan,  $y=0$  va  $y=b$  tomonlari esa erkin tayangan holatda deb qaraladi. Plastinka qatlamlarining qalinliklari quyidagicha taqsimlangan: yuqori qatlam qalinligi  $h_2$  ga teng, o'rta qatlam qalinligi  $2h_0$  ga va quyi qatlam  $h_1$  ga teng.



**1-rasm.** To'g'ri to'rtburchakli plastinka obyeksi

[13–15] manbalarda to'g'ri to'rtburchak shaklidagi uch qatlamli elastik plastinalarning bo'ylama tebranishlarini ifodalovchi tenglamalar tizimi ishlab chiqilgan. Ushbu maqolada amalga oshirilgan tahlillar aynan mazkur fundamental tenglamalar tizimiga asoslanadi.

$$\begin{aligned} N_1 \left[ \frac{\partial}{\partial x} W_0^{(0)}(x, t) \right] + K_1 [U_0^{(0)}(x, t)] &= F_1 [f_x^{(1)}(x, t)], \\ N_2 [W_0^{(0)}(x, t)] + K_2 \left[ \frac{\partial}{\partial x} U_0^{(0)}(x, t) \right] &= F_2 [f_z^{(2)}(x, t)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Mazkur tenglamalar tizimidagi  $N_1, N_2, K_1, K_2, F_1$  va  $F_2$  ko'effitsiyentlari differensial operatorlar bo'lib, ularning matematik ifodalari [13–15] manbalarda atroflicha yoritilgan. Ushbu operatorlar tarkibida to'g'ri to'rtburchak shaklidagi uch qatlamli elastik plastinkaning geometrik parametrlari hamda fizik xarakteristikalarini aks ettiruvchi ko'effitsiyentlar mavjud.

Tadqiq qilinayotgan uch qatlamli to'g'ri to'rtburchakli plastinaning  $x=0$  va  $x=a$  tamonlarida biki mahkamlanish shartlari qabul qilingan. Shunga ko'ra, mazkur chegaralar uchun quyidagi munosabatlar o'rinlidir:

$$W(0, t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} W(0, t) = 0 \quad \text{va} \quad U(0, t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} U(0, t) = 0 \quad (2)$$

$$W(a, t) = 0 \quad \text{va} \quad \frac{\partial}{\partial x} W(a, t) = 0; \quad U(a, t) = 0 \quad \text{va} \quad \frac{\partial}{\partial x} U(a, t) = 0 \quad (3)$$

Vaqtning boshlang'ich  $t=0$  momentida uch qatlamli to'g'ri to'rtburchak shaklidagi elastik plastinka muvozanat (tinch) holatida deb qaraladi. Shundan kelib chiqqan holda, izlanayotgan funksiyalar uchun boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishni oladi:

$$U(x, 0) = \frac{\partial}{\partial x} U(x, 0) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(x, 0) = 0; \quad W(x, 0) = \frac{\partial}{\partial x} W(x, 0) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, 0) = 0. \quad (4)$$

Ikki parallel yon tamonlari bo'ylab biki mahkamlangan va qolgan ikki parallel tomoni erkin tayangan uch qatlamli elastik to'g'ri to'rtburchak plastinkaning bo'ylama tebranishlari haqidagi masala (1) differensial tenglamalar sistemasni (2)–(4) chegaraviy shartlar asosida integrallashga keltirildi.

**Yechish usuli.** Ikki qarama-qarshi yon tamoni bo‘ylab bikr mahkamlangan va qolgan ikki yon tomoni erkin tayangan uch qatlamli to‘g‘ri to‘rtburchakli plastinkaning bo‘ylama tebranish masalasini hal etish maqsadida, (1) tenglamalar sistemasini hamda (2)–(4) chegaraviy va boshlang‘ich shartlarni chekli ayirmalar yordamida aproksimatsiya qilamiz. (1) differensial tenglamalar sistemasini chekli ayirmalar ko‘rinishidagi algebraik shaklga o‘tkazish natijasida quyidagi bog‘liqliklar hosil qilindi:

$$\begin{aligned} & n_{11}W_{i+1}^{j+2} + n_{12}W_{i-1}^{j+2} + n_{13}W_{i+1}^{j+1} + n_{14}W_{i-1}^{j+1} + n_{15}W_{i+1}^{j-1} + n_{16}W_{i-1}^{j-1} + n_{17}W_{i+1}^j + n_{18}W_{i-1}^j + n_{19}W_{i+1}^{j-2} + \\ & + n_{110}W_{i-1}^{j-2} + n_{111}W_{i+2}^{j+1} + n_{112}W_{i+2}^j + n_{113}W_{i+2}^{j-1} + n_{114}W_{i-2}^{j+1} + n_{115}W_{i-2}^j + n_{116}W_{i-2}^{j-1} + n_{117}W_{i+3}^j + \\ & + n_{118}W_{i-3}^j + k_{11}U_i^{j+2} + k_{12}U_i^{j+1} + k_{13}U_i^{j-1} + k_{14}U_i^j + k_{15}U_i^{j-2} + k_{16}U_{i+1}^{j+1} + k_{17}U_{i-1}^{j+1} + k_{18}U_{i+1}^j + \\ & + k_{19}U_{i-1}^j + k_{110}U_{i+1}^{j-1} + k_{111}U_{i-1}^{j-1} + k_{112}U_{i+2}^j + k_{113}U_{i-2}^j = d_{11}\tilde{f}_i^{j+2} + d_{12}\tilde{f}_i^{j+1} + d_{13}\tilde{f}_i^{j-1} + d_{14}\tilde{f}_i^j + \\ & + d_{15}\tilde{f}_i^{j-2} + d_{16}\tilde{f}_{i+1}^{j+1} + d_{17}\tilde{f}_{i-1}^{j+1} + d_{18}\tilde{f}_{i+1}^j + d_{19}\tilde{f}_{i-1}^j + d_{110}\tilde{f}_{i+1}^{j-1} + d_{111}\tilde{f}_{i-1}^{j-1} + d_{112}\tilde{f}_{i+2}^j + d_{113}\tilde{f}_{i-2}^j; \quad (5) \\ & n_{21}W_i^{j+2} + n_{22}W_i^{j+1} + n_{23}W_i^{j-1} + n_{24}W_i^j + n_{25}W_i^{j-2} + n_{26}W_{i+1}^{j+1} + n_{27}W_{i-1}^{j+1} + n_{28}W_{i+1}^j + \\ & + n_{29}W_{i-1}^j + n_{210}W_{i+1}^{j-1} + n_{211}W_{i-1}^{j-1} + n_{212}W_{i+2}^j + n_{213}W_{i-2}^j + k_{21}U_{i+1}^{j+2} + k_{22}U_{i-1}^{j+2} + k_{23}U_{i+1}^{j+1} + \\ & + k_{24}U_{i-1}^{j+1} + k_{25}U_{i+1}^{j-1} + k_{26}U_{i-1}^{j-1} + k_{27}U_{i+1}^j + k_{28}U_{i-1}^j + k_{29}U_{i+1}^{j-2} + k_{210}U_{i-1}^{j-2} + k_{211}U_{i+2}^{j+1} + k_{212}U_{i-2}^j + \\ & + k_{213}U_{i+2}^{j-1} + k_{214}U_{i-2}^{j+1} + k_{215}U_{i-2}^j + k_{216}U_{i-2}^{j-1} = d_{21}\tilde{f}_i^{j+2} + d_{22}\tilde{f}_i^{j+1} + d_{23}\tilde{f}_i^{j-1} + d_{24}\tilde{f}_i^j + d_{25}\tilde{f}_i^{j-2} + \\ & + d_{26}\tilde{f}_{i+1}^{j+1} + d_{27}\tilde{f}_{i-1}^{j+1} + d_{28}\tilde{f}_{i+1}^j + d_{29}\tilde{f}_{i-1}^j + d_{210}\tilde{f}_{i+1}^{j-1} + d_{211}\tilde{f}_{i-1}^{j-1} + d_{212}\tilde{f}_{i+2}^j + d_{213}\tilde{f}_{i-2}^j; \end{aligned}$$

Masalaning matematik modelini to‘liqligini ta‘minlash maqsadida quyidagi boshlang‘ich shartlar o‘rnatildi:

$$U_i^0 = 0; U_i^1 = U_i^0; U_i^{-1} = -U_i^1; W_i^0 = 0; W_i^1 = W_i^0; W_i^{-1} = -W_i^1. \quad (6)$$

Chegaraviy shartlardan quyidagilar olinadi:

$$U_0^j = 0; U_1^j = U_0^j; W_0^j = 0; W_1^j = W_0^j. \quad (7)$$

Shunday qilib, ikki qarama-qarshi tomoni bikr mahkamlangan va boshqa ikki qarama-qarshi tomoni erkin tayangan uch qatlamli elastik to‘g‘ri to‘rtburchakli plastinkaning bo‘ylama tebranish tenglamasini yechish uchun (6) va (7) shartlarni hisobga olgan holda (5) tenglamani yechish zarur.

Amaliy masala yechish uchun uch qatlamli elastik to‘g‘ri to‘rtburchakli plastinkaning o‘lchamlari quyidagicha kiritamiz: uzunligi 1.2 metr, birinchi va ikkinchi tashqi qatlamlarning qalinliklar esa 0.006 metrga teng. O‘rta qatlamning qalinligi 0.04 metrga teng. Uch qatlamli plastinkaning o‘rta qatlami polimer, tashqi qatlamlari esa alyuminiy deb qabul qilinadi. Polimer material uchun elastiklik moduli  $0.165 \cdot 10^9 Pa$  va Puasson koeffitsiyenti 0.03125 ga teng. Alyuminiy uchun elastiklik moduli  $69 \cdot 10^9 Pa$  va Puasson koeffitsiyenti 0.33 ga teng. Polimer material zichligi  $30 kg/m^3$  ga, alyuminiy zichligi esa  $2700 kg/m^3$  ga teng. Uch qatlamli plastinka yuzasiga bo‘ylama yo‘nalishda  $60 N$  kuch ta’sir etadi.

Amaliy masalada berilgan qiymatlardan foydalanib hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasini Maple dasturi yordamida yechamiz. Olingan yechimlardan foydalanib uch qatlamli plastinka o‘rta qatlami  $y/2$  ko‘ndalang kesimi nuqtalarida yuzaga keladigan bo‘ylama va ko‘ndalang ko‘chishlarning qiymatlarini topamiz. Chekli ayirmalar usulida olingan yechimning to‘g‘riligini tekshirish uchun ANSYS dasturi yordamida ham uch qatlamli plastinka o‘rta qatlami nuqtalarida hosil bo‘ladigan ko‘chishlarni hisoblaymiz. Ikki usulda olingan yechimlarni taqqoslash 1-jadvalda keltirilgan.

|          |
|----------|
| 1-jadval |
|----------|



| Ikki qarama-qarshi yon tamoni bikr mahkamlangan uch qatlamli to'g'ri to'rtburchakli plastinka nuqtalari $W$ ko'chishini taqqoslash jadvali |                        |                        | Ikki qarama-qarshi yon tamoni bikr mahkamlangan uch qatlamli to'g'ri to'rtburchakli plastinka nuqtalari $U$ ko'chishini taqqoslash jadvali |                        |                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|
| $x$ koordinata                                                                                                                             | ANSYS                  | Chekli ayirmalar usuli | $x$ koordinata                                                                                                                             | ANSYS                  | Chekli ayirmalar usuli |
| 0                                                                                                                                          | 0                      | 0                      | 0                                                                                                                                          | 0                      | 0                      |
| 0.1                                                                                                                                        | $0.2151 \cdot 10^{-5}$ | $0.2430 \cdot 10^{-5}$ | 0.1                                                                                                                                        | $0.1123 \cdot 10^{-7}$ | $0.1572 \cdot 10^{-7}$ |
| 0.2                                                                                                                                        | $0.8606 \cdot 10^{-5}$ | $0.9718 \cdot 10^{-5}$ | 0.2                                                                                                                                        | $0.1352 \cdot 10^{-7}$ | $0.1892 \cdot 10^{-7}$ |
| 0.3                                                                                                                                        | $1.0758 \cdot 10^{-4}$ | $1.2156 \cdot 10^{-4}$ | 0.3                                                                                                                                        | $0.1472 \cdot 10^{-6}$ | $0.2060 \cdot 10^{-6}$ |
| 0.4                                                                                                                                        | $1.5061 \cdot 10^{-4}$ | $1.7019 \cdot 10^{-4}$ | 0.4                                                                                                                                        | $0.2134 \cdot 10^{-6}$ | $0.2987 \cdot 10^{-6}$ |
| 0.5                                                                                                                                        | $1.7213 \cdot 10^{-4}$ | $1.9454 \cdot 10^{-4}$ | 0.5                                                                                                                                        | $0.3546 \cdot 10^{-6}$ | $0.4964 \cdot 10^{-6}$ |
| 0.6                                                                                                                                        | $1.9365 \cdot 10^{-4}$ | $2.1883 \cdot 10^{-4}$ | 0.6                                                                                                                                        | $0.5172 \cdot 10^{-6}$ | $0.7240 \cdot 10^{-6}$ |
| 0.7                                                                                                                                        | $1.7213 \cdot 10^{-4}$ | $1.9454 \cdot 10^{-4}$ | 0.7                                                                                                                                        | $0.3546 \cdot 10^{-6}$ | $0.4964 \cdot 10^{-6}$ |
| 0.8                                                                                                                                        | $1.5061 \cdot 10^{-4}$ | $1.7019 \cdot 10^{-4}$ | 0.8                                                                                                                                        | $0.2134 \cdot 10^{-6}$ | $0.2987 \cdot 10^{-6}$ |
| 0.9                                                                                                                                        | $1.0758 \cdot 10^{-4}$ | $1.2156 \cdot 10^{-4}$ | 0.9                                                                                                                                        | $0.1472 \cdot 10^{-6}$ | $0.2060 \cdot 10^{-6}$ |
| 1                                                                                                                                          | $0.8606 \cdot 10^{-5}$ | $0.9718 \cdot 10^{-5}$ | 1                                                                                                                                          | $0.1352 \cdot 10^{-7}$ | $0.1892 \cdot 10^{-7}$ |
| 1.1                                                                                                                                        | $0.2151 \cdot 10^{-5}$ | $0.2430 \cdot 10^{-5}$ | 1.1                                                                                                                                        | $0.1123 \cdot 10^{-7}$ | $0.1572 \cdot 10^{-7}$ |
| 1.2                                                                                                                                        | 0                      | 0                      | 1.2                                                                                                                                        | 0                      | 0                      |

**Xulosa.** 1-jadvaldan ko'rinadiki chekli ayirmalar usuli yordamida olingan yechim ANSYS dasturi yordamida olingan yechim bilan deyarli farq qilmaydi. Agar o'rtadagi farqni foizlarda hisoblaydigan bo'lsak chekli ayirmalar usulida olingan  $W$  ko'chish vektori komponentasining qiymati ANSYS dasturi yordamida olingan qiymatidan 11 % ga farq qiladi.  $U$  ko'chish vektori komponentasining qiymati esa ANSYS dasturi yordamida olingan qiymatidan 13 % ga farq qiladi. Bu holat olingan yechimning to'g'riligini tasdiqlaydi.

#### ADABIYOTLAR

1. Filippov I.G., Filippov S.I., Oscillatory and wave processes in continuous compressible media. -M.: Publishing house MGSU, 2007.-430 p.
2. Kh.Kh.Khudonazarov and Sh.R.Yaxshiboyev The Mathematical Model of Transverse Vibrations of the Three-Layer Plate (2020) *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* **614** 012062. DOI: [10.1088/1755-1315/614/1/012062](https://doi.org/10.1088/1755-1315/614/1/012062).
3. Kh.Khudonazarov and Z.B.Khudoyberdiyev Unsteady vibrations of a three-layer plate with an asymmetric structure (2020) *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* **614** 012061
4. Zokir Khudoyberdiyev, Amirbek Begjanov, Sherzod Yakhshiboyev, Rashid Usanov, Nozima Rakhmatullayeva Solving the Bending Equation of a Rectangular Plate Using the Finite Difference Method // AIP Conference Proceedings 3405, 350001 (2026) [HTTPS://DOI.ORG/10.1063/12.0043305](https://doi.org/10.1063/12.0043305)

#### ELASTIK ASOSGA O'RNATILGAN STERJEN BIKRLIGINI ANIQLASH

**A.I.Kushanov<sup>1</sup>, Z.B.Xudayberdiyev<sup>2</sup>, Sh.M.Xudayberdiyeva<sup>3</sup>**

<sup>1,2</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, O'zbekiston

<sup>3</sup>Mirzo Ulug'bek nomidagi Samarqand davlat arxitektura qurilish universiteti, O'zbekiston

[KUSHANOVALISHER@GMAIL.COM](mailto:kushanov.alisher@gmail.com)

**Annotatsiya.** Mazkur ishda vertikal holatda joylashgan va pastki uchi bikr mahkamlangan sterjenning dinamik xossalari tadqiq etiladi. Xususan, uch xil yuklanish holati ko'rib chiqilgan: birinchi holatda sterjenning yuqori nuqtasiga bitta m massali yuk joylashtirilgan; ikkinchi holatda sterjenning ikki turli nuqtasiga teng m massali yuklar o'rnatilgan; uchinchi holatda esa sterjenning uchta nuqtasiga uchta m massali yuk birlashtirilgan. Har bir holat uchun sistemaning tebranish davrlari eksperimental usulda aniqlanib, natijalar olingan. Olingan natijalar asosida tegishli ilmiy xulosalar chiqarilgan.

**Kalit so'zlar:** sterjen, yuk, datchik, egilish, grafik, elastiklik kuchi

**Kirish.** Bugungi kunda muhandislik amaliyotida konstruksiyalarning dinamik holatini chuqur o'rganish, ularning tebranish xususiyatlarini aniqlash hamda tashqi kuchlar ta'sirida yuzaga keladigan rezonans hodisalarini oldindan baholash muhim ahamiyat kasb etadi. Mashinasozlik va qurilishda qo'llaniladigan elementlarning ishonchli va barqaror ishlashi ko'p jihatdan ularning tebranishlariga bog'liq [1–3]. Shu sababli sterjen ko'rinishidagi konstruksiya elementlarining erkin va majburiy tebranishlarini kompleks tarzda tadqiq etish dolzarb ilmiy masalalardan biri hisoblanadi. Bir uchi bika qistirib mahkamlangan vertikal sterjen ko'rinishidagi konstruksiyalar amaliyotda keng qo'llaniladi [4]. Ayniqsa, sterjenga turli nuqtalarida joylashtirilgan yuklanishlarning konstruksiya tebranish parametrlariga ta'sirini o'rganish alohida ilmiy qiziqish uyg'otadi. Tashqi davriy kuchlar ta'sirida bunday konstruksiyalarda majburiy tebranishlar yuzaga keladi va agar qo'zg'atuvchi kuch chastotasi konstruksiyaning xususiy tebranish chastotasiga yaqinlashsa yoki tenglashsa, rezonans hodisasi kuzatiladi [5]. Bu esa konstruksiyada ortiqcha deformatsiyalar va mexanik zo'riqishlarga olib kelishi mumkin. Mazkur ishda vertikal joylashgan, pastki uchi bika mahkamlangan sterjenning turli yuklanish holatlari ko'rib chiqiladi. Xususan, sterjenning yuqori uchiga bitta massali yuk qo'yilgan, ikki nuqtasiga ikkita teng massali yuklar joylashtirilgan hamda uchta nuqtasiga uchta massali yuklar o'rnatilgan holatlar tahlil qilinadi [6–8].

**Masalaning qo'yilishi.** Uzunligi 60 sm bo'lgan bir jinsli sterjenning pastki uchidan 8 sm qismi elastik asosga mahkamlangan. Natijada elastik asosning yuqori sirti bilan sterjenning erkin yuqori uchi orasidagi masofa 52 sm ni tashkil etadi. Sterjen bo'ylab ma'lum nuqtalarga bir xil parametrlilik yuklar o'rnatiladi. Har bir yukning massasi  $m = 1920 \text{ gram}$  bo'lib, diametri 6.6 sm va qalinligi 3.3 sm ga teng silindrik jismdan iborat.

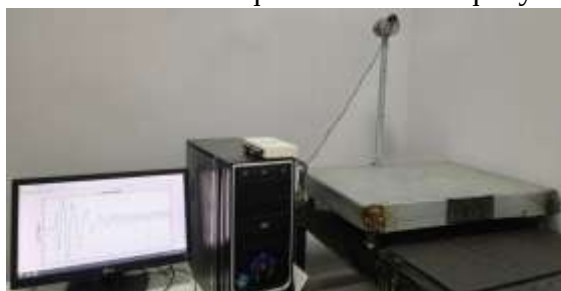
Quyidagi uchta hol qaraladi:

Birinchi holat: Sterjenning yuqori uchidan 2.5 sm pastdagi nuqtaga bitta yuk o'rnatilgan.

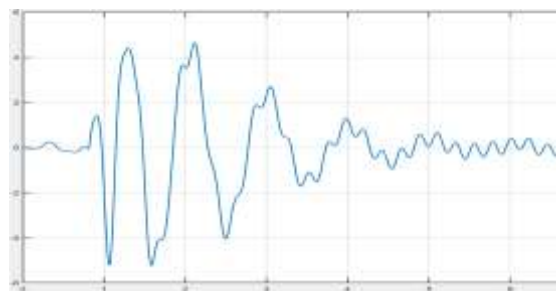
Ikkinchi holat: Sterjenning yuqori uchidan 2.5 sm va 20 sm pastdagi nuqtalarga ikkita bir xil yuk o'rnatilgan.

Uchinchi holat: Sterjenning yuqori uchidan 2.5 sm, 20 sm va 40 sm pastdagi nuqtalarga uchta bir xil yuk o'rnatilgan.

Elastik asosga gorizontaal yo'nalishga nisbatan  $26^\circ$  burchak ostida yo'naltirilgan tashqi zarb kuchi ta'sir qiladi. Ushbu kuch ta'sirida sistema majburiy tebranma harakatga keladi. Yuqoridagi uchta hol uchun yuklar bilan yuklangan sterjen sistemasining majburiy tebranish chastotasi va tebranish davrini aniqlash masalasini qaraymiz.



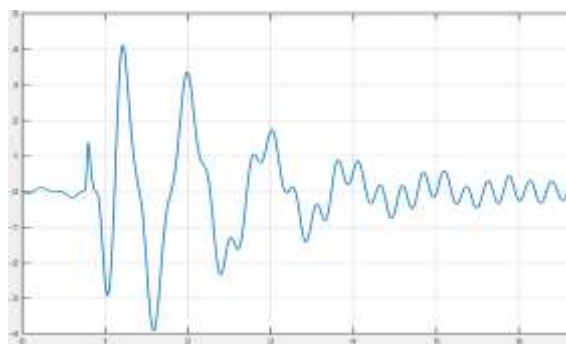
1-rasm. 1-tadqiqot ob'yekti



2-rasm. 1-yukning tebranishi



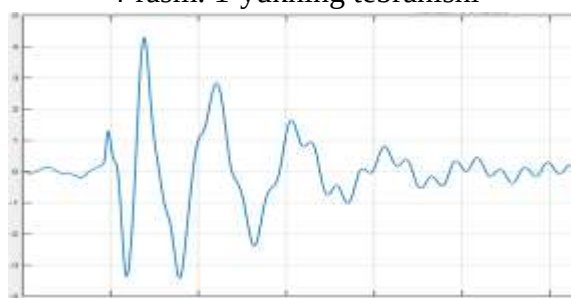
3-rasm. 2-tadqiqot ob'yekti



4-rasm. 1-yukning tebranishi



5-rasm. 3-tadqiqot ob'yekti



6-rasm. 1-yukning tebranishi

Birinchi holatda yuk 1-rasmdagidek sterjenning yuqori uchidan 2.5 sm pastdagi nuqtaga joylashtirilgan. 2-rasmda 1-rasmdagi yukning tebranish shakli keltirilgan. Shakldan ko'rinadiki birinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 1.29 sekund, ikkinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 2.11 sekund va uchinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 3.04 sekund. Uchinchi va birinchi cho'qqilardagi vaqtning ayirmasining yarmidan kelib chiqib o'rtacha tebranish davri 0.87 sekund ekan deyishimiz mumkin.

Ikkinchi holatda yuklar 2-rasmdagidek sterjenning yuqori uchidan 2.5 sm va 20 sm pastdagi nuqtalarga joylashtiriladi. Bu holatda birinchi yukning tebranish shakli 4-rasmda keltirilgan. Bunda birinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 1.21 sekund, ikkinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 1.99 sekund va uchinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 3.01 sekund. Uchinchi va birinchi cho'qqilardagi vaqtning ayirmasining yarmidan kelib chiqib o'rtacha tebranish davri 0.90 sekund ekanligini ko'ramiz.

Uchinchi holatda yuklar 5-rasmdagidek sterjenning yuqori uchidan 2.5 sm, 20 sm va 40 sm pastdagi nuqtalarga joylashtiriladi. Bu holatda esa birinchi yukning tebranish shakli 6-rasmda keltirilgan. Bunda birinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 1.37 sekund, ikkinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 2.2 sekund va uchinchi cho'qqidagi vaqtning qiymati 3.28 sekund ekan. Uchinchi va birinchi cho'qqilardagi vaqtning ayirmasining yarmidan kelib chiqib o'rtacha tebranish davri 0.95 sekund ekan deyishimiz mumkin bo'ladi.

**Natijalar taxlili.** Tajriba natijalaridan ko'rinadiki, sterjenga joylashtirilgan yuklar sonining ortishi sistemaning dinamik parametrlariga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Xususan, yuklar soni ortishi bilan tebranish davrining qiymati ham ortib borgan. Olingan eksperimental natijalar quyidagi jadvalda keltirilgan.

| Holat   | Yuklar soni | Tebranish davri $T, s$ | Tebranish chastotasi |
|---------|-------------|------------------------|----------------------|
| 1-holat | 1 ta        | 0.87                   | 1.15                 |
| 2-holat | 2 ta        | 0.90                   | 1.11                 |
| 3-holat | 3 ta        | 0.95                   | 1.05                 |

Jadvaldan ko'rinadiki, yuklar soni ortishi natijasida sistemaning tebranish chastotasi kamayib borgan. Bu holat mexanik sistemalar nazariyasiga to'liq mos keladi. Chunki sistemaga qo'shimcha massa biriktirilganda uning inertsia xossalari ortadi va natijada sistema sekinroq tebranadi.

Bizga ma'lumki tebranish davri  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  formula yordamida hisoblanadi. Ushbu

formuladan ko'rinadiki, massa ortishi bilan tebranish davri ortadi. Tajribada aynan shu holat kuzatildi. Demak, olingan eksperimental natijalar nazariy qonuniyatlarni tasdiqlaydi. Shuningdek, yuklarning sterjen bo'ylab joylashuv nuqtasi ham tebranish xarakteriga ta'sir ko'rsatadi. Yuk yuqori qismga yaqin joylashganda sterjenning egilish amplitudasi kattaroq bo'ladi. Chunki konsol sterjenning yuqori qismi pastki qismga nisbatan ko'proq elastik deformatsiyaga uchraydi. Yuklar soni ortishi bilan sterjenning umumiy egilishi ham ortib boradi va bu sistema bikrligini kamaytiruvchi omil sifatida namoyon bo'ladi.

Tashqi zarb kuchining elastik asosga  $26^\circ$  burchak ostida ta'sir qilishi natijasida sistemada majburiy tebranishlar yuzaga keladi. Tebranish amplitudasining vaqt bo'yicha o'zgarishi grafiklarda yaqqol kuzatildi. Tajribalar davomida rezonans holatiga yaqinlashish belgilari ham qayd etildi. Bu esa tashqi kuch chastotasi bilan sistemaning xususiy chastotasi o'zaro yaqinlashganda amplitudaning ortishini ko'rsatadi.

**Xulosa.** Mazkur ishda elastik asosga mahkamlangan vertikal sterjenning turli yuklanish holatlaridagi dinamik xossalari eksperimental usulda tadqiq qilindi. Tadqiqot davomida sterjenning bir, ikki va uchta yuk bilan yuklangan holatlari ko'rib chiqildi hamda har bir holat uchun tebranish davri va chastotasi aniqlandi. Olingan natijalar asosida quyidagi xulosalarga kelindi: sterjenga biriktirilgan yuklar soni ortishi bilan sistemaning tebranish davri ortadi. Yuk massasining ortishi sistemaning xususiy tebranish chastotasini kamaytiradi. Yuklarning sterjen bo'ylab joylashuv nuqtalari sistema egilishiga va tebranish amplitudasiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Eksperimental natijalar mexanik tebranishlarning nazariy formulalari bilan mos kelishi aniqlandi. Elastik asosga ta'sir etuvchi tashqi davriy kuch rezonans hodisasini yuzaga keltirishi mumkinligi kuzatildi. Mazkur tadqiqot natijalari elastik asosli konstruksiyalarning dinamik holatini baholashda, mashinasozlik va qurilish konstruksiyalarini loyihalashda hamda rezonans hodisalarining oldini olishda amaliy ahamiyatga ega.

#### Adabiyotlar

1. Timoshenko S.P. Vibration Problems in Engineering. — New York: Wiley, 1974.
2. Den Hartog J.P. Mechanical Vibrations. — McGraw-Hill, 1985.
3. Rao S.S. Mechanical Vibrations. — Pearson Education, 2011.
4. Volmir A.S. Uprugie plastinki i obolochki. — Moskva: Nauka, 1972.
5. Landau L.D., Lifshitz E.M. Theory of Elasticity. — Pergamon Press, 1986.
6. Bolotin V.V. Dinamika konstruksiy. — Moskva: Mashinostroenie, 1984.
7. Clough R.W., Penzien J. Dynamics of Structures. — McGraw-Hill, 1993.
8. Chopra A.K. Dynamics of Structures. — Prentice Hall, 2012.
9. Askar Khasanov, Zokir Khudoyberdiyev, Alisher Kushanov, Jakhongir Khasanov Forced Vibrations of a Rod Mounted on an Elastic Base // AIP Conference Proceedings 3405, 640001 (2026) <https://doi.org/10.1063/1.20043287>

## IKKI O'LCHOVLI IZOTROP TERMOELASTIK JISMLARNI KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISH

<sup>1</sup>D.E.Abduraimov, <sup>2</sup>I.I.Ummatqulov, <sup>3</sup>E.X.Xasanov

<sup>1</sup>Guliston davlat universiteti, Axborot texnologiyalari kafedrasida katta o'qituvchisi,

<sup>2</sup>Guliston davlat universiteti, I-bosqich tayanch doktoranti, Guliston shaxri

<sup>3</sup>Guliston davlat pedagogika instituti, I-bosqich tayanch doktoranti, Guliston shaxri

E-mail: [ABDURAIMOVDOSTONBEK1990@GMAIL.COM](mailto:ABDURAIMOVDOSTONBEK1990@GMAIL.COM)

**Annotatsiya:** Mazkur maqolada ikki o'lchovli izotrop termoelastik jismlarni kompyuterli modellashtirish masalasi qarang. Termoelastik tenglamalar chekli ayirmali sxemalar asosida sonli yechilib, MAPLE 7.0 dasturi yordamida deformatsiya va temperatura maydonlarining vizual natijalari olingan. Tadqiqotda issiqlik va mexanik jarayonlarning o'zaro bog'liqligi tahlil qilingan.

**Kalit so'zlar:** Termoelastiklik, izotrop jism, kompyuterli modellashtirish, chekli ayirmali sxema, issiqlik o'tkazuvchanlik, dinamik masala, sonli yechim, MAPLE 7.0.

Ikki o'lchovli izotrop jismlarda termoelastik jarayonlarni kompyuterli modellashtirish masalalari zamonaviy matematik fizikaning muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Ushbu yo'nalishda issiqlik tarqalishi va deformatsiya jarayonlarining o'zaro bog'liqligi o'rganiladi. Termoelastiklik nazariyasi umimlashgan issiqlik o'tkazuvchanlik hamda temperaturaviy kuchlanishlar nazariyasini o'z ichiga olib, qattiq jismlarda issiqlik va mexanik ta'sirlarning birgalikdagi holatini tavsiflaydi. Ikki o'lchovli izotrop jismlarda deformatsiya natijasida hosil bo'ladigan temperatura maydonining o'zgarishi, shuningdek issiqlik energiyasining fazoda tarqalishi muhim ahamiyatga ega. Matematik modelning murakkabligiga qaramasdan, kompyuterli modellashtirish usullari termoelastik jarayonlarni chuqur tahlil qilish imkonini beradi. Ayniqsa, sonli usullar yordamida qattiq jismlarning deformatsiyalanishi va temperaturaning vaqt bo'yicha o'zgarishi samarali tadqiq qilinadi.

Termoelastik masalalar odatda bog'liq va bog'liq bo'lmagan chegaraviy masalalarga ajratiladi. Bog'liq termoelastik masalalarda harakat tenglamalari issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamalari bilan birgalikda qaraladi. Bunda temperatura va uning hosilalari harakat tenglamalarida qatnashsa, deformatsiya komponentalari issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasiga noma'lum funksiyalar sifatida kiradi. Shu sababli, bunday masalalarni analitik usulda yechish murakkab bo'lib, chekli ayirmali sxemalar va kompyuterli hisoblash algoritmlaridan foydalanish dolzarb hisoblanadi. Termoelastiklik nazariyasida izotrop qattiq jism termodinamik sistema sifatida qaraladi va uning fizik xossalari elastiklik nazariyasi qonunlariga bo'ysunadi. Sistema temperaturasi tashqi muhit bilan issiqlik almashinuvi yoki deformatsiya jarayonlari natijasida o'zgaradi. Temperatura va deformatsiya orasidagi bog'lanish termodinamika qonunlari asosida aniqlanadi hamda matematik modellar orqali ifodalanadi. Zamonaviy kompyuter texnologiyalari va matematik paketlar yordamida termoelastik jarayonlarning sonli modellarini yaratish, ularning vizual tasvirlarini olish hamda fizik jarayonlarni chuqur tahlil qilish imkoniyati kengaymoqda.

Quyida izotrop jismlar uchun termoelastik dinamik bog'liq masalaning matematik modeli va bu modelni sonli yechish qaraladi. Izotrop jismlar uchun bog'liq dinamik masalasi ikki o'lchovli holda harakat tenglamalari quyidagicha:

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T\frac{\partial T}{\partial x} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T\frac{\partial T}{\partial y} = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

Izotrop jismlar uchun issiqlik tarqalishi tenglamasi

$$\lambda_0 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - c_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} \right) = 0 \quad (3)$$

bu tenglama uchun boshlang'ich shartlar quyidagicha

$$u(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_1, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \psi_1, \quad v(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_2, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = \psi_2, \quad T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 \quad (4)$$

va chegaraviy shartlar quyidagicha

$$\begin{aligned} u(x, y, t)|_{x=0} &= u_0; \quad u(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{u}_0; \quad u(x, y, t)|_{y=0} = u'_0; \quad u(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{u}'_0 \\ v(x, y, t)|_{x=0} &= v_0; \quad v(x, y, t)|_{x=\ell_1} = \bar{v}_0; \quad v(x, y, t)|_{y=0} = v'_0; \quad v(x, y, t)|_{y=\ell_2} = \bar{v}'_0 \\ T(x, y, t)|_{x=0} &= T_1(t); \quad T(x, y, t)|_{x=\ell_1} = T_2(t); \quad T(x, y, t)|_{y=0} = T'_1(t); \quad T(x, y, t)|_{y=\ell_2} = T'_2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Bu yerda  $\lambda, \mu$  –Lame koefitsiyentlari,  $\lambda_0$  – issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsiyenti,  $\alpha_T$  – issiqlik kengayish koefitsiyenti,  $c_\varepsilon$  – o'zgaras temperaturadagi issiqlik sig'imi,  $\rho$  – zichligi.  $t \geq 0, 0 \leq x \leq \ell_1, 0 \leq y \leq \ell_2$  da 3 ta  $x = ih_1 (i = \overline{0, n}), y = jh_2 (j = \overline{0, n}), t = k\tau$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) to'g'ri chiziqlar oilasini qurib (1)-(3) tenglamalarni turli munosabatlarda ularning hosilalariga almashtiramiz.

$$(\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k + v_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} \quad (6)$$

$$- (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2h_1} = \rho \frac{u_{i,j}^{k+1} - 2u_{i,j}^k + u_{i,j}^{k-1}}{\tau^2}$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} \quad (7)$$

$$- (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h_2} = \rho \frac{v_{i,j}^{k+1} - 2v_{i,j}^k + v_{i,j}^{k-1}}{\tau^2}$$

$$\lambda_0 \left( \frac{T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h_2^2} \right) - C_\varepsilon \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k}{\tau} - \quad (8)$$

$$(3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0 \left( \frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i-1,j}^{k+1} - u_{i+1,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j-1}^{k+1} - v_{i,j+1}^{k-1} + v_{i,j-1}^{k-1}}{4h_2\tau} \right) = 0$$

Yuqoridagi (6)-(8) tenglamalardan mos ravishda  $u_{i,j}^{k+1}, v_{i,j}^{k+1}, T_{i,j}^{k+1}$  larni topamiz.

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{k+1} &= \frac{\tau^2}{\rho} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \right. \\ &\quad \left. + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k + v_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{T_{i+1,j}^k - T_{i-1,j}^k}{2h_1} \right) + 2u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} v_{i,j}^{k+1} &= \frac{\tau^2}{\rho} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i,j-1}^k}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \right. \\ &\quad \left. + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k + u_{i-1,j-1}^k}{4h_1h_2} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h_2} \right) + 2v_{i,j}^k - v_{i,j}^{k-1} \end{aligned} \quad (10)$$



$$T_{i,j}^{k+1} = \frac{\tau}{C_\varepsilon} \left( \lambda_0 \left( \frac{T_{i+1,j}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i-1,j}^k}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h_2^2} \right) - \right. \\ \left. - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0 \left( \frac{u_{i+1,j}^{k+1} - u_{i-1,j}^{k+1} - u_{i+1,j}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1}}{4h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^{k+1} - v_{i,j-1}^{k+1} - v_{i,j+1}^{k-1} + v_{i,j-1}^{k-1}}{4h_2\tau} \right) + T_{i,j}^k \right) \quad (11)$$

(9)-(11) tenglamalar  $t^{k+1}$  qatlamda  $u(x,y,t), v(x,y,t), T(x,y,t)$  funksiyalarning qiymatlarini topishga imkon beradi, agarda oldingi 2 ta qatlamning qiymati ma'lum bo'lsa,  $u(x,y,t)$  va  $v(x,y,t)$  funksiyalarning 2 ta boshlang'ich qatlamlardagi qiymatini ( $k=0$  va  $k=1$ ) boshlang'ich shartlardan topamiz,  $T(x,y,t)$  funksiyaning qiymatini esa 1-qatlamda (11) munosabatdagi aralash xosilani boshqa munosabatga almashtirish orqali topamiz.

$$u_{i,j}^1 = \left( \frac{\tau^2}{\rho} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{u_{i+1,j}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \mu \frac{u_{i,j+1}^0 - 2u_{i,j}^0 + u_{i,j-1}^0}{h_2^2} + (\lambda + \mu) \frac{v_{i+1,j+1}^0 - v_{i-1,j+1}^0 - v_{i+1,j-1}^0 + v_{i-1,j-1}^0}{4h_1h_2} \right. \right. \\ \left. \left. - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{T_{i+1,j}^0 - T_{i-1,j}^0}{2h_1} \right) + 2u_{i,j}^0 + 2\tau\psi_1 \right) / 2 \quad (12)$$

$$v_{i,j}^1 = \left( \frac{\tau^2}{\rho} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{v_{i,j+1}^0 - 2v_{i,j}^0 + u_{i,j-1}^0}{h_2^2} + \mu \frac{v_{i+1,j}^0 - 2v_{i,j}^0 + v_{i-1,j}^0}{h_1^2} + (\lambda + \mu) \frac{u_{i+1,j+1}^0 - u_{i-1,j+1}^0 - u_{i+1,j-1}^0 + u_{i-1,j-1}^0}{4h_1h_2} \right. \right. \\ \left. \left. - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T \frac{T_{i,j+1}^0 - T_{i,j-1}^0}{2h_2} \right) + 2v_{i,j}^0 + 2\tau\psi_2 \right) / 2 \quad (13)$$

$$T_{i,j}^1 = \frac{\tau}{C_\varepsilon} \left( \lambda_0 \left( \frac{T_{i+1,j}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i-1,j}^0}{h_1^2} + \frac{T_{i,j+1}^0 - 2T_{i,j}^0 + T_{i,j-1}^0}{h_2^2} \right) - \right. \\ \left. - (3\lambda + 2\mu) \alpha_T T_0 \left( \frac{u_{i+1,j}^1 - u_{i-1,j}^1 - u_{i+1,j}^0 + u_{i-1,j}^0}{2h_1\tau} + \frac{v_{i,j+1}^1 - v_{i,j-1}^1 - v_{i,j+1}^0 + v_{i,j-1}^0}{2h_2\tau} \right) + T_{i,j}^0 \right) \quad (14)$$

Bu masala quyidagi konstantalar  $h_1 = 0.1$ ,  $h_2 = 0.1$ ,  $\tau = 0.01$   
 $\lambda = 0.8$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $\lambda_0 = 0.61$ ,  $\rho = 0.9$ ,  $\alpha_T = 0.05$ ,  $C_\varepsilon = 3.5$ ,  $T_0 = 10$ ,  $l_1 = 1$ ,  $l_2 = 1$ ,  
boshlang'ich shartlar

$$u(x,y,t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad v(x,y,t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad T(x,y,t)|_{t=0} = T_0 + T_0 \sin(\pi x_i) \cos(\pi y_j)$$

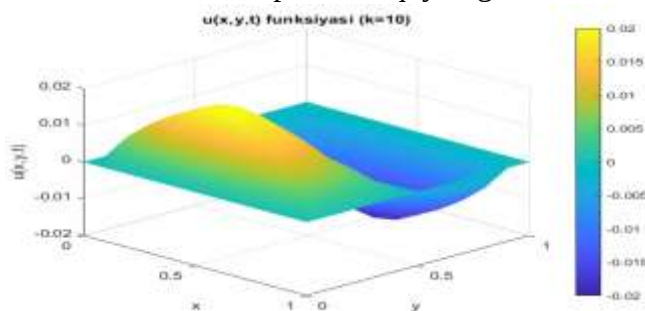
va chegaraviy shartlarda

$$u(x,y,t)|_{x=0} = 0; \quad u(x,y,t)|_{x=\ell_1} = 0; \quad u(x,y,t)|_{y=0} = 0; \quad u(x,y,t)|_{y=\ell_2} = 0$$

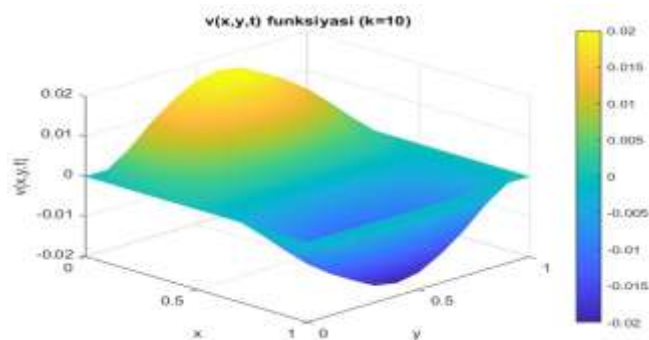
$$v(x,y,t)|_{x=0} = 0; \quad v(x,y,t)|_{x=\ell_1} = 0; \quad v(x,y,t)|_{y=0} = 0; \quad v(x,y,t)|_{y=\ell_2} = 0$$

$$T(x,y,t)|_{x=0} = T_0; \quad T(x,y,t)|_{x=\ell_1} = T_0; \quad T(x,y,t)|_{y=0} = T_0; \quad T(x,y,t)|_{y=\ell_2} = T_0$$

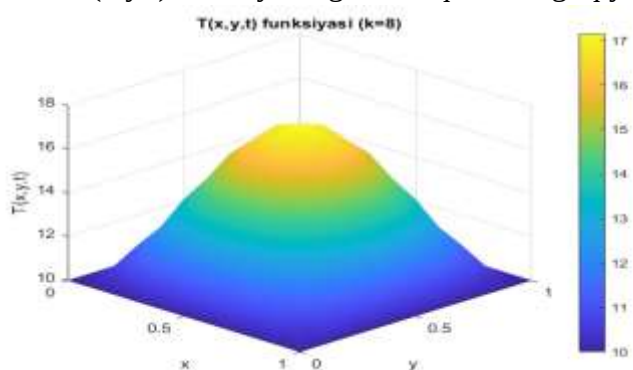
sonli yechilgan va MAPLE 7.0 matematik paketida quyidagi vizuallashtirilgan natijalar olingan.



**1-rasm.**  $u(x,y,t)$  funksiyaning  $k=10$  qatlamdagi qiymatlari quyidagicha



**2-rasm.**  $v(x,y,t)$  funksiyaning  $k=10$  qatlamdagi qiymatlari



**3-rasm.**  $T(x,y,t)$  funksiyaning  $k=8$  qatlamdagi qiymatlari

**Xulosa** o‘rnida shuni aytish joizki, maqolada ikki o‘lchovli izotrop termoelastik jismlar uchun bog‘liq dinamik masalaning matematik modeli ishlab chiqildi va chekli ayirmali usul yordamida sonli yechim olindi. Olingan natijalar deformatsiya hamda temperatura maydonlarining o‘zaro ta‘sirini aniq ifodalab, kompyuterli modellash tirish usullarining termoelastik jarayonlarni tadqiq etishda samarali ekanligini ko‘rsatdi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Халджигитов А.А., Адамбаев У.Э. Математические модели пластичности и термопластичности в пространствах деформаций и напряжений // Вестник НУУз, мех-мат серия.-2006. -№ 2. – С. 75-7
2. Каландаров А.А., Адамбаев У.Э, Худазаров Р.С. Связанные и несвязанные задачи термоупруго-пластичности // Вестник НУУз, мех-мат серия.-2010.-№3.-С.92-95.
3. Береснев А.Н. Термоупругое напряжение в ортотропном параллелепипеде. Ученые записки Кемеровского гос. пед. инс. Вып.23. - Кемерово, 1970. - С. 95 - 112.
4. Нахди П.М. Соотношение между напряжениями и деформациями в пластичности и термопластичности. Сб. пер. Механика, 1962. 1, 71, -С.87-133.
5. Kalandarov, A., Kalandarov, A., Abduraimov, D., & Anorbayev, M. (2024, November). Mathematical model of the coupled problem of thermoelasticity in stresses. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3244, No. 1, p. 020013). AIP Publishing LLC.
6. Abduraimov D.E Mathematical model of application of Libman-type iterative method to the problem of elasticity theory // Collection of materials of the International Scientific and Technical Conference “The Role of Digital Technologies in the Development of Exact and Natural Sciences: Problems and Innovative Solutions” of the Fergana Branch of the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi. October 4-5, 2024. Pages 82-91.



## ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ НА ОСНОВЕ МНОГОСТАДИЙНОЙ КИНЕТИКИ

Файзиев Бекзоджон Муртазаевич, Турсунова Шахноза Хамзаевна

fayzievbm@mail.ru, [SHAXNOZA\\_7077@MAIL.RU](mailto:SHAXNOZA_7077@MAIL.RU)

Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова

Фильтрация в пористых средах учитывает конвективный перенос, гидродинамическую дисперсию, осаждение взвешенных частиц. Эти две задачи рассматриваются совместно путем создания гибридных моделей, сочетающих модели cake filtration и deep bed filtration. Таким образом, создана новая «гибридная» модель, учитывающая одновременно cake filtration и deep bed filtration. На основе такой гибридной модели создан эффективный численный алгоритм решения задачи.

Рассмотрим фильтр конечной длины  $S_0$  с пористостью  $m_2$  в начальный момент времени. Однородная жидкость, содержащая две различные по размерам твердые частицы с концентрацией  $C_0$  ( $C_0 = C_{10} + C_{20}$ ), начиная с  $t > 0$  начинает поступать в фильтр (Рис.1). Крупные частицы в суспензии оседают на поверхности пористой среды и образуют слой осадка (кейк), в то время как мелкие частицы попадают в пористую среду и участвуют в процессе глубинной фильтрации. Также наблюдается, что мелкие частицы оседают в кейк слое.

Уравнения фильтрации в фильтре

$$m_2 \frac{\partial c_2}{\partial t} + v \frac{\partial c_2}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} = D_2 \frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2}, \quad x \in [0, s_0], \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial t} = k_{2a} v c_2 - k_{2d} \sigma_2, \quad x \in [0, s_0], \quad (2)$$

где  $c_2$  - концентрация мелких частиц в суспензии,  $V$  - скорость фильтрации,  $m_2$  - коэффициент пористости пористой среды,  $\sigma_2$  - концентрация осадка, образовавшегося в пористой среде,  $D_2$  - коэффициент диффузии в пористой среде,  $k_{2a}$  - коэффициент, характеризующий осаждение твердых частиц в пористой среде,  $k_{2d}$  - коэффициент, характеризующий отток твердых частиц к обратному потоку в пористой среде.

Уравнение, характеризующее рост кейк слоя, записывается так

$$\frac{ds}{dt} = \frac{c_1 v}{(1 - m_1)}, \quad x = s(t), \quad (3)$$

здесь  $c_1$  - концентрация крупных частиц в суспензии,  $s(t)$  - толщина кейк слоя,  $m_1$  - коэффициент пористости кейк слоя.

Уравнения фильтрации в кейк слое имеют вид

$$m_1 \frac{\partial c_2}{\partial t} + v \frac{\partial c_2}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2}, \quad x \in [s_0, s(t)], \quad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial t} = k_{1a} v c_2 - k_{1d} \sigma_1, \quad x \in [s_0, s(t)], \quad (5)$$

где  $\sigma_1$  – концентрация мелких частиц, образующие осадок в кейк слое,  $D_1$  – коэффициент диффузии в кейк слое,  $k_{1a}$  – коэффициент, характеризующий осаждение мелких твердых частиц в кейк слое,  $k_{1d}$  – коэффициент, характеризующий отток твердых частиц обратно к потоку в кейк слое.

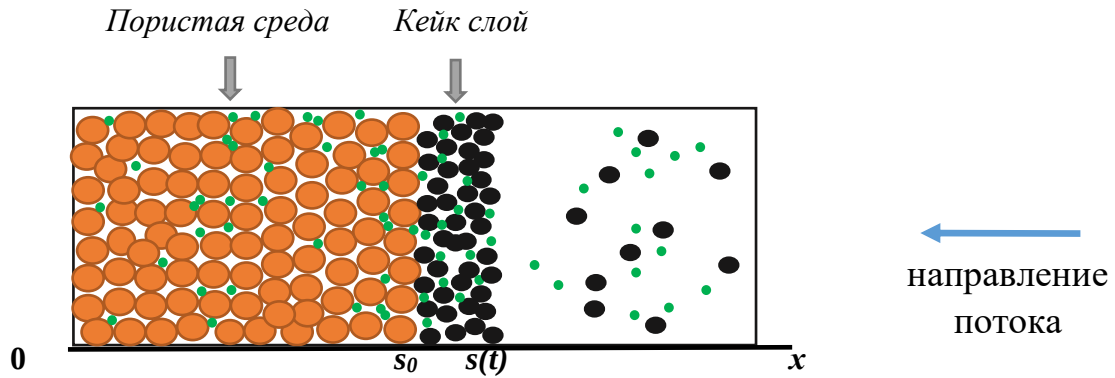


Рис.1. Схематическое представление проблемы для «гибридной» модели  
Алгоритм численного решения.

Вводим сетку как в 2.1. Значения функций  $c_2(t, x)$ ,  $\sigma_2(t, x)$ ,  $\sigma_1(t, x)$  значения в узлах  $(x_i, t_j)$  заменяются сеточными функциями, определяемыми как  $c2_i^j$ ,  $\sigma2_i^j$ ,  $\sigma1_i^j$  соответственно.

Система уравнений (2.3.1)-(2.3.2) аппроксимируется следующим образом

$$m_2 \frac{c2_i^{j+1} - c2_i^j}{\tau} + v \frac{c2_i^{j+1} - c2_{i-1}^{j+1}}{h} + \frac{\sigma2_i^{j+1} - \sigma2_i^j}{\tau} = D_2 \frac{c2_{i-1}^{j+1} - 2 \cdot c2_i^{j+1} + c2_{i+1}^{j+1}}{h^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\sigma2_i^{j+1} - \sigma2_i^j}{\tau} = k_{2a} v_0 c2_i^j - k_{2d} \sigma2_i^j. \quad (7)$$

Для решения этой системы используем метод прогонки

$$c2_i^{j+1} = \alpha1_{i+1} c2_{i+1}^{j+1} + \beta1_{i+1}, \quad i = \overline{I+1, N}, \quad j = \overline{0, J-1}. \quad (8)$$

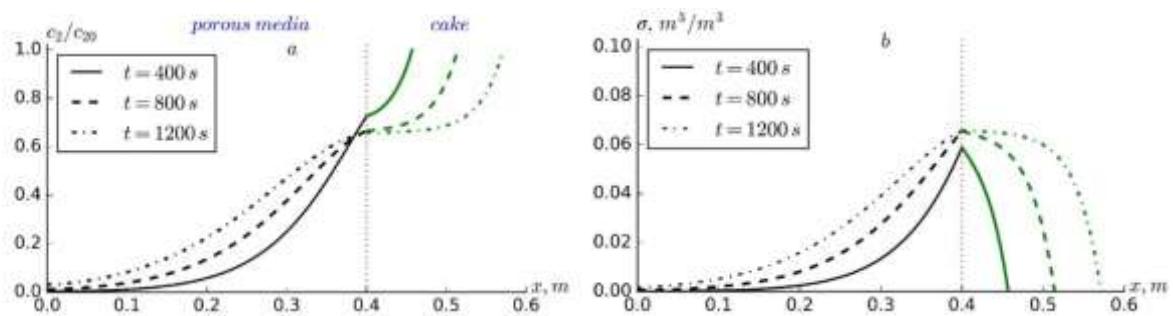


Рис. 2. Профили изменения значений  $c_2/c_{20}$  (a),  $\sigma_1, \sigma_2$  (b). ( черные линии соответствуют пористой среде, зеленые линии соответствуют кейк слою осадка, поперечная красная пунктирная линия представляет собой границу между кейк слоем и пористой средой).

$$m_0 = 0,35, \quad m_1 = 0,3, \quad v = 0,001, \quad c_0 = 0,01, \quad c_{10} = 0,1, \quad D_1 = 1 \cdot 10^{-5}, \quad D_2 = 1 \cdot 10^{-5}, \quad \sigma_0 = 0,1,$$

$$K_{2a} = 32, \quad K_{2d} = 0,002, \quad K_{1a} = 32, \quad K_{1d} = 0,002.$$

На рис.2-3 представлены результаты, полученные на основе численного решения гибридной математической модели фильтрации в пористой среде. На графиках показаны

концентрации взвешенных частиц в кейк слое и пористой среде, а также концентрация осажженных частиц, причем концентрации частиц в пористой среде нарисованы черным цветом, а в кейк слое - зеленым.

Анализ результатов показывает, что толщина кейк слоя со временем увеличивается, пропорционально увеличивается концентрация взвешенных частиц и концентрация осадка как в кейк слое, так и в пористой среде.

### Список литературы

1. Iliev O., Kirsch, R., and Ostorroth, S. Combined depth and cake filtration coupled to flow simulation // In Proceedings Filtech 2016 Conference. Paper L12-02, 2016.
2. Iliev O., Kirsch, R., and Ostorroth, S. Combined depth and cake filtration model coupled to flow simulation for flat and pleated filters // Chemical Engineering & Technology, 2017.
3. Bekzodjon Fayziev,; Shakhnoza Tursunova; Tulkin Begmatov; Rakhmon Safarov Numerical study of the hybrid model of solute transport in porous media // AIP Conf. Proc. 3244, 020075 (2024). <https://doi.org/10.1063/5.0241447>

## DOIRAVIY SILINDRIK QATLAMLI QOVUSHOQ ELASTIK STRUKTURALARNING BURALMA TEBRANISHLARIDA KO‘CHISHLAR HISOBI

**D.Sh.Xoliqov<sup>1</sup>, X.N.Axatov<sup>2</sup>,**

<sup>1</sup>*Zarmed universiteti Samarqand kompusi*

<sup>2</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

Taqdim etilayotgan maqolada doiraviy silindrik qatlamli qovushoq elastik strukturalarning nostatsionar buralma tebranishlari jarayonida ko‘ndalang kesimlarida vujudga keluvchi buralma ko‘chishlarni, qobiqning sirtiga ta’sir etuvchi dinamik kuchlarni hisobga olmagan holda, hisoblash masalasi qaralgan. Asosiy tebranish tenglamalari sifatida avtorlar tomonidan keltirib chiqarilgan aniqlashtirilgan tenglama qabul qilingan.

Doiraviy silindrik qatlamli qovushoq elastik strukturalarning buralma tebranishlarda buralma ko‘chishlar hisobini chiqarishda [1] ishda keltirib chiqarilgan doiraviy silindrik uch qatlamli qobiqning buralma tebranishlari tenglamasini quyidagi ko‘rinishda qabul qilamiz

$$\frac{a^2}{r_1^2} \left( 1 + \frac{a^2 - r_1^2}{12} \lambda_1 \right) \left( \frac{r_1^2}{4} \lambda_0 U + \xi \frac{1}{2} \left( \lambda_0 - \frac{4}{r_1^2} \right) V \right) = 0$$

$$\frac{r_2^2}{b^2} \left( 1 + \frac{r_2^2 - b^2}{4} \lambda_2 \right) \left( \frac{r_2^2}{4} \lambda_0 U + \xi \frac{1}{2} \left( \lambda_0 - \frac{4}{r_2^2} \right) V \right) = 0$$

Bu yerda  $a$  va  $b$  orqali strukturaning ichki va tashqi radiuslari,  $r_1$  va  $r_2$  lar orqali o‘rta qatlamning ichki va tashqi radiuslari belgilangan.  $U, V$  -strukturaning oraliq qatlam sirt nuqtalarining buralma ko‘chishlarning bosh qismlari.  $\lambda_n^m$  -operatorlar quyidagicha aniqlangan

$$\lambda_0 = \frac{1}{b_0^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \lambda_i = \frac{1}{b_i^2} M_i^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, (i=1,2)$$

$b_i^2 = \frac{\mu_i}{p_i}$  ( $i=0,1,2$ )-ko‘ndalang to‘lqin tarqalish tezligi.  $M_m$  -qovushoq-elastiklik operatori

$$\text{Boshlang‘ich shartlar: } t = 0, \quad U_\theta = \frac{\partial U_\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial t^2} = \frac{\partial^3 U_\theta}{\partial t^3} = 0.$$

$$\text{Chegaraviyshartlar: } z = 0, \begin{cases} \mu I \frac{\partial U_\theta}{\partial z} = -M_0; & \xi \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{M_0}{\mu I}; & U_\theta = \xi U + V = 0, \\ \sigma_{r\theta}|_{z=0} = 0; & U + \xi \left[ \frac{1}{r^2} + \ln\left(\frac{r}{\xi}\right) \lambda_0 \right] V = 0. \end{cases}$$

Keltirilgan tenglamalar sistemasining yechimlari shakllantirilgan boshlang'ich va chegaraviy shartlarni e'tiborga olgan holda progonka usuli yordamida sonli yechilgan va erishilgan natijalar asosida qobiq nuqtalari buralma ko'chishlarining koordinata va vaqtdan bog'liq grafiklari qurilgan.

## Reference

*R. Khalmuradov., B. Yalgashev., Kh. Akhatov, AIP Conference Proceedings 2637 Published Online: 20 October 2022*

### BIRINCHI TARTIBLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI INTEGRALLASHNING ZAMONAVIY USULLARI VA ULARNING TAHLILI

**Yalg'ashev Burxon Fayzullayevich., Allayarova Mahliyoxon Erkinjon qizi**

*Chirchiq davlat pedagogika universiteti*

*byalgashev@bk.ru*

**Annotatsiya.** Ushbu tezisdagi birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarni sonli integrallashning zamonaviy usullari tahlil qilinadi. Tadqiqotda klassik Eyler va Runge-Kutta metodlari bilan bir qatorda adaptiv qadamli Runge-Kutta-Felberg (RKF45) algoritmining samaradorligi o'rganildi. Lokal va global xatoliklarni nazorat qilish mexanizmlari matematik jihatdan asoslab berildi hamda hisoblash aniqligi bo'yicha qiyosiy natijalar keltirildi. Olingan natijalar RKF45 metodining hisoblash resurslarini tejash va yuqori aniqlikni ta'minlashdagi ustunligini ko'rsatdi.

**Kalit so'zlar:** oddiy differensial tenglamalar, RKF45, adaptiv qadam, sonli integrallash, lokal xatolik, global xatolik, Runge-Kutta usuli, stiff tenglamalar.

**Kirish.** Zamonaviy fan va texnikaning rivojlanishi murakkab dinamik jarayonlarni matematik modellashtirish bilan chambarchas bog'liqdir. Fizik tebranishlar, kimyoviy reaksiyalar, biologik populyatsiyalar va iqtisodiy tizimlarning ko'plab modellari birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar orqali ifodalanadi. Bunday tenglamalarning analitik yechimi ko'p hollarda mavjud emas yoki juda murakkab bo'ladi. Shu sababli sonli integrallash metodlari muhim ahamiyat kasb etadi.

Klassik usullar orasida Eyler va Runge-Kutta metodlari keng qo'llaniladi. Biroq murakkab noxiziq tizimlarda ushbu usullar katta xatoliklarga yoki ortiqcha hisoblashlarga olib kelishi mumkin. Ayniqsa "qattiq" (stiff) tenglamalarda oddiy explicit metodlar turg'unlikni yo'qotadi. Shu sababli adaptiv qadamli algoritmlar zamonaviy hisoblash matematikasining dolzarb yo'nalishiga aylangan.

RKF45 metodining nazariy asoslari

Runge-Kutta-Felberg (RKF45) usuli adaptiv qadamli Runge-Kutta metodlari oilasiga mansub bo'lib, bir vaqtning o'zida 4-tartibli va 5-tartibli yechimlarni hisoblash imkonini beradi. Ushbu ikki yechim orasidagi farq lokal xatolikni baholash uchun ishlatiladi.

Quyidagi Koshi masalasi qaraladi:

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

RKF45 usulida yechim quyidagicha aniqlanadi:

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^6 C_i k_i$$

bu yerda ki bosqichli koeffitsiyentlar hisoblanadi. 4- va 5-tartibli yechimlar orasidagi farq:

$$R = |y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}|$$

lokal xatolik sifatida olinadi.

Agar  $R < \epsilon$  bo'lsa, qadam qabul qilinadi va keyingi qadam kattalashtiriladi. Aks holda qadam kichraytirilib, hisoblash qayta bajariladi. Bu mexanizm algoritmgga adaptivlik xususiyatini beradi.

Hisoblash tajribalari va tahlil. Tadqiqotda RKF45 metodi Eyler va klassik RK4 usullari bilan taqqoslandi. Sinov tenglamasi sifatida quyidagi masala tanlandi:

$$y' = \sin(t) - y, \quad y(0) = 1, \quad t \in [0, 10]$$

Hisoblash natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

| Metod nomi (ms)      | Jami qadamlar soni | Maksimal global xatolik | Hisoblash vaqti |
|----------------------|--------------------|-------------------------|-----------------|
| Eyler usuli (h=0.1)  | 100                | $2,4 \times 10^{-2}$    | 1,2             |
| Klassik RK4 (h =0,1) | 100                | $1,8 \times 10^{-5}$    | 3,5             |
| RKF45 (Adaptiv)      | 64                 | $4,2 \times 10^{-7}$    | 2,8             |

Natijalardan ko'rinadiki, RKF45 metodi kamroq qadam bilan yuqori aniqlikni ta'minladi. Adaptiv qadam boshqaruvi hisobiga silliq sohalarda qadam kattalashtirildi, keskin o'zgarishlarda esa avtomatik ravishda kichraytirildi.

Eyler usulida global xatolik juda katta bo'lib, amaliy masalalar uchun yetarli aniqlik bermadi. RK4 usuli yuqori aniqlikka ega bo'lsa-da, o'zgarmas qadam sababli hisoblash resurslari ko'proq sarflandi.

Xulosa. O'tkazilgan tadqiqotlar RKF45 metodining birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarni yechishda samarali ekanligini ko'rsatdi. Ushbu metod:

- yuqori aniqlikni ta'minlaydi;
- lokal xatolikni avtomatik nazorat qiladi;
- hisoblash resurslarini tejaydi;
- murakkab dinamik tizimlarda barqaror ishlaydi.

Shuningdek, adaptiv algoritmlar zamonaviy dasturiy paketlarda keng qo'llanilishi ilmiy hisoblashlarning ishonchliligini oshirishi aniqlandi. Kelgusida stiff tenglamalar uchun yashirin (implicit) metodlarni qo'llash istiqbolli yo'nalish sifatida qaraladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Salohiddinov M.S. Oddiy differensial tenglamalar. – Toshkent: O'qituvchi, 1994.
2. Mamatov Sh.S. Hisoblash metodlari. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2015.
3. Butcher J.C. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. – Wiley, 2016.
4. Fehlberg E. Low-order classical Runge-Kutta formulas with stepsize control. – NASA Technical Report, 1969.
5. Dormand J.R., Prince P.J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. – Journal of Computational and Applied Mathematics, 1980.

## ELASTIKLIK NAZARIYASI MASALALARIDA VARIATSION PRINTSIPLARNING TADBIQI

Abdullayev Obid<sup>1</sup>., Turaqulova Nigina<sup>1</sup>

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti muxandislik fizikasi institute naraziy  
va injinerlik mexanikasi kafedrası*

*Elektron pochta: [abdullayev2006@inbox.ru](mailto:abdullayev2006@inbox.ru)*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada Lagranj variatsion printsipli qoraladi, bu printsiplni elastiklik nazariyasi masalalariga tadbiqu qisqacha bayon qilinadi. Tegishli masalalarni tahlil qilishda asosiy o‘rin bu funksional bo‘lib hisoblanadi. Funksional biror to‘plamdan olingan funksiyalarning funksiyasidir. Funksionalning aniqlanish sohasi sifatida quyida ayrim to‘plamlarni keltirish mumkin.

**Kalit so‘zlar:** variatsion printsipl, deformatsiya potentsial energiyasi, hajmiy va sirt kuchlari bajargan ish, to‘la energiya, energiyaning statsionarlik sharti. Elastik muvozanat, static chegaraviy shartlar, ko‘chishlar, deformatsiyalar, kuchlanishlar. Rits, Bubnov-Galyorkin metodlari, chekli elementlar metodi.

### APPLICATION OF VARIATION PRINCIPLES TO PROBLEMS IN ELASTICITY THEORY

**Abstract:** This article considers the Lagrange variation principle, briefly describes its application to the problems of the theory of elasticity. The main place in the analysis of relevant problems is occupied by the functional. A functional is a function of functions taken from a set. The following sets can be cited as the scope of definition of a functional.

**Keywords:** variation principle, deformation potential energy, work done by volume and surface forces, total energy, energy stationarity condition. Elastic equilibrium, static boundary conditions, displacements, deformations, stresses. Ritz, Bubnov-Galyorkin methods, finite element method.

Elastiklik nazariyasi masalalarini yechishda sonli va sonli-analitik usullar tadbiqu etiladi. Sonli usullarga chekli ayirmalar metodi kiradi. Sonli-analitik usulga yechim analitik ko‘rinishda yoziladi, ammo noma‘lum koeffitsiyentlar biror sonli algoritm yordamida topiladi. Keyingi metodga bir nechta variatsion metodlar kiradi: Rits metodi, Vlasov metodi, Bubnov–Galyorkin metodi, kollokatsiya metodi, integral tenglamalarning sonli usullari, potentsiallar metodi va boshqalar.

Muhandislik amaliyotida Rits–Timoshenko va Kantorovich–Vlasov hamda Bubnov–Galyorkin metodlari ishlatiladi; bular variatsion metodlardir. Keyingi o‘n yilliklarda chekli elementlar metodi keng tarqaldi (ChEM), bu metodning nazariy asosida variatsion printsiplar yotadi, bu metod yanada moslashuvchan va amalga oshirish uchun yanada soddaroq hisoblanadi.

Ushbu maqolada Lagranj variatsion printsipli qoraladi, bu printsiplni elastiklik nazariyasi masalalariga tadbiqu qisqacha bayon qilinadi. Tegishli masalalarni tahlil qilishda asosiy o‘rin bu funksional bo‘lib hisoblanadi. Funksional biror to‘plamdan olingan funksiyalarning funksiyasidir. Funksionalning aniqlanish sohasi sifatida quyida ayrim to‘plamlarni keltirish mumkin:

1.  $C$  uzluksiz funksiyalar to‘plami –  $C_0$
2. Birinchi tartibli hosilalari bilan uzluksiz bo‘lgan funksiyalar to‘plami –  $C_1$
3.  $n$  –tartibli hosilalari bilan uzluksiz bo‘lgan funksiyalar to‘plami –  $C_n$ .
4. Integrallanuvchi funksiyalarning  $L_1$  to‘plami; masalan  $(a, b)$  oraliqda  $\int_a^b |f(x)| dx \leq A$  shartni qanoatlantiruvchi funksiyalar to‘plami.
5. Kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar to‘plami  $L_2$ .  
 $\int_a^b |f(x)|^2 dx \leq A$  yoki  $\int_a^b f(x)\varphi(x)dx \leq A$ .

Tadbiqu etilishi nuqtai nazardan qaraganda  $L_2$  to‘plam muhim hisoblanadi, ya‘ni  $L_2$  da kvadratik funksionalning minimumi masalasi. Shu o‘rinda funksional deb funksiyalarning biror to‘plami har bir elementiga biror sonni mos qo‘yuvchi operatorga aytiladi. Mexanikada qattiq jismning potentsial va kinetik energiyasi funksional hisoblanadi. Elastiklik nazariyasida qattiq

jismning kuchlanish–deformatsion holatini xarakterlovchi funksional bo‘lib uning deformatsiyalanishdagi energiyasi hisoblanadi.  $y(x)$  ning funksionalini  $J[y(x)]$  deb belgilab olamiz. Variatsion masalaning asosiy vazifasi – funksionalning ekstremumini topishdan iborat. Funksionalning ekstremumini topishda argumentning kichik o‘zgarishida funksional o‘zgarishini tekshirish zarur bo‘ladi. Quyida tadbiq nuqtai nazardan qaraganda deformatsiyaning potensial va to‘la energiyasini ko‘rib chiqamiz. Potensial energiya bu deformatsiya energiyasi yoki ichki kuchlar bajargan ish bo‘ladi. Deformatsiyaning potensial energiyasi solishtirma potensial energiyaning deformatsiyalanuvchi jism butun hajmi bo‘yicha olingan integralidir.

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) d\Omega \quad (1)$$

Bu yerda  $\Omega$  – jism sohasi.

Guk qonunining to‘g‘ri va teskari shakli hamda deformatsiya tenglamalarini hisobga olib, deformatsiya potensial energiyasi uchun ushbu formulalarni hosil qilamiz:

$$U = \frac{1}{2E} \iiint_{\Omega} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\nu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + 2(1 + \nu)(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] d\Omega; \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} [\lambda \theta^2 + 2\mu(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2) + \mu(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)] d\Omega; \quad (3)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \left[ \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2\mu \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \mu \left( \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right) \right] d\Omega. \quad (4)$$

Deformatsiyaning to‘la energiyasi  $\mathfrak{E}$  deformatsiya potensial energiyasi  $U$  hamda tashqi kuchlar bajargan  $T$  ishlarining kombinatsiyasidan iborat bo‘ladi:  $\mathfrak{E} = U - T$

$$T = \iiint_{\Omega} (X \cdot u + Y \cdot v + Z \cdot w) d\Omega + \iint_S (X_v \cdot u + Y_v \cdot v + Z_v \cdot w) dS \quad (5)$$

Bu yerda hajmiy integral hajmiy kuchlar bajargan ish, sirt bo‘yicha olingan integral esa sirt kuchlari bajargan ish hisoblanadi. Tekis deformatsiya holida deformatsiya potensial energiyasi formulasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \iint_A (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dA = \frac{1}{2E_1} \iint_A [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\nu_1 \sigma_x \sigma_y + 2(1 + \nu_1) \tau_{xy}^2] dA = \\ &= \frac{E_1}{2(1-\nu_1^2)} \iint_A \left[ \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu_1 \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-\nu_1}{2} \gamma_{xy}^2 \right] dA = \\ &= \frac{E_1}{2(1-\nu_1^2)} \iint_A \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\nu_1 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1-\nu_1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dA. \end{aligned} \quad (6)$$

Tashqi kuchlarni bajargan ishi:

$$T = \iint_A (X \cdot u + Y \cdot v) dA + \oint_{S_\sigma} (X_v \cdot u + Y_v \cdot v) dS \quad (7)$$

Bu yerda  $S_\sigma$  — plastinkaning statik chegaraviy shartlari berilgan qismi.

Lagranj printsipi

Deformatsiyaning potensial va to‘la energiyasi Eyler tipidagi funksionallardir va ular variatsion hisobning Eyler formulalari asosida ekstremumga keltirilishi mumkin. Deformatsiyaning to‘la energiyasini ifodalovchi funksionaldan foydalanuvchi asosiy variatsion printsiplardan biri Lagrangi printsipidir. Buning asosida turli variatsion metodlar elastiklik nazariyasi masalalarini yechish uchun yaratilgan. Lagranj printsipi talabi quyidagichadir: Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning barcha kinematik mumkin bo‘lgan kuchlanish–deformatsion holatlaridan haqiqiy deformatsion holatiga deformatsiyaning to‘la energiyasiga minimum qiymat beradi:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_{min} \quad (8)$$

U holda variatsion hisob printsipiga asosan:

$$\delta \mathfrak{E} = 0 \quad (9)$$

Kinematik mumkin bo‘lgan kuchlanish–deformatsion holat deganda jismning kinematik bog‘lanishlarni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy kuchlanish–deformatsion holatiga aytiladi. Shunday qilib deformatsiyaning to‘la energiyasi minimum uchun Eyler sharti muvozanat tenglamalari sistemasi va statik chegaraviy shartlarga kelar ekan. Bu masalani barcha chegaraviy shartlar bilan yechish natijasida deformatsiya ko‘chishlar topiladi, bu ko‘chish funksiyalarida deformatsiya to‘la energiyasi funksionali minimum qiymat qabul qiladi. Biz yana elastiklik nazariyasi murakkab

sistemasini yechishga kelib qoldik. Boshqa usul, ya'ni funksionalga minimum beradigan funktsiyani approksimatsiya qilinadi. Natijada algebraik yoki differensial tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi.

Lagranj printsipligiga asoslangan sonli usullarga chekli elementlar metodi va variatsion-ayirmali metod kiradi. Plastinka egilishi masalasida Lagranj printsipligini qo'llash uchun deformatsiyaning to'la energiyasini variatsiyalaymiz:

$$\delta \mathcal{E} = \delta U - \delta T = 0 \quad (10)$$

Potensial energiyani variatsiyalab ushuni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \delta U &= \frac{D}{2} \iint_A \delta \left\{ (\nabla^2 w)^2 + 2(1-\nu) \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \right\} dA = \\ &= D \iint_A \left\{ \nabla^2 w \cdot \nabla^2 \delta w + (1-\nu) \left[ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \right] \right\} dA. \end{aligned} \quad (11)$$

Bu yerda ikki marta bo'laklab integrallashni tadbqiq etib to'la energiya variatsiyasi uchun ushbu formulani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{E} &= \iint_A [D \nabla^4 w - q(x, y)] \delta w dA + \oint_{S_k} (Q_n - p) \delta w ds - \\ &- \int_{S_k} (M_n + m_n) \delta \frac{\partial w}{\partial n} ds - \oint_{S_k} (M_{n\tau} + m_{n\tau}) \delta \frac{\partial w}{\partial \tau} ds = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Bu yerda to'la energiya minimumi shartini hosil qilamiz:

$$\nabla^4 w(x, y) - \frac{q(x, y)}{D} = 0, \quad (13)$$

$$Q_n - p = 0, M_n - m_n = 0, M_{n\tau} - m_{n\tau} = 0. \quad (14)$$

(13) elastik muvozanat tenglamasi, (14) esa statik chegaraviy shartlar bo'ladi. Shunday qilib  $w(x, y)$  funktsiya plastinka egilishi masalasining yechimidir.

#### Adabiyotlar:

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир 1975 г. 56 с.
2. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. – М. Наука, 1981. -416 с.
3. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. –М.: Изд-во «Наука», 1966 г., 432 с.
4. Обен Ж.Л. Приближенное решение эллиптических краевых задач. – М.: Мир, 1977 г. – 383 с.
5. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М.: Изд-во Мос-ва. Ун-та, 1981 г. 344с.
6. Рейснер Э. О некоторых вариационных теоремах теории упругости // Проблемы механики сплошной среды. – М.: АН СССР, 1961. С.328-337
7. Розин Л.А. Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1978 г. -224 с.



# СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СОСТАВЛЕННОГО ИЗ КОМБИНАЦИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МКДФ(+1) И МКДФ(-1) В КЛАССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ БЕСКОНЕЧНОЗОННЫХ ФУНКЦИЙ

А.Б. Хасанов<sup>1</sup>, М.У. Косимова<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Самаркандский государственный университет, г. Самарканд, Узбекистан;  
[ahasanov2002@mail.ru](mailto:ahasanov2002@mail.ru), [yusupovamaftuna140199@gmail.com](mailto:yusupovamaftuna140199@gmail.com)

**Аннотация.** В данной работе с использованием метода обратных спектральных задач для оператора Дирака с периодическими коэффициентами доказано, что решение смешанной задачи для уравнения, составленного из комбинации нелинейных уравнений МКДФ(+1) и МКДФ(-1), существование единственности решение в классе пять раз непрерывно дифференцируемых периодических бесконечнозонных функций.

**Ключевые слова:** Оператор Дирака, система дифференциальных уравнений Дубровина, модифицированное уравнения кортевега-де Фриза отрицательного порядка МКДФ(-1), формулы следов, обратная спектральная задача.

В настоящей работе рассматривается смешанная задача для нелинейного уравнения, составленного из комбинаций уравнений МКДФ(+1) и МКДФ(-1) вида

$$\begin{cases} u_t = u_{xxx} - 6u^2u_x + b(t)[u_{xxt} - 2(u\mu_t)_x - u_x], \\ \mu_x = u^2, \end{cases} \quad (1)$$

при условиях

$$\begin{cases} u(x, t)|_{t=0} = u_0(x), \quad u_0(x + \pi) = u_0(x) \in C^5(\mathbb{R}), \\ \mu(x, t)|_{x=0} = \beta(t), \\ [u_t(x, t) + \mu_t(x, t)]|_{x=0} = \zeta(t), \end{cases} \quad (2)$$

и условиях периодичности и гладкости

$$\begin{cases} u(x + \pi, t) = u(x, t) \in C_{x,t}^{3,1}(t > 0) \cap C(t \geq 0), \\ \mu(x, t) \in C_{x,t}^{1,1}(t > 0) \cap C(t \geq 0). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $b(t), \beta(t), \zeta(t) \in C([0, \infty))$  – заданные действительные ограниченные функции.

Если  $b(t) = 0$ , то мы получим модифицированное уравнения кортевега-де Фриза МКДФ(+1).

В данной работе предлагается алгоритм построения периодических бесконечнозонных решений  $(u(x, t), \mu(x, t)), x \in \mathbb{R}, t > 0$  смешанной задачи (1) – (3) сведением её к обратной спектральной задаче для периодического самосопряженного оператора Дирака:

$$L(\tau, t)y \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & u(x + \tau, t) \\ u(x + \tau, t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, x, \tau \in \mathbb{R}, t > 0. \quad (4)$$

Обозначим через  $c(x, \lambda, \tau, t) = (c_1(x, \lambda, \tau, t), c_2(x, \lambda, \tau, t))^T$  и  $s(x, \lambda, \tau, t) = (s_1(x, \lambda, \tau, t), s_2(x, \lambda, \tau, t))^T$  решение уравнения (4) с начальными условиями  $c(0, \lambda, \tau, t) = (1, 0)^T$  и  $s(0, \lambda, \tau, t) = (0, 1)^T$ , соответственно.

Функция  $\Delta(\lambda) \equiv \Delta(\lambda, \tau, t) = c_1(\pi, \lambda, \tau, t) + s_2(\pi, \lambda, \tau, t)$  называется функцией Ляпунова для уравнения (4).

Интервалы  $(\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}), n \in \mathbb{Z}$ , называются лакунами, где  $\lambda_n = \lambda_n(\tau, t)$  корни уравнения  $\Delta(\lambda) \mp 2 = 0$ , они совпадают с собственными значениями периодической или антипериодической  $(y(0, \tau, t) = \pm y(\pi, \tau, t))$  граничной задачи для уравнения (4). Корни уравнения  $s_1(\pi, \lambda, \tau, t) = 0$  обозначим через  $\xi_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$ . Они совпадают с собственными значениями задачи Дирихле для системы (4) с граничными условиями  $y_1(0, \tau, t) = 0, y_1(\pi, \tau, t) = 0$  и при этом  $\xi_n(\tau, t) \in [\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}], n \in \mathbb{Z}$ .

**Определение 1.** Числа  $\xi_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$ , и знаки  $\sigma_n(\tau, t) = \text{sgn}\{s_2(\pi, \xi_n, \tau, t) - c_1(\pi, \xi_n, \tau, t)\}, n \in \mathbb{Z}$ , называются спектральными параметрами оператора  $L(\tau, t)$ . Спектральные параметры и границы спектра  $\lambda_n = \lambda_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$ , называются спектральными данными оператора Дирака  $L(\tau, t)$ .

**Определение 2.** Задача нахождения спектральных данных оператора  $L(\tau, t)$  называется прямой задачей, а задача восстановления потенциала  $u(\tau, t)$  оператора  $L(\tau, t)$  по спектральным данным называется обратной задачей.

Коэффициент оператора  $L(\tau, t)$  определяется однозначно по спектральным данным  $\{\lambda_n(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}\}$ .

Если с помощью начальной функций  $u_0(x + \tau), x, \tau \in \mathbb{R}$ , построить оператор Дирака

$$L(\tau, t)y \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & u_0(x + \tau) \\ u_0(x + \tau) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, x, \tau \in \mathbb{R},$$

то мы увидим, что границы спектра  $\lambda_n(\tau), n \in \mathbb{Z}$ , полученной задачи не зависят от параметра  $\tau$ , то есть,  $\lambda_n(\tau) = \lambda_n, n \in \mathbb{Z}$ , а спектральные параметры от параметра  $\tau$  зависят:  $\xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}$ , и являются периодическими функциями  $\xi_n^0(\pi + \tau) = \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau + \pi) = \sigma_n^0(\tau), n \in \mathbb{Z}$ . Решая прямую задачу, находим спектральные данные  $\{\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}\}$  оператора  $L(\tau, 0)$ .

Основной результат настоящей работы содержится в следующей теореме.

**Теорема 1.** Пусть функции  $b(t), \beta(t), \zeta(t)$  и  $u_0(x)$  удовлетворяют условиям:

$$u_0(x + \pi) = u_0(x) \in C^5(\mathbb{R}), \quad b(t), \beta(t), \zeta(t) \in C([0, \infty]),$$

$$|b(t)| \leq M_1, \quad |\beta(t)| \leq M_2, \quad |\zeta(t)| \leq M_3, \quad M_j > 0, j = \overline{1, 3}.$$

Тогда существует однозначно определяемые бесконечнозонные решения  $(u(x, t), \mu(x, t), x \in \mathbb{R}, t > 0)$ , смешанной задачи (1) - (3), которые определяются соответственно следующими формулами:

$$u(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} \sigma_n(x, t) h_n(\xi(x, t)), \quad (5)$$

$$\mu(x, t) = \int_0^x \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} \sigma_n(s, t) h_n(\xi(s, t)) \right)^2 ds + \beta(t), \quad (6)$$

где

$$h_n(\xi(x, t)) = \sqrt{(\xi(x, t) - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi(x, t))} f_n(\xi(x, t)),$$

$$f_n(\xi(x, t)) = \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2n-1} - \xi(x, t))(\lambda_{2n} - \xi(x, t))}{(\xi_k(x, t) - \xi_n(x, t))^2}}. \quad (7)$$

при этом координаты

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_n(\tau, t) = (\dots, \xi_{-n}(\tau, t), \dots, \xi_{-1}(\tau, t), \xi_0(\tau, t), \xi_1(\tau, t), \dots, \xi_n(\tau, t), \dots), \\ \sigma &= \sigma_n(\tau, t) = (\dots, \sigma_{-n}(\tau, t), \dots, \sigma_{-1}(\tau, t), \sigma_0(\tau, t), \sigma_1(\tau, t), \dots, \sigma_n(\tau, t), \dots). \end{aligned}$$

векторов удовлетворяют системе дифференциальных уравнений Дубровина

$$\frac{\partial \xi_n(\tau, t)}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) \sqrt{(\xi_n(\tau, t) - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n(\tau, t))} f_n(\xi) g_n(\xi), \quad (8)$$

с начальными условиями:

$$\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0(\tau), \quad \sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (9)$$

Здесь  $\xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}$  – спектральные параметры оператора Дирака  $L(\tau, 0)$ , последовательность  $g_n(\xi), n \in \mathbb{Z}$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} g_n(\xi) &= \frac{4\xi_n^3(\tau, t) + 2b(t)\xi_n(\tau, t)}{1 + 4b(t)\xi_n^2(\tau, t)} + \frac{2\xi_n(\tau, t)}{1 + 4b(t)\xi_n^2(\tau, t)} \times \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\lambda_{2n-1}^2 + \lambda_{2n}^2}{2} - \xi_n^2(\tau, t) \right) + \frac{2b(t)\xi_n(\tau, t)}{1 + 4b(t)\xi_n^2(\tau, t)} \exp \left\{ \int_0^\tau A(s, t) ds \right\} \times \\ &\times \left( \zeta(t) + \int_0^\tau B(s, t) \exp \left\{ - \int_0^s A(y, t) dy \right\} ds \right), \quad n \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Теорема 1 дают следующий алгоритм нахождения решения смешанной задачи (1) - (3).

1. Сначала находим спектральные  $\{\lambda_{n-1}, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \geq 1\}$ , оператора Дирака  $L(\tau, 0)$ .
2. Обозначаем спектральные данные оператора Дирака  $L(\tau, t)$  через  $\{\lambda_{n-1}, \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \geq 1\}$ . Теперь, решая задачу Коши (8) - (9) для произвольных  $\tau \in \mathbb{R}$ , находим  $\xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \geq 1$ .
3. Из формул (5) и (6) определяем функции  $u(\tau, t)$  и  $\mu(\tau, t)$ , то есть бесконечнозонные решения смещенной нелинейной задачи (1) - (3).

### Литература

1. Olver P.I. Evolution equations possessing infinity many symmetries. Journal of Mathematical Physics. 1977. Vol. 18, pp. 1212-1215.
2. Verosky J.M. Negative power of recursion operators. Journal of Mathematical Physics. 1991, Vol.32, pp.1733-1736.
3. Qiao Z. Strampp W. Negative Order mKdV Hierarchy and a New Integrable Neuman-Like system. Physica A: Statistical Mechanics and its Application. 2002, Vol.313. No. 3-4, pp.365-380.
4. Khasanov A.B., Allanazarova T.Z. On the Modified Korteweg-de-Vries Equation with Loaded Term. Ukrainian Mathematical Journal, 2022, 73(11), pp. 1783-1809.

5. A.B. Khasanov, R.Kh. Eshbekov, Kh.N. Normurodov. Integration of a nonlinear Hirota type equation with finite density in the class of periodic functions. Lobachevskii Journal of Mathematics, 2023, 44(10), 4323-4340.
6. Mannonov G.A., Khasanov A.B. Cauchy problem for the Nonlinear Hirota Equation in the class of Periodic Infinite-Zone Functions. St. Petersburg Mathematical Journal, 2023, 34(5), pp. 821-845.

## СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ, СОСТАВЛЕННОГО ИЗ КОМБИНАЦИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ КДФ(+1) И КДФ(-1) В КЛАССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ БЕСКОНЕЧНОЗОННЫХ ФУНКЦИЙ

А.Б. Хасанов<sup>1</sup>, Х.Н. Нормуродов<sup>2</sup>, Ф.Э. Эрмаматова<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Самаркандский государственный университет, г. Самарканд, Узбекистан;

[ahasanov2002@mail.ru](mailto:ahasanov2002@mail.ru), [nomurodov.96@bk.ru](mailto:nomurodov.96@bk.ru);

<sup>3</sup>Самаркандский государственный педагогический институтг. Самарканд, Узбекистан;

[fotimaermamatova2020@gmail.com](mailto:fotimaermamatova2020@gmail.com)

**Аннотация.** В этой работе метод обратной спектральной задачи применяется для интегрирования уравнения, составленного из комбинации нелинейных уравнений КДФ(+1) и КДФ(-1) в классе периодических бесконечнозонных функций.

**Ключевые слова:** Оператор Хилла, система дифференциальных уравнений Дубровина, уравнение Кортевега-де Фриза отрицательного порядка КДФ(-1), формулы следов, обратная спектральная задача.

В настоящей работе рассматривается начально – граничная задача для нелинейного уравнения, составленного из комбинаций уравнений КДФ(+1) и КДФ(-1) вида

$$\begin{cases} q_t = 2pp_x + q_{xxx} - 6qq_x, & x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ p_{xx} - pq = 0, & q = q(x, t), \quad p = p(x, t), \end{cases} \quad (1)$$

при условиях

$$\begin{cases} q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), \quad q_0(x + \pi) = q_0(x) \in C^4(\mathbb{R}), \\ p^2(x, t)|_{x=0} = p_1(t), \quad q(x, t)|_{x=0} = q_1(t), \\ p_1(t), q_1(t) \in C^1(t > 0) \cap C(t \geq 0), \\ |p_1(t)| \leq M_1, \quad |q_1(t)| \leq M_2, \quad M_1 > 0, \quad M_2 > 0, \end{cases} \quad (2)$$

и условиях периодичности и гладкости

$$\begin{cases} q(x + \pi, t) = q(x, t), \quad p^2(x + \pi, t) = p^2(x, t), \\ q(x, t) \in C_{x,t}^{2,1}(t > 0) \cap C(t \geq 0), \quad p(x, t) \in C_{x,t}^{1,1}(t > 0) \cap C(t \geq 0). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь, классическое уравнения Кортевега-де Фриза  $q_t = q_{xxx} - 6qq_x$  - обозначено через КДФ(+1), а отрицательное уравнения Кортевега-де Фриза  $q_t = 2pp_x$ ,  $p_{xx} - pq = 0$  – КДФ(-1).

В данной работе предлагается алгоритм построения периодических бесконечнозонных решений  $(q(x, t), p^2(x, t))$ ,  $x \in \mathbb{R}, t > 0$  смешенной задачи (1) - (3) сведением её к обратной спектральной задаче для оператора Хилла:

$$L(\tau, t)y \equiv -y'' + q(x + \tau, t)y, \quad x, \tau \in \mathbb{R}, \quad t > 0. \quad (4)$$

Отметим, что обратная задача для оператора Хилла исследована в [1].

Обозначим через  $c(x, \lambda, \tau, t)$  и  $s(x, \lambda, \tau, t)$  решения уравнения (4) с начальными условиями  $c(0, \lambda, \tau, t) = 1, c'(0, \lambda, \tau, t) = 0$  и  $s(0, \lambda, \tau, t) = 0, s'(0, \lambda, \tau, t) = 1$  соответственно. Функция

$$\Delta(\lambda) \equiv \Delta(\lambda, \tau, t) = c(\pi, \lambda, \tau, t) + s'(\pi, \lambda, \tau, t)$$

называется функцией, Ляпунова для уравнения Хилла (4).

Интервалы  $(\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n})$ ,  $n \geq 1$  называются лакунами, где  $\lambda_n = \lambda_n(\tau, t)$  – корни уравнения  $\Delta(\lambda) \mp 2 = 0$ . Они совпадают с собственными значениями периодической или антипериодической  $(y(0, \lambda, \tau, t) = \pm y(\pi, \lambda, \tau, t))$  задачи для уравнения (4). Корни уравнения  $s(\pi, \lambda, \tau, t) = 0$  обозначим через  $\xi_n(\tau, t)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Они совпадают с собственными значениями задачи Дирихле для уравнения (4) с граничными условиями  $y(0, \lambda, \tau, t) = 0$ ,  $y(\pi, \lambda, \tau, t) = 0$  и притом  $\xi_n(\tau, t) \in [\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ ,  $n \geq 1$ . Числа  $\xi_n(\tau, t)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  и знаки

$$\sigma_n(\tau, t) = \operatorname{sgn}\{s(\pi, \xi_n, \tau, t) - c(\pi, \xi_n, \tau, t)\} = \pm 1, n \geq 1,$$

называются спектральными параметрами оператора  $L(\tau, t)$ . Спектральные параметры  $\xi_n(\tau, t)$ ,  $\sigma_n(\tau, t) = \pm 1$ ,  $n \geq 1$ , и границы спектра  $\lambda_n(\tau, t)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , называются спектральными данными оператора Хилла  $L(\tau, t)$ .

Задача восстановления коэффициента  $q(x + \tau, t)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$ ,  $t > 0$  оператора Хилла  $L(\tau, t)$  по спектральным данным

$$\{\lambda_{n-1} = \lambda_{n-1}(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \geq 1\}$$

называется обратной задачей. Коэффициент  $q(x + \tau, t)$  оператора  $L(\tau, t)$  определяется однозначно по спектральным данным. Если с помощью начальной функций  $q_0(x + \tau)$ ,  $x, \tau \in \mathbb{R}$  построит оператор Хилла  $L(\tau, 0)$  вида

$$L(\tau, 0)y \equiv -y'' + q_0(x + \tau)y = \lambda y, \quad x, \tau \in \mathbb{R},$$

то видим, что границы спектра  $\lambda_n(\tau)$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$ , полученной задачи не зависят от параметра  $\tau \in \mathbb{R}$ , то есть  $\lambda_n(\tau) = \lambda_n$ ,  $n \geq 0$ , а спектральные параметры от параметра  $\tau$  зависят:  $\xi_n^0 = \xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n^0 = \sigma_n^0(\tau) = \pm 1$ , и являются периодическими функциями:  $\xi_n^0(\tau + \pi) = \xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n^0(\tau + \pi) = \sigma_n^0(\tau)$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$ ,  $n \geq 1$ . Решая прямую спектральную задачу, найдем спектральные данные  $\{\lambda_{n-1}, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \geq 1\}$  оператора Хилла  $L(\tau, 0)$ .

Основной результат настоящей работы содержится в следующей теореме.

**Теорема 1.** Если начальные данные  $q_0(x)$ ,  $q_1(t)$  и  $p_1(t)$  удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} q_0(x + \pi) = q_0(x) \in C^4(\mathbb{R}), q_1(t), p_1(t) \in C^1(t > 0) \cap C(t \geq 0), \\ |p_1(t)| \leq M_1, |q_1(t)| \leq M_2, M_1 > 0, M_2 > 0, \end{cases} \quad (5)$$

то существует однозначно определяемые бесконечнозонные решения  $(q(\tau, t), p^2(\tau, t))$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$ ,  $t > 0$  смешенной задачи (1) - (3), которые определяются, соответственно, суммой равномерно сходящейся рядов

$$q(\tau, t) = \lambda_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_{2k-1} + \lambda_{2k} - 2\xi_k(\tau, t)), \quad (6)$$

$$p^2(\tau, t) = p_1(t) \prod_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_k(\tau, t)}{\xi_k(0, t)} = \frac{2p_1(t)\xi_n(\tau, t)}{A_n(t) - q_1(t)} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{\xi_k(\tau, t)}{\xi_k(0, t)}, \quad (7)$$

где

$$A_n(t) = \lambda_0 + \lambda_{2n-1} + \lambda_{2n} + \sum_{k=1, k \neq n}^{\infty} (\lambda_{2k-1} + \lambda_{2k} - 2\xi_k(0, t)),$$

при этом координаты

$$\begin{aligned} \xi &\equiv \xi(\tau, t) = (\xi_1(\tau, t), \xi_1(\tau, t), \dots, \xi_n(\tau, t), \dots), \\ \sigma &\equiv \sigma(\tau, t) = (\sigma_1(\tau, t), \sigma_2(\tau, t), \dots, \sigma_n(\tau, t), \dots). \end{aligned}$$

векторов удовлетворяют системе дифференциальных уравнений Дубровина

$$\frac{\partial \xi_n(\tau, t)}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) \sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)} f_n(\xi) g_n(\xi), n \geq 1, \quad (8)$$

с начальными условиями:

$$\xi_n(\tau, 0) = \xi_n^0(\tau), \sigma_n(0, \tau) = \sigma_n^0(\tau), n \geq 1, \quad (9)$$

где

$$\bar{g}_n(\xi) = \frac{p_1(t)}{A_n(t) - q_1(t)} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{\xi_k(\tau, t)}{\xi_k(0, t)} + 2\lambda_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_{2k-1} + \lambda_{2k} - 2\xi_k(\tau, t)) + 4\xi_k(\tau, t),$$

$$f_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n - \lambda_0) \prod_{k=1, k \neq n}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n)(\lambda_{2k} - \xi_n)}{(\xi_k - \xi_n)^2}}.$$

Теорема 1 дают следующий алгоритм нахождения решения смешанной задачи (1) - (3).

1. Сначала находим спектральные  $\{\lambda_{n-1}, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \geq 1\}$ , оператора Хилла  $L(\tau, 0)$ .
2. Обозначаем спектральные данные оператора Хилла  $L(\tau, t)$  через  $\{\lambda_{n-1}, \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \geq 1\}$ . Теперь, решая задачу Коши (8) - (9) для произвольных  $\tau \in \mathbb{R}$ , находим  $\xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \geq 1$ .
3. Из формул (6) и (7) определяем функции  $q(\tau, t)$  и  $p^2(\tau, t)$ , то есть бесконечнозонные решения смещенной нелинейной задачи (1) - (3).

#### Список литературы

1. Hasanov A.B. Xill tenglamasi uchun teskari masalalar va ularning tatbiqlari. Tashkent "Turon-Iqbol" 2015, 424
2. Khasanov A.B., Eshbekov R.Kh., Normurodov K. Integration of a Nonlinear Hirota type equation with Finite Density in the class of Periodic Functions, Lovachevskii journal of Mathematics, 2023, 44(10), pp. 4329-4347.
3. Mannonov G.A., Khasanov A.B. Cauchy problem for the Nonlinear Hirota Equation in the class of Periodic Infinite-Zone Functions. St. Petersburg Mathematical Journal, 2023, 34(5), pp. 821-845.

### ИНТЕГРИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО КОМПЛЕКСНОГО МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА — ДЕ ФРИЗА (КМКДФ) С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЧЛЕНАМИ В КЛАССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ БЕСКОНЕЧНОЗОННЫХ ФУНКЦИЙ

ХАСАНОВ Т.Г<sup>1</sup>., ЗОКИРОВ И.П<sup>2</sup>.

<sup>1)</sup> К.ф.-м.н. Ассистент кафедры дифференциальных уравнений Самаркандского государственного университета.

e-mail: [temur.xasanov.2018@mail.ru](mailto:temur.xasanov.2018@mail.ru)

<sup>2)</sup> Студент магистратуры Самаркандского государственного университета. e-mail: [iqboljonzokirov0202@gmail.com](mailto:iqboljonzokirov0202@gmail.com)

**Аннотация.** Метод обратной спектральной задачи применяется для интегрирования нелинейного комплексного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (кМКДФ) с дополнительными членами в классе периодических бесконечнозонных функций. Выводится эволюция спектральных данных периодического оператора Дирака, коэффициент которого является решением уравнения кМКДФ.

**Annotatsiya.** Testkari spektral masala usuli qo‘shimcha hadlarga ega bo‘lgan nolinear kompleks modifikatsiyalangan Korteveg–de Friz (kmKdF) tenglamasini davriy, cheksiz zonali funksiyalar sinfiga integrallash uchun qo‘llaniladi. Ko‘rsatiladiki, davriy Dirak operatorining spektral ma‘lumotlari evolyutsiyasi aniqlanadi, bunda uning koeffitsienti kmKdF tenglamasining yechimi hisoblanadi.

**Abstract.** The inverse spectral problem method is applied to integrate the nonlinear complex modified Korteweg–de Vries (mKdV) equation with additional terms in the class of periodic finite-gap functions. The evolution of the spectral data of the periodic Dirac operator is derived, whose coefficient is a solution of the mKdV equation.

**Ключевые слова.** Комплексное модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза, оператор Дирака, спектральные данные, система дифференциальных уравнений Дубровина, формулы следов, быстроубывающих функций.

**Kalit so‘zlar.** Kompleks modifikatsiyalangan Korteveg–de Friz tenglamasi, Dirak operatori, spektral berilganlar, Dubrovin differensial tenglamalar sistemasi, izlar formulasi, tez kamayuvchi funksiyalar.

**Keywords.** Complex modified Korteweg–de Vries equation, Dirac operator, spectral data, Dubrovin system of differential equations, trace formulas, rapidly decaying functions.

Рассмотрим задачу Коши для нелинейного комплексного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (кмКДФ) с дополнительными

$$\begin{cases} p_t = a(t) \left[ p_{xxx} - 6(p^2 + q^2) p_x \right] + b(t) p_x + c(t) q, \\ q_t = a(t) \left[ q_{xxx} - 6(p^2 + q^2) q_x \right] + b(t) q_x + c(t) p \end{cases} \quad (1)$$

при начальных условиях

$$\begin{aligned} p(x, t)|_{t=0} &= p_0(x), \quad q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), \\ p_0(x + \pi) &= p_0(x), \quad q_0(x + \pi) = q_0(x), \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (2)$$

в классе действительных бесконечнозонных  $\pi$ -периодических по  $x$  функций:

$$\begin{aligned} p(x + \pi, t) &= p(x, t), \quad q(x + \pi, t) = q(x, t), \\ p(x, t), q(x, t) &\in C_x^3(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $a(t), b(t) \in C([0, \infty))$  заданные непрерывные ограниченные функции.

В данной работе предлагается алгоритм построения бесконечнозонных решений  $p(x, t), q(x, t), x \in \mathbb{R}, t > 0$  задачи (1)-(3) сведением её к обратной спектральной задаче для самосопряженного оператора Дирака:

$$L(t)y \equiv B \frac{dy}{dx} + \Omega(x, t)y = \lambda y, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x, t) = \begin{pmatrix} p(x, t) & q(x, t) \\ q(x, t) & -p(x, t) \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Для уравнения (1) данная постановка задачи ранее не исследовалась.

Если запишем уравнения кмКДФ с дополнительными членами вида

$$u_t = a(t) \left( u_{xxx} - 6|u|^2 u_x \right) + b(t) u_x - ic(t) u, \quad i = \sqrt{-1}$$

эквивалентной ему на вещественную и мнимую части функции  $u(x, t) = p(x, t) + iq(x, t)$ , то получим система уравнения (1). Кроме того решения нелинейных уравнений в классе

периодических и быстроубывающих функции для различных задач изучались в работах [1]-[7].

Основной результат настоящей работы содержится в следующей теореме.

**Теорема.** Пусть  $p(x, t)$  и  $q(x, t)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $t > 0$  является решением задачи (1)-(3). Тогда границы спектра  $\lambda_n(t)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  оператора  $L(t)$ , не зависят от параметра  $t$ , то есть  $\lambda_n(t) = \lambda_n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , а спектральные параметры  $\xi_n(t)$ ,  $\sigma_n(t) = \pm 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  удовлетворяют аналогу системы уравнений Дубровина

$$\frac{d\xi_n(t)}{dt} = 2(-1)^n \sigma_n(t) h_n(\xi(t)) g_n(\xi(t)), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} g_n(\xi(t)) = & a(t) \left[ 4\xi_n^3(t) + 4p(0, t)\xi_n^2(t) + 2(p^2(0, t) + q^2(0, t) + q_x(0, t))\xi_n(t) + \right. \\ & \left. + 2(p(0, t)q_x(0, t) - p_x(0, t)q(0, t)) + 2p(0, t)(p^2(0, t) + q^2(0, t) - p_{xx}(0, t)) \right] + \\ & + b(t) \left[ -\xi_n(t) - p(0, t) \right] + \frac{1}{2}c(t), \quad n \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Здесь знаки  $\sigma_n(t) = \pm 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  меняются на противоположный при каждом столкновении точки  $\xi_n(t)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  с границами своей лакуны  $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ . Кроме того, выполняются следующие начальные условия

$$\xi_n(t)|_{t=0} = \xi_n^0, \quad \sigma_n(t)|_{t=0} = \sigma_n^0, \quad n \in \mathbb{Z}$$

где  $\xi_n^0, \sigma_n^0 = \pm 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , спектральные параметры оператора Дирака  $L(0)$  с коэффициентами  $p_0(x), q_0(x)$ . Последовательности  $h_n(\xi(t))$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , в уравнении (4) определяются по следующие формулами

$$h_n(\xi(t)) = \sqrt{(\xi_n(t) - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n(t))} \cdot \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n(t))(\lambda_{2k} - \xi_n(t))}{(\xi_k(t) - \xi_n(t))^2}}.$$

### Список Литературы

1. A. B. Khasanov, U. O. Khudayorov, T. G. Khasanov, The Cauchy problem for the modified Korteweg-de Vries-Liouville (mKdV-L) equation with an additional term in the class of periodic infinite-gap functions, Proc. Inst. Math. Mech. Natl. Acad. Sci. Azerb., 50:1 (2024), 78–95.
2. A. B. Khasanov, R. Kh. Eshbekov, T. G. Khasanov, Integration of a non-linear Hirota type equation with additional terms, Izv. Math., 89:1 (2025), 196–219.
3. A. B. Khasanov, T. G. Khasanov, The Cauchy Problem for the Nonlinear Complex Modified Korteweg-de Vries Equation with Additional Terms in the Class of Periodic Infinite-Gap Functions, Sib. Math. J., 65:4 (2024), 846–868.
4. A. B. Khasanov, T. G. Khasanov, Cauchy Problem for the Loaded Korteweg-de Vries Equation in the Class of Periodic Functions, Differ. Equat., 59:12 (2023), 1678–1690.
5. A. B. Khasanov, T. G. Khasanov, Cauchy problem for the Korteweg-de Vries equation in the class of periodic infinite-gap functions, J. Math. Sci. (N. Y.), 283:4 (2024), 674–689.
6. Hoitmetov U. A., Khasanov T. G. Integration of the Korteweg-de Vries equation with time-dependent coefficients in the case of moving eigenvalues of the Sturm-Liouville operator // Russian mathematics. 2024. Vol.68, №5. pp. 51–65.
7. Hoitmetov U. A., Khasanov T. G., Integration of the Korteweg–de Vries equation with loaded terms and a self-consistent source in the class of rapidly decreasing functions // Vestnik



## ELEKTROTEKNIKA OPERATOR USULLARINING QO'LLANILISHI

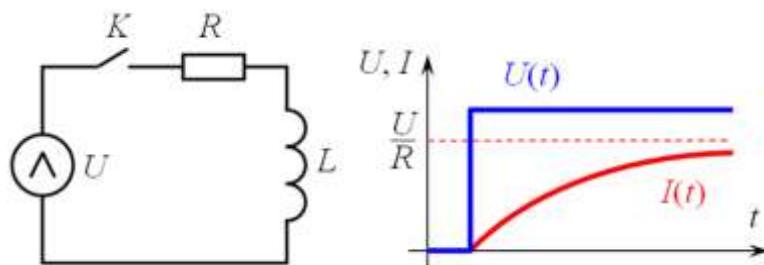
<sup>1</sup> Muxtarov Ya., <sup>2</sup> Shodiev D.Sh., <sup>3</sup> Shodiyorova M.,

Sharof Rashidov nomidagi Samarkand davlat universiteti,

Sharof Rashidov nomidagi Samarkand davlat universitetining Urgut filial

e-mail: <sup>1</sup> [ya-muxtarov@rambler.ru](mailto:ya-muxtarov@rambler.ru); <sup>3</sup> [muxlisashodiyorova5@gmail.com](mailto:muxlisashodiyorova5@gmail.com)

Operator usullari elektr zanjirlari nazariyasida, avtomatik boshqarish nazariyasida, signallar nazariyasida, nazariy mexanikada qo'llaniladi. Tasvirlarga o'tish differensial tenglamalarni yechishdan algebraik tenglamalarni yechishga o'tish imkonini beradi. Operatsion hisoblash uzlukli funksiyalar, masalan, "qaychi" funksiyasi, impuls, delta-funksiya va boshqalar bilan ishlashga imkon beradi. Bu xususiyat operatsion hisoblashni differensial tenglamadan farqlaydi. Quyidagi masalani qaraymiz:



Rasmda kommutatsiyalanadigan  $RL$  zanjiri tasvirlangan. Vaqtning  $t=0$  momentida  $K$  kalit tutashadi.  $RL$  zanjirdagi tokning vaqtga bog'liqligini aniqlash talab etiladi.

Bu masalani differensial tenglamasini tuzamiz.

Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra, sxema quyidagi differensial tenglama bilan ifodalanadi:

$$U = iR + L \frac{di}{dt}, \quad (1)$$

bunda birinchi had  $R$  qarshilikdagi kuchlanish pasayishini, ikkinchisi esa  $L$  induktivlikdagi kuchlanish pasayishini ifodalaydi.

(1) tenglama  $i = i(t)$  funksiyaga nisbatan chiziqli tenglamadir [1]. Bu tenglamani yechimini

an'anaviy usulni qo'llab topamiz  $i(t) = ce^{-\frac{R}{L}t} + \frac{U}{R}$ . Integrallash doimiysining qiymatini  $t=0$  paytda zanjirda tok bo'lmagan shartdan topamiz:

$$i(0) = 0; \quad 0 = c + \frac{U}{R}; \quad c = -\frac{U}{R}.$$

Natijada berilan masalaning yechimi  $i(t) = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$  bo'ladi.

Endi bu masalani operator usuli bilan yechamiz [2]. (1) differensial tenglamaning har bir hadining tasvirini topamiz:  $i \Rightarrow I$ ;  $U \Rightarrow \frac{U}{p}$ ;  $iR \Rightarrow IR$ ;  $L \frac{di}{dt} \Rightarrow L[pI - i(0)] = pLI$ ,

bunda  $U \Rightarrow \frac{U}{p}$  bo'ladi, chunki  $U$  ning vaqt bo'yicha o'zgarishi  $U = h(t)U$  funksiya bilan ifodalanadi (kalit  $t=0$  da ulangan), bu yerda  $h(t)$  - Xevisaydning pog'onali

funksiyasi (birlik funksiya),  $h(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0 \end{cases}$  va uning tasviri  $\frac{1}{p}$ .

Differensial tenglamaning quyidagi tasvirini olamiz.  $\frac{U}{p} = RI + pLI = I(R + pL)$ .

Oxirgi tenglamadan tokning tasvirini topamiz:  $I = \frac{U}{p(R + pL)}$ .

Shunday qilib, yechim ma'lum tasvir bo'yicha tokning original qiymatini topishga keltiriladi. Tenglamaning o'ng tomonini elementar kasrlarga ajratamiz:

$$\frac{U}{p(R + pL)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{R + pL}. \text{ Bundan } A = \frac{U}{R}; B = -\frac{UL}{R} \text{ kelib chiqadi va } I = \frac{U}{R} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{\frac{R}{L} + p} \right) \text{ ni}$$

hosil qilamiz.

Natijada berilan masalaning yechimi  $i(t) = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$  bo'ladi.

**Xulosa.** Operatsion hisoblash elektrotexnikada turli zanjirlarning dinamik rejimlarini hisoblash uchun juda qulay. Turli elementlarning operator qarshiligi uchun yuqorida olingan ifodalar  $p \rightarrow j\omega$  o'zgartirishdan oldingi aniqlikda o'zgaruvchan tok zanjirlaridagi qarshiliklar uchun tegishli ifodalar bilan mos keladi:  $Z_R = R; Z_L = j\omega L; Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ .

#### Adabiyotlar

1. Ya.Muxtarov. Differensial tenglamalar. Amaliy mustaqil ishlar. O'quv qo'llanma. – Samarqand: SamDU nashri 2023. – 262 bet.
2. Muxtarov Ya., Tursunov F.R., Shodiyev D.S. Differensial tenglamalar nazariyasining tanlangan boblari. Operatsion hisob va uning differensial tenglamalarga tadbig'i. O'quv qo'llanma. Samarand: SamDU nashriyoti, 2025 – 172 bet.

#### NONLOCAL PROBLEMS WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR THEBUSSINESQ EQUATION

**D. G. Nortoshev<sup>1</sup>, Sh. Sh. Xudoykulov<sup>2</sup>, S. A. Quchqarova<sup>3</sup>**

<sup>1,2</sup> *Tashkent State Transport University, Tashkent region, Uzbekistan*

<sup>3</sup> *TMC institute Tashkent region, Uzbekistan*

<sup>1</sup>e-mail: dnortoshev@gmail.com

The report presents results on the solvability of boundary value problems for pseudohyperbolic equations.

$$u_{tt} - a\Delta u_{tt} - b\Delta u = f(t, x),$$

with integral conditions,

$$\begin{cases} u(0, x) = u_t(0, x) = 0, \\ \int_0^T N(t)u(t, x)dt = 0, & 0 < x < 1 \\ \int_0^T R(t)u(t, x)dt = 0. \end{cases}$$

where  $N(t)$ ,  $R(t)$  are given functions and  $a, b \in \mathbb{R}$ . Here,  $t$  belongs to a domain  $\Omega$  in the space  $\mathbb{R}^n$ . For the problems under consideration, theorems on the uniqueness and existence of regular solutions have been established; that is, solutions possessing all generalized derivatives in the sense of S. L. Sobolev that appear in the corresponding equation.

#### List of used literature

1. A.A. Alsykova. Nonlocal problems with integral conditions for the Boussinesq equation. Mathematical Notes of NEFU (Matematicheskie Zametki SVFU), 23:1 (2016), pp. 3–11.
2. G.V. Demidenko and S.V. Uspenskii. Equations and Systems Not Solved with Respect to the Highest Derivative: Pseudohyperbolic Equations. Novosibirsk, Nauchnaya Kniga, 1998, pp. 108–121.
3. A.I. Kozhanov. Nonlocal Problems and Problems with Integral Conditions for Partial Differential Equations: Summary of Results, Unsolved Problems. Novosibirsk: Nauka, 2024. 96 p. ISBN 978-5-02-041543-0.
4. T.K. Yuldashev. On a nonlocal problem for an inhomogeneous integro-differential equation of Boussinesq type with a degenerate kernel. Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series (Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki), 159(1), 2017, pp. 88–99.
- 3.A. A. Zamyshlyayeva. "Initial-boundary value problem for the inhomogeneous Boussinesq–Love equation". Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software, 2011, No. 10, pp. 22–29.
- 4.A. A. Zamyshlyayeva and A. V. Yuzeeva. "Initial-boundary value problem for the Boussinesq–Love equation". Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software, 2010, No. 5, pp. 23–31.

## FAZODA LAPLAS TENGLAMASI UCHUN KOSHI MASALASINING KARLEMAN FUNKSIYASI

**T.Ishankulov, S.S.Umarov**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O'zbekiston  
Samarqand davlat pedagogika instituti, Samarqand, O'zbekiston*

**Annotasiya.** Maqolada fazodagi Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasi qaralgan.

**Kalit so'zlar:** Koshi masalasi, nokorrekt masalalar, Karleman funksiyasi, davom ettirish formulalari.

Nokorrekt masalalarni yechimlar sinfini kompaktga qadar toraytirilsa, bu masala turg'un bo'lishiga doir birinchi natijalar A.N.Tixonov ishlarida keltirilgan. Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasining Karleman funksiyasi tushunchasi M.M.Lavrent'yev[2] tomonidan kiritilgan. Tekislikdagi yo'lak ko'rinishidagi cheksiz sohada Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasining regularizatsiyasi V.K.Ivanov[3] tomonidan o'rganilgan. Ko'p o'lchamli fazoda soha chegarasining bir qismi konus bo'lganda Laplas va Gelmgols tenglamalari uchun Koshi masalasining yechimi Sh.Yarmuxamedov[4] tomonidan Karleman funksiyasini qurish asosida olingan. Tekislikda Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasining Karleman funksiyasi [5] da oysimon soha uchun o'rganilgan.

**1. Masalaning qo'yilishi.**  $R^3$  fazoda birlik sfera qismi hamda  $S$  silliq sirt bilan chegaralangan  $D$  sohani qaraymiz. Bunda koordinata boshi sohadan tashqarida joylashgan deb olamiz.

$x = (x_1, x_2, x_3) \in D$  va  $y = (y_1, y_2, y_3) \in \bar{D}$  bo'lsin. Qaralayotgan  $D$  sohada

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_3^2} = 0 \quad (1)$$

Laplas tenglamasi yechimi  $U(x) = U(x_1, x_2, x_3) \in C^2(D) \cap C^1(\bar{D})$  garmonik funksiyaning Koshi berilganlari  $S$  da berilgan:

$$U(x)|_S = f_0(x), \quad \frac{\partial U(x)}{\partial n} \Big|_S = f_1(x), \quad (2)$$

bu yerda  $f_0(x)$  va  $f_1(x)$  - berilgan funksiylar. (2) shartlarga ko'ra  $U(x)$  funksiyaning  $D$  sohada topish masalasi qaraladi.

**2. Karleman funksiyasi qurish sxemasi.** (1) – (2) masala yechimini topishda Karleman funksiyasi metodidan foydalanamiz.

$$G(x, y, N) = \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{\rho^n}{\rho_1^{n+1}} P_n(\cos \gamma) = \frac{1}{r} - \sum_{n=0}^N \frac{\rho^n}{\rho_1^{n+1}} P_n(\cos \gamma)$$

funksiya quramiz.

**1-Teorema.**  $G(x, y, N) = \frac{1}{r} + g(x, y, N)$  funksiya qaralayotgan  $D$  sohada  $S$  yoyi uchun Laplas tenglamasining Karleman funksiyasi bo'ladi.

**2-Teorema.**  $U(x) = U(x_1, x_2, x_3) \in C^2(D) \cap C^1(\bar{D})$  uchun  $N \rightarrow \infty$  limitga o'tib

$$U(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_S \left[ G(x, y, N) \cdot f_1(y) - f_0(y) \cdot \frac{\partial G(x, y, N)}{\partial n} \right] dS_y$$

tenglikni olamiz.

#### Foydalanilgan adabiyotlar

- [1] А.Н.Тихонов, “Об устойчивости обратных задач”, ДАН СССР, т. 39, № 5 (1943), 195—198
- [2] М.М.Лаврентьев, “О некоторых некорректных задачах математической физики”, — Новосибирск: Изд-во Сиб. отд-ния АН СССР, 1962. — 92 с..
- [3] В. К.Иванов, “Задача Коши для уравнения Лапласа в бесконечной полосе”, Дифференц. уравнения, 1:1 (1965), 131–136
- [4] Ш.Ярмухамедов, “О задаче Коши для уравнения Лапласа”, Докл. АН СССР, 235:2 (1977), 281–283.

### ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИРАКА НА ПОЛУОСИ.

А.Э. Маматов

Toshkent axborot texnologiyalar universiteti, Uzbekiston

[AEMAMATOV@MAIL.RU](mailto:AEMAMATOV@MAIL.RU).

**Аннотация:** Данной работе получены дисперсионные соотношения на полуоси для системы дифференциальных уравнений Дирака в случае конечной плотности с нулевым граничным условием.

**Ключевые слова:** система дифференциальных уравнений, непрерывный спектр, собственное значение, дисперсионные соотношения.

Annotation: In this paper, dispersion relations on the half-axis are obtained for the Dirac system of differential equations in the case of finite density with a zero boundary condition.

Keywords: system of differential equations, continuous spectrum, eigenvalue, dispersion relations.

Рассмотрим самосопряженный оператор Дирака  $D$  действующий в гильбертовом пространстве вектор-функции  $L_2^2(0, +\infty)$ , порожденный дифференциальным выражением вида

$$dy = i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{dy}{dx} + i \begin{pmatrix} 0 & -\overline{q(x)} \\ q(x) & 0 \end{pmatrix} y = \lambda y, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, 0 \leq x < \infty \quad (1)$$

с граничным условием Дирихле в нуле

$$y_1(0) = y_2(0), \quad (2)$$

где функция  $q(x)$  удовлетворяет условию конечной плотности

$$\int_0^{+\infty} (1+x) |q(x) - m| dx < \infty, \quad (3)$$

здесь  $m$  - масса,  $0 < m < \infty$ .

В качестве области определения этого оператора мы принимаем множество  $D_D$  всех вектор-функций  $f$  абсолютно непрерывных в каждом интервале  $[0, a]$ ,  $a > 0$ , таких, что  $f, d(f) \in L_2^2(0, +\infty)$  и  $f_1(0) = f_2(0)$ . При  $f \in D_D$ , мы полагаем  $Df = d(f)$ .

Известно [6], что если выполняется условие (3), то система уравнений (1) при действительных  $\lambda$  и  $|\lambda| > m$  имеет специальные решения

$$f^+(x, \lambda) = \begin{pmatrix} i(k - \lambda)/m \\ 1 \end{pmatrix} e^{ikx} + \int_x^{+\infty} \Gamma(x, y) \begin{pmatrix} i(k - \lambda)/m \\ 1 \end{pmatrix} e^{iky} dy$$

и

$$f^-(x, \lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ i(\lambda - k)/m \end{pmatrix} e^{-ikx} + \int_x^{+\infty} \Gamma(x, y) \begin{pmatrix} 1 \\ i(\lambda - k)/m \end{pmatrix} e^{-iky} dy,$$

где  $k = \sqrt{\lambda^2 - m^2}$ ,  $\text{sign} k(\lambda) = \text{sign} \lambda$ , а ядро  $\Gamma(x, y)$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial x} \Gamma(x, y) + \sigma_3 \frac{\partial}{\partial y} \Gamma(x, y) \sigma_3 - U_0(x) \Gamma(x, y) + \sigma_3 \Gamma(x, y) \sigma_3 U = 0$$

и условиям

$$\Gamma(x, x) - \sigma_3 \Gamma(x, x) \sigma_3 = U - U_0(x), \quad (4)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \Gamma(x, y) = 0,$$

причем для элементов матрицы  $\Gamma(x, y)$  справедливы оценки

$$|\Gamma_{ij}| \leq C_1 / (1+x)(1+t)^{1+\varepsilon}, i \neq j; \quad |\Gamma_{ii}| \leq C_1 / (1+t)^{1+\varepsilon},$$

где константы  $C_1 > 0$  и  $\varepsilon > 0$ . Здесь

$$U_0 = \begin{pmatrix} 0 & \overline{q(x)} \\ q(x) & 0 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & 0 \end{pmatrix}$$

и  $\sigma_i, i = 1, 2, 3$  матрицы Паули  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$

Эти специальные решения принято называть решениями Йоста. Функция  $f^+(x, \lambda)$  ( $f^-(x, \lambda)$ ) допускает аналитическое продолжение по  $\lambda$  в верхнюю (нижнюю) полуплоскость, причем при

$$\operatorname{Im} \lambda > 0, f^+(x, \lambda) \in L_2^2(0, +\infty) \left( \operatorname{Im} \lambda < 0, f^-(x, \lambda) \in L_2^2(0, +\infty) \right).$$

Известно [5], что при условии (3) задача (1),(2) имеет непрерывный спектр, состоящий из множества  $R_m = (-\infty; -m] \cup [m; +\infty)$  и конечное число простых собственных значений  $\lambda_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , расположенных в интервале  $(-m, m)$ .

Аналитические свойства  $f^\pm(x, \lambda)$  естественно формулировать на римановой поверхности  $\Gamma$  функции  $k(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - m^2}$ . Поверхность состоит из двух экземпляров  $\Gamma_+$  и  $\Gamma_-$  комплексной плоскости  $\mathbb{C}$  с разрезами вдоль вещественной оси от  $-\infty$  до  $-m$  и от  $m$  до  $+\infty$ ; берега разрезов отождествлены соответствующим образом.

На поверхности  $\Gamma$  введем инволюцию  $\lambda \rightarrow \bar{\lambda}, k \rightarrow -\bar{k}$ . Эту инволюцию можно задать следующим образом  $J(\lambda, \varepsilon) = (\bar{\lambda}, \varepsilon)$ , так что она оставляет на месте листы  $\Gamma_\pm$ . При всех  $\lambda$  из  $\Gamma_+$  и  $\Gamma_-$  соответственно имеем

$$\overline{f^+(x, J(\lambda))} = -\frac{\lambda+k}{im} \sigma_1 f^+(x, \lambda) \text{ и } \overline{f^-(x, J(\lambda))} = \frac{\lambda+k}{im} \sigma_1 f^-(x, \lambda).$$

Отметим, что для ядра  $\Gamma(x, y)$  справедливо свойство инволюции

$$\overline{\Gamma(x, y)} = \sigma_1 \Gamma(x, y) \sigma_1. \quad (5)$$

Из инволюций (5) следует, что для элементов вектор-функций  $f^\pm(x, \lambda)$  и матрицы  $\Gamma(x, y)$  справедливы соотношения:

$$\overline{\Gamma_{11}(x, y)} = \Gamma_{22}(x, y), \quad \overline{\Gamma_{12}(x, y)} = \Gamma_{21}(x, y).$$

Тогда из условия (4) следует, что  $q(x) = 2\Gamma_{21}(x, y) + m = 2\overline{\Gamma_{12}(x, y)} + m$ .

Введем функций Йоста формулой  $s^+(\lambda) = f_1^+(\lambda) - f_2^+(\lambda)$  и  $s^-(\lambda) = f_2^-(\lambda) - f_1^-(\lambda)$ . Тогда из явного вида решений Йости получаются интегральные представления

$$s^+(\lambda) = \frac{i(k-\lambda)}{m} - 1 + \int_0^\infty \left[ \frac{i(k-\lambda)}{m} (\Gamma_{11}(0; y) - \Gamma_{21}(0; y)) + \Gamma_{12}(0; y) - \Gamma_{22}(0; y) \right] e^{iky} dy,$$

$$s^-(\lambda) = \frac{i(\lambda-k)}{m} - 1 + \int_0^\infty \left[ \frac{i(\lambda-k)}{m} (\Gamma_{22}(0; y) - \Gamma_{12}(0; y)) + \Gamma_{21}(0; y) - \Gamma_{11}(0; y) \right] e^{-iky} dy.$$

Из этих интегральных представления функции Йоста и условия (3), следует асимптотика

$$s^+(\lambda) = -1 + O(|\lambda|^{-1}), \quad |\lambda| \rightarrow +\infty. \quad (6)$$

В частности,  $\lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} s^+(\lambda) = -1$ . При  $\lambda \in R_m$  имеем  $s^+(\lambda) = \overline{s^-(\lambda)}$ .

Положим  $s^+(\lambda) = |s^+(\lambda)| e^{-i \arg s^+(\lambda)} = |s^+(\lambda)| e^{-i \delta(\lambda)}$ . Функция  $\delta(\lambda) = \arg s^+(\lambda)$  называется фазой рассеяния или сдвигом фазы для задачи (1)-(2). Тогда функция рассеяния имеет вид

$$S(\lambda) = \frac{s^-(\lambda)}{s^+(\lambda)} = e^{2i\delta(\lambda)}.$$

При  $|\lambda| \rightarrow \infty$  из формулы (6) следует, что

$$S(\lambda) = 1 + \left( \frac{1}{|\lambda|} \right), \quad |\lambda| \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Из асимптотической формулы (7) следует, что естественной нормировка для фазы является следующая:  $\delta(\pm\infty) = 0$ .

Нули  $\lambda_j \in (-m; m)$  функции  $s^+(\lambda)$  являются собственными значениями оператора  $D$  и полюсами  $S(\lambda)$ .

Дисперсионные соотношения устанавливают связь между модулем и аргументом (т.е. фазой) функции Йоста.

**Теорема.** Пусть  $m > 0$  и выполняется условия (3). Тогда

$$\delta(-m-0) - \delta(m+0) = \pi \left( n + \frac{1}{2}n_m + \frac{1}{2}n_{-m} \right),$$

где  $n$  - число собственных значений  $\lambda_j \in (-m; m)$  оператора  $D$ ,  $n_{\pm m} \in \{0; 1\}$  - индикаторы

наличия порогового резонанса при  $\lambda = \pm m$ , т.е.  $n_{\pm m} = \begin{cases} 1, & s^+(\pm m) = 0 \\ 0, & s^+(\pm m) \neq 0 \end{cases}$ .

Получим следующие дисперсионные соотношения:

$$\begin{aligned} \ln |s^+(\lambda)| &= -\frac{1}{\pi} \int_{|\lambda'|>m} \frac{\delta(\lambda')}{\lambda' - \lambda} d\lambda' + \sum_{j=1}^n \ln \left| 1 - \frac{\lambda_j}{\lambda} \right|, \\ \delta(\lambda) &= \frac{1}{\pi} \int_{|\lambda'|>m} \frac{\ln |s^+(\lambda')|}{\lambda' - \lambda} d\lambda'. \end{aligned} \quad (8)$$

Из формулы (8) следует для  $\text{Im } z > 0$

$$s^+(z) = \prod_{j=1}^n \left( 1 - \frac{\lambda_j}{z} \right) \exp \left\{ -\frac{1}{\pi} \int_{|\lambda'|>m} \frac{\delta(\lambda')}{\lambda' - z} d\lambda' \right\}.$$

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гасымов М.Г., Левитан Б.М. Определение системы Дирака по фазе рассеяния // Докл. АН СССР. - 1966. - Т.167, № 6. - С.1219-1222.
- [2] Iantchenko A., Korataev E. Resonance for Dirac operators on the half-line // J. Math. Anal. Appl. - 2014. - Т.420, №1. - С.279-313.
- [3] Фам Л. В. Обратная задача рассеяния для системы уравнений Дирака на полуоси // Линейные краевые задачи математической физики. Киев: Институт математики АН УССР, 1973. - С.174-207.
- [4] Hryniv R.O., Manko S.S. Inverse Scattering on the Half-Line for ZS-AKNS Systems with Integrable Potentials // Integral Equations Operator Theory. - 2016. - Т.84, №3. - С.323-355. - Т.278, № 6. - С.1316-1319.
- [5] Маматов А.Э. Прямая задача теории рассеяния для системы дифференциальных уравнений Дирака на полуоси в случае конечной плотности // Дифференциальные уравнения // - 2024. - Т.60, № 3. - С. 298-311.
- [6] Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.А. Гамильтонов подход в теории солитонов - М.: Наука, 1986. - 528 с.

# О РЕШЕНИИ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ХИРОТЫ

У. А. Хоитметов<sup>1)</sup> д.ф.-м.н., Ф. К. Мусаева<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Ал-Беруний Ургенчский государственный университетб, Ургенч, Узбекистан

E-mail: [x\\_umid@mail.ru](mailto:x_umid@mail.ru)

[MUSAYEVAFERUZA595@GMAIL.COM](mailto:MUSAYEVAFERUZA595@GMAIL.COM)

**Ключевые слова:** нагруженное уравнение Хироты; метод обратной задачи рассеяния; данные рассеяния; интегральное уравнение Гельфанда–Левитана–Марченко.

В данной работе рассмотрим следующее нагруженное уравнение Хироты:

$$iu_t + P_0(|u(x_0, t)|)(u_{xx} + 2u|u|^2) + iP_1(|u(x_1, t)|)(6|u|^2 u_x + u_{xxx}) + iP_2(|u(x_2, t)|)u_x - P_3(|u(x_3, t)|)u = 0, \quad (1)$$

где  $P_0(h)$ ,  $P_1(s)$ ,  $P_2(y)$  и  $P_3(z)$  — некоторые полиномы от  $h$ ,  $s$ ,  $y$  и  $z$  соответственно.

Уравнение (1) исследуется при заданном начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad (2)$$

где функция  $u_0(x)$ , определённая для всех  $x \in R$ , удовлетворяет следующим условиям:

1) существует  $\varepsilon > 0$  такое, что

$$e^{\varepsilon|x|}|u_0(x)| \leq \frac{C}{(1 + |x|)^{1+\delta}}, \quad \delta > 0, \quad (3)$$

при этом  $C > 0$  — постоянная;

2) оператор

$$L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0^*(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

имеет ровно  $N$  собственных значений  $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N(0)$  с кратностями  $m_1(0), m_2(0), \dots, m_N(0)$ , все из которых располагаются в верхней полуплоскости комплексной плоскости и не имеет спектральных особенностей.

Пусть функция  $u(x, t)$  обладает необходимой гладкостью и стремится достаточно быстро к своим пределам при  $x \rightarrow \pm\infty$ , т.ч.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( e^{\varepsilon|x|}|u(x, t)| + \sum_{j=1}^3 \left| \frac{\partial^j u(x, t)}{\partial x^j} \right| \right) dx < \infty. \quad (4)$$

Основная цель данной работы — получить представления для решения  $u(x, t)$  задачи (1)-(4) с применением метода обратной задачи рассеяния для оператора

$$L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x, t) \\ -u_0^*(x, t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}.$$



Рассмотрим на всей оси  $x \in R$  систему уравнений Дирака в следующем виде:

$$\begin{cases} y_{1x} + i\lambda y_1 = u(x)y_2 \\ y_{2x} - i\lambda y_2 = -u^*(x)y_1 \end{cases}, \quad (5)$$

где  $u(x)$  – комплекснозначная функция, удовлетворяющая условию

$$e^{\varepsilon|x|}|u(x)| \leq \frac{C}{(1+|x|)^{1+\delta}}, \quad \delta > 0, \quad (6)$$

для некоторого  $\varepsilon > 0$  и  $C > 0$  константа. С помощью следующего

$$L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x,t) \\ -u^*(x,t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix},$$

систему (5) можно записать в виде:

$$LY = \lambda Y, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

При условии (6) система уравнений (5) имеет решения Йоста со следующими асимптотиками на бесконечности:

$$\begin{aligned} \varphi(x, \lambda) &= \begin{pmatrix} \varphi_1(x, \lambda) \\ \varphi_2(x, \lambda) \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\lambda x}, \quad (\operatorname{Im} \lambda > -\varepsilon/2), \quad x \rightarrow -\infty, \\ \bar{\varphi}(x, \lambda) &= \begin{pmatrix} \bar{\varphi}_1(x, \lambda) \\ \bar{\varphi}_2(x, \lambda) \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} e^{i\lambda x}, \quad (\operatorname{Im} \lambda < \varepsilon/2), \quad x \rightarrow -\infty, \end{aligned} \quad (7)$$

и

$$\begin{aligned} \psi(x, \lambda) &= \begin{pmatrix} \psi_1(x, \lambda) \\ \psi_2(x, \lambda) \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\lambda x}, \quad (\operatorname{Im} \lambda > -\varepsilon/2), \quad x \rightarrow +\infty, \\ \bar{\psi}(x, \lambda) &= \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1(x, \lambda) \\ \bar{\psi}_2(x, \lambda) \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\lambda x}, \quad (\operatorname{Im} \lambda < \varepsilon/2), \quad x \rightarrow +\infty. \end{aligned} \quad (8)$$

Заметим, что здесь символ «черта» не означает комплексное сопряжение; для обозначения комплексного сопряжения мы будем использовать знак  $*$ .

При выполнении условия (6) такие решения существуют и однозначно определяются с помощью асимптотик (7) и (8). В полосе  $|\operatorname{Im} \lambda| < \varepsilon/2$  легко увидеть, что пары вектор-функций  $\{\varphi(x, \lambda), \bar{\varphi}(x, \lambda)\}$  и  $\{\psi(x, \lambda), \bar{\psi}(x, \lambda)\}$  образуют полные базисные системы решений. Следовательно, в этой полосе справедливы следующие соотношения:

$$\varphi(x, \lambda) = a(\lambda)\bar{\psi}(x, \lambda) + b(\lambda)\psi(x, \lambda), \quad \bar{\varphi}(x, \lambda) = -a^*(\lambda^*)\psi(x, \lambda) + b^*(\lambda^*)\bar{\psi}(x, \lambda),$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}(x, \lambda) &= \begin{pmatrix} \varphi_2^*(x, \lambda^*) \\ -\varphi_1^*(x, \lambda^*) \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}(x, \lambda) = \begin{pmatrix} \psi_2^*(x, \lambda^*) \\ -\psi_1^*(x, \lambda^*) \end{pmatrix}, \quad a(\lambda) = W\{\varphi(x, \lambda), \psi(x, \lambda)\}, \\ a(\lambda)a^*(\lambda^*) + b(\lambda)b^*(\lambda^*) &= 1. \end{aligned}$$

Функция  $a(\lambda)$ , изначально заданная в полосе  $|\operatorname{Im} \lambda| < \varepsilon/2$ , допускает аналитическое продолжение в полуплоскость  $\operatorname{Im} \lambda > -\varepsilon/2$  и обладает асимптотикой

$$a(\lambda) = 1 + O\left(\frac{1}{|\lambda|}\right), \quad |\lambda| \rightarrow \infty,$$

равномерно в каждой полосе  $\text{Im} \lambda \geq \eta$  при  $\eta > -\varepsilon/2$ . При этом функция  $a(\lambda)$  может иметь лишь конечное число нулей  $\lambda_k, k = \overline{1, N}$  в верхней полуплоскости, и эти нули соответствуют собственным значениям оператора  $L$  в верхней полуплоскости. Собственные значения оператора  $L$  в нижней полуплоскости совпадают нулями функции  $a^*(\lambda^*)$ .

Существует пара последовательностей чисел

$$\{\mathcal{Z}_0^k, \mathcal{Z}_1^k, \dots, \mathcal{Z}_{m_k-1}^k\} \in \{\bar{\mathcal{Z}}_0^k, \bar{\mathcal{Z}}_1^k, \dots, \bar{\mathcal{Z}}_{m_k-1}^k\},$$

для которых выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \left. \frac{1}{l!} \frac{d^l}{d\lambda^l} \varphi(x, \lambda) \right|_{\lambda=\lambda_k} &= \sum_{j=0}^l \mathcal{Z}_{l-j}^k \frac{1}{j!} \frac{d^j}{d\lambda^j} \psi(x, \lambda) \Big|_{\lambda=\lambda_k}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, m_k - 1, \\ \left. \frac{1}{l!} \frac{d^l}{d\lambda^l} \psi(x, \lambda) \right|_{\lambda=\lambda_k} &= \sum_{j=0}^l \bar{\mathcal{Z}}_{l-j}^k \frac{1}{j!} \frac{d^j}{d\lambda^j} \varphi(x, \lambda) \Big|_{\lambda=\lambda_k}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, m_k - 1. \end{aligned}$$

при этом  $\mathcal{Z}_0^k \neq 0$  и  $\bar{\mathcal{Z}}_0^k \neq 0$ . Последовательность  $\{\mathcal{Z}_0^k, \mathcal{Z}_1^k, \dots, \mathcal{Z}_{m_k-1}^k\}$  называется нормировочной цепочкой оператора  $L$ , соответствующей собственным значениям  $\{\lambda_k\}_{k=1}^N$ , а последовательность  $\{\bar{\mathcal{Z}}_0^k, \bar{\mathcal{Z}}_1^k, \dots, \bar{\mathcal{Z}}_{m_k-1}^k\}$  — союзной цепочкой. Отсутствие спектральных особенностей у оператора  $L$  означает, что функции  $a(\lambda)$  и  $\bar{a}(\lambda)$  не имеют вещественных нулей.

Для функций  $\psi(x, \lambda)$  и  $\bar{\psi}(x, \lambda)$  справедливы следующие интегральные представления:

$$\psi(x, \lambda) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\lambda x} + \int_x^\infty K(x, s) e^{i\lambda s} ds, \quad (9)$$

$$\bar{\psi}(x, \lambda) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\lambda x} + \int_x^\infty \bar{K}(x, s) e^{-i\lambda s} ds, \quad (10)$$

где  $K(x, s)$  и  $\bar{K}(x, s)$  — двухкомпонентные векторы  $K(x, s) = \begin{pmatrix} K_1(x, s) \\ K_2(x, s) \end{pmatrix}$ .

В представлениях (9) и (10) ядра  $K(x, s)$  и  $\bar{K}(x, s)$  не зависят от  $\lambda$  и связаны с  $u(x)$  следующими соотношениями:

$$u(x) = -2K_1(x, x), \quad u^*(x) = -2\bar{K}_2(x, x).$$

Ядра  $K(x, s)$  и  $\bar{K}(x, s)$  для  $y > x$  являются решениями интегральных уравнений Гельфанда-Левитана-Марченко:

$$\begin{aligned} \bar{K}(x, y) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} F(x+y) + \int_x^\infty \bar{K}(x, s) F(s+y) ds &= 0, \\ K(x, y) - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \bar{F}(x+y) - \int_x^\infty K(x, s) \bar{F}(s+y) ds &= 0, \end{aligned}$$

где

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} e^{i\lambda x} d\lambda - i \sum_{k=1}^N \sum_{j=0}^{m_k-1} \frac{\mathcal{Z}_{m_k-1-j}^k}{j!} \left( \frac{d}{d\lambda} \right)^j \left\{ \frac{(\lambda - \lambda_k)^{m_k} e^{i\lambda x}}{a(\lambda)} \right\} \Big|_{\lambda=\lambda_k},$$

$$\bar{F}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b^*(\lambda^*)}{a(\lambda)} e^{-i\lambda x} d\lambda + i \sum_{k=1}^N \sum_{j=0}^{m_k-1} \frac{\overline{\mathcal{L}}_{m_k-1-j}^k}{j!} \left( \frac{d}{d\lambda} \right)^j \left\{ \frac{(\lambda - \lambda_k)^{m_k} e^{-i\lambda x}}{a(\lambda)} \right\} \Bigg|_{\lambda=\lambda_k}.$$

**Определение 1.** Функция  $r^+(\lambda) = \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)}$  называется функцией рассеяния оператора  $L$ .

**Определение 2.** Следующий набор данных

$$\{r^+(\lambda), \lambda_k, \chi_j^k, m_k - 1, k = 1, 2, \dots, N\}$$

называется данными рассеяния для системы уравнений (5).

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

**Теорема.** Если функция  $u(x, t)$  является решением задачи (1)-(4) то данные рассеяния оператора  $L(t)$  с потенциалом  $u(x, t)$  удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\lambda_n(t) = \lambda_n(0), \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

$$\begin{aligned} \frac{dr^+}{dt} &= \left( 4i\lambda_n^2 P_0(|u(x_0, t)|) + 8i\lambda_n^3 P_1(|u(x_1, t)|) - 2i\lambda_n P_2(|u(x_2, t)|) + iP_3(|u(x_3, t)|) \right) r^+, \\ \frac{\partial \chi_0^n}{\partial t} &= \left( 8i\lambda_n^3 P_1(|u(x_1, t)|) + 4i\lambda_n^2 P_0(|u(x_0, t)|) - 2i\lambda_n P_2(|u(x_2, t)|) + iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_0^n, \\ \frac{\partial \chi_1^n}{\partial t} &= \left( 8i\lambda_n^3 P_1(|u(x_1, t)|) + 4i\lambda_n^2 P_0(|u(x_0, t)|) - 2i\lambda_n P_2(|u(x_2, t)|) + iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_1^n + \\ &\quad + \left( 24i\lambda_n^2 P_1(|u(x_1, t)|) + 8i\lambda_n P_0(|u(x_0, t)|) - 2iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_0^n, \\ \frac{\partial \chi_2^n}{\partial t} &= \left( 8i\lambda_n^3 P_1(|u(x_1, t)|) + 4i\lambda_n^2 P_0(|u(x_0, t)|) - 2i\lambda_n P_2(|u(x_2, t)|) + iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_2^n + \\ &\quad + \left( 24i\lambda_n^2 P_1(|u(x_1, t)|) + 8i\lambda_n P_0(|u(x_0, t)|) - 2iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_1^n + \\ &\quad + \left( 24i\lambda_n P_1(|u(x_1, t)|) + 4i\lambda_n P_0(|u(x_0, t)|) \right) \chi_0^n, \\ \frac{\partial \chi_l^n}{\partial t} &= \left( 8i\lambda_n^3 P_1(|u(x_1, t)|) + 4i\lambda_n^2 P_0(|u(x_0, t)|) - 2i\lambda_n P_2(|u(x_2, t)|) + iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_l^n + \\ &\quad + \left( 24i\lambda_n^2 P_1(|u(x_1, t)|) + 8i\lambda_n P_0(|u(x_0, t)|) - 2iP_3(|u(x_3, t)|) \right) \chi_{l-1}^n + \\ &\quad + \left( 24i\lambda_n P_1(|u(x_1, t)|) + 4i\lambda_n P_0(|u(x_0, t)|) \right) \chi_{l-2}^n + 8iP_1(|u(x_1, t)|) \chi_{l-3}^n, \\ &\quad l = 3, 4, \dots, m_n - 1. \end{aligned}$$

**Пример.** Рассмотрим следующую задачу

$$\begin{aligned} iu_t + \alpha(t) |u(0, t)|^2 (u_{xx} + 2u |u|^2) + i\beta(t) |u(1, t)|^2 (u_{xxx} + 6 |u|^2 u_x) + \\ + i\gamma(t) |u(2, t)| u_x - \nu(t) |u(3, t)| u = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$u(x, 0) = \frac{2id(\chi_0)^* e^{-2icx}}{|\chi_0| \cosh 2(dx - \varphi)}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \frac{t \exp(24c^2 dt^3 - 8d^3 t^3 + 4cdt^2 - 2dt)}{2|\chi_0|} + \frac{t |\chi_0| \exp(-24c^2 dt^3 + 8d^3 t^3 - 4cdt^2 + 2dt)}{8d^2}, \\ \beta(t) &= \frac{3t^2 \exp(24c^2 dt^3 - 8d^3 t^3 + 4cdt^2 - 2dt + 2d)}{2|\chi_0|} + \frac{3t^2 |\chi_0| \exp(-24c^2 dt^3 + 8d^3 t^3 - 4cdt^2 + 2dt - 2d)}{8d^2}, \end{aligned}$$

$$\gamma(t) = \frac{\exp(24c^2 dt^3 - 8d^3 t^3 + 4cdt^2 - 2dt + 4d)}{2|\chi_0|} + \frac{|\chi_0| \exp(-24c^2 dt^3 + 8d^3 t^3 - 4cdt^2 + 2dt - 4d)}{8d^2},$$

$$\nu(t) = \frac{t \exp(24c^2 dt^3 - 8d^3 t^3 + 4cdt^2 - 2dt + 6d)}{|\chi_0|} + \frac{2t|\chi_0| \exp(-24c^2 dt^3 + 8d^3 t^3 - 4cdt^2 + 2dt - 6d)}{8d^2}.$$

Решение задачи (11)-(12) имеет вид:

$$u(x, t) = \frac{-2id \exp((-8ic^3 + 24icd^2)t^3 + (2id^2 - 2ic^2 - i)t^2 + 2ic(t - x) - i\psi)}{\cosh(2dx - 2\varphi - 8d(-3c^2 + d^2)t^3 + 4cdt^2 - 2dt)}.$$

### Литература

1. Gardner C.S., Greene J.M., Kruskal M.D., Miura R.M. Method for solving the Korteweg–de Vries equation, Phys. Rev. Lett. 19 (19), 1095–1097 (1967).
2. Захаров В.Е., Шабат А.Б. Точная теория двумерной самофокусировки и одномерной автомодуляции волн в нелинейных средах, ЖЭТФ 61 (1), 118–134 (1971).
3. Хоитметов У.А., Хасанов Т.Г. Интегрирование уравнения Кортевега–де Фриза с коэффициентами, зависящими от времени, в случае движущихся собственных значений оператора Штурма–Лиувилля, Известия вузов. Математика (5), 63–78 (2024).
4. Хасанов А.Б., Хоитметов У.А. Об интегрировании уравнения Кортевега–де Фриза в классе быстроубывающих комплекснозначных функций, Известия вузов. Математика (3), 79–90 (2018).
5. Hoitmetov U.A., Sobirov Sh.K. Integration of the mKdV equation with time-dependent coefficients, with an additional term and with an integral source in the class of rapidly decreasing functions. Vestn. Udmurt. Univ.: Mat., Mekh., Komp. Nauki, 34(2), 248–266 (2024).

## ON THE SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR THE HIROTA EQUATION WITH LOWER-ORDER TERMS AND A SOURCE.

U. A. Hoitmetov., F. K Musaeva

Urgench State University named after Abu Rayhon Biruni, Urgench, Uzbekistan;

x\_umid@mail.ru

musayevaferuza595@gmail.com

**Annotation:** In this paper, we study the extended (including additional lower-order terms) Hirota equation with a self-consistent source. Specifically, we investigate the integrability of the extended Hirota equation with a self-consistent source in the class of rapidly decreasing functions. We also obtain the evolution of the scattering data for the Dirac operator, whose potential is a solution to the Cauchy problem for this equation in the class of rapidly decreasing functions.

**Keywords:** extended Hirota equation with source, Dirac operator, Jost solutions, scattering data, Gelfand-Levitan-Marchenko integral equation.

In this work, we consider the following Hirota equation with lower-order terms, time-dependent coefficients, and a self-consistent source:

$$iu_t + \rho(t)(u_{xx} + 2u|u|^2) + iq(t)(6|u|^2 u_x + u_{xxx}) + i\gamma(t)u_x + \sigma(t)u = 2i \sum_{k=1}^N (\Phi_{k_1}^2 - \Phi_{k_2}^{*2}) \quad (1)$$

where

$$L(t)\Phi_k = \lambda_k \Phi_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad x \in \mathbb{R},$$

$\rho(t), q(t), \gamma(t)$  and  $\sigma(t)$  are real-valued continuous functions. Each  $\Phi_k = (\Phi_{k1}(x, t), \Phi_{k2}(x, t))^T$  is an eigenvector of the operator

$$L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x, t) \\ -u^*(x, t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

associated with the eigenvalue  $\lambda_k$ .

For definiteness, we assume that the sum on the right-hand side of equation (1) initially includes only those terms for which  $\text{Im}\lambda_k > 0$ , with  $k = 1, 2, \dots, N$ . We also impose the conditions

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{k1} \Phi_{k2} dx = A_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

where  $A_k(t)$  are specified, nonzero functions satisfying following equality

$$A_k(t) = A_n(t), \quad \lambda_k = \lambda_n, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Equation (1) is supplemented with the initial condition

$$u(x, 0) = u_0(x) \quad (3)$$

where the initial function  $u_0(x)$ , defined for all  $x \in \mathbb{R}$ , meets the following requirements:

$$1. \quad e^{\lambda|x|} u_0(x) \leq \frac{C}{(1+|x|)^{1+\delta}}, \quad \delta > 0, \quad (4)$$

2. The operator

$$L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0^*(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

possesses exactly  $N$  simple eigenvalues  $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N$ . We assume that the function  $u(x, t)$  is sufficiently smooth and decays rapidly enough as  $x \rightarrow \pm\infty$  so that

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( (1+|x|) |u(x, t)| + \sum_{k=1}^3 \left| \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial x^k} \right| \right) dx < \infty, \quad k = 1, 2, 3. \quad (5)$$

The primary goal of this work is to derive explicit representations for the solution  $\{u(x, t), \Phi_k(x, t), k = 1, 2, \dots, N\}$  of problem (1)-(5) using the inverse scattering method for the operator  $L(t)$ .

**Definition 1.** The set  $\{r^+(\lambda), \lambda_k, C_k, k = \overline{1, N}\}$  is called the scattering data of the operator  $L(t)$

The main result of this work is the following theorem.

**Theorem 1.** If the functions  $u(x, t), \Phi_k(x, t), k = 1, 2, \dots, N$  are a solution to problem (1)-(5), then the scattering data of the operator  $L(t)$  with the potential  $u(x, t)$  satisfy the following differential equations:

$$\frac{d\lambda_n}{dt} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

$$\frac{dr^+}{dt} = (4i\lambda^2 \rho(t) + 8i\lambda^3 q(t) - 2i\lambda \gamma(t) - i\sigma(t)) r^+, \quad (\text{Im}\lambda = 0),$$

$$\frac{dC_n}{dt} = (4i\lambda^2 \rho(t) + 8i\lambda^3 q(t) + 2i\lambda \gamma(t) + i\sigma(t) - 2A_n(t))C_n.$$

## REFERENCES

1. Hirota R. Exact envelope-soliton solutions of a nonlinear wave equation. J. Math. Phys. 14(7)(1973), 805–809.
2. Gardner C.S., Greene J.M., Kruskal M.D., Miura R.M. Method for solving the Korteweg-de Vries equation. Phys. Rev. Lett. 19(19) (1967), 1095–1097.
3. Khasanov A.B. An inverse problem in scattering theory for a system of two first-order nonselfadjoint differential equation. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 277(3)(1984), 559–562.
4. H. Umid, M. Feruza Application of the inverse scattering method to the integration of the non-stationary Hirota equation with an additional term. Bulletin of the Institute of Mathematics 8(3) (2025), 58–68.
5. Hoitmetov U.A., Musaeva F.K On the initial value problem for the non-stationary nonlinear Hirota equation with a lower-order term. Proc. Inst. Math. Mech 51(2)(2025), 259–276.

## РЕГУЛЯРИЗАЦИИ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЫ КОШИ-РИМАНА

З. Маликов<sup>1</sup>, Ф. Р. Турсунов<sup>2</sup>, А.С. Шамсиева<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Самаркандского государственного университета имени Шарофа Рашидова,

<sup>1,2,3</sup>Самаркандский область, Узбекистан

\*e-mail: [farhod.tursunov.76@mail.ru](mailto:farhod.tursunov.76@mail.ru), [malikovz\\_1957@gmail.com](mailto:malikovz_1957@gmail.com),  
[samarsas2024@gmail.com](mailto:samarsas2024@gmail.com)

**Annotasiya.** Maqolada  $G$  soha chegarasi  $\partial G$  ning bir qismi  $S$  silliq chiziqda berilgan qiymatlariga ko'ra, birinchi tartibli chiziqli o'zgarmas koeffitsientli elliptic tipdagi sistemasi yechimini davom ettirish masalasi qaraladi. Masalada yechim mavjud va biror yopiq sohada uzluksiz differensiallanuvchi, hamda Koshi shartlari aniq berilgan deb faraz qilinadi. Bu hol uchun oshkor ko'rinishda yechimning regularizatsiyasi quriladi.

**Kalit so'zlar.** Koshi masalasi, nokorrekt masalalar, Karleman funksiyasi, regularizatsiya, davom ettirish formulalari.

**Abstract.** In this paper, we study the problem of continuation of the solution of linear systems of elliptic type of the first order with constant coefficients in the domain  $G$  according to its known values on the smooth part  $S$  of the boundary  $\partial G$ . It is assumed that the solution to the problem exists and is continuously differentiable in a closed domain with exactly given Cauchy data. For this case, an explicit formula for the continuation of the solution is established.

**Key words:** Cauchy problem, ill-posed problems, Carleman function, continuation formulas.

**Аннотация.** В статье изучается задача продолжения решения линейных систем эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами в области  $G$  по ее известным значениям на гладкой части  $S$  границы  $\partial G$ . Предполагается, что решение задачи существует и непрерывно дифференцируемо в замкнутой области с точно заданным данными Коши. Для этого случая устанавливается явная формула продолжения решения.

**Ключевые слова:** Задача Коши, некорректные задачи, функция Карлемана, формулы продолжения.

Пусть  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  и  $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$  точки четырёхмерного Евклидова пространства  $R^4$ , и  $x^T = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$  - транспонированный вектор  $x$ .

Вводим следующие обозначения:

$$y' = (y_1, y_2, y_3), \quad x' = (x_1, x_2, x_3), \quad r = |y - x|,$$

$$\alpha = |y' - x'|, \quad \alpha^2 = s, \quad w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_4, \quad u \geq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left( \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}, \frac{\partial}{\partial x_4} \right)^T, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \left( \frac{\partial}{\partial y_1}, \frac{\partial}{\partial y_2}, \frac{\partial}{\partial y_3}, \frac{\partial}{\partial y_4} \right)^T,$$

$$U(x) = (U_1(x), U_2(x), \dots, U_n(x))^T, \quad u^0 = (1, 1, \dots, 1) \in R^n, \quad n \geq 4.$$

Пусть  $G$  - ограниченная односвязная область в  $R^4$  с границей  $\partial G = S \cup Q$ , состоящей из компактной связной части  $Q$  плоскости  $y_4 = 0$  и гладкого куска поверхности Ляпунова  $S$ , лежащей в полупространстве  $y_4 > 0$ . Положим  $\bar{G} = G \cup \partial G$ .

Обозначим через  $A_{n \times n}(x)$  класс матриц  $D(x^T)$ , элементами которых являются линейные формы с комплексными коэффициентами таких, что выполняется равенство

$$D^*(x^T)D(x^T) = E(|x|^2 + \lambda)u^0,$$

здесь  $D^*(x^T)$  - сопряженная к  $D(x^T)$  матрица, а  $E(x)$  - диагональная матрица размерности  $(n \times l)$ ,  $n, l \geq 4$ . Рассмотрим задачу Коши

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x) = 0, \quad x \in G, \quad (1)$$

$$U(x)|_S = f(x), \quad (2)$$

относительно неизвестной функции  $U(x) = (U_1(x), U_2(x), \dots, U_n(x))^T$ ;  $n \geq 4$ , здесь,  $f(x)$  - непрерывная функция, заданная на части  $S$  границы области  $G$ .

Рассматриваемая задача относится к некорректным задачам математической физики, т.к. отсутствует непрерывная зависимость решения от начальных данных.

В [2] Карлеман, найдено формула, которая дает восстановление решения эллиптического уравнения по ее известным значениям на части границы. Развивая его идею, Г. М. Голузин и В. И. Крылов [3] вывели формулу для определения значений аналитических функций по данным, известным лишь на части границы, уже для произвольных областей. Одномерным и многомерным обобщениям формулы Карлемана посвящена монография Л.А. Айзенберга [1].

Если функция  $U(x) \in C^1(G) \cap C(\bar{G})$  является решением системы (1), то верно следующее интегральное представление [4]:

$$U(x) = \int_{\partial G} M(x, y)U(y)dS_y, \quad (3)$$

где

$$M(x, y) = \left( E\left(\frac{1}{2r^2\omega_4}u^0\right)D^*\left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \right) D(t^T),$$

$t = (t_1, t_2, t_3, t_4)$  - единичная внешняя нормаль, проведенная в точке  $y$  границы  $\partial G$ ,  $\omega_4$  - площадь единичной сферы в  $R^4$ .

Пусть  $K(w)$  целая функция комплексного переменного  $w = iu + \alpha$  вещественная при вещественном  $W$  и удовлетворяющая условиям

$$K(u) \neq 0, \quad \sup_{v \geq 1} v |K(u + iv)| = M(u) < \infty, \\ \sup_{v \geq 1} v^p |K^{(p)}(u + iv)| = M(p, u) < \infty, \quad -\infty < u < \infty, p = 0, 1, \dots, m.$$

Пусть  $\sigma > 0$ . Определим при  $\alpha > 0$  функцию  $\Phi_\sigma(x, y)$  следующим равенством [5]:

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{\cos(\lambda u)}{2\omega_4 K(x_4)} \operatorname{Im} \frac{K(w)}{\alpha(w - x_4)}, \quad w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_4. \quad (4)$$

В работе [5] доказано, что функция определенная равенством (4) при  $\sigma > 0$ , представима в виде

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\omega_4} \frac{1}{r^2} + G_\sigma(x, y), \quad (6)$$

где  $G_\sigma(x, y)$  - функция гармоническая по переменному  $y$  в  $R^4$ , включая  $y = x$ .

В работе [6,7] по данным Коши на гладкой части границы ограниченной области восстановлена не только сама гармоническая функция, но и ее производные, и получена оценка устойчивости производной приближенного решения.

Формула (3) верна, если  $\frac{1}{2\omega_4} \frac{1}{r^2}$  заменить функцией  $\Phi_\sigma(x, y)$  определяемой равенством (4).

Тогда интегральное представление (3) имеет вид

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(x, y) U(y) dS_y, \quad x \in G, \quad (7)$$

где

$$N_\sigma(x, y) = \left( E(\Phi_\sigma(x, y) u^0) D^* \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \right) D(t^T). \quad (8)$$

Положим

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(x, y) U(y) dS_y, \quad x \in G. \quad (9)$$

**Теорема 1.** Пусть вектор-функция  $U(x)$  класса  $C^1(G) \cap C(\bar{G})$  является решением системы (1) и на части  $S$  границы  $\partial G$  удовлетворяет условию (2) а на части  $Q$  границы  $\partial G$  выполнено неравенство

$$|U(y)| \leq M, \quad M > 0, \quad y \in Q. \quad (10)$$

Тогда для любого  $x \in G$  и  $\sigma > 0$  справедливы оценки

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \leq \psi_4(\sigma, x_4) M e^{-\sigma x_4^2}, \\ \left| \frac{\partial U(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right| \leq \omega_i(\sigma, x_4) M e^{-\sigma x_4^2}, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

где  $\psi_4(\sigma, x_4), \omega_i(\sigma, x_4), i = 1, 2, 3, 4$  функции зависящие от  $\sigma$  и  $x_4$ .

**Следствие 1.** При каждом  $x \in G$  справедливо равенство

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} U_\sigma(x) = U(x), \quad \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x} = \frac{\partial U(x)}{\partial x}.$$



## Литературы

1. Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Новосибирск, «Наука», 1990. Ст. 247.
2. Carleman T. Les Fonctions quasianalytiques. Paris: Gauthier- Villard, 1926. PP.116.
3. Голузин Г. М., Крылов В. И. Обобщенная формула Карлемана и ее приложение к аналитическому продолжению функций //Мат. сборник, 1933. -Т. 40-С.144-149.
4. Тарханов Н.Н. Об интегральном представлении решений систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных и некоторых его приложениях. Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа. Красноярск – 1980. -С. 147- 160.
5. Ярмухамедов Ш. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Дисс. докт. физ. –мат. наук, ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1983.
6. А.Б. Хасанов, Ф. Р. Турсунов. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Уфимский математический журнал, 2019, Том.11, N 4, С.92-106.
7. А.Б. Хасанов, Ф. Р. Турсунов. О задаче Коши для трёхмерного уравнения Лапласа. //Известия Вузов. Математика. 2021, Том.65, N 2, С.56-73

## ПРОДОЛЖЕНИЯ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Д.С. Шодиев<sup>1</sup>, Ф.Р. Турсунов<sup>2</sup>, Н. У. Худойбердиева<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Самаркандского государственного университета имени Шарофа Рашидова,

<sup>3</sup>Ургутский филиал Самаркандского государственного  
университета имени Шарофа Рашидова,

\*e-mail: [farhod.tursunov.76@mail.ru](mailto:farhod.tursunov.76@mail.ru), [dilshod.shodiyev.76@mail.ru](mailto:dilshod.shodiyev.76@mail.ru),  
[nxudoyberdiyeva952@gmail.com](mailto:nxudoyberdiyeva952@gmail.com)

**Annotasiya.** Maqolada  $G$  soha chegarasi  $\partial G$  ning bir qismi  $S$  silliq chiziqda berilgan qiymatlariga ko'ra, Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasi yechimini davom ettirishi qaraladi. Masalada yechim mavjud va biror yopiq sohada uzluksiz differensiallanuvchi, hamda Koshi shartlari aniq berilgan deb faraz qilinadi. Bu hol uchun oshkor ko'rinishda yechimning regularizatsiyasi quriladi.

**Kalit so'zlar.** Koshi masalasi, nokorrekt masalalar, Karleman funksiyasi, regularizatsiya, davom ettirish formulalari.

**Abstract.** The article studies the problem of continuation of the solution of the Cauchy problem for the Laplace equation in a domain  $G$  by its known values on the smooth part  $S$  of the boundary  $\partial G$ . It is assumed that the solution to the problem exists and is continuously differentiable in a closed domain with exactly given Cauchy data. For this case, an explicit formula for the continuation of the solution is established.

**Keywords:** Cauchy problem, ill-posed problems, Carleman function, regularization, continuation formulas.

**Аннотация.** В статье изучается задача продолжения решения задачи Коши для уравнения Лапласа в области  $G$  по ее известным значениям на гладкой части  $S$  границы. Предполагается, что решение задачи существует и непрерывно дифференцируемо в замкнутой области с точно заданными данными Коши. Для этого случая устанавливается явная формула продолжения решения.

**Ключевые слова:** Задача Коши, некорректные задачи, функция Карлемана, регуляризация, формулы продолжения.

Пусть  $x = (x_1, x_2)$  и  $y = (y_1, y_2)$  точки двумерного Евклидова пространства  $R^2$  и  $G$  - неограниченная область лежащая внутри полосы  $0 < y_2 < h$ ,  $h = \frac{\pi}{\rho}$ ,  $\rho > 0$  граница, которой состоит из прямой  $T: y_2 = 0$  и некоторой кривой  $S: y_2 = F(y_1)$  удовлетворяющей условиям

$$0 < F(y_1) < h, |F'(y_1)| < M < \infty.$$

Положим  $\bar{G} = G \cup \partial G$ ,  $\partial G = S \cup T$ ,  $\partial / \partial n$  - оператор дифференцирования по внешней нормали к  $\partial G$ .

Будем предполагать, что для некоторого  $b_0 > 0$  выполняется условия:

$$\int_{\partial G} \exp\{-b_0 c h \rho_1 |y'| \} dS < \infty, \quad 0 < \rho_1 < \rho.$$

В области  $G$  рассмотрим уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y_2^2} = 0. \quad (1)$$

Обозначим

$$K_\rho(G) = \left\{ U(y) \in C^2(G) \cap C^1(\bar{G}) : U(y) + \text{grad} U(y) \leq \exp[o(\exp \rho |y'|)], |y'| \rightarrow \infty, y \in G \right\}.$$

**Задача.** Требуется найти гармоническую функцию  $U(y) \in K_\rho(G)$ , у которого известны значения на части  $S$  границы  $\partial G$ , т.е

$$U(y)|_S = f(y), \quad \frac{\partial U(y)}{\partial n} \Big|_S = g(y). \quad (2)$$

Здесь  $f(y) \in C^1(S)$  и  $g(y) \in C(S)$ -заданные функции.

Рассматриваемая задача (1) - (2) относится к некорректным задачам математической физики, т.к. отсутствует непрерывная зависимость решения от начальных данных.

В работе [1] А. Н. Тихонов указал практическую важность неустойчивых задач и показал, что если сузить класс возможных решений до компакта, то из существования и единственности следует устойчивость решения, т.е. задача становится устойчивой.

В [2] Т. Carleman установил формулу, дающую решение уравнений Коши-Римана в области специального вида. Формула типа Карлемана, в которой используется фундаментальное решение дифференциального уравнения со специальными свойствами (функция Карлемана), была получена М.М. Лаврентьевым [3,4].

В работе [5] рассматривается на части границы области по данным Коши задача приближенного восстановления гармонической функции и найдено регуляризованное решение.

Отметим, что при решении прикладных задач необходимо находить не только приближенные решения, но и производные приближенных решений. В работе [7,8] по данным Коши на гладкой части границы ограниченной области восстановлена не только сама гармоническая функция, но и ее производные, и получена оценка устойчивости производной приближенного решения.

Для рассматриваемой области функции Карлемана построил Ш. Ярмухамедов [6] в своей докторской диссертации следующим образом:

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{\varphi(x, y)}{2\pi K(x_2)}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}\varphi(x, y) &= \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{K(w)}{w - x_2} \frac{udu}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}, \quad K(w) = \frac{e^{\sigma w}}{w - x_2 + 2h}, \\ K(x_2) &= \frac{1}{2h} e^{\sigma x_2}, \quad w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_2, \quad \alpha = |y' - x'|, \\ x' &= (x_1, 0), \quad y' = (y_1, 0), \quad 0 < x_2 < h.\end{aligned}\quad (4)$$

В формуле (4) выбирая

$$K(w) = \frac{e^{\sigma w^2}}{w - x_2 + 3h}, \quad K(x_2) = \frac{1}{3h} e^{\sigma x_2^2}$$

и отделяя мнимую часть с учетом (3) получим:

$$\begin{aligned}\Phi_\sigma(x, y) &= -\frac{3h}{2\pi} e^{-\sigma(\alpha^2 + x_2^2 - y_2^2)} \left[ \int_0^\infty \frac{2(y_2 - x_2)e^{-\sigma u^2} \cos 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} udu + \right. \\ &+ \int_0^\infty \frac{3he^{-\sigma u^2} \cos 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} udu + \\ &+ \int_0^\infty \frac{\sqrt{u^2 + \alpha^2} e^{-\sigma u^2} \sin 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} udu - \\ &\left. - \int_0^\infty \frac{(y_2 - x_2 + 3h)(y_2 - x_2)e^{-\sigma u^2} \sin 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} \frac{udu}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} \right].\end{aligned}$$

Если  $U(y) \in K_\rho(G)$  удовлетворяет условию роста

$$|U(y)| + \left| \frac{\partial U(y)}{\partial n} \right| \leq M \exp \left[ a \cos \left( y_2 - \frac{h}{2} \right) \exp \rho_1 |y'| \right], \quad a \geq 0, \quad y \in \partial G, \quad M = \text{const} \quad (5)$$

то справедлива интегральная формула Грина [6]

$$U(x) = \int_{\partial G} \left[ \frac{\partial U}{\partial n} \Phi_\sigma(x, y) - U(y) \frac{\partial \Phi_\sigma(x, y)}{\partial n} \right] dS_y \quad (6)$$

Предположим, что  $U(y) \in K_\rho(G)$  ограничена вместе с нормальной производной на части  $\partial G$ , т.е:

$$|U(y)| + \left| \frac{\partial U(y)}{\partial n} \right| \leq M, \quad y \in T. \quad (7)$$

В этих предположениях в формулу (6) положим  $a = 0$ . Обозначим

$$U_\sigma(x) = \int_S \left[ \frac{\partial U}{\partial n} \Phi_\sigma(x, y) - U(y) \frac{\partial \Phi_\sigma(x, y)}{\partial n} \right] dS_y. \quad (8)$$

**Теорема 1.** Пусть функция  $U(y) \in K_\rho(G)$  на части  $S$  границы  $\partial G$  удовлетворяет условию (2) и на части  $T$  границы  $\partial G$  выполнено неравенство (7). Тогда для любых  $x \in G$  и  $\sigma > 0$  справедливы оценки

$$\begin{aligned}|U(x) - U_\sigma(x)| &\leq \psi_2(\sigma, x_2) M e^{-\sigma x_2^2}, \\ \left| \frac{\partial U(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right| &\leq \varphi_i(\sigma, x_2) M e^{-\sigma x_2^2}, \quad i = 1, 2\end{aligned}$$

где  $M$  - положительное число и

$$\begin{aligned}
\psi_2(\sigma, x_2) &= \frac{3h\sqrt{\pi} + 2h\sqrt{\pi}(6x_2\sigma + 3)}{8\sqrt{\sigma}x_2} + \frac{3hx_2\sqrt{\pi} + 6h\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\sigma}x_2(3h - x_2)} + \frac{3h\sqrt{\pi}(x_2 + 3h)}{\sqrt{\sigma}x_2(3h - x_2)^2}, \\
\varphi_1(\sigma, x_2) &= \left( \frac{3h\sqrt{\sigma\pi}}{2} + \frac{9h\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \frac{9h^2\sqrt{\sigma\pi}}{4(3h - x_2)} + \right. \\
&\quad \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{4x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^3} + \frac{12h\sqrt{\sigma\pi}}{2(3h - x_2)} + \\
&\quad + \frac{21h\sqrt{\pi} + 6h\sqrt{\pi}}{2x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \frac{3hx_2\sqrt{\pi} + 9h^2\sqrt{\pi}}{2x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^3} + \\
&\quad + \frac{3h\sqrt{\pi}}{x_2^2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \frac{9h^2\sqrt{\sigma\pi}}{(3h - x_2)^2} + \frac{27h^2\sqrt{\pi}}{2x_2^2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \\
&\quad \left. + \frac{3hx_2\sqrt{\pi} + 9h^2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}x_2^4} + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}x_2^2} + \frac{9h\sqrt{\sigma\pi}}{2x_2} + 3h\sigma \right) e^{-\sigma x_2^2}, \\
\varphi_2(\sigma, x_2) &= \left( \frac{3h\sqrt{\pi}}{\sigma\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \frac{3hx_2\sqrt{\sigma\pi}}{2(3h - x_2)} + \frac{6h\sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \right. \\
&\quad + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \frac{27h^2\sqrt{\pi}}{4x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^3} + \frac{15h\sqrt{\sigma\pi} + 24hx_2\sqrt{\sigma\pi}}{4(3h - x_2)} + \\
&\quad + \frac{6h\sqrt{\pi}}{x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \frac{6hx_2\sqrt{\pi}}{x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^4} + \frac{6h\sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \\
&\quad + \frac{3h\sqrt{\pi}}{2x_2^2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)} + \frac{3h\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^3} + \frac{3hx_2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \\
&\quad + \frac{9h\sqrt{\pi}}{x_2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \frac{9h\sqrt{\sigma\pi}}{4x_2} + \frac{3h\sqrt{\pi}\sigma + 3h\sqrt{\pi}\sigma^2x_2}{2\sqrt{\sigma}} + \\
&\quad \left. + \frac{9h^2\sqrt{\pi}\sigma + 9h^2\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{x_2^2\sqrt{\sigma}(3h - x_2)^2} + 3h\sigma + 3h\sigma^2 \right) e^{-\sigma x_2^2}.
\end{aligned}$$

**Следствие 1.** При каждом  $x \in G$  справедливо равенство

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} U_\sigma(x) = U(x), \quad \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{U_\sigma(x)}{\partial x_i} = \frac{U(x)}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2.$$

Обозначим через  $\bar{G}_\varepsilon$  множество

$$\bar{G}_\varepsilon = \left\{ (x_1, x_2) \in G, \quad h > x_2 \geq \varepsilon, \quad h = \max_T F(x_1), 0 < \varepsilon < h, \right\}.$$

Легко заметить, что множество  $\bar{G}_\varepsilon \subset G$  является компактным.

**Следствие 2.** Если  $x \in \bar{G}_\varepsilon$ , то семейство функций  $\{U_\sigma(x)\}$  и  $\left\{ \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right\}$  сходится

равномерно при  $\sigma \rightarrow \infty$ , т.е:

$$U_\sigma(x) = U(x), \quad \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} = \frac{\partial U(x)}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2.$$

### Литературы

1. А. Н. Тихонов. Об устойчивости обратных задач. //ДАН СССР, 1943, Т.39, N 5, С.195-198.
2. Carleman T. Les Functions quasi analytiques, Paris: 1926. 116p,
3. Лаврентьев М.М. О задаче Коши для уравнения Лапласа //Изв. АН СССР Сер. матем. 1956. Том 20, выпуск 6, С.819-842.
4. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Изд. СО АН СССР Новосибирск, 1962.
5. Ярмухамедов Ш. Представление гармонической функции в виде потенциалов и задача Коши// Математические заметки, 2008, Том 83, выпуск 5.С.763-778.
6. Ярмухамедов Ш. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Дисс. докт. физ. –мат. наук, ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1983.
7. А.Б. Хасанов, Ф.Р.Турсунов. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Уфимский математический журнал, 2019, Том.11, N 4, С.92-106.
8. А.Б. Хасанов, Ф.Р.Турсунов. О задаче Коши для трёхмерного уравнения Лапласа. //Известия Вузов. Математика. 2021, Том.65, N 2, С.56-73.

## NOLINEAR PARABOLIK TENGLAMANING YECHIMLARI MAVJUDLIGI VA YAGONALIGI

### To'ychiyeva Maftuna

*Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti Matematika fakulteti Amaliy matematika yo'nalishi 1-kurs magistranti*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada nolinear parabolik tenglama uchun Koshi masalasi qaralgan. Tadqiqotda diffuziya, adveksiya va manba hadlarini o'z ichiga olgan nolinear tenglamaning matematik xossalari o'rganildi. Tenglamaning parabolik tipi, nolinearlik darajasi hamda yechimning mavjudligi va yagonaligi masalalari tahlil qilindi. Yechim mavjudligini asoslashda aprior baholar, funksional analiz usullari va integral tengsizliklardan foydalanildi. Shuningdek, yechim yagonaligini isbotlash uchun Gronwall tengsizligi hamda energiya usuli qo'llanildi. Olingan natijalar nolinear diffuziya jarayonlarini modellashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi hamda matematik fizika, issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasi va filtratsiya jarayonlaridagi masalalarni tadqiq qilishda foydalanilishi mumkin.

**Kalit so'zlar:** Nolinear parabolik tenglama, Koshi masalasi, diffuziya, adveksiya, manba hadi, yechim mavjudligi, yechim yagonaligi, aprior baho, energiya usuli, Gronwall tengsizligi, funksional analiz, matematik model.

**Kirish.** Hozirgi kunda nolinear differensial tenglamalar matematik fizika, mexanika, biologiya, issiqlik almashinuvi, gaz dinamikasi hamda filtratsiya nazariyasida muhim o'rin egallaydi. Ayniqsa, nolinear parabolik tenglamalar turli fizik va texnologik jarayonlarni modellashtirishda keng qo'llaniladi. Bunday tenglamalar yordamida issiqlikning tarqalishi, g'ovak muhitlarda suyuqlik harakati, kimyoviy reaksiyalar, populyatsiya dinamikasi va boshqa ko'plab jarayonlar tavsiflanadi.

Nolinear tenglamalarni tadqiq qilish chiziqli tenglamalarga nisbatan ancha murakkab hisoblanadi. Chunki nolinearlik yechimning mavjudligi, yagonaligi, barqarorligi va silliqiligi kabi masalalarni chuqur o'rganishni talab qiladi. Shu sababli nolinear parabolik tenglamalar uchun Koshi masalalarini tekshirish zamonaviy matematik analizning dolzarb yo'nalishlaridan biri hisoblanadi

Ushbu ishda quyidagi ko'rinishdagi nolinear parabolik tenglama qaraladi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{m-1} \frac{\partial u^l}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (cu) + \gamma u^m$$

bu yerda  $u = u(x, t)$  noma'lum funksiya bo'lib,  $m, l \geq 1, \gamma, c = \text{const}$  dir. Tenglama uchun boshlang'ich shart quyidagicha beriladi:

$$u(x, 0) = u_0(x).$$

Maskur tenglama tarkibida diffuziya, adveksiya hamda manba hadi mavjud bo'lib, ularning birgalikdagi ta'siri murakkab dinamik jarayonlarni ifodalaydi. Diffuziya hadi moddaning yoki energiyaning tarqalishini tavsiflasa, adveksiya hadi muhitdagi yo'nalgan ko'chishni ifodalaydi. Manba hadi esa sistema ichida moddaning paydo bo'lishi yoki kamayishini ko'rsatadi.

Ishning asosiy maqsadi berilgan tenglama uchun yechimning mavjudligi va yagonaligini o'rganishdan iborat. Tadqiqot davomida aprior baholar olish, funksional analiz usullaridan foydalanish hamda integral tengsizliklarni qo'llash orqali masalaning matematik xossalari tahlil qilinadi. Bundan tashqari, olingan natijalarning amaliy modellashtirish masalalaridagi ahamiyati ham yoritiladi.

Nolinear parabolik tenglamalar zamonaviy matematik fizika va differensial tenglamalar nazariyasining muhim bo'limlaridan biri hisoblanadi. Bunday tenglamalar issiqlik tarqalishi, filtratsiya jarayonlari, biologik tizimlar, gaz dinamikasi va boshqa ko'plab jarayonlarni modellashtirishda keng qo'llaniladi. Nolinear hadlarning mavjudligi sababli ushbu tenglamalarni tadqiq qilish chiziqli tenglamalarga nisbatan ancha murakkab hisoblanadi.

Mazkur ishda quyidagi ko'rinishdagi nolinear parabolik tenglama qaraladi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{m-1} \frac{\partial u^l}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (cu) + \gamma u^m$$

bu yerda  $u = u(x, t)$  noma'lum funksiya bo'lib,  $m, l \geq 1, \gamma, c = \text{const}$  dir.  $x$ -fazoviy o'zgaruvchi,  $t$  — vaqt o'zgaruvchisi, Tenglama uchun boshlang'ich shart quyidagicha beriladi:

$$u(x, 0) = u_0(x)$$

Mazkur tenglama uchta asosiy hadni o'z ichiga oladi: diffuziya hadi, adveksiya hadi va manba hadi.

Diffuziya hadi tenglamadagi

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( u^{m-1} \frac{\partial u^l}{\partial x} \right)$$

ifoda nolinear diffuziya hadini bildiradi. Diffuziya fizik ma'noda modda yoki energiyaning bir muhitdan ikkinchi muhitga tarqalishini ifodalaydi. Agar diffuziya koeffitsienti noma'lum funksiyaga bog'liq bo'lsa, jarayon nolinear xarakterga ega bo'ladi. Bu esa tenglama yechimining xossalariga sezilarli ta'sir ko'rsatadi.

Nolinear diffuziya jarayonlari g'ovak muhitlarda suyuqlik oqimi, issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasi va biologik modellarni tavsiflashda keng qo'llaniladi.

Adveksiya hadi tenglamadagi

$$\frac{\partial}{\partial x} (cu)$$

had moddaning yo'nalgan ko'chishini ifodalaydi. Bu had transport yoki adveksiya hadi deb ataladi. Fizik jarayonlarda bu moddaning ma'lum tezlik bilan harakatlanishini ko'rsatadi. Agar  $c > 0$  bo'lsa, modda musbat yo'nalishda,  $c < 0$  bo'lsa manfiy yo'nalishda harakatlanadi. Manba hadi tenglamadagi

$$\gamma u^m$$

ifoda manba yoki yutilish hadini bildiradi. Agar  $\gamma > 0$  bo'lsa, sistema ichida modda yoki energiya hosil bo'ladi. Agar  $\gamma < 0$  bo'lsa, moddaning kamayishi yoki yutilishi kuzatiladi.

Bu had biologik populyatsiya modellarida ko'payish jarayonlarini, issiqlik masalalarida esa energiya manbalarini ifodalashi mumkin.

Parabolik tenglamalar haqida

Parabolik tipdagi differensial tenglamalar vaqt bo'yicha evolyutsion jarayonlarni tavsiflaydi. Bunday tenglamalarda boshlang'ich shartlarning berilishi muhim ahamiyatga ega. Parabolik tenglamalar uchun asosiy masalalardan biri Koshi masalasi hisoblanadi.

**Koshi masalasining asosiy maqsadi:** yechim mavjudligini aniqlash; yechimning yagona ekanligini ko'rsatish; yechimning barqarorligi va silliqqligini o'rganishdan iborat.

**Yechim mavjudligi va yagonaligi** Nolinear tenglamalar uchun yechim mavjudligini isbotlashda odatda: aprior baholar; Galerkin usuli; energiya usuli; Sobolev fazolari; kompaktlik teoremlari qo'llaniladi.

Yechim yagonaligini ko'rsatishda esa: integral tengsizliklar; maksimum prinsipi; Gronwall tengsizligi muhim ahamiyatga ega.

### **Tadqiqotning ahamiyati**

Nolinear parabolik tenglamalarni tadqiq qilish nafaqat nazariy matematika, balki amaliy modellashirish uchun ham muhimdir. Ushbu tenglamalar yordamida murakkab fizik, biologik va texnologik jarayonlarni matematik jihatdan tavsiflash mumkin.

Mazkur tadqiqot natijalari nolinear diffuziya modellarini chuqurroq o'rganish, matematik modellarni takomillashtirish hamda amaliy masalalarni yechishda nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

**Xulosa.** Mazkur ishda nolinear parabolik tenglama uchun Koshi masalasi o'rganildi. Tadqiqot davomida tenglamaning matematik modeli, uning asosiy xossalari hamda yechimning mavjudligi va yagonaligi masalalari tahlil qilindi. Qaralgan tenglama diffuziya, adveksiya va manba hadlarini o'z ichiga olganligi sababli murakkab nolinear jarayonlarni ifodalaydi. Ish jarayonida tenglamaning parabolik tipi va nolinear xarakteri o'rganildi. Diffuziya hadining modda yoki energiyaning tarqalishini, adveksiya hadining yo'nalgan ko'chishni, manba hadining esa sistema ichidagi o'zgarishlarni ifodalashi ko'rsatildi. Shuningdek, tenglama uchun boshlang'ich shart asosida Koshi masalasi qaralib, uning matematik xossalari tahlil qilindi.

Yechim mavjudligini asoslashda aprior baholar, energiya usuli va funksional analiz metodlaridan foydalanish mumkinligi ko'rsatildi. Yechim yagonaligini tekshirishda esa integral tengsizliklar hamda Gronwall tengsizligining muhim ahamiyatga ega ekanligi qayd etildi.

Olingan natijalar nolinear differensial tenglamalar nazariyasini rivojlantirishda hamda matematik modellashirish masalalarini tadqiq qilishda muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Tadqiqot natijalaridan issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasi, filtratsiya jarayonlari, biologik tizimlar va boshqa amaliy masalalarni o'rganishda foydalanish mumkin.

### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Aleksandrov A.D., Kolmogorov A.N., Lavrentiev M.A. Geometriya (10–11 sinf uchun darslik). – Toshkent: O'qituvchi, 2018.
2. Pogorelov A.V. Geometriya (planimetriya va stereometriya). – Moskva: Prosveshchenie, 2009.
3. Euclid. Elements of Geometry (Elements). – Classic mathematical work, Book I (parallel postulate section).
4. Coxeter H.S.M. Introduction to Geometry. – Wiley, 1961.
5. Hilbert D. Foundations of Geometry. – Open Court Publishing, 1971.
6. Berger M. Geometry I. – Springer-Verlag, 1987.
7. Novikov S.P., Fomenko A.T. Geometry. – Moscow State University Press, 1980.
8. Karimov A.K. Geometriya asoslari va yasashga doir masalalar. – Toshkent: Fan, 2015.

9. Isroilov M.I. Yasashga doir geometrik masalalar metodikasi. – Toshkent: O‘qituvchi, 2012.
10. Matematika fanidan oliy ta’lim uchun metodik qo‘llanmalar va ma’ruza matnlari. – Toshkent davlat pedagogika universiteti materiallari, 2023.

## STATIONARY SOLUTIONS TO THE REACTION–DIFFUSION EQUATION

M.M.Bobokandov<sup>1</sup>, S.O.Yusupbayeva<sup>2</sup>, M.Sh.Tuychiyeva<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>National University of Uzbekistan, 100174, Tashkent, Uzbekistan

\*e-mail: [m.boboqandov@nuu.uz](mailto:m.boboqandov@nuu.uz)

**Annotation.** We consider stationary solutions to a doubly nonlinear reaction–diffusion equation. After a change of variables, the stationary problem reduces to a second-order ordinary differential equation (ODE). An energy integral is derived and used to obtain an explicit quadrature formula for all positive regular solutions.

**Аннотация.** Мы рассматриваем стационарные решения уравнения реакции-диффузии с двойной нелинейностью. После замены переменных стационарная задача сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Выводится энергетический интеграл, который используется для получения явной квадратурной формулы для всех положительных регулярных решений.

**Annotatsiya.** Biz ikki karra nochiziqli reaksiya-diffuziya tenglamasining statsionar yechimlarini qaraymiz. Yangi o‘zgaruvchilar kiritilgandan so‘ng, statsionar masala ikkinchi darajali oddiy differensial tenglamaga aylanadi. Barcha musbat regular yechimlar uchun kvadratura formulasini olish uchun energiya integralidan keltirib chiqariladi va foydalaniladi.

**Keywords:** Parabolic equation, Nonlinear equation, Reaction-diffusion equation, Stationary solution, Cauchy problem.

**Ключевые слова:** Параболическое уравнение, Нелинейное уравнение, Уравнение реакции-диффузии, Стационарное решение, Задача Коши.

**Kalit so‘zlar:** Parabolik tenglama, Nochiziqli tenglama, Reaksiya-diffuziya tenglamasi, Statsionar yechim, Koshi masalasi.

We study the following doubly nonlinear reaction–diffusion equation

$$\partial_t u = \partial_x (u^{m-1} \partial_x u^l) + \gamma u^\beta, \quad (x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad (2)$$

with parameters  $m \neq 1, l, \beta \in \mathbb{R}$ , and positive regular solutions

$$u \in C^{2,1}(\mathbb{R} \times (0, T)) \cap C(\mathbb{R} \times [0, T]).$$

The equation (1) use to describe diffusion (Aripov et al., 2025) - (Aripov and Bobokandov, 2025), heat transfer (Aripov et al., 2024) - (Aripov and Bobokandov, 2024), and other processes (Polyanin and Zhurov, 2021). Introduce the  $n = m + l - 1 \neq 0$  and  $\kappa = l / n$ . Then

$$\partial_x (u^{m-1} \partial_x u^l) = \kappa \partial_{xx} (u^n),$$

so the equation becomes

$$\partial_t u = \kappa \partial_{xx} (u^n) + \gamma u^\beta.$$

The stationary regime is obtained by setting  $u_t = 0$ . Writing  $y = u^n$ , one gets a second-order ODE

$$\kappa y'' + \gamma y^{\beta/n} = 0.$$

This ODE admits an energy integral, which is the main tool for the qualitative classification of stationary profiles (Polyanin and Zhurov, 2021).



**Lemma 1.** Let  $n \neq 0$  and  $\beta \neq -n$ . Then every stationary solution satisfies

$$\frac{\kappa}{2}(y')^2 + \frac{\gamma n}{\beta + n} y^{(\beta+n)/n} = C, \quad C = \text{const.}$$

Consequently,

$$x = x_0 \pm \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \int_{y_0}^y \left( C - \frac{\gamma n}{\beta + n} s^{1+\beta/n} \right)^{-1/2} ds \quad (3)$$

**Proof.** Multiply the stationary ODE by  $y'$ . Then

$$\kappa y'' y' + \gamma y^{\beta/n} y' = 0,$$

which is equivalent to

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\kappa}{2} (y')^2 + \frac{\gamma n}{\beta + n} y^{(\beta+n)/n} \right) = 0.$$

Integration yields the claimed identity, and solving for  $y'$  gives the quadrature formula

**Lemma 2.** Assume  $\beta = n \neq \{0, 1\}$ . Then the stationary equation is equivalent to

$$u(x) = \begin{cases} (A \cos(\mu x) + B \sin(\mu x))^{1/n}, & \text{if } \gamma \kappa > 0 \\ (A \cosh(\mu x) + B \sinh(\mu x))^{1/n}, & \text{if } \gamma \kappa < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

where  $\mu = \sqrt{|\gamma / \kappa|}$ .

A useful global positivity condition can be stated for the hyperbolic branch. If  $\gamma \kappa < 0$  and  $A > |B|$ , then the solution satisfies:

$$A \cosh(\mu x) + B \sinh(\mu x) = \sqrt{A^2 - B^2} \cosh(\mu x + \mu_0) > 0.$$

From the partial differential equation viewpoint, this resonant layer identifies a special stationary manifold of the evolution equation. From the ODE viewpoint, it is the unique exponent at which the nonlinear profile equation becomes exactly linear.

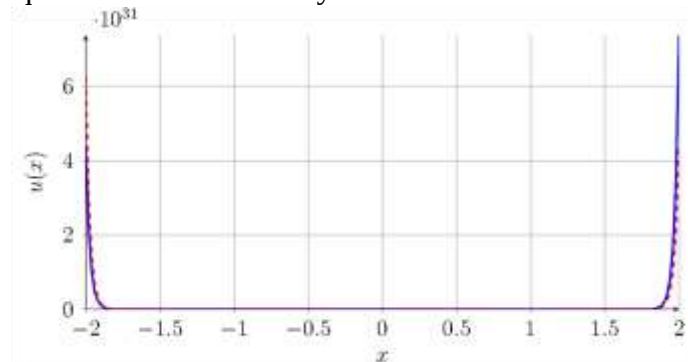


**Figure 1.**

This is why the layer  $\beta = n$  is a natural anchor point in any classification of exact solutions. Typical regular profiles in the resonant stationary layer  $\beta = n$  for the hyperbolic branch. Different values of  $(A, B)$  deform the same linearized ODE family.

The case  $\beta = n$  is not merely an algebraic curiosity. It is the point where the stationary ODE loses its genuinely nonlinear character. Consequently, it serves as a natural benchmark for asymptotic formulas, shooting procedures, and numerical continuation of neighboring nonintegrable regimes.

#### References

[5] M. Aripov, M. Bobokandov, and M. Mamatkulova. “Analysis of a double nonlinear

diffusion equation in inhomogeneous medium,” Journal of Mathematical Sciences, vol. 289, no. 5, pp. 657-669, 2025. <https://doi.org/10.1007/s10958-024-07384-7>

[6] M. Aripov and M. Bobokandov. “Analysis of a double nonlinear parabolic equation with a source in an inhomogeneous medium,” Proceedings of Institute of Mathematics & Mechanics National Academy of Sciences of Azerbaijan, vol. 50, no. 2, pp. 285–306, 2024. <https://doi.org/10.30546/2409-4994.2024.50.2.285>

[7] M. Aripov and M. Bobokandov, and M. Mamatkulova. “To numerical solution of the non-divergent diffusion equation in non-homogeneous medium with source or absorption.” AIP Conference Proceedings, vol. 3085, no. 1, p. 020024, 2024. <https://doi.org/10.1063/5.0194632>

[8] M. Aripov and M. Bobokandov. “Asymptotic behavior of solutions for a doubly nonlinear parabolic non-divergence form equation with density.” AIP Conference Proceedings, vol. 3004, no. 1, p. 060006, 2024. <https://doi.org/10.1063/5.0199587>

[9] A.D. Polyanin and A.I. Zhurov, Separation of Variables and Exact Solutions to Nonlinear PDEs. New York: Chapman and Hall/CRC, 2021. <https://doi.org/10.1201/9781003042297>

## BIANALITIK FUNKSIYALARNI DAVOM ETTIRISH

**T.Ishankulov<sup>1</sup>, M.A.Mannonov<sup>2</sup>, A.T.Tursunov<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

<sup>2</sup>*Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti*

<sup>3</sup>*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti talabasi*

**e-mail: tursunovasilbek5504@gmail.com**

**Annotatsiya.** Bialititik funksiyani soha chegarasi qismidagi o‘zi va hosilasining qiymatlariga ko‘ra davom ettirish masalasi yechimining mavjudlik kruteriyasi o‘rnatiladi.

**Annotation.** The existence criterion for the solution of the continuation problem of a bianalytic function based on the values of the function and its derivative on a part of the domain boundary is established.

**Аннотация.** Устанавливается критерий существования решения задачи продолжения бианалитической функции по значениям функции и её производной на части границы области.

**Kalit so‘zlar (o‘zbek tilida):** bialititik funksiya, chegaraviy masala, analitik davom ettirish, Koshi integrali, golomorf funksiya.

**Key words (English):** bianalytic function, boundary value problem, analytic continuation, Cauchy integral, holomorphic function.

**Ключевые слова (русский):** бианалитическая функция, краевая задача, аналитическое продолжение, интеграл Коши, голоморфная функция.

$z = x + iy$  kompleks tekislikda  $\gamma_1 = \{z: |z| < 1\}$  birlik aylana va  $\gamma_1$  ning ikki nuqtasini tutashtirib  $\gamma_1$  ning ichida yotuvchi  $\Gamma$  ochiq egri chiziqli bilan chegaralangan sohani  $\Omega_1$  orqali belgilaymiz. Faraz qilaylik,  $\Omega_1$  soha  $z = 0$  nuqtani saqlamasin hamda  $\Gamma$  egrichiziqli  $\partial\Omega_1$  chegara qismi bilan bir xil orientirlangan bo‘lsin.

Quyidagi belgilashli integralni qaraymiz:

$$a_k = \int_{\Gamma} \frac{f(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d(\zeta), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Maqolada quyidagi teorema isbotlangan.

1-teorema. Agar

$$f \in C(\Gamma) \cap L^1(\Gamma)$$

bo‘lsa,  $F|_{\Gamma} = f$  shartni qanoatlantiruvchi

$$F \in A(\Omega_1) \cap C(\Omega_1 \cup \Gamma)$$

funksiya mavjud bo'lishi uchun

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|} \leq 1$$

shartning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Bu teorema chegaraviy analitik davom ettirish masalasining  $\Omega_1$  soha uchun yechiluvchanligidan iborat. Ushbu maqolada bu teoremaning bialitik funksiyalar uchun analogini keltiramiz.

Ta'rif. Agar  $W(z)$  funksiya  $\Omega_1$  sohada

$$\frac{\partial^2 W(z)}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad (1)$$

tenglamani qanoatlantirsa,  $W(z)$   $\Omega_1$  sohada *bialitik* deyiladi, bu yerda

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

Koshi-Riman operatori.

$\Omega_1$  sohada bialitik funksiyalar to'plamini  $\Pi_2(\Omega_1)$  orqali belgilaymiz.  $W(z)$  bialitik funksiya va uning hosilasining  $\Gamma$  dagi qiymatlariga ko'ra  $\Omega_1$  sohaga davom ettirish masalasini qaraymiz:

$$W(z) = f_0(z), \quad \frac{\partial W(z)}{\partial \bar{z}} = f_1(z), \quad z \in \Gamma \quad (2)$$

(1), (2) masala bialitik funksiyalar uchun chegaraviy davom ettirish masalasi bo'lib, ikki sababga ko'ra nokorrekt bo'ladi:

1. yechim istalgan  $f_0, f_1$  uchun mavjud emas;
2. yechim  $f_0, f_1$  berilganlarning kichik o'zgarishiga turg'un emas.

Soha chegarasining qismi to'g'ri chiziqli kesmasi bo'lgan holda (1), (2) masala da o'rganilgan. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$a_k^{(0)} = \int_{\Gamma} \frac{f_0(\zeta) - \bar{\zeta} f_1(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d\zeta, \quad a_k^{(1)} = \int_{\Gamma} \frac{f_1(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d\zeta, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

**2-teorema.**  $f_0 \in C^1(\Gamma) \cap L^1(\Gamma)$ ,  $f_1 \in C(\Gamma) \cap L^1(\Gamma)$  funksiyalar uchun (2) shartlarni qanoatlantiruvchi  $W \in \Pi_2(\Omega_1) \cap C^1(\Omega_1 \cup \Gamma)$  funksiya mavjud bo'lishi uchun

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k^{(0)}|} \leq 1, \quad \limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k^{(1)}|} \leq 1 \quad (4)$$

shartlarning bajarilishi zarur va yetarli.

Isbot. Zaruriyigi.  $0 < \varepsilon < 1$  son uchun  $\Gamma_\varepsilon = \Gamma \cap \{z: |z| < 1 - \varepsilon\}$  belgilash olib

$$a_{0k}^\varepsilon = \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{f_0(\zeta) - \bar{\zeta} f_1(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d\zeta, \quad a_{1k}^\varepsilon = \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{f_1(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d\zeta$$

integrallarni qaraymiz. Agar teorema shartidagi  $W(z)$  funksiya mavjud bo'lsa, u holda

$$W(z) - \bar{z} \frac{\partial W(z)}{\partial \bar{z}} \quad \text{va} \quad \frac{\partial W(z)}{\partial \bar{z}}$$

funksiyalar  $\Gamma_\varepsilon$  egri chiziqli hamda  $\gamma_{1-\varepsilon}$  aylananing  $\Omega_1$  sohada yotgan qismi bilan chegaralangan  $\Omega_{1-\varepsilon}$  sohada analitik va  $\bar{\Omega}_{1-\varepsilon}$  da uzluksiz bo'ladi. Analitik funksiyalar uchun Koshining integral teoremasini qo'llab

$$a_{0k}^\varepsilon = - \int_{\gamma_{1-\varepsilon} \cap \Omega_1} \frac{W(\zeta) - \bar{\zeta} \frac{\partial W(\zeta)}{\partial \bar{\zeta}}}{\zeta^{k+1}} d\zeta, \quad a_{1k}^\varepsilon = - \int_{\gamma_{1-\varepsilon} \cap \Omega_1} \frac{\frac{\partial W(\zeta)}{\partial \bar{\zeta}}}{\zeta^{k+1}} d\zeta \quad (5)$$

tengliklarni hosil qilamiz. (5) dan

$$|a_{0k}^\varepsilon| \leq C_0(\varepsilon)(1-\varepsilon)^{-k-1}, \quad |a_{1k}^\varepsilon| \leq C_1(\varepsilon)(1-\varepsilon)^{-k-1}$$

tengsizliklarning o'rinli ekanligi kelib chiqadi, bu yerda  $C_0(\varepsilon)$  va  $C_1(\varepsilon)$  chegaralangan funksiyalar. Undan tashqari

$$a_{0k} = a_{0k}^\varepsilon + \int_{\Gamma \setminus \Gamma_\varepsilon} \frac{f_0(\zeta) - \bar{\zeta} f_1(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d\zeta, \quad a_{1k} = a_{1k}^\varepsilon + \int_{\Gamma \setminus \Gamma_\varepsilon} \frac{f_1(\zeta)}{\zeta^{k+1}} d\zeta$$

tengliklardan

$$\begin{aligned} |a_{0k}| &\leq C_0(\varepsilon)(1-\varepsilon)^{-k-1} + \tilde{C}_0(\varepsilon)(1-\varepsilon)^{-k-1} \\ |a_{1k}| &\leq C_1(\varepsilon)(1-\varepsilon)^{-k-1} + \tilde{C}_1(\varepsilon)(1-\varepsilon)^{-k-1} \end{aligned} \quad (6)$$

tengsizliklarni hosil qilamiz. (6) dan

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_{0k}|} \leq \frac{1}{1-\varepsilon}, \quad \limsup_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_{1k}|} \leq \frac{1}{1-\varepsilon}$$

tengsizliklarni olamiz. Bulardan  $\varepsilon \rightarrow 0$  da (4) ga kelamiz.

Yetarliligi.  $f_0, f_1$  funksiyalar (4) shartlarni qanoatlantirsin. quyidagi

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f_0(\zeta) - \bar{\zeta} f_1(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta = F(z), \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f_1(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta = F_1(z) \quad (7)$$

Koshi tipidagi integrallarni qaraymiz. Bu integrallar  $\Omega_1$  sohada golomorf bo'lgan mos ravishda  $F_+$  va  $F_{1+}$  funksiyalarni va birlik doiraning qolgan ( $\bar{\Omega}_1$  ni chiqarib tashlagandan keyin) qismida  $F_-$  va  $F_{1-}$  golomorf funksiyalarni ifodalaydi. Bu golomorf funksiyalar normallar bo'yicha limit qiymatlari (yoki burchaklar bo'yicha limitik qiymatlari mos  $z^+$  va  $z^-$  nuqtalar  $\zeta \in \Gamma$  nuqtaga intilganda  $\zeta$  dan bir xil masofada joylashgan) ayirmasi  $\Gamma$  da  $f_0(\zeta) - \bar{\zeta} f_1(\zeta)$  va  $f_1(\zeta)$  ga teng

$$\begin{aligned} F_+(\zeta) - F_-(\zeta) &= f_0(\zeta) - \bar{\zeta} f_1(\zeta), \\ F_{1+}(\zeta) - F_{1-}(\zeta) &= f_1(\zeta), \quad \zeta \in \Gamma. \end{aligned} \quad (8)$$

Undan tashqari  $F_+$  ( $F_{1+}$ ) yoki  $F_-$  ( $F_{1-}$ ) funksiyalardan biri mos sohada  $\Gamma$  gacha uzluksiz bo'lsa, ikkinchisi ham bu xossaga ega bo'ladi.  $F(z)$  va  $F_1(z)$  funksiyalarni  $z = 0$  nuqta atrofida  $z$  ning darajalari bo'yicha darajali qatorlarga yoyib, bu qatorlarning koeffitsientlari mos ravishda  $\frac{a_{0k}}{2\pi i}$  va  $\frac{a_{1k}}{2\pi i}$  ga teng ekanligini hosil qilamiz. Bundan va (4) dan  $F_-$  va  $F_{1-}$  funksiyalarning birlik doiraning hamma yerida golomorf ekanligi kelib chiqadi. U holda

$$F_+, F_{1+} \in A(\Omega_1) \cap C(\Omega_1 \cup \Gamma)$$

va demak,

$$(F_+ - F_-) \in A(\Omega_1) \cap C(\Omega_1 \cup \Gamma), \quad (F_{1+} - F_{1-}) \in A(\Omega_1) \cap C(\Omega_1 \cup \Gamma)$$

munosabatlar bajariladi. Endi

$$\lambda(z) = F(z) + \bar{z} F_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f_0(\zeta) + (\bar{z} - \bar{\zeta}) f_1(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$$

funksiyani qaraymiz.  $\lambda(z)$  funksiya  $\Omega_1$  sohada  $\lambda_+(z)$  bianalitik funksiya  $\gamma_1$  birlik doiraning qolgan ( $\Omega_1$  ni chiqarib tashlagandan keyin) qismida  $\lambda_-(z)$  bianalitik funksiya ifodalaydi. (8) tengliklardan  $\Gamma$  dagi bu bianalitik funksiyalar (va ular hosilalari) limitik qiymatlarining ayirmasi quyidagi munosabatlarni qanoatlantiradi:

$$\begin{aligned} \lambda_+(t) - \lambda_-(t) &= f_0(t), \\ \frac{\partial \lambda_+(t)}{\partial \bar{z}} - \frac{\partial \lambda_-(t)}{\partial \bar{z}} &= f_1(t) \end{aligned}$$

$F_-$  va  $F_{1-}$  funksiyalar  $\gamma_1$  da golomorf bo'lgani uchun  $\lambda_- \in \Pi_2(\delta_1)$  bo'ladi. U holda (9) dan

$$(\lambda_+ - \lambda_-) \in \Pi_2(\Omega_1) \cap C^1(\Omega_1 \cup \Gamma)$$

ekanligi kelib chiqadi va (9) ga asosan  $f_0, f_1$  funksiyalarning izlanayotgan bianalitik davomi sifatida

$$W(z) = \lambda_+(z) - \lambda_-(z)$$

ni olish mumkin. Teorema isbotlandi

#### Adabiyotlar

1. Aizenberg L. A., Kytmanov A. M. On the possibility of holomorphic continuation into a domain of functions defined on a connected piece of the boundary. Mat. sbornik, 182, 1991, no. 4, 490–507.
2. Ishankulov T., Fozilov D. Sh. Continuation of Polyanalytic Functions. Russian Mathematics, 2021, Vol. 65, No. 8, pp. 32–39.
3. Muskhelishvili N. I. Singular integral equations. Moscow: Fizmatgiz, 1962.

### ЗАДАЧА БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ДРОБНОГО ПОРЯДКА

К.Н.Ахметов

*Ташкентский институт текстильной и лёгкой промышленности, г.Ташкент,  
Узбекистан,*

E-mail: [DON10061992@GMAIL.COM](mailto:DON10061992@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada buziladigan ikkinchi tur parabolik-giperbolik tenglama uchun Бицадзе-Самарский masalasi o'rganiladi, agar parabolik tenglama Kaputo ma'nosidagi kasr tartib operatorini o'z ichiga olganda. Qo'yilgan masala yechimining mavjudligi va yagonaligi isbotlangan.

**Kalit so'zlar:** buzilish chizig'ga ega bo'lgan tenglama, ikkinchi tur kasr tartibli tenglama, umumlasgan yechim, ekstremum printsiplari, ikkinchi tur Fredholm integral tenglama.

**Аннотация** В данной работе исследуется задача Бицадзе-Самарского для вырождающегося парабола-гиперболического уравнения второго рода, если параболическое уравнение содержит оператор дробного порядка в смысле Капуто. Доказано существование и единственность решения задачи.

**Ключевые слова:** вырождающееся уравнение, уравнение второго рода дробного порядка, обобщенное решение, принцип экстремума, интегральное уравнение Фредгольма второго рода.

**Abstract.** In this paper, we study the Bitsadze-Samarskii problem for a degenerate parabolic-hyperbolic equation of the second kind when the parabolic equation contains a fractional operator in the Caputo sense. The existence and uniqueness of a solution to the problem are proven.

**Keywords:** degenerate equation, fractional equation of the second kind, generalized solution, extremum principle, Fredholm integral equation of the second kind.

**Введение.** Краевые задачи для уравнений смешанного типа второго рода, в которых линия вырождения является огибающей семейства характеристик, и сама также является характеристикой, в литературе принято называть, уравнениями смешанного типа второго рода.

Заметим, что в работах С.А.Терсенова[1], М.С.Салахитдинова и С.С.Исамухамедова [2], Ю.М.Крикунова[3], Р.С.Хайруллина [4] изучены классические решение видоизмененной задачи Коши и Трикоми для уравнения гиперболического и смешанного типов второго рода.

В работе [5] получено представление обобщенного решения класса  $R_2$  задачи Коши для гиперболического уравнения второго рода, удобное для дальнейших исследований. Воспользовавшись найденным представлением, в работах [6-11] исследованы локальные и нелокальные краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода.

Несмотря на имеющиеся многочисленные работы по краевым задачам для смешанных уравнений второго рода, до сих пор локальной и нелокальной краевой задачи для вырождающегося уравнения параболо - гиперболического типа второго рода дробного порядка остается мало изученной. Отметим работы [12],[13].

В настоящей работе исследуется краевая задача типа Бицадзе-Самарского для вырождающегося уравнения параболо-гиперболического типа второго рода, когда параболическое уравнение содержит оператор дробного порядка в смысле Капуто.

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - x^p {}_c D_{0y}^\alpha u, & (x, y) \in \Omega_1, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy}, & (x, y) \in \Omega_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m, p, \alpha$  – любые действительные числа, причем

$$0 < m < 1, \quad p > m/(2 - m), \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad (2)$$

здесь  $\Omega_1$  – область, ограниченная отрезками  $AB, AA_0, BB_0, A_0B_0$  прямых  $y=0, x=0, x=1,$

$y=h$ , соответственно при  $y > 0$ , а  $\Omega_2$  – характеристический треугольник, ограниченный

характеристиками  $AC: x - (1 - 2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)} = 0, BC: x + (1 - 2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)} = 1,$

$AB: 0 < x < 1, y=0$  уравнения (1) при  $y < 0, c \left[ 1/2; -(2-m)/4 \right]^{2/(2-m)}$ , здесь  $2\beta = m/(m-2),$

причем

$$-1 < 2\beta < 0, \quad (3)$$

${}_c D_{0y}^\alpha$  – оператор дробного дифференцирования по  $y$  в смысле Капуто порядка  $\alpha$  [14].

Введем обозначения:  $I = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup I.$

В области  $\Omega$  для уравнения (1) исследуется нелокальная краевая задача.

**Задача  $BS_2(\alpha)$ .** Найти в области  $D$  функцию  $u(x, y)$ , обладающую свойствами: 1)  $u(x, y) \in C(\bar{\Omega})$ ; 2)  $u(x, y) \in C_x^2(\Omega_1), {}_c D_{0y}^\alpha u \in C(\Omega_1)$  и является регулярным решением уравнения (1) в области  $\Omega_1$  3)  $u(x, y)$  - обобщенное решение уравнения (1) из класса  $R_2$  [5] в области  $\Omega_2$ ; 4)  $u(x, y)$  удовлетворяет краевым условиям:

$$u(x, y)|_{AA_0} = \varphi_1(y), \quad u(x, y)|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (4)$$

$$\frac{d}{dx} u[\Theta(x)] + c(x)u(x, 0) = d(x), \quad (x, 0) \in I, \quad (5)$$

5)  ${}_c D_{0y}^\alpha u(x, y) \in C(\Omega_1 \cup I), u_y \in C(\Omega_2 \cup I)$  и на интервале  $I$  выполняется условие склеивания

$$\lim_{y \rightarrow +0} {}_c D_{0y}^{\alpha} u(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in I, \quad (6)$$

где  $\varphi_1(y)$ ,  $\varphi_2(y)$ ,  $c(x)$ ,  $d(x)$  – заданные функции, причем

$$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (7)$$

$$c(x), d(x) \in C^1[0; 1], \quad (8)$$

а  $\Theta(x_0) = \left( \frac{1+x_0}{2}; [(1-x_0)/2(1-2\beta)]^{1-2\beta} \right)$  – точки пересечения характеристики ВС с характеристикой выходящей из точки  $(x_0, 0)$ ,  $x_0 \in [0; 1]$ .

**Доказаны следующие теоремы.**

**Теорема 1.** Если выполнены условия (2), (3) и  $c(x) \geq 0$ ,  $c'(x) \geq 0$ ,  $\forall x \in [0, 1]$ , то в области  $\Omega$  решение задачи  $BS_2(\alpha)$  единственно.

**Теорема 1** доказывается с помощью принципа экстремумах [8].

**Теорема 2.** Если выполнены условия (2), (3), (7) и (8), то в области  $\Omega$  решение задачи  $BS_2(\alpha)$  существует.

Теорема 2 доказывается методом интегральных уравнений [12].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Терсенов С.А. К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа. // Сиб. мат. журнал. 1961. 2(6). С. 931-935.
2. Салахитдинов М.С., Исамухамедов С.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. // Сердика. Българско математическо списание. 1977. Т.3. С. 181-188.
3. Крикунов Ю.М. Видоизмененная задача Трикоми для уравнения  $u_{xx} + u u_{yy} + (-n+1/2)u_y = 0$ . // Изве. вузов, серия Мат. 1979. № 9. С.21-28.
4. Хайруллин Р.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. Казань: изд-во Казан. ун-та. 2020. 356 с.
5. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного эллиптического-гиперболического типа. // Докл. АН СССР. 1953. 88(2). С. 197-200.
6. Салахитдинов М.С., Эргашев Т.Г. Интегральное представление обобщенное решение задачи Коши в классе  $R_{2k}^{\lambda}$  для одного уравнения гиперболического типа второго рода. // «Узбекский математический журнал». 1995. №1. С. 67-75.
7. Мамадалиев Н.К. Задача Трикоми для сильно-вырождающегося уравнения параболо-гиперболического типа. // Матем. заметки. 1999. 66(3). С. 385–392.
8. Салахитдинов М.С., Исламов Н. Б. Нелокальная краевая задача с условием Бицадзе-Самарского для уравнения параболо-гиперболического типа второго рода. // Известия вузов. Математика. 2015. № 6. С. 43-52.
9. Исламов Н. Б. Аналог задачи Бицадзе–Самарского для одного класса уравнений параболо-гиперболического типа второго рода. // Уфимский матем. журн. 2015. 7(1). С.31–45.
10. Islomov B.I., Abdullayev A.A. On a problem for an elliptic type equation of the second kind with a conormal and integral condition // Journal Nanosystems: physics, chemistry, mathematics. 2018. 9(3). P. 307-318.
11. Мирсабуров М., Исламов Н.Б. Об одной задаче с условием Бицадзе-Самарского на параллельных характеристиках для уравнения смешанного типа второго рода. // «Дифференц. уравнения». 2021. 57 (10). С.1384-1396.

12. Исломов Н.Б. , Ахметов К. Н. Краевая задача для вырождающегося уравнения парабола-гиперболического типа второго рода дробного порядка в смысле Капуто. // Илм сархашмалари Илмий- назарий, metodik jurnal. 2025. № 12. С. 42-47.

## НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА С УСЛОВИЕМ БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Исломов Б.И.<sup>1</sup>, Ахметов К. Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный Университет Узбекистана имени М. Улугбека, г. Ташкент,  
Узбекистан, E-mail: [islomovbozor@yandex.com](mailto:islomovbozor@yandex.com)

<sup>2</sup>Ташкентский институт текстильной и лёгкой промышленности, г.Ташкент,  
Узбекистан, E-mail: [DON10061992@GMAIL.COM](mailto:DON10061992@GMAIL.COM)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada buziladigan ikkinchi tur parabolik-giperbolik tenglama uchun xarakteristikalar bo'yicha Бицадзе-Самарский sharti bilan berilgan nolokal masala o'rganiladi, agar parabolik tenglama Kaputo ma'nosidagi kasr tartib operatorini o'z ichiga olganda. Qo'yilgan masala yechimining mavjudligi va yagonaligi isbotlangan.

**Kalit so'zlar:** buzilish chizig'ga ega bo'lgan tenglama, ikkinchi tur kasr tartibli tenglama, umumlasgan yechim, ekstremum printsiipi, ikkinchi tur Fredgolm integral tenglama.

**Аннотация** В данной работе исследуется нелокальная задача с условием Бицадзе-Самарского для вырождающегося парабола-гиперболического уравнения второго рода, если параболическое уравнение содержит оператор дробного порядка в смысле Капуто. Доказано существование и единственность решения задачи.

**Ключевые слова:** вырождающегося уравнение, уравнение второго рода дробного порядка, обобщенное решение, принцип экстремума, интегральное уравнение Фредгольма второго рода.

**Abstract.** This paper studies a nonlocal problem with the Bitsadze-Samarskii condition for a degenerate parabolic-hyperbolic equation of the second kind when the parabolic equation contains a fractional operator in the sense of Caputo. The existence and uniqueness of a solution to the problem are proven.

**Keywords:** degenerate equation, fractional equation of the second kind, generalized solution, extremum principle, Fredholm integral equation of the second kind.

**Введение.** Краевые задачи для уравнений смешанного типа второго рода, в которых линия вырождения является огибающей семейства характеристик, и сама также является характеристикой, в литературе принято называть, уравнениями смешанного типа второго рода.

Заметим, что в работах С.А.Терсенова[1], М.С.Салахитдинова и С.С.Исамухамедова [2], Ю.М.Крикунова[3], Р.С.Хайруллина [4] изучены классические решение видоизмененной задачи Коши и Трикоми для уравнения гиперболического и смешанного типов второго рода.

В работе [5] получено представление обобщенного решения класса  $R_2$  задачи Коши для гиперболического уравнения второго рода, удобное для дальнейших исследований. Воспользовавшись найденным представлением, в работах [6-11] исследованы локальные и нелокальные краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. Далее выяснилось, что такие задачи возникают при изучении различных проблем математической биологии [12] и решении проблем физики и плазмы [13].

Несмотря на имеющиеся многочисленные работы по краевым задачам для смешанных уравнений второго рода, до сих пор локальной и нелокальной краевой задачи



для вырождающегося уравнения параболо - гиперболического типа второго рода дробного порядка остается мало изученной. Отметим работы [14],[15].

В настоящей работе исследуется нелокальная краевая задача с условием Бицадзе-Самарского для вырождающегося уравнения параболо-гиперболического типа второго рода, когда параболическое уравнение содержит оператор дробного порядка в смысле Капуто.

**Постановка задачи.** Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - x^p {}_c D_{0y}^\alpha u, & (x, y) \in \Omega_1, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy}, & (x, y) \in \Omega_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m, p, \alpha$  – любые действительные числа, причем

$$0 < m < 1, \quad p > m/(2-m), \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad (2)$$

здесь  $\Omega_1$  – область, ограниченная отрезками  $AB, AA_0, BB_0, A_0B_0$  прямых  $y=0, x=0, x=1,$

$y=h$ , соответственно при  $y > 0$ , а  $\Omega_2$  – характеристический треугольник, ограниченный

характеристиками  $AC: x - (1-2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)} = 0, \quad BC: x + (1-2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)} = 1,$

$AB: 0 < x < 1, y=0$  уравнения (1) при  $y < 0, c \left[ 1/2; -(2-m)/4 \right]^{2/(2-m)}$ , здесь  $2\beta = m/(m-2)$ ,

причем

$$-1 < 2\beta < 0, . \quad (3)$$

а  ${}_c D_{0y}^\alpha$  – оператор дробного дифференцирования по  $y$  в смысле Капуто порядка  $\alpha$  [16].

Введем обозначения:  $I = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup I.$

В области  $\Omega$  для уравнения (1) исследуется нелокальная краевая задача.

**Задача  $BS_1(\alpha)$ .** Найти в области  $D$  функцию  $u(x, y)$ , обладающую свойствами:

- 1)  $u(x, y) \in C(\bar{\Omega})$ ; 2)  $u(x, y) \in C_x^2(\Omega_1), {}_c D_{0y}^\alpha u \in C(\Omega_1)$  и является регулярным решением уравнения (1) в области  $\Omega_1$ ; 3)  $u(x, y)$  – обобщенное решение уравнения (1) из класса  $R_2$  [5] в области  $\Omega_2$ ; 4)  $u(x, y)$  удовлетворяет краевым условиям:

$$u(x, y)|_{AA_0} = \varphi_1(y), \quad u(x, y)|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (4)$$

$$\frac{d}{dx} u[\Theta(x)] + a(x)u(x, 0) = b(x), \quad (x, 0) \in I, \quad (5)$$

- 5)  ${}_c D_{0y}^\alpha u(x, y) \in C(\Omega_1 \cup I), \quad u_y \in C(\Omega_2 \cup I)$  и на интервале  $I$  выполняется условие склеивания

$$\lim_{y \rightarrow +0} {}_c D_{0y}^\alpha u(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in I, \quad (6)$$

где  $\varphi_1(y), \varphi_2(y), a(x), b(x)$  – заданные функции, причем

$$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (7)$$

$$a(x), b(x) \in C^1[0; 1], \quad (8)$$

а  $\Theta(x_0) = \left( \frac{x_0}{2}; [x_0/2(1-2\beta)]^{1-2\beta} \right)$  – точки пересечения характеристики  $AC$  с характеристикой выходящей из точки  $(x_0, 0), x_0 \in [0; 1]$ .

**Замечание.** В случае  $\alpha = 1$  задачи типа Трикоми для уравнения (1) классическими методами были изучены в работах М. С. Салахитдинова и Н. Б. Исломова [10], [17]. В связи с этим в дальнейшем изучим задачу  $BS_1(\alpha)$  для уравнения (1) при  $\alpha \neq 1$

**Исследование задачи  $BS_1(\alpha)$ .** Обобщенное решение задачи Коши для уравнения (1) из класса  $R_2$  в области  $\Omega_2$  дается формулой:

$$u(\xi, \eta) = \int_0^\xi (\eta - t)^{-\beta} (\xi - t)^{-\beta} T(t) dt + \int_\xi^\eta (\eta - t)^{-\beta} (t - \xi)^{-\beta} N(t) dt, \quad (9)$$

где

$$u(x, -0) = \tau(x), \quad (x, -0) \in \bar{I} \quad u_y(x, -0) = v^-(x), \quad (x, -0) \in I, \\ N(x) = T(x)/2 \cos \pi\beta - \gamma_1 v^-(x), \quad \gamma_1 = [2(1-2\beta)]^{2\beta-1} \Gamma(2-2\beta)/\Gamma^2(1-\beta), \quad (10)$$

$$\xi = x - (1-2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)}, \quad \eta = x + (1-2\beta)(-y)^{1/(1-2\beta)}, \quad (11)$$

$$\tau(x) = \int_0^x (x-t)^{-2\beta} T(t) dt = \Gamma(1-2\beta) D_{0x}^{2\beta-1} T(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (12)$$

причем функции  $T(x)$  и  $v^-(x)$  непрерывны в  $I$  и интегрируемы на  $\bar{I}$ . Из (12) легко следует, что  $\tau(x) \in C[0,1]$ ,  $\tau(0) = 0$  и существует  $\tau'(x) \in C(0,1)$ , причем  $\tau'(x)$  может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы на концах интервала  $I$ , а  $D_{0x}^{2\beta-1}[\cdot]$  – интегральной оператор Римана-Лиувилля [17, гл.1, § 4, формула (4.1)].

Положив  $\xi = 0$  и  $\eta = X$  в (9) с учётом (5) и (10) получим функциональное соотношение между  $T(x)$  и  $v^-(x)$ , перенесенное из области  $\Omega_2$  на  $I$

$$\gamma_1 v^-(x) = \frac{T(x)}{2 \cos \pi\beta} + \frac{x^\beta D_{0x}^{-\beta} a(x)}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^x \frac{T(t) dt}{(x-t)^{2\beta}} - \frac{x^\beta D_{0x}^{-\beta} b(x)}{\Gamma(1-\beta)}, \quad x \in (0,1). \quad (13)$$

Следовательно, как в работе [18, стр.39-48], согласно условиям 1) - 2) задачи  $BS_1(\alpha)$ , переходя к пределу при  $y \rightarrow +0$  в уравнении (1) и условию (4) из области  $\Omega_1$  с учетом

$$\lim_{y \rightarrow +0} {}_c D_{0y}^\alpha u(x, y) = \Gamma(\alpha) v^+(x), \quad (x, 0) \in I, \text{ имеем}$$

$$\tau''(x) = x^p \Gamma(\alpha) v^+(x), \quad \tau(0) = \varphi_1(0), \quad \tau(1) = \varphi_2(0). \quad (14)$$

Решая задачу (14), получим второе функциональное соотношение между  $\tau(x)$  и  $v^+(x)$ , перенесенное из области  $\Omega_1$  на  $I$ :

$$\tau(x) = \int_0^1 G(x, t) t^p v^+(t) dt + \Psi(x), \quad (15)$$

где

$$G(x, t) = \Gamma(\alpha) \begin{cases} t(x-1), & 0 \leq t \leq x, \\ x(t-1), & x \leq t \leq 1, \end{cases} \\ \Psi(x) = \varphi_1(0) + x[\varphi_2(0) - \varphi_1(0)].$$

**Теорема 1.** Если выполнены условия (2), (3) и

$$a(x) \geq 0, \quad a'(x) \geq 0, \quad \forall x \in [0,1], \quad (16)$$

то в области  $\Omega$  решение задачи  $BS_1(\alpha)$  единственно.

Теорема 1 доказывается с помощью принципа экстремума: «Если выполнены условия (2),(3),(16), то решение  $u(x,y)$  задачи  $BS_1(\alpha)$  при  $b(x) \equiv 0$ , свой положительный максимум и отрицательный минимум в замкнутой области  $\bar{\Omega}_1$  достигает лишь на  $\overline{AA_0} \cup \overline{BB_0}$ » (см. [8]) и в силу неравенство [9, лемма 2]:  $T(x) < 0$  ( $T(x) > 0$ ),  $x \in (0,1)$ .

**Теорема 2.** Если выполнены условия (2), (3), (7) и (8), то в области  $\Omega$  решение задачи  $BS_1(\alpha)$  существует.

Теорема 2 доказывается методом интегральных уравнений. Из (13) после некоторых вычисления получим интегральное уравнение относительно  $T(x)$ :

$$T(x) + \int_0^x K_1(x,t)T(t)dt = F_1(x), \quad 0 < x < 1, \quad (17)$$

где

$$F_1(x) = \gamma_3 v^-(x) + \frac{2\cos \pi \beta}{\Gamma(1-\beta)} x^\beta D_{0x}^{-\beta} b(x), \quad \gamma_3 = 2\gamma_1 \cos \pi \beta,$$

$$K_1(x,t) = \frac{2\cos \pi \beta x^\beta}{\Gamma(1-\beta)\Gamma(1+\beta)} \left[ \int_t^x a'(z)(x-z)^\beta (z-t)^{-2\beta} dz - 2\beta \int_t^x a(z)(x-z)^\beta (z-t)^{-2\beta-1} dz \right].$$

Принимая во внимание (2), (3), (8) с учетом класс функцию  $v^-(x)$  следует, что ядро и правая часть интегрального уравнения (17) допускают оценку

$$|K_1(x,t)| \leq c_1 x^\beta, \quad |F_1(x)| \leq c_2 x^{2\beta}, \quad c_1, c_2 = \text{const} > 0. \quad (18)$$

В силу (18) интегральные уравнение (17) являются интегрального уравнения Вольтерра второго рода со слабой особенностями. Согласно теории интегральных уравнений Вольтерра второго рода [19] заключаем, что интегральное уравнение (17) однозначно разрешимо в классе  $C^1(0,1]$ , причем  $v(x)$  может иметь особенность порядка меньше  $-2\beta$  при  $x \rightarrow 0$ , а при  $x \rightarrow 1$  ограничена и учитывая (12) ее решение дается формулой:

$$\frac{D_{0x}^{1-2\beta} \tau(x)}{\Gamma(1-2\beta)} = T(x) = F_1(x) - \int_0^x K_1^*(x,t)F_1(t)dt, \quad (x,0) \in I, \quad (19)$$

где  $K_1^*(x,t)$  – резольвента ядра  $K_1(x,t)$  и она принадлежит к классу  $C((0,1] \times [0,1])$ .

В силу условия склеивания (6) (т.е.  $v(x) = v^-(x) = v^+(x)$ ), исключив  $\tau(x)$  из соотношений (15) и (19) с учетом свойства функция Грина и оператора Римана-Лиувилля [17, гл.1, § 4, формулы (4.1), (4.7)], имеем

$$v(x) - \int_0^1 K_2(x,t)v(t)dt = F_2(x), \quad (x,0) \in I, \quad (20)$$

где

$$K_2(x,t) = \frac{\sin 2\beta \pi \Gamma(\alpha)}{2\beta \pi \gamma_3} \begin{cases} (x-t)^{2\beta} t^p - K_1^*(x,t), & 0 \leq t \leq x, \\ -x^{2\beta} (1-t)t^p, & 0 \leq t \leq 1, \end{cases}$$

$$F_2(x) = \frac{D_{0x}^{1-2\beta} [\varphi_1(0) + x(\varphi_2(0) - \varphi_1(0))]}{\gamma_3 \Gamma(1-2\beta)} - \frac{2\cos \pi \beta}{\gamma_3 \Gamma(1-\beta)} x^\beta D_{0x}^{-\beta} b(x) + \int_0^x K_1^*(x,t)t^\beta D_{0t}^{-\beta} b(t)dt$$

и допускают оценки

$$|K_2(x,t)| \leq \begin{cases} c_3(x-t)^{2\beta}t^p + c_4x^\beta, & 0 \leq t \leq x, \\ x^{2\beta}(1-t)t^p, & 0 \leq t \leq 1, \end{cases} \quad |F_2(x)| \leq c_5x^{2\beta}, \quad c_n = \text{const} > 0, \quad n=3,4,5. \quad (21)$$

На основании (2), (3) с учетом (21) заключаем, что  $F_2(x) \in C(0,1] \cap C^1(0,1)$ , причем функция  $F_2(x)$  может обращаться в бесконечность порядка меньше  $-2\beta$  при  $x \rightarrow 0$ , а при  $x \rightarrow 1$  ограничена.

В силу (2), (3) и (21) уравнения (20) является интегральным уравнением Фредгольма второго рода со слабой особенностями. Согласно теории интегральных уравнений Фредгольма [19, гл.1, § 15] и из единственности решения задачи  $BS_1(\alpha)$  заключаем, что интегральное уравнение (20) однозначно разрешимо в классе  $C(0,1] \cap C^1(0,1)$ , причем функция  $v(x)$  может обращаться в бесконечность порядка меньше  $-2\beta$  при  $x \rightarrow 0$ , а при  $x \rightarrow 1$  ограничена и её решение дается формулой:

$$v(x) = F_2(x) + \int_0^1 K_3(x,t)F_2(t)dt, \quad (x,0) \in I, \quad (22)$$

здесь  $K_3(x,t)$  - резольвента ядра  $K_2(x,t)$ .

Подставляя (22) в (15), находим  $\tau(x)$  и она принадлежит классу  $\tau(x) \in C(\bar{I}) \cap C^1(I)$ .

Следовательно, задача  $BS_1(\alpha)$  однозначно разрешима в силу эквивалентности ее к интегральному уравнению Фредгольма второго рода (20).

Таким образом, решение задачи  $BS_1(\alpha)$  можно восстановить в области  $\Omega_1$  как решение первой краевой задачи с условиями (4) и  $u(x,0) = \tau(x)$ ,  $(x,0) \in \bar{I}$  для уравнения (1). Решение задачи  $BS_1(\alpha)$  в области  $\Omega_2$  можно восстановить как решение задачи Коши для уравнения (1)[14].

**Теорема 2 доказана.**

## ЛИТЕРАТУРА

1. Терсенов С.А. К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа. // Сиб. мат. журнал. 1961. 2(6). С. 931-935.
2. Салахитдинов М.С., Исамухамедов С.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. // Сердика. Българско математическо списание. 1977. Т.3. С. 181-188.
3. Крикунов Ю.М. Видоизмененная задача Трикоми для уравнения  $u_{xx} + u_{yy} + (-n+1/2)u_y = 0$ . // Изве. вузов, серия Мат. 1979. № 9. С.21-28.
4. Хайруллин Р.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. Казань: изд-во Казан. ун-та. 2020. 356 с.
5. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного эллиптического-гиперболического типа. // Докл. АН СССР. 1953. 88(2). С. 197-200.
6. Салахитдинов М.С., Эргашев Т.Г. Интегральное представление обобщенное решение задачи Коши в классе  $R_{2k}^\lambda$  для одного уравнения гиперболического типа второго рода. // «Узбекский математический журнал». 1995. №1. С. 67-75.
7. Мамадалиев Н.К. Задача Трикоми для сильно-вырождающегося уравнения параболо-гиперболического типа. // Матем. заметки. 1999. 66(3). С. 385-392.

8. Салахитдинов М.С., Исламов Н. Б. Нелокальная краевая задача с условием Бицадзе-Самарского для уравнения параболо-гиперболического типа второго рода. // Известия вузов. Математика. 2015. № 6. С. 43-52.

9. Исламов Н. Б. Аналог задачи Бицадзе-Самарского для одного класса уравнений параболо-гиперболического типа второго рода. // Уфимский матем. журн. 2015. 7(1). С.31-45.

10. Islomov B.I., Abdullayev A.A. On a problem for an elliptic type equation of the second kind with a conormal and integral condition // Journal Nanosystems: physics, chemistry, mathematics. 2018. 9(3). P. 307-318.

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ С УСЛОВИЕМ ВТОРОГО РОДА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ДРОБНОГО ПОРЯДКА СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

У. Ш. Убайдуллаев<sup>1</sup>, Х. Г. Абсоатова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Самаркандский филиал Ташкентского государственного экономического университета,  
Самарканд, [ulugbekuz88@mail.ru](mailto:ulugbekuz88@mail.ru);

<sup>2</sup> Наманганский Государственный Университет, г. Наманган, Узбекистан,  
[rhmtvfarhod@gmail.com](mailto:rhmtvfarhod@gmail.com)

*Благодарности.* Работа выполнена при финансовой поддержке Узбекского фонда  
фундаментальных исследований (проект **Ф3-202009211**).

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada to'rtburchak sohada spektral parametrli kasir tartibli aralash tip tenglamasi uchun ikkinchi tur sharti bilan berilgan masala o'rganilgan. Qo'yilgan masala yechimining mavjudligi va yagonaligi isbotlangan.

**Kalit so'zlar:** ikkinchi turdagi shart, kasr tartibli aralash tenglama, yagonalik va mavjudlik teoremlari, ortogonal qator, turg'unlik.

**Аннотация.** В данной статье исследована задача с условием второго рода для уравнения смешанного типа дробного порядка со спектральным параметром в прямоугольной области. Доказаны существование и единственность решения поставленной задачи.

**Ключевые слова:** условие второго рода, уравнение смешанного типа дробного порядка, теоремы единственности и существования, ортогональный ряд, устойчивость.

**Abstract.** In this paper, a problem with a second-kind boundary condition for a mixed-type equation of fractional order with a spectral parameter in a rectangular domain is investigated. The existence and uniqueness of the solution to the stated problem are proved.

**Keywords:** second-kind condition, mixed-type equation of fractional order, theorems of uniqueness and existence, orthogonal series, stability.

Рассмотрим уравнение

$$0 = Lu \equiv \begin{cases} u_{xx} - {}_c D_{qy}^{\delta} u - \lambda^2 u, & x > 0, \quad q < y < r, \quad 0 < \delta \leq 1, \\ u_{xx} + {}_c D_{0y}^{\alpha} u - \lambda^2 u, & x > 0, \quad 0 < y < q, \quad 0 < \alpha \leq 2, \\ u_{xx} - {}_c D_{y0}^{\beta} u - \lambda^2 u, & x > 0, \quad -p < y < 0, \quad 0 < \beta \leq 2 \end{cases} \quad (1)$$

в прямоугольной области  $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < l, -p < y < r\}$ , где  $p > 0, r > 0, 0 < q < r, l$ ,  $\lambda$  — заданные действительные числа.

Введем обозначения:  $J_1 = \{(x, y) : 0 < x < l, y = q\}$ ,  $J_2 = \{(x, y) : 0 < x < l, y = 0\}$ ,  
 $\Omega_1 = \Omega \cap \{(x, y) : x > 0, q < y < r\}$ ,  $\Omega_2 = \Omega \cap \{(x, y) : x > 0, 0 < y < q\}$ ,  
 $\Omega_3 = \Omega \cap \{(x, y) : x > 0, -p < y < 0\}$ ,  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup J_1 \cup J_2$ ,

а  ${}_c D_{0y}^\gamma$  – оператор дробного порядка в смысле Капуто [1, с. 14] , [2, с. 38] :

$${}_c D_{ay}^\gamma f(y) = (\text{sign}(y-a))^n D_{ay}^{\gamma-n} f^{(n)}(y), \quad n-1 < \gamma \leq n, \quad n \in \mathbb{N},$$

здесь  $D_{ay}^\chi g(y)$  – интегро-дифференциальный оператор Римана - Лиувилля порядка  $\chi$  [3].

В области  $\Omega$  исследуем следующую задачу.

**Задача  $S_T$ .** Требуется найти функции  $u(x, y)$  со следующими свойствами:

1)  $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega)$ ,  $(y-q)^{1-\delta} u_y(x, y) \in C(\Omega_1 \cup J_1)$ ; 2)  $u(x, y) \in C_x^2(\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3)$ ,  
 ${}_c D_{qy}^\delta u \in C(\Omega_1)$ ,  ${}_c D_{0y}^\alpha u \in C(\Omega_2)$ ,  ${}_c D_{y0}^\beta u \in C(\Omega_3)$  и удовлетворяет уравнению (1) в областях  $\Omega_k$  ( $k = \overline{1,3}$ ); 3) на линиях  $J_j$  ( $j = 1, 2$ ) выполняются условия склеивания

$$u(x, q+) = u(x, q-), \quad (x, q) \in \bar{J}_1, \quad u(x, 0+) = u(x, 0-), \quad (x, 0) \in \bar{J}_2,$$

$$\lim_{y \rightarrow q+} (y-q)^{1-\delta} u_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow q-} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in J_1, \quad \lim_{y \rightarrow 0+} u_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow 0-} u_y(x, y), \quad (x, 0) \in J_2,$$

3)  $u(x, y)$  удовлетворяет граничным условиям

$$u_x(0, y) = 0, \quad u_x(l, y) = 0, \quad -p \leq y \leq r, \quad u(x, -p) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

где  $\psi(x)$  – заданная достаточно гладкая функция.

В данной работе изучается краевая задача с условием второго рода для уравнения смешанного типа дробного порядка в смысле Капуто со спектральным параметром в прямоугольной области. Установлен критерий единственности решения задачи. Само решение построено в виде суммы ортогонального ряда и показана его сходимость в классе регулярных решений данного уравнения. Установлена устойчивость решения задачи  $S_T$  в классе непрерывных и квадратично-суммируемых функций.

### Литература

1. Псху А.В. Краевые задачи для дифференциальных уравнений с частными производными дробного и континуального порядка. Нальчик, 2005. 186 с.
2. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск. Наука Техника. 1987. 688 с.
3. Исломов Б. И., Абсоатова Х. Г. Краевая задача для нагруженного уравнения смешанного типа дробного порядка со спектральным параметром. // БухДУ илимий ахбороти. 2025. № 12(129). С.179-184.

### CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARDA INTEGRALLOVCHI KO'PAYTUVCHI USULINING ZAMONAVIY TALQINI.

M.Abdinazarova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali

\*e-mail: [abdinazarovamadina06@gmail.com](mailto:abdinazarovamadina06@gmail.com)

**Abstract.** This thesis analyzes the classical method of the integrating factor for solving first-order linear differential equations from a modern perspective. The research examines not only

the analytical essence of the method but also its role in the dynamics of variable-parameter systems and the issues of algorithmization using computer technologies.

**Keywords:** Differential equation, integrating factor, exponent, quantitative analysis, dynamic systems, mathematical modeling.

**Аннотация.** В данном тезисе классический метод интегрирующего множителя для решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка анализируется с современной точки зрения. В исследовании рассматривается не только аналитическая сущность метода, но и его роль в динамике систем с переменными параметрами, а также вопросы алгоритмизации с использованием компьютерных технологий.

**Ключевые слова.** Дифференциальное уравнение, интегрирующий множитель, экспонента, квантовый анализ, динамические системы, математическое моделирование.

**Annotatsiya.** Ushbu tezisda birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarni yechishning klassik integrallovchi ko'paytuvchi usuli zamonaviy nuqtai nazardan tahlil qilinadi. Tadqiqotda usulning nafaqat analitik mohiyati, balki uning o'zgaruvchan parametrli tizimlar dinamikasidagi o'rnini va kompyuter texnologiyalari yordamida algoritmlash masalalari ko'rib chiqiladi.

**Kalit so'zlar:** Differensial tenglama, integrallovchi ko'paytuvchi, eksponenta, kvantiv tahlil, dinamik tizimlar, matematik modellash.

Differensial tenglamalar (DT) fanning turli sohalarida, jumladan, robototexnika, iqtisodiy o'sish modellari va materiallar qarshiligida asosiy matematik apparat hisoblanadi. Birinchi tartibli chiziqli DTlarni yechishda qo'llaniladigan integrallovchi ko'paytuvchi usuli (Eyler usuli) klassik usullardan biri bo'lsa-da, bugungi kunda olingan natijalarning aniqligi va ularni dasturiy tillar (Python, MATLAB, Maple) orqali vizuallashtirish ushbu mavzuni yangi bosqichga olib chiqdi. Xususan, o'zgaruvchan massali tizimlar harakatini tavsiflovchi Meshcherskiy tenglamasining chiziqli holatlarini tahlil qilishda bu usulning samaradorligi yuqori.

Quyidagi ko'rinishdagi birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamani ko'rib chiqamiz

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad (1)$$

Bu yerda  $P(x)$  va  $Q(x)$  ma'lum bir oraliqda uzluksiz funksiyalardir. Usulning mohiyati shundan iboratki, (1) tenglamaning ikkala tomonini shunday bir  $\mu(x)$  funksiyaga (integrallovchi ko'paytuvchiga) ko'paytirish kerakki, natijada tenglamaning chap qismi ko'paytmaning hosilasi ko'rinishiga kelsin

$$\frac{d}{dx}[\mu(x)y] = \mu(x)Q(x)$$

Ushbu shartdan kelib chiqib,  $\mu(x)$  uchun differensial tenglama hosil qilinadi va uning yechimi zamonaviy talqinda quyidagi ko'rinishda olinadi

$$\mu(x) = \exp\left(\int P(x)dx\right)$$

Mexanik tizimlarda, masalan, elastik osilgan va massasi vaqt davomida o'zgaruvchi jismlar harakatida  $p(x)$  koeffitsiyenti muhitning qarshiligini yoki massaning o'zgarish tezligini ifodalaydi. Bunday holda integrallovchi ko'paytuvchi tizimning energiya dissipatsiyasi yoki yutilishini xarakterlovchi fizik operator sifatida talqin qilinadi. Bugungi kunda bu usul ramziy hisoblashlarda (Symbolic Computation) qo'llaniladi. Masalan, murakkab  $\int P(x)dx$  integralini hisoblashda maxsus algoritmlar (Rish algoritmi) ishlatiladi. Bu esa tahliliy yechimni topish imkoni bo'lmagan hollarda ham yechimning maxsus funksiyalar orqali ifodalanishini ta'minlaydi. Ko'p hollarda chiziqli bo'lmagan tenglamalar (masalan, Bernulli tenglamasi) o'zgaruvchilarni

almashtirish orqali chiziqli ko‘rinishga keltiriladi va integrallovchi ko‘paytuvchi orqali yechiladi. Bu linearlashtirish jarayoni zamonaviy avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlarining asosini tashkil etadi.

Integrallovchi ko‘paytuvchi usuli yordamida olingan umumiy yechim formulasi

$$y(x) = e^{-\int P(x)dx} \left( \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right)$$

Ushbu formula yordamida har qanday murakkablikdagi chiziqli jarayonni modellashtirish mumkin. Zamonaviy hisoblash texnikasi ushbu yechimdagi integrallarni yuqori aniqlikda (kvadraturalar yordamida) hisoblash imkonini beradi.

Ushbu usulning qo‘llanilishiga doir aniq bir misol va uning bosqichma-bosqich yechimini ko‘rib chiqamiz

**1-misol.**  $\frac{dy}{dx} + 2xy = x$  berilgan tenglamani yechib ko‘ramiz.

Tenglamamiz  $y' + P(x)y = Q(x)$  ko‘rinishidagi birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamadir.

Bunda

$$P(x) = 2x$$

$$Q(x) = x$$

Integrallovchi ko‘paytuvchi  $\mu(x)$  quyidagi formula orqali topiladi

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$$

hisoblaymiz

$$\mu(x) = e^{\int 2x dx} = e^{x^2}$$

tenglamaning har ikkala tomonini  $e^{x^2}$  ga ko‘paytiramiz

$$e^{x^2} \frac{dy}{dx} + 2xe^{x^2} y = xe^{x^2}$$

bu yerda chap tomon ko‘paytmaning hosilasi ko‘rinishiga keladi

$$\frac{d}{dx}(e^{x^2} * y) = xe^{x^2}$$

Ikkala tomonni  $x$  bo‘yicha integrallaymiz

$$e^{x^2} * y = \int xe^{x^2} dx$$

o‘ng tomondagi integralni hisoblash uchun  $u = x^2$  deb belgilash kiritamiz, u holda  $du = 2x dx$  yoki

$$x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int xe^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$$

Umumiy yechimni topamiz

$$e^{x^2} * y = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$$

$y$  ni topish uchun hamma hadni  $e^{x^2}$  ga bo‘lamiz

$$y = \frac{1}{2} + Ce^{-x^2}$$

**Xulosa.** Integrallovchi ko‘paytuvchi usuli o‘zining universal va moslashuvchan tabiati bilan zamonaviy matematikaning ajralmas qismi bo‘lib qolmoqda. U faqatgina differensial tenglamani



yechish vositasi emas, balki tizimning "ichki dinamikasini" o'zgartirish orqali uni integrallanuvchi (ya'ni, tushunarli) holatga keltiruvchi transformatsiya mexanizmidir.

Zamonaviy talqinning asosi - abstraksiyadan amaliyotga o'tishdir: murakkab matematik modelni sodda va tahlil qilib bo'ladigan ko'rinishga keltirishda ushbu usul hamon eng samarali vosita bo'lib xizmat qilmoqda.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati.**

1. Shodiyev O., Azizov I. "Differensial tenglamalar kursi". Toshkent, "O'qituvchi", 2021.
2. Salohiddinov M.S. "Oddiy differensial tenglamalar". Toshkent, "Sharq", 2002. (Klassik nazariya uchun asosiy manba).
3. Toshkent Davlat Texnika Universiteti darsliklari: "Oliy matematika: Differensial tenglamalar va dinamik tizimlar", 2024.
4. Понтрягин Л. С. "Обыкновенные дифференциальные уравнения". Москва, Наука, 2018. (Dinamik tizimlar tahlili uchun fundamental qo'llanma).
5. Филиппов А. Ф. "Сборник задач по дифференциальным уравнениям". Москва, 2020. (Amaliy misollar va integrallovchi ko'paytuvchi usullari bo'yicha).

### **DIFFERENSIAL TENGLAMALAR NAZARIYASIDA PEANO TEOREMASINING FUNDAMENTAL AHAMIYATI: NAZARIY VA FUNKSIONAL TAHLIL**

**B.Z.Usmonov, Sh.Z.Turg'unboyev**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada oddiy differensial tenglamalar (ODT) nazariyasining fundamental ustunlaridan biri — Peano teoremasi tadqiq etiladi. Maqolaning maqsadi — yechim mavjudligi uchun funksiyaning uzluksizligi yetarli ekanligini topologik va funksional analiz prizmasi orqali ko'rsatib berishdir. Tadqiqotda Arsela-Askolli teoremasining qo'llanilishi, yechimlar oilasining strukturaviy xususiyatlari va yagonalikning yo'qolishi kabi muhim matematik fenomenlar tahlil qilingan.

**Kalit so'zlar:** Peano teoremasi, Koshi masalasi, Yechim mavjudligi, Uzluksizlik sharti, Arsela-Askolli teoremasi, Eyler sinig chiziqlari, Peano feni (yechimlar oqimi), Lipschits sharti, Oddiy differensial tenglamalar.

**Kirish** .Differensial tenglamalar nazariyasida Koshi masalasining korrektiligi uchta shartga tayanadi: yechimning mavjudligi, yagonaligi va boshlang'ich shartlarga uzluksiz bog'liqligi (Adamar bo'yicha). Klassik Pikar-Lindelyof (Koshi-Pikar) teoremasi yechim yagonaligini kafolatlash uchun funksiya o'ta qat'iy bo'lgan **Lipschitz uzluksizligini** talab qiladi.

Biroq, 1890-yilda Juzeppe Peano tomonidan isbotlangan teorema matematik analizning ufqlarini kengaytirdi. Peano teoremasi shuni tasdiqlaydiki, differensial tenglamaning o'ng tomoni faqatgina uzluksiz bo'lishi yechim mavjudligi uchun kifoyadir. Bu natija differensial tenglamalar sifat nazariyasini yanada umumiyroq va abstraktroq darajaga olib chiqdi.

**Metodologiya va Isbot Asoslari (Methods)** Peano teoremasining isbotlash metodologiyasi funksional analizning fundamental prinsiplariga, xususan, operatorlar nazariyasi va kompaktlik tushunchalariga tayanadi. Ushbu taqiqotda yechimning mavjudligini asoslash uchun quyidagi ko'p bosqichli matematik apparat qo'llaniladi:

#### **2.1. Koshi masalasining integral ekvivalentligi:**

Tadqiqotning boshlang'ich nuqtasi sifatida  $x' = f(t, x)$ ,  $x(t_0) = x_0$  ko'rinishidagi differensial muammoni unga ekvivalent bo'lgan **Volterra tipidagi integral tenglamaga** o'tkazish usuli qo'llaniladi:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(s, x(s)) ds$$

Ushbu metod differensial operatorni integral operatorga aylantirish orqali yechimning silliqlik darajasiga qo'yiladigan talablarni optimallashtirishga xizmat qiladi.

## 2.2. Taqribiy yechimlar oilasini qurish (Eylar siniq chiziqlari)

$f(t, x)$  funksiyasi faqat uzluksiz bo'lganligi sababli, yechimni to'g'ridan-to'g'ri topish imkoniyati mavjud emas. Shu sababli, metodologiyada Eylarning qadamli approksimatsiya usuli qo'llaniladi.  $[t_0, t_0 + h]$  oraliqda  $\delta_n \rightarrow 0$  qadam bilan taqribiy yechimlar ketma-ketligi  $\{x_n(t)\}$  shakllantiriladi. Bu jarayonda har bir  $x_n(t)$  funksiyasi bo'lakli-chiziqli (siniq chiziq) ko'rinishida bo'lib, quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$x'_n(t) = f(t, x_n(t - \delta_n))$$

## 2.3. Kompaktlik va Arsela-Askolli kriteriyasi

Isbotning fundamental qismi qurilgan  $\{x_n(t)\}$  funksiyalar oilasining topologik xossalarini tahlil qilishga asoslanadi. Metodologiyada quyidagi ikki muhim shart tekshiriladi:

1. **Tekis chegaralanganlik:** Barcha  $n$  uchun  $\|x_n(t)\| \leq M$  sharti bajarilishi tahlil qilinadi.

2. **Teng darajali uzluksizlik:** Funksiyalar oilasining ixtiyoriy kichik  $\epsilon$  uchun vaqt bo'yicha o'zgarishi bir xil darajada chegaralanganligi isbotlanadi.

Ushbu shartlar asosida Arsela-Askolli teoremasi tatbiq etilib  $\{x_n(t)\}$  ketma-ketligidan kamida bitta  $[t_0, t_0 + h]$  oraliqda tekis yaqinlashuvchi  $x(t)$  qisman ketma-ketligi mavjudligi aniqlanadi.

## 2.4. Limitga o'tish va yechimning verifikatsiyasi:

Yakuniy bosqichda yaqinlashuvchi ketma-ketlik limitining integral tenglamani qanoatlantirishi tekshiriladi. Bunda  $f(t, x)$  funksiyasining uzluksizligi va integral ostidagi limitga o'tish qoidalarin (Lebeg yoki Riman ma'nosida) qo'llanilib, limitik funksiya  $x(t)$  berilgan Koshi masalasining haqiqiy yechimi ekanligi qat'iy isbotlanadi.

3. **Tadqiqot natijalari (Results).** Olib borilgan nazariy tadqiqotlar va Peano teoremasining funksional tahlili natijasida quyidagi fundamental xulosalar shakllantirildi:

### 3.1. Yechim mavjudligining topologik determinatsiyasi

Tadqiqot shuni ko'rsatdiki,  $n$  — o'lchovli evklid fazosida  $(R^n)$  o'ng tomoni uzluksiz bo'lgan har qanday differensial tenglama kamida bitta lokal yechimga ega. Bu natija Pikar-Lindelyof teoremasining Lipschitz shart (funksiya o'sish sur'atining chegaralanganligi) majburiy emasligini, balki faqat yagonalikni ta'minlash uchun xizmat qilishini ilmiy isbotladi. Shunday qilib Peayono teoremasi yechim mavjudligi uchun zaruriy va yetarli bo'lgan minimal topologik shartni (uzluksizlikni) belgilab beradi.

### 3.2. Yagonalikning buzilishi va "Peano feni" fenomeni

Taqiqot davomida yechimning mavjudligi uning yagonaligini anglatmasligi tahlil qilindi. Agar  $f(t, x)$  funksiyasi Lipschitz shartini qanoatlantirmasa, boshlang'ich  $(t_0, x_0)$  nuqtadan chiquvchi yechimlar oilasi kontinuum to'plamni tashkil etishi aniqlandi.

**Geometrik natija:** Yechimlar oqimi sohada bir nuqtadan tarqaluvchi "fen" (fan) ko'rinishini hosil qilishi.

Kneser teoremasi bilan bog'liqlik: Tadqiqot natijalari tasdiqlaydiki, ixtiyoriy  $t > t_0$  lahzasida barcha yechimlar erishishi mumkin bo'lgan nuqtalar to'plami  $S_t$  kompakt va bog'lamli to'plamdir. Bu dinamik tizimlarda noaniqlik zonalarini hisoblash imkonini beradi.

**3.3. Banax fazolarida teoremaning chegaralanishi** Nazariy tahlillar shuni ko'rsatdiki, Peano teoremasi cheksiz o'lchovli fazolarda o'z kuchini yo'qotadi. Cheksiz o'lchovli Banax fazolarida birlik shar kompakt emasligi sababli, faqat uzluksizlik yechim mavjudligini kafolatlamaydi (Dyudonne kontrmisoli). Bu natija Peano teoremasining fundamental ahamiyati bevosita fazoning lokal kompaktlik xossasi bilan bog'liqligini ochib berdi.

#### **3.4. Taqribiy yechimlarning yaqinlashish samaradorligi**

Eyler sinii chiziqlari usuli bilan qurilgan  $\{x_n(t)\}$  ketma-ketligining yaqinlashish tezligi tahlil qilinganda, uzluksizlik moduli  $\omega(f, \delta)$  ga bog'liqligi aniqlandi. Bu natija amaliy hisoblash matematikasida o'ng tomoni silliq bo'lmagan funksiyalarni modellatirishda xatoliklar chegarasini belgilashga xizmat qiladi.

**4. Muhokama va Tatbiqlar.** Peano teoremasining natijalari oddiy differensial tenglamalar (ODT) nazariyasidan tashqariga chiqib, zamonaviy matematikaning bir qator fundamental yo'nalishlarida muhim metodologik ahamiyat kasb etadi. Ushbu bo'limda teoremaning nazariy ahamiyati va uning amaliy tizimlardagi interpretatsiyasi muhokama qilinadi.

**4.1. Determinik tizimlarda noaniqlik masalasi.** Klassik mexanikada yechimning yagonaligi determinizmning asosi hisoblanadi. Biroq Peano teoremasi shuni ko'rsatdiki, agar fizik tizim silliq bo'lmagan (non-smooth) dinamika bilan tavsiflansa, tizimning kelajakdagi holati faqat boshlang'ich shartlar bilan to'liq belgilanmasligi mumkin. Bu "Peano feni" fenomeni stoxastik jarayonlar va xaos nazariyasiga o'tish nuqtasi bo'lib xizmat qiladi. Muhokama natijasida shuni ta'kidlash joizki, Lipschitz sharti bajarilmagan nuqtalar ko'pincha tizimning bifurkatsiya nuqtalariga to'g'ri keladi.

**4.2. Differensial kiritmalar va boshqaruv nazariyasi:** Peano teoremasining eng keng tarqalgan tatbiqlaridan biri **differensial kiritmalar** ( $x' \in F(t, x)$ ) nazariyasidir. Optimal boshqaruv masalalarida boshqaruv funksiyasi sakrashga ega bo'lishi yoki faqat uzluksiz bo'lishi mumkin. Bunday hollarda yagona yechim mavjud bo'lmashligi, ammo Peano ma'nosida yechimlar to'plamining mavjudligi boshqaruv tizimining "erishuvchanlik to'plami"ni (attainability set) aniqlash imkonini beradi. Bu esa raketasozlik, iqtisodiy modellarni optimallashtirish va robototexnika sohalarida fundamental vositadir.

**4.3. Sonli usullar va hisoblash matematikasi.** Amaliy jihatdan, Peano teoremasi Eyler va Runge-Kutta kabi sonli usullarning konvergensiyasini (yaqinlashuvchanligini) minimal shartlar ostida kafolatlaydi. Garchi amaliy hisoblashlarda Lipschitz sharti bajarilishi afzal ko'rilsa-da, real muhandislik masalalarida (masalan, qattiq jismlar to'qnashuvi yoki gidravlik zarba modellarida) o'ng tomon uzluksiz bo'lsa-da, hosilasi cheksizga intilishi mumkin. Peano teoremasi bunday ekstremal modellarning matematik jihatdan korrekt ekanligini (yechim baribir mavjudligini) tasdiqlovchi yagona kafolatdir.

**4.4. Funksional analiz bilan integratsiya.** Teoremaning isbotida qo'llanilgan Arsel-Askolli metodologiyasi zamonaviy matematik fizikada, xususan, xususiy hosilali differensial tenglamalar (Navye-Stoks, Shryodinger tenglamalari) uchun "zaif yechimlar" (weak solutions) mavjudligini isbotlashda fundamental andoza bo'lib xizmat qiladi. Bu Peano g'oyalarining cheksiz o'lchovli interpretatsiyalariga yo'l ochadi.

**5. Xulosa.** Differensial tenglamalar nazariyasida Peano teoremasining fundamental ahamiyatini tadqiq etish natijasida quyidagi umumiy xulosalarga kelindi:

**1. Mavjudlikning minimal chegarasi:** Peano teoremasi dinamik tizimlarning matematik modellarida yechim mavjudligi uchun faqatgina funksiyaning uzluksizligi yetarli ekanligini qat'iy isbotlab berdi. Bu natija klassik Koshi-Pikar teoremasining cheklovlarini olib tashlab, matematik tahlil doirasini Lipschitz sharti bajarilmaydigan murakkab sohalarga qadar kengaytirdi.

**2.Determinizm va ko‘p qiymatlilik:** Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, yagonalik shartining mavjud emasligi matematik modelning nuqsoni emas, balki real dunyodagi jarayonlarning (bifurkatsiya, kaos va beqarorlik) tabiiy aksidir. "Peano feni" fenomeni orqali tizimlarning ko‘p variantli rivojlanish trayektoriyalari ilmiy asoslandi.

**3.Metodologik poydevor:** Teoremani isbotlashda qo‘llanilgan kompaktlik prinsipi va Arsel-Askolli metodologiyasi zamonaviy funksional analiz va matematik fizika tenglamalari uchun universal vositaga aylandi. Ushbu yondashuv keyinchalik Shauder va Brauer qo‘zg‘almas nuqta teoremlari rivojlanishiga turtki bo‘ldi.

**4.Amaliy ahamiyat:** Peano teoremasi muhandislik va texnologik jarayonlarni modellashtirishda sonli usullarning korrektligini ta‘minlovchi fundamental kafolatdir. U o‘ng tomoni silliq bo‘lmagan differensial modellarning matematik hayotiylikni tasdiqlaydi.

Xulosa qilib aytganda, Peano teoremasi differensial tenglamalar nazariyasini sifat jihatidan yangi bosqichga olib chiqdi va uzluksizlik hamda dinamika o‘rtasidagi eng chuqur matematik aloqalarni ochib berdi.

### Foydalanilgan adabiyotlar (References)

- 1.Yoqubov, S. (2002). *Oddiy differensial tenglamalar nazariyasi*. Toshkent: "O‘zbekiston". (Ushbu darslikda Peano teoremasining funksional analiz bilan bog‘liqligi chuqur yoritilgan).
- 2.Salohiddinov, M. S., & Nasritdinov, G. N. (1994). *Oddiy differensial tenglamalar*. Toshkent: "O‘qituvchi". (Klassik darslik, Peano teoremasining isboti va Eyler siniq chiziqlari metodi batafsil bayon etilgan).
- 3.Bo‘riyev, T. (1997). *Differensial tenglamalar*. Toshkent: "Universitet". (Yechim mavjudligi va yagonaligi masalalari bo‘yicha muhim o‘quv qo‘llanma).
- 4.Mo‘minov, N. S. (2010). *Differensial tenglamalar kursidan ma‘ruzalar*. Toshkent. (Peano teoremasining topologik jihatlari va Arsel-Askolli teoremasining tatbiqlari tahlil qilingan).
- 5.Soatov, Yo. U. (1992). *Oliy matematika*. 3-jild. Toshkent: "O‘zbekiston". (Differensial tenglamalar bo‘limida Peano teoremasining amaliy ahamiyati bayon etilgan).

## PIKARD–LINDELO‘F TEOREMASI: KOSHI MASALASI YECHIMLARINING KORREKTLIK TAHLILI

**B.Z.Usmonov, Sh.Z.Turg‘unboyev**

*SHarof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat universiteti Urgut filiali*

**Annotatsiya:** ushbu maqolada oddiy differensial tenglamalar (odt) nazariyasining fundamental natijasi — pikard–lindelöf teoremasi tadqiq etiladi. maqolada koshi masalasi yechimining korrektligi, lipschitz shartining yagonalikni ta'minlashdagi roli va pikard iteratsiyalarining yaqinlashishi tahlil qilingan. peano teoremasi bilan qiyosiy tahlil orqali yechimning yagonaligi tushunchasiga matematik aniqlik kiritilgan.

**Kalit so‘zlar:** pikard–lindelöf teoremasi, koshi masalasi, lipschitz sharti, yechim yagonaligi, determinizm, siqib akslantirish prinsipi, korrektlik.

**1. Kirish.** zamonaviy matematik modellashtirishning fundamental asosi bo‘lgan oddiy differensial tenglamalar (odt) nazariyasida koshi masalasi yechimining korrektligi masalasi markaziy o‘rin tutadi. fizik, biologik va muhandislik tizimlarining vaqt bo‘yicha evolyutsiyasini tavsiflovchi deterministik modellar, odatda, berilgan boshlang‘ich holatdan yagona trayektoriya bo‘ylab rivojlanishi talab etiladi. ushbu determinizm prinsiplarini matematik jihatdan asoslovchi ustuvor natija — pikard–lindelöf teoremasi (yoki koshi–pikar teoremasi) hisoblanadi.

Differensial tenglamalar nazariyasining shakllanish bosqichida yechim mavjudligi va uning yagonaligi tushunchalari o'rtasidagi farqni aniqlash muhim muammo bo'lib kelgan. peano teoremasi yechim mavjudligi uchun funksiyaning faqat uzluksizligi yetarli ekanligini tasdiqlasada, u yechimning yagonaligini kafolatlamaydi. pikard–lindelöf teoremasi fundamental ahamiyati shundaki, u o'ng tomonlama funksiya ustiga qo'shimcha metrik cheklov—lipschitz shartini kiritish orqali yechimning ham mavjudligini, ham yagonaligini (uniqueness) ta'minlaydi.

Ushbu maqolaning dolzarbligi shundan iboratki, lipschitz uzluksizligi nafaqat nazariy jihatdan yagonalikni kafolatlaydi, balki siqib akslantirish prinsipi orqali yechimni topishning konstruktiv metodologiyasini — pikard iteratsiyalarini taqdim etadi. bu jarayon dinamik tizimlarning turg'unligini o'rganish va hisoblash matematikasida yaqinlashuvchi algoritmlarni qurishda poydevor bo'lib xizmat qiladi. tadqiqot davomida ushbu teoremaning korrektlik shartlari, metrik fazolardagi interpretatsiyasi va zamonaviy analizdagi tatbiqlari kompleks ravishda tahlil qilinadi.

**Metodologiya va isbot asoslari.** pikard–lindelöf teoremasining korrektligini isbotlashda zamonaviy funksional analizning metrik fazolar va operatorlar nazariyasi metodlaridan foydalaniladi. tadqiqotda quyidagi mantiqiy-matematik zanjir qo'llanilgan:

**Banax fazosini aniqlash:**  $C([t_0 - \tau, t_0 + \tau], \mathbb{R}^n)$  uzluksiz funksiyalar fazosi tekis norma bilan ta'minlanadi va to'la metrik fazo (banax fazosi) sifatida qaraladi.

**Pikard operatorini qurish:** differensial muammo integral ko'rinishga keltirilib, quyidagi integral operator aniqlanadi:

$$\Phi(x)(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(s, x(s))ds$$

**Siqib akslantirish prinsipi (Banax teoremasi):** operatorning qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lishi uchun uning siquvchanlik xossasi isbotlanadi. bunda lipschitz sharti ( $\|f(t, x_1) - f(t, x_2)\| \leq L \|x_1 - x_2\|$ ) asosiy metrik baholash vositasi bo'lib xizmat qiladi.

**Pikard iteratsiyalari metodi:** yechimning mavjudligi va yagonaligi  $x_{k+1} = \Phi(x_k)$  ketma-ketligining yaqinlashuvchanligi orqali fundamental (koshi ketma-ketligi) sifatida ko'rsatiladi.

**Lipschitz sharti — yagonalikning determinanti:** tadqiqot shuni ko'rsatdiki, faqatgina uzluksizlik (peano sharti) yechim mavjudligi uchun yetarli bo'lsa-da, yagonalikni ta'minlash uchun funksiyaning variatsiyasi cheklangan bo'lishi, ya'ni lipschitz doimiysi chekli bo'lishi shart. aks holda, tizimda nuqtaviy bifurkatsiya yuzaga kelishi ilmiy asoslandi.

**Korrektlik va turg'unlik:** pikard–lindelöf teoremasi doirasida koshi masalasining adamar bo'yicha korrektligi (yechim mavjud, yagona va boshlang'ich shartlarga uzluksiz bog'liq) isbotlandi. bu natija boshlang'ich holatdagi kichik xatolik yechimning chekli vaqt intervalida keskin o'zgarishiga olib kelmasligini kafolatlaydi.

**Iteratsiyalarning konvergensiya tahlili:** pikard iteratsiyalarining yaqinlashish tezligi eksponentsial tartibda ekanligi aniqlandi. bu natija amaliy hisoblash matematikasida differensial tenglamalarni sonli yechish algoritmlarining aniqlik darajasini (error bound) nazariy jihatdan chegaralash imkonini beradi.

Muhokama. mazkur tadqiqot natijalari pikard–lindelöf teoremasining oddiy differensial tenglamalar nazariyasidagi fundamental o'rnini yana bir bor tasdiqlaydi. xususan, koshi masalasi yechimining korrektligi masalasi faqat yechimning mavjudligi bilan cheklanmasdan, uning yagonaligi va boshlang'ich shartlarga nisbatan turg'un bog'liqligini ham talab qilishi ilmiy jihatdan asoslandi. shu nuqtai nazardan, lipschitz sharti differensial tenglamalar nazariyasida deterministik xatti-harakatni ta'minlovchi asosiy mezon sifatida namoyon bo'ladi.

Peano teoremasi bilan qiyosiy tahlil shuni ko'rsatdiki, funksiyaning oddiy uzluksizligi yechim mavjudligini kafolatlasa-da, bu holat yechimning yagona bo'lishini ta'minlamaydi. natijada bir xil boshlang'ich shart uchun bir nechta trayektoriyalar paydo bo'lishi mumkin. bu esa fizik va muhandislik modellarida determinizm prinsipining buzilishiga olib keladi. pikard–lindelöf teoremasida esa lipschitz shartining kiritilishi aynan shu noaniqlikni bartaraf etib, tizim evolyutsiyasining yagona yo'nalishda rivojlanishini ta'minlaydi.

Tadqiqot davomida banaxning siqib akslantirish prinsipi yordamida pikard operatorining qo'zg'almas nuqtaga ega ekanligi ko'rsatildi. ushbu metodologiyani muhim jihati shundaki, u yechim mavjudligini nafaqat abstrakt tarzda isbotlaydi, balki yechimni konstruktiv ravishda qurish imkonini ham beradi. pikard iteratsiyalarining ketma-ket yaqinlashuvi differensial tenglamalar uchun samarali sonli metodlarning nazariy asosini tashkil etadi. ayniqsa, iteratsiyalar konvergentsiyasining eksponentsial xarakterga ega ekanligi hisoblash algoritmalarining aniqligi va barqarorligini baholashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Xulosa. Ushbu maqolada oddiy differensial tenglamalar uchun koshi masalasining korrektligi pikard–lindelöf teoremasi asosida kompleks tahlil qilindi. tadqiqot natijasida yechimning mavjudligi, yagonaligi va boshlang'ich shartlarga uzluksiz bog'liqligi o'rtasidagi uzviy bog'lanish ochib berildi.

tahlillar shuni ko'rsatdiki, lipschitz sharti yechim yagonaligini ta'minlovchi fundamental mezon hisoblanadi. funksiyaning faqat uzluksiz bo'lishi yechim mavjudligini kafolatlagani holda, deterministik tizimlar uchun zarur bo'lgan yagona trayektoriya faqat lipschitz uzluksizligi mavjud bo'lgandagina hosil bo'ladi. shu jihatdan pikard–lindelöf teoremasi peano teoremasiga nisbatan kuchliroq korrektlik natijasini beradi.

yakunda aytish mumkinki, pikard–lindelöf teoremasi oddiy differensial tenglamalar nazariyasida korrektlikning klassik modeli sifatida muhim o'rin egallaydi. uning metodologik ahamiyati zamonaviy matematik analiz, dinamik tizimlar nazariyasi va hisoblash matematikasining ko'plab yo'nalishlarida o'z dolzarbligini saqlab qolmoqda.

#### **Foydalanilgan Adabiyotlar**

- 1.Yoqubov, S. (2002). *oddiy differensial tenglamalar nazariyasi*. toshkent: "o'zbekiston". (ushbu darslikda peano teoremasining funksional analiz bilan bog'liqligi chuqur yoritilgan).
- 2.Salohiddinov, m. s., & nasritdinov, g. n. (1994). *oddiy differensial tenglamalar*. toshkent: "o'qituvchi". (klassik darslik, peano teoremasining isboti va eyler siniq chiziqlari metodi batafsil bayon etilgan).
- 3.Bo'riyev, T. (1997). *differensial tenglamalar*. toshkent: "universitet". (yechim mavjudligi va yagonaligi masalalari bo'yicha muhim o'quv qo'llanma).
- 4.Mo'minov, N. S. (2010). *differensial tenglamalar kursidan ma'ruzalar*. toshkent. (peano teoremasining topologik jihatlari va arselaskolli teoremasining tatbiqlari tahlil qilingan).

## **APPLICATION OF THIRD-ORDER SINGULAR HYPERBOLIC EQUATIONS IN MODELING TUMOR GROWTH DYNAMICS AND RADIOTHERAPY PROCESSES**

**Ochilova Nozima Komilovna**

*Assistant, Department of Higher Mathematics, Tashkent State Transport University*

*Email: [NOZIMA@TSTU.UZ](mailto:NOZIMA@TSTU.UZ)*

**Abstract.** The study of mathematical oncology has become a critical frontier in providing precision medicine for cancer treatment. This paper explores the mathematical properties and practical applications of third-order hyperbolic equations with singular coefficients. Specifically, the research focuses on modeling the boundary interactions between malignant tumors and healthy

tissues during radiotherapy. By solving analogs of the Cauchy-Goursat problem, we provide a robust mathematical framework that accounts for both the inertia of biological media and the time-delay effects of external radiation.

**Keywords:** *Mathematical Oncology, Radiotherapy Modeling, Singular Hyperbolic Equations, Cauchy-Goursat Problem, Tumor Dynamics.*

## 1. INTRODUCTION

The complexity of biological systems requires advanced mathematical tools that go beyond classical second-order diffusion equations. In tumor growth dynamics, the transition zone between a tumor mass and healthy tissue is characterized by sharp gradients in cell density and metabolic activity.

Standard models often fail to capture:

1. **The Delay Effect:** The time lag between the administration of ionizing radiation and the subsequent cellular response (apoptosis or growth arrest).
2. **Medium Inertia:** The resistance of dense tissue to rapid changes in chemical or radiological concentration.

Third-order equations are uniquely suited to model these phenomena. The inclusion of singular coefficients (specifically as  $y \rightarrow 0$ ) allows us to mathematically represent the "biological barrier"—the physical and physiological interface where radiation undergoes refraction and absorption changes.

## 2. MATHEMATICAL FORMULATION AND DOMAIN ANALYSIS

### 2.1. The Governing Equation

We consider a third-order partial differential equation of the form:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -(-y)^m u_{xx} + u_{yy} + \alpha_0 (-y)^{m/2-1} u_x + \beta_0 y^{-1} u_y \right) = 0, \quad (1)$$

where:

$m > 0$  is a parameter defining the degree of degeneracy.

$\alpha_0$  and  $\beta_0$  are coefficients satisfying  $|\alpha_0| \leq \frac{m+2}{2}$  and  $-\frac{m}{2} < \beta_0 < 1$ .

This equation represents a composite type, where the internal operator mimics the hyperbolic nature of wave propagation (radiation) in a non-homogeneous medium.

### 2.2. The Geometry of the Problem (Domain $D$ )

The analysis is conducted in a domain  $D$  in the lower half-plane ( $y < 0$ ). This domain is physically interpreted as the cross-section of the tissue layer under treatment. The boundary consists of:

The segment  $AB$  on the line  $y = 0$ , representing the skin surface or the entry point of the radiation beam.

The characteristics  $AC$  and  $BC$ , which represent the limits of the physical influence of the radiation within the tissue, defined by:

$$AC : x - \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = -1, \quad BC : x + \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 1$$

## 3. BOUNDARY VALUE PROBLEMS AND SOLUTIONS

To predict the distribution of radiation ( $u$ ) or the density of tumor cells, we define two primary boundary value problems.

### 3.1. Problem $B$ (The Dirichlet-type Analog)

This problem seeks a function  $u(x, y)$  where the state of the system is known at the surface  $AB$  :

$$u|_{AB} = \tau(x), -1 \leq x \leq 1$$

This is used when the initial concentration of a drug or a baseline biological marker is fixed at the interface.

### 3.2. Problem $B^*$ (The Flux/Neumann-type Analog)

This is the most critical problem for **Radiotherapy**. Here, we prescribe the derivative:

$$u_y|_{AB} = \nu(x), -1 < x < 1$$

In physical terms,  $\nu(x)$  represents the **Radiation Dose Intensity** being delivered by the medical equipment at the surface. By controlling  $\nu(x)$ , the physician determines the energy entering the system.

## 4. SCIENTIFIC NOVELTY AND BIOLOGICAL INTERPRETATION

### 4.1. Extension of the Bitsadze-Salakhitdinov Theory

Historically, A.V. Bitsadze and M.S. Salakhitdinov explored these equations under the condition that  $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ . Our research extends this to non-zero singular coefficients. This is not merely a mathematical exercise; it represents the non-uniformity of human tissue.

### 4.2. Understanding the Singularity ( $y^{-1}$ )

The term  $y^{-1}$  in equation (1) creates a singularity at the boundary  $y = 0$ . In biological modeling, this singularity accounts for:

**The Refraction Index:** How radiation beams bend when moving from air to skin and then to dense tumor mass.

**The Protective Barrier:** The healthy tissue's role in absorbing energy before it reaches the tumor core.

### 4.3. Convergence and Stability

Our proof of the uniqueness and existence of solutions for Problems  $B$  and  $B^*$  ensures that the numerical models used in hospitals are **stable**. Without a unique solution, a computer simulation might provide varying results for the same patient, which is unacceptable in a clinical setting.

## 5. CLINICAL APPLICATIONS IN RADIOTHERAPY

The practical output of this mathematical research is the improvement of **Treatment Planning Systems (TPS)**.

1. **Precision Targeting:** By solving equation (1), we can identify "focal points" where radiation naturally concentrates due to the geometry of the tumor.
2. **Tissue Preservation:** The model allows us to calculate the "shadowing effect," ensuring that the radiation dose to healthy organs behind the tumor is minimized.
3. **Optimized Dosing:** Instead of a uniform dose, the function  $\nu(x)$  can be modulated (Intensity Modulated Radiation Therapy - IMRT) based on the specific  $m$  and  $\beta_0$  values of the patient's tissue density.

## 6. CONCLUSION

The application of third-order singular hyperbolic equations marks a significant step toward "Mathematical Oncology." By incorporating singular coefficients, we move closer to a realistic simulation of the chaotic and non-linear environment of human biology. The uniqueness of the solutions proven in this work provides the necessary theoretical rigor to implement these models in life-saving medical software.



## REFERENCES

1. Bitsadze, A. V., & Salakhitdinov, M. S. (1961). *On the theory of equations of mixed-composite type*. Siberian Mathematical Journal, 2(1), 7–19.  
[Link: http://www.mathnet.ru/eng/smj22384](http://www.mathnet.ru/eng/smj22384)
2. Salakhitdinov, M. S. (1974). *Equations of Mixed-Composite Type*. Tashkent: "Fan" Publishing House, 156 p.  
[Link: https://search.rsl.ru/ru/record/01007038166](https://search.rsl.ru/ru/record/01007038166)
3. Murray, J. D. (2002). *Mathematical Biology I: An Introduction*. Springer-Verlag.  
[Link: https://link.springer.com/book/10.1007/b98868](https://link.springer.com/book/10.1007/b98868)
4. Ochilova, N. K. (2026). *Internal calculations on well-posedness of singular operators*. Tashkent State Transport University Research Archives.

## BIRINCHI TARTIBLI CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING MUHANDISLIK YECHIMLARIDAGI SAMARADORLIGI

**B.Z.Usmonov, Ch.K.Hamdamqulova**

*Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti Urgut filiali*

Annotatsiya. Mazkur maqolada birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarning muhandislik sohalaridagi amaliy ahamiyati va samaradorligi tahlil qilingan. Differensial tenglamalarning elektrotexnika, issiqlik almashinuvi, mexanika hamda avtomatik boshqaruv tizimlaridagi qo'llanilish imkoniyatlari yoritilgan. RL va RC elektr zanjirlari, Nyutonning sovish qonuni hamda mexanik harakat tenglamalari misolida matematik modellash tirish jarayonlari ko'rib chiqilgan. Integrallovchi ko'paytuvchi usulining analitik yechim olishdagi afzalliklari va muhandislik hisob-kitoblaridagi aniqligi asoslab berilgan. Shuningdek, differensial tenglamalarning texnik qurilmalarni loyihalash, energiya samaradorligini oshirish va avtomatlashtirilgan tizimlarni rivojlantirishdagi o'rni tahlil etilgan. Maqolada differensial modellar zamonaviy muhandislikning muhim matematik asosi ekanligi xulosa sifatida qayd etilgan.

Kalit so'zlar: birinchi tartibli differensial tenglama, chiziqli differensial tenglama, matematik modellash tirish, muhandislik tizimlari, elektrotexnika, issiqlik almashinuvi, RL zanjiri, Nyutonning sovish qonuni, avtomatik boshqaruv,

**Kirish.** Zamonaviy muhandislik tizimlarini matematik modellash tirishda differensial tenglamalar alohida o'rin egallaydi. Texnika, energetika, avtomatika, mexanika va elektrotexnika kabi sohalarida sodir bo'ladigan ko'plab jarayonlar vaqt yoki fazoga bog'liq ravishda o'zgaradi. Bunday o'zgarishlarni oddiy algebraik tenglamalar yordamida ifodalash qiyin bo'lgani sababli differensial tenglamalardan foydalaniladi.

Ayniqsa, birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar muhandislik amaliyotida eng ko'p qo'llaniladigan matematik modellar qatoriga kiradi. Chunki ko'plab fizik jarayonlarda o'zgaruvchining hosilasi bilan funksiyaning o'zi orasida chiziqli bog'lanish mavjud bo'ladi. Elektr toki o'zgarishi, issiqlik almashinuvi, suyuqlik oqimi, radioaktiv yemirilish, mexanik qarshilik kabi jarayonlar aynan shu turdagi tenglamalar orqali ifodalanadi.

Muhandislik nuqtai nazaridan differensial tenglamalarning asosiy afzalligi shundaki, ular real tizimning kelajakdagi holatini oldindan bashorat qilish imkonini beradi. Bu esa qurilmalarni loyihalash, optimallashtirish va xavfsiz ishlashini ta'minlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

### **Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama tushunchasi**

Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama quyidagi umumiy ko'rinishda yoziladi:

$$dy/dx + P(x)y = Q(x)$$

Bu yerda:  $y$  — noma'lum funksiya;  $P(x)$  va  $Q(x)$  — berilgan funksiyalar;  $dy/dx$  — funksiyaning hosilasi. Mazkur tenglama birinchi tartibli deyilishining sababi hosilaning eng yuqori darajasi bir ekanligidir. Chiziqli deyilishiga sabab esa noma'lum funksiya va uning hosilasi birinchi darajada qatnashishidir. Agar  $Q(x)=0$  bo'lsa, tenglama bir jinsli deyiladi. Agar  $Q(x)$  nolga teng bo'lmasa, tenglama bir jinsli bo'lmagan tenglama hisoblanadi.

Birinchi tartibli differensial tenglamalar ko'plab fizik qonunlarning matematik ifodasidir. Masalan:

1. Nyutonning sovish qonuni;
2. elektr zanjirlaridagi tok o'zgarishi;
3. suyuqliklarning oqish tezligi;
4. populyatsiya o'sishi;
5. radioaktiv moddalarning yemirilishi.

Shu sababli ular amaliy fanlarda juda katta ahamiyatga ega.

Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarni yechishda eng muhim usullardan biri integrallovchi ko'paytuvchi usulidir. Ushbu usul matematik jihatdan isbotlangan bo'lib, amaliy hisoblashlarda yuqori aniqlik beradi.

Bu usulning afzalligi shundaki, murakkab fizik jarayonlarni analitik yechim orqali aniq ifodalash mumkin bo'ladi.

Muhandislik hisob-kitoblarida aynan shu usul-elektr zanjirlarini hisoblashda, issiqlik tizimlarini tahlil qilishda va avtomatik boshqaruv masalalarida keng qo'llaniladi.

Elektrotexnikada differensial tenglamalar elektr zanjirlarining vaqt bo'yicha ishlashini tahlil qilish uchun ishlatiladi. Ayniqsa RL va RC zanjirlari birinchi tartibli differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi.

RL zanjiri tenglamasi:

$$L(di/dt) + Ri = E(t)$$

Bu yerda:  $L$  — induktivlik;  $R$  — qarshilik;  $i(t)$  — tok kuchi;  $E(t)$  — elektr yurituvchi kuch. Mazkur tenglama elektr toki vaqt bo'yicha qanday o'zgarishini ko'rsatadi.

Elektr zanjirlarini loyihalashda differensial modellar quyidagi imkoniyatlarni beradi:

- Tokning o'zgarishini oldindan hisoblash.
- Zanjirdagi o'tkinchi jarayonlarni aniqlash.
- Qurilmalarning ortiqcha qizib ketishini oldini olish.
- Energiya yo'qotishlarini kamaytirish.

Masalan, transformatorlar va elektr motorlar ishlab chiqarishda differensial tenglamalar asosiy matematik model sifatida ishlatiladi. Tajribalar shuni ko'rsatadiki, nazariy hisoblashlar bilan amaliy natijalar orasidagi farq juda kichik bo'ladi. Bu esa differensial tenglamalarning yuqori aniqlikdagi model ekanligini isbotlaydi.

Issiqlik almashinuvi jarayonlari ham differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi. Nyutonning sovish qonuni bunga klassik misol hisoblanadi.

$$dT/dt = -k(T - T_0)$$

Bu yerda:  $T$  — jism temperaturasi;  $T_0$  — tashqi muhit temperaturasi;  $k$  — proporsionallik koeffitsiyenti. Mazkur tenglama jism temperaturasi vaqt davomida qanday kamayishini ifodalaydi. Quyidagi amaliy jarayonlarda qo'llaniladi:

- Sovutish tizimlari.
- Konditsionerlar va muzlatkichlar.
- Metallarga termik ishlov berish.
- Energetik qurilmalar.
- Dvigatellarni sovutish tizimlari.

Muhandislar ushbu tenglama yordamida issiqlik tarqalishini oldindan hisoblaydi. Bu esa qurilmalarning xavfsiz va samarali ishlashini ta'minlaydi. Masalan, atom elektr stansiyalarida

harorat nazorati differensial modellar asosida amalga oshiriladi. Chunki kichik xatolik ham katta texnik avariyalarga olib kelishi mumkin.

Mexanikada differensial tenglamalar harakat tenglamalarini ifodalashda qo'llaniladi.

$$m(dv/dt) + kv = F(t)$$

Bu yerda:  $m$  — massa;  $v$  — tezlik;  $k$  — qarshilik koeffitsiyenti;  $F(t)$  — tashqi kuch. Ushbu tenglama qarshilik mavjud bo'lgan muhitdagi harakatni ifodalaydi. Bu model avtomobillar, lift tizimlari, samolyotlar, amortizatorlar, robototexnika sohalarida qo'llaniladi. Masalan, avtomobil amortizatorlarini loyihalashda tebranishlarni kamaytirish uchun differensial tenglamalar yordamida optimal parametrlar aniqlanadi.

Zamonaviy avtomatika differensial tenglamalarsiz mavjud bo'la olmaydi. Boshqaruv tizimlarida sensorlardan keladigan signal vaqt bo'yicha o'zgaradi va bu o'zgarish matematik model orqali nazorat qilinadi. Masalan robot manipulyatorlari, dronlar, sanoat avtomatik liniyalari, sun'iy intellekt tizimlari differensial tenglamalarga asoslanadi. Tizimning barqarorligini aniqlashda differensial tenglamalar asosiy vosita hisoblanadi. Agar model noto'g'ri tuzilsa, boshqaruv tizimi izdan chiqishi mumkin.

**Xulosa.** Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar zamonaviy muhandislikning matematik asoslaridan biri hisoblanadi. Ular elektr zanjirlari, issiqlik tizimlari, mexanik qurilmalar va avtomatik boshqaruv tizimlarini modellashtirishda keng qo'llaniladi.

Mazkur tenglamalarning asosiy ustunligi shundaki, ular real fizik jarayonlarni yuqori aniqlik bilan ifodalay oladi. Ilmiy tajribalar va amaliy natijalar differensial modellar samarali ekanligini isbotlagan.

Shuningdek, differensial tenglamalar:

texnik qurilmalarni loyihalash;

energiya sarfini kamaytirish;

xavfsizlikni oshirish;

avtomatlashtirishni rivojlantirish

uchun muhim matematik vosita hisoblanadi.

Kelajakda sun'iy intellekt, robototexnika va avtomatlashtirilgan texnologiyalar rivojlanishi bilan differensial tenglamalarning ahamiyati yanada ortib boradi.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Yoqubov, S. (2002). *Oddiy differensial tenglamalar nazariyasi*. Toshkent: "O'zbekiston". (Ushbu darslikda Peano teoremasining funksional analiz bilan bog'liqligi chuqur yoritilgan).
2. Salohiddinov, M. S., & Nasritdinov, G. N. (1994). *Oddiy differensial tenglamalar*. Toshkent: "O'qituvchi". (Klassik darslik, Peano teoremasining isboti va Eyler siniq chiziqlari metodi batafsil bayon etilgan).
3. Bo'riyev, T. (1997). *Differensial tenglamalar*. Toshkent: "Universitet". (Yechim mavjudligi va yagonaligi masalalari bo'yicha muhim o'quv qo'llanma).
4. Mo'minov, N. S. (2010). *Differensial tenglamalar kursidan ma'ruzalar*. Toshkent. (Peano teoremasining topologik jihatlari va Arsela-Askolli teoremasining tatbiqlari tahlil qilingan).
5. Soatov, Yo. U. (1992). *Oliy matematika*. 3-jild. Toshkent: "O'zbekiston". (Differensial tenglamalar bo'limida Peano teoremasining amaliy ahamiyati bayon etilgan).

## BIR O'LCHOVLI ISSIQLIK O'TKAZISH MASALASINI CHEKLI ELEMENTLAR USULI BILAN YECHISH

*M.H. Эсонтурдыев*

*Jahon iqtisodiyoti va diplomatiya universiteti, Toshkent, O'zbekiston.*

*ESONTURDIYEV80@MAIL.RU*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada bir o'lchovli issiqlik o'tish masalasi chekli elementlar usuli yordamida yechishning nazariy va amaliy jihatlari o'rganilgan. Ishda issiqlik o'tishning asosiy fizik qonuniyatlari va differensial tenglamalari tahlil qilinib, ularning chekli elementlar usulida diskretizatsiya qilinishi ko'rsatilgan. Maqolada masalaning matematik modeli tuzilib, chegara va boshlang'ich shartlar belgilangan, shuningdek, natijalarni hisoblash jarayoni va ularning aniqligi muhokama qilingan.

**Kalit so'zlar:** bir o'lchovli issiqlik o'tish, cheklangan elementlar usuli, differensial tenglamalar, diskretizatsiya, termal modellash, chegaraviy shartlar, tugunlar.

### 1. Masala qo'yilishi. Matematik model.

Uzunligi  $L=3$  m bo'lgan sterjenda:

- issiqlik o'tkazuvchanligi va kesim yuzasi ko'paytmasi:  $kA=1$
- chap uchdagi harorat:  $T(0)=100^{\circ}C$
- o'ng uchdagi harorat:  $T(3)=200^{\circ}C$
- ichki issiqlik manbai yo'q ( $q=0$ ) bo'lsin.

Tenglama quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$-\frac{d}{dx}(kA\frac{dT}{dx})=0, \quad 0 < x < L$$

Chegaraviy shartlari

$$T(0)=100^{\circ}C, \quad T(3)=200^{\circ}C$$

bo'lsin.

**Fizik ma'nosi:** sterjenning uchlari turli haroratda ushlab turiladi, ichida issiqlik manbai yo'q yo'naltiruvchi harorat profili chiziqli bo'ladi (Zienkiewicz va Taylor, 2000).

### 2. Diskretizatsiyalash (to'rga bo'lish)

- Sterjenni 3 ta element, 4 ta tugunga bo'lamiz:
- Tugunlar: 0, 1, 2, 3
- Koordinatalar:  $x_0=0, x_1=1, x_2=2, x_3=3$

- Har bir element uzunligi:  $L_e = \frac{L}{3} = 1$

Elementlar:

- I. 0–1 (1-element)
- II. 1–2 (2-element)
- III. 2–3 (3-element)

Bir o'lchovli, 2 tugunli, chiziqli element uchun issiqlik o'tkazish masalasida element qattqlik matritsasi quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$k_e = \frac{kA}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu yerda  $kA=1, L_e=1$  bo'lganligi sababli shuning uchun:

$$k_e = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ bo'ladi.}$$

Har bir element uchun ichki kuch vektori yo'q ( $q=0$ ) yo'naltiruvchi element yuk vektori  $\{f_e\}=0$  (Todini va Pilati, 1988).

### 3. Global tizimni yig'ish

Global  $4 \times 4$  matritsa  $K$  va  $4 \times 1$  vektor  $F$ .

Boshlanishida:

$$K = 0_{4 \times 4}, \quad F = 0_{4 \times 1}$$

#### 3.1. 1-element (tugun 0-1)

Tegishli indekslar: (0, 1)

$$K_{00} += 1, \quad K_{01} += -1, \quad K_{10} += -1, \quad K_{11} += 1,$$

#### 3.2. 2-element (tugun 1-2)

$$K_{11} += 1, \quad K_{12} += -1, \quad K_{21} += -1, \quad K_{22} += 1,$$

#### 3.3. 3-element (tugun 2-3)

$$K_{22} += 1, \quad K_{23} += -1, \quad K_{32} += -1, \quad K_{33} += 1,$$

Natijada global matritsa:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ko'rinishda bo'ladi

Noma'lumlar vektori:

$$\{T\} = \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

### 4. Chegaraviy shartlarni kiritish:

$$T_0 = 100$$

$$T_3 = 200$$

Ichki tugunlar:  $T_1, T_2$  - noma'lum.

Sistemani shartlarni hisobga olib "ichki" va "chegara" qismlarga bo'lamiz:

$$\begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bf} \\ K_{fb} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_b \\ T_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_b \\ F_f \end{bmatrix}$$

$$T_b = \begin{bmatrix} T_0 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$$T_f = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

Bizga kerak bo'ladigani:

$$K_{ff} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K_{bf} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(1- va 2-tugunlar uchun 0- va 3-tugunlarga bog'lanishi).

O'zgartirilgan ichki tenglama:

$$K_{ff} T_f = F_f - K_{fb} T_b$$

Bizda  $F_f = 0$ , shu sabab:

$$F_f^{eff} = -K_{fb} T_b = - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

Endi tizim:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

Qo'l bilan yechish:

$$(1) 2T_1 - T_2 = 100$$

$$(2) -T_1 + 2T_2 = 200$$

$$(1) \text{ dan: } T_2 = 2T_1 - 100$$

(2) ga qo'yamiz:

$$-T_1 + 2(2T_1 - 100) = 200$$

$$-T_1 + 4T_1 - 200 = 200$$

$$3T_1 = 400 \Rightarrow T_1 = \frac{400}{3} \approx 133.33$$

Shundan:

$$T_2 = 2 \cdot \frac{400}{3} - 100 = \frac{800}{3} - 100 \approx 166.67$$

Yakuniy natija:

$$T_0 = 100, T_1 \approx 133.33, T_2 \approx 166.67, T_3 = 200$$

Bu chiziqli profil: har 1 metrda taxminan 33.33 °C ga oshadi (Seytov va boshq., 2025).

Xulosa: Ushbu maqolada olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, chekli elementlar usuli bir o'lchovli issiqlik tarqalishini yuqori aniqlik va samaradorlik bilan modellashtirish imkonini beradi. Shu bilan birga, bu usul turli material parametrlariga ega tizimlarda va vaqtga bog'liq issiqlik o'tish vaziyatlarida qo'llanilishi mumkin. Chekli elementlar usulining kuchli tomonlari va natijalarning aniqligi, murakkab fizik tizimlarni optimallashtirish va ilg'or modellashtirish ishlarini olib borishda muhim afzalliklarni taqdim etadi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. (2000). The Finite Element Method: Volume 1 - The Basis. Butterworth-Heinemann, Oxford, 689 p.
2. Smith G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. Oxford University Press.
3. Todini, E., Pilati, S. (1988). A gradient algorithm for the analysis of pipe networks. Computer Applications in Water Supply, Vol. 1, pp. 1–20.
4. Seytov, A., et al. "Numerical implementation of optimal water resource management problems in open channels using Python." Uzbek Mathematical Journal. 2025. Том 1, Номер 69, Страницы 133-140, Издатель uzmj. 2025-1-13.
5. Strikwerda J.C. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. SIAM.

6. LeVeque R.J. *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*. SIAM.

## ARALASH TIPDAGI SINGULYAR KOEFFISIENTLI TENGLAMA UCHUN NOLOKAL SHARTLI MASALA YECHIMINING YAGONALIGI

**N.X.Xurramov<sup>1</sup>, B.N.Begaliyev<sup>2</sup>.**

<sup>1,2</sup> *Termiz iqtisodiyot va servis universiteti*

<sup>1,2</sup> *Termiz, O'zbekiston*

\*e-mail: [nxurramov22@mail.ru](mailto:nxurramov22@mail.ru)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada elliptik qismi tenglamaning normal chizig'i va  $y>0$ ,  $x>0$  koordinata o'qlari bilan chegaralangan aralash sohada Bitsadze-Samarskiy shartli masalaning yagonaligi o'rganilgan.

**Annotation.** This article investigates the uniqueness of a Bitsadze-Samarskii type problem in a mixed domain whose elliptic part is bounded by the normal curve of the equation and the positive coordinate axes ( $x>0$ ,  $y>0$ ).

**Аннотация.** В данной статье исследуется единственность решения задачи типа Бицадзе–Самарского в смешанной области, эллиптическая часть которой ограничена нормальной кривой уравнения и положительными осями координат ( $x>0$ ,  $y>0$ ).

**Kalit so'zlar:** Aralash tipdagi singulyar koefitsientli tenglama, normal chiziq, Darbu formulasi, Riman-Liuvill differensial operatori, ekstremum prinsipi, Xopf prinsipi.

**Keywords:** Equation of mixed type with singular coefficients, Normal line, Darboux formula, Riemann-Liouville differential operator, Extremum principle, Hopf principle

**Ключевые слова:** Уравнение смешанного типа с сингулярными коэффициентами, нормальная линия, формула Дарбу, дифференциальный оператор Римана-Лиувилля, принцип экстремума, принцип Хопфа.  
Singulyar koefitsientli

$$\operatorname{sign} y |y|^m u_{xx} + u_{yy} + (\beta_0 / y) u_y = 0, m > 0, -m/2 < \beta_0 < 1 \quad (1)$$

Aralash tipdagi tenglama uchun aralash sohaning elliptik qismi chegarasi  $AB$  o'qning kesmasi va tenglamaning normal chizig'idan iborat bo'lgan holda Bitsadze – Samarskiy shartli masala o'rganilgan.

(1) tenglama  $O(0,0)$ ,  $A(a,0)$  nuqtalardan chiquvchi  $OC$  va  $AC$  xarakteristikalarini va Oy

o'qning  $OB$  kesmasi hamda  $\sigma_a : x^2 + \frac{4}{(m+2)^2} y^{m+2} = a^2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y > 0$  normal chiziqning

$AB$  yoyi bilan chegaralangan  $D_a$  sohada qaralgan, bu yerda  $B = B(0,b)$ ,  $b = \text{const} > 0$ .

$D_a^+$  va  $D_a^-$  belgilashlar bilan  $D_a$  sohaning mos ravishda yuqori va pastki yarim tekisliklarini belgilangan.

Faraz qilaylik  $y = -k(x - x_0)$  ( $x \leq x_0$ ,  $0 \leq x_0 \leq a$ ) to'g'ri chiziq koordinata o'qlari bilan  $(x_0, 0)$  va  $(0, kx_0)$  nuqtalarda kesishsin, bu yerda  $k = b/a$ ,  $b = ((m+2)a/2)^{2/(m+2)}$ .

**BS masalasining ta'riflanishi.**  $D_a$  sohada quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi (1) tenglamaning yechimi topilsin  $u(x, y) \in R_1$  (Смирнов, 1985):

$$u(x, y)|_{\sigma_a} = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq a, \quad (2)$$

$$u(0, kx) = \mu(x)u(x, 0) + \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq a, \quad (3)$$

$$u(x, y)|_{OC} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq a/2, \quad (4)$$

bu yerda  $\varphi_1(x), \mu(x), \varphi_2(x) \in C[0, a], \psi(x) \in C[0, a/2] \cap C^{1,\delta}(0, a/2)$ , hamda quyidagi muvofiqlashtiruvchi shartlar o‘rinli  $\psi(0) = 0, \varphi_2(0) = 0, \varphi_1(0) = \mu(a)\varphi_1(a) + \varphi_2(a),$   
 $\mu(x) = x^{\delta_1} \tilde{\mu}(x), \varphi_2(x) = x^{\delta_1-m} \tilde{\varphi}_2(x),$

$$\delta_1 > (m+2)(1+\beta) - 1, \tilde{\mu}(x), \tilde{\varphi}_2(x) \in C[0, a], \varphi_1(x) = (a-x)^{\delta_2} \tilde{\varphi}_1(x),$$

$$\delta_2 > 1/2, \tilde{\varphi}_1(x) \in C[0, a].$$

Buzilish  $y = 0, 0 \leq x \leq a$  chizig‘ida ushbu

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{y \rightarrow +0} y^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y}, 0 < x < a,$$

ulashish shartlari o‘rinli hamda, bu limitlar  $x \rightarrow 0, x \rightarrow a$  holda  $1-2\beta$  dan katta bo‘lmagan maxsuslikka ega bo‘lishi mumkin.  $\beta = (m+2\beta_0)/2(m+2) \in (0, 1/2)$ .

BS masala yechiminig yagonaligi  $D_a^-$  sohada (1) tenglamani va quyidagi boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi

$$\tau(x) = u(x, 0), 0 \leq x \leq a; \quad \nu(x) = \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y}, 0 < x < a,$$

Darbu formulasi (Салахитдинов va Мирсабуров, 2005)

$$u(x, y) = \gamma_1 \int_0^a \tau \left[ x + \frac{2(2t-a)}{a(m+2)} (-y)^{\frac{m+2}{2}} \right] t^{\beta-1} (a-t)^{\beta-1} dt +$$

$$+ \gamma_2 (-y)^{1-\beta_0} \int_0^a \nu \left[ x + \frac{2(2t-a)}{a(m+2)} (-y)^{\frac{m+2}{2}} \right] t^{-\beta} (a-t)^{-\beta} dt, \quad (6)$$

kabi ifodalanadi. Bunda

$$\gamma_1 = \frac{a^{1-2\beta} \Gamma(2\beta)}{\Gamma^2(\beta)}, \gamma_2 = -\frac{a^{2\beta-1} \Gamma(2-2\beta)}{(1-\beta_0) \Gamma^2(1-\beta)}.$$

(6) formula va (4) chegaraviy shartlarga asosan ushbu

$$\nu(x) = \gamma D_{0,x}^{1-2\beta} \tau(x) + \psi_1(x), 0 < x < a, \quad (7)$$

munosabat o‘rinli. Bu yerda

$$\gamma = \frac{2\Gamma(2\beta)\Gamma(1-\beta)}{\Gamma(\beta)\Gamma(1-2\beta)} \left( \frac{m+2}{4} \right)^{2\beta}, \quad \psi_1(x) = -\gamma(\Gamma(\beta)/\Gamma(2\beta)) x^\beta D_{0,x}^{1-\beta} \psi(x/2), D_{0,x}^l -$$

Riman- Liuvill ma’nosidagi differensial operator (Смирнов, 1985).

(7) munosabat noma’lum  $\tau(x)$  va  $\nu(x)$  orasidagi  $D_a^-$  sohada  $y = 0$  o‘qning

$(0, a)$  intervalida keltirilgan birinchi funksional munosabat hisoblanadi.

**BS masala uchun quyida A.B. Bitsadzening (Бицадзе, 1981) ekstremum prinsipi analogi o‘rinli:**

**1—teorema.** Ushbu  $\varphi_2(x) \equiv 0, \psi(x) \equiv 0$  va

$$0 < \mu(x) < 1, \quad (8)$$

shartlar bajarilsa, BS masalasining yechimi  $D_a^+$  sohadagi o‘zining eng katta musbat qiymatini va eng kichik manfiy qiymatini faqat normal chiziq nuqtalarida qabul qiladi.



**Isboti.**  $u(x, y)$  funksiya 1-teoremaning shartlarini qanoatlantirsin. Xopf (**Бицадзе, 1981**)

prinsipiga asosan  $u(x, y)$  yechim o'zining eng katta musbat qiymatiga  $D_a^+$  sohaning ichki nuqtalarida erishmaydi.

Faraz qilamiz,  $u(x, y)$  yechim Ox o'q OA intervalining ichki  $M_0(x_0, 0)$  nuqtasida o'zining eng katta musbat maksimumiga erishsin, ya'ni  $\max_{(x,y) \in \bar{D}_a^+} u(x, y) = u(x_0, 0) = \tau(x_0) > 0$ . Musbat

maksimum nuqtasida  $\tau(x)$  funksiyaning  $D_{0,x}^{1-2\beta} \tau(x)$  differensial operator qiymati qat'iy musbat.

(7)  $\psi_1(x) \equiv 0$  tenglikka asosan quyidagi tengsizlikka ega bo'lamiz:

$$v(x_0) > 0. \quad (9)$$

Zarembo-Jiro prinsipining analogiga asosan,  $x_0$  nuqtada  $v(x_0) < 0$  tengsizlik o'rinli bo'ladi (Салахитдинов va Мирсабуров, 2005), bu esa (5) ulashish shartiga asosan (9) tengsizlikka zid, bundan esa  $u(x, y)$  funksiya  $0 < \mu(x) < 1$  munosabatni va (3) ni e'tiborga olgan holda  $\varphi_2(x) \equiv 0$ ,  $u(x, y)$  funksiya OB kesmaning  $x = 0, 0 < y < b$  nuqtasida ham eng katta maksimumga erishmasligi kelib chiqadi. Shunday qilib, 1-teoremaning shartlarini qanoatlantiruvchi  $u(x, y)$  o'zining eng katta musbat qiymatiga faqat  $\sigma_a$  chiziqning nuqtalarida qabul qiladi.

Yuqorida bayon etilganidek, 1-teoremaning shartlarini qanoatlantiruvchi  $u(x, y)$  yechim o'zining eng kichik manfiy qiymatiga ham  $\sigma_a$  chiziqning nuqtalarida erishadi.

1-teorema isbotlandi.

1-teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

**Natija.** Agar (8) shart o'rinli bo'lsa BS masala yagona yechimga ega bo'ladi.

Haqiqatan ham, 1-teoremaning shartlarini qanoatlantiruvchi bir jinsli BS masalaning yechimi o'zining eng kichik manfiy va eng katta musbat qiymatini  $\sigma_a$  chiziqning nuqtalarida qabul qiladi.

Bu nuqtalarda (2) shartga ( $\varphi_1(x) \equiv 0$ ) asosan yopiq  $\bar{D}_a^+$  sohaning hamma nuqtalarida  $u(x, y) \equiv 0$  o'rinli bo'ladi. Ulashish shartiga asosan butun  $D_a$  sohada  $u(x, y) \equiv 0$ .

#### Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М., 1981,-448с.
2. Салахитдинов М.С., Мирсабуров М. Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа с сингулярными коэффициентами. Ташкент 2005,-224с.
3. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. М.,1985,-304с.

# ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ГРАНИЦЫ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ

Азимзода А.А., Батхин А.Б.

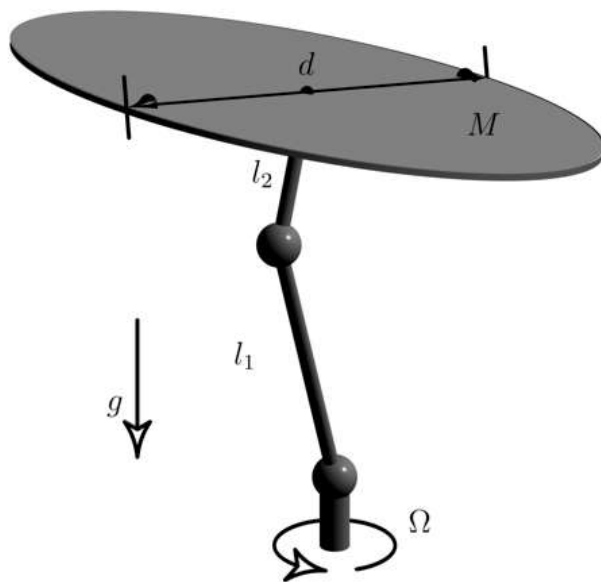
Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова, Узбекистан

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Россия

[azimzoda2019@mail.ru](mailto:azimzoda2019@mail.ru), [batkhin@me.com](mailto:batkhin@me.com)

**Аннотация.** В работе рассматривается возмущённая статически неустойчивая механическая система двух связанных волчков Лагранжа в гравитационном поле в окрестности её статически неустойчивого положения равновесия. Ранее эта задача рассматривалась в упрощённой постановке, в которой часть компонентов системы полагалась безмассовой. Ниже такая постановка называется *предельной задачей*. Цель исследования: учесть влияние дополнительных геометрических и механических параметров на структуру лагранжиана  $\mathcal{L}$  предельной задачи, на соответствующую линейную гамильтонову систему, а также на границу области устойчивости  $\Sigma$  в линейном приближении для полной задачи.

Задача гироскопической стабилизации системы осесимметричных тяжелых тел находит многочисленные применения для различных технических устройств, в частности в различных моделях центрифуг. Важной частью этой задачи является анализ устойчивости



положения равновесия статически неустойчивой системы. Рассматривается механическая система в однородном поле силы тяжести, состоящая из осесимметричных тел (волчков Лагранжа), соединённых универсальными шарнирами Кардана—Гука. Центры каждого шарнира лежат на осях симметрии соответствующих тел. Нижнее тело представляет собой стержень длины  $l_1 = 2\ell$ , прикрепленный к оси ротора вертикально расположенного двигателя, а верхний стержень длины  $l_2 = \ell$  жёстко прикреплен, перпендикулярно своей плоскости, к центру плоского диска массы  $M$  и диаметра  $d = 4\ell$ . Ротор двигателя вращается с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . В процессе вращения в

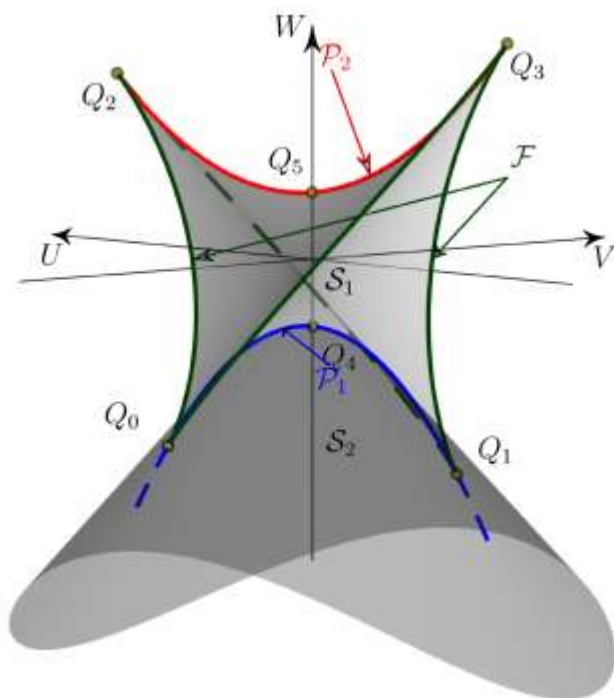
стержнях возникают упругие деформации изгиба и кручения, при этом каждый шарнир характеризуется своими коэффициентами жесткости на изгиб и кручение. В *предельной задаче* стержни и диск полагаются бесконечно тонкими, а стержни, кроме того, полагаются безмассовыми. В *полной задаче* стержни являются цилиндрами радиуса  $r$ , сплошной диск — цилиндром высоты  $r$ , а массы стержней пропорциональны их объемам.

Изначально (Майлыбаев и др., 2009) предельная задача была решена численно для двух наборов значений параметров и для нее высказывалось мнение, что полного аналитического решения она не допускает. Однако затем (Батхин и др., 2012) удалось не только получить аналитическое решение проблемы устойчивости в линейном приближении, но и предложить такое ее естественное обобщение, при котором более общая задача сводится к уже решенному частному случаю, а именно, в (Батхин, 2014) с помощью линейного преобразования пространства параметров показано, что пятипараметрическое семейство таких механических систем может быть приведено к стандартной форме с 4 степенями свободы и трёхмерным пространством параметров  $\Pi$ . Вместе с тем в данной постановке возникали некоторые побочные эффекты. В частности, дискриминантное многообразие  $\mathcal{D}(\chi)$  характеристического многочлена  $\chi(A)$  матрицы  $A$  линейной гамильтоновой системы содержало кратный множитель:  $D(\chi) = l(\mathbf{P})^4 g(\mathbf{P})$ , где  $\mathbf{P} \in \Pi$  —

вектор параметров. Это приводило к появлению проблемы малых знаменателей в нормальной форме гамильтониана в окрестности положения равновесия.

В данной работе авторы хотят учесть влияние дополнительных геометрических и механических параметров на структуру лагранжиана  $\mathcal{L}$  предельной задачи, на соответствующую линейную гамильтонову систему, а также на границу области устойчивости  $\Sigma$  в линейном приближении для полной задачи.

Динамические свойства связанных волчков Лагранжа описываются лагранжианом  $\mathcal{L}$  в углах Крылова—Брайана—Тейта  $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j, j = 1, 2$ . Поскольку радиус стержня  $r \ll \ell$ , естественным образом вводится малый параметр  $\varepsilon = r/\ell \ll 1$ . После разложения лагранжиана  $\mathcal{L}$  в окрестности особой точки  $\alpha_j = \beta_j = \gamma_j = 0, j = 1, 2$ , до второго порядка получаются две независимые системы. Первая зависит только от углов  $\alpha_j, \beta_j$ , а вторая —



только от  $\gamma_j$  и является тривиально устойчивой. Для этих вычислений использовался пакет PDEtools системы компьютерной алгебры Maple.

В переменных  $\alpha_j, \beta_j$  уравнения Эйлера—Лагранжа для первой системы имеют вид линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$M\ddot{\mathbf{X}} + G\dot{\mathbf{X}} + R\mathbf{X} = 0,$$

где  $M$  и  $R$  — симметричные, а  $G$  — кососимметричная блочно-скалярные матрицы,  $\mathbf{X} = (\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)^\top$ . Эта система эквивалентна линейной гамильтоновой системе  $\dot{\mathbf{Z}} = J\mathbf{A}\mathbf{Z}$  с вещественной симметричной матрицей  $A(p, q, s, \varepsilon)$  размера  $8 \times 8$ , где  $p, q, s$  — некоторые геометрические и динамические параметры задачи. Здесь матрица  $J$  является симплектической

единицей, а  $\mathbf{Z} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \in \mathbb{R}^8$  — фазовым вектором.

В случае простых корней характеристического многочлена  $\chi_{JA}(\lambda^2)$  канонической матрицы  $JA$  устойчивость положения равновесия обеспечивается условием  $\forall \lambda_j = i\omega_j, \omega_j \in \mathbb{R}$ . Для многочлена степени 4 и выше это условие задаётся следующей теоремой.

**Теорема 1** (Батхин и др., 2012). Все корни многочлена  $\chi_{JA}(\lambda^2) = \sum_{j=0}^n \chi_{JA}^{(j)} \lambda^{2j}$  степени  $n \geq 4$  являются чисто мнимыми тогда и только тогда, когда все его коэффициенты  $\chi_{JA}^{(j)}, j = 1, \dots, n$ , и все субдискриминанты  $D^{(k)}(\chi_{JA}), k = 0, \dots, n - 2$ , неотрицательны.

Граница  $\partial\Sigma$  области устойчивости описывается двумя алгебраическими многообразиями: дискриминантным многообразием

$$\mathcal{D}: \{(p, q, s) \mid D^{(0)}(\chi_{JA}) = 0\}$$

и многообразием нулевых корней

$$\mathcal{Z}: \{(p, q, s) \mid \chi_{JA}^{(0)} = 0\}.$$

Здесь  $\mathbf{P} = (p, q, s)$  — вектор параметров предельной задачи.

**Теорема 2** (Батхин, 2014). Если матрицы  $M$  и  $R$  в уравнениях Эйлера—Лагранжа симметричны и блочно-скалярны, то определитель матрицы  $A$  является полным квадратом. Следовательно, многообразие  $\mathcal{Z}$  не может быть частью границы  $\partial\Sigma$ . Как было указано выше, выражение дискриминанта имеет вид  $D(\chi) = l(\mathbf{P})^4 g(\mathbf{P})$ , т.е. дискриминантное многообразие является объединением двух многообразий, но в роли границы  $\partial\Sigma$  может

выступать только многообразием  $\mathcal{G}: \{g(\mathbf{P}) = 0\}$ . Кратко опишем его вид для предельной задачи. Существенным здесь является структура особых точек многообразия  $\mathcal{G}$ . Напомним, что точка называется *особой точкой* порядка  $k$ , если в этой точке обращаются в нуль все производные до  $k$ -го порядка включительно. На рисунке в переменных  $(U, V, W)$ , которые линейным образом связаны с параметрами  $(p, q, s)$ , показаны четыре особые точки второго порядка  $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3$  и три кривые особых точек первого порядка  $\mathcal{P}_1$  (синим),  $\mathcal{P}_2$  (красным),  $\mathcal{F}$  (зеленым), а сама область устойчивости состоит из двух частей  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ . Подробности приведены в (Батхин и др., 2012, Батхин, 2014).

В отличие от предельной задачи, в полной задаче дискриминантное многообразие  $\mathcal{D}$  является объединением поверхности второго порядка и многообразия  $\mathcal{G}$ , определяемого достаточно громоздким многочленом  $g(p, q, s, \varepsilon)$ , содержащим 78 мономов.

Чтобы избежать чрезмерно сложных вычислений, данные об особых точках многообразия  $\mathcal{G}$  для предельной задачи использовались как невозмущённые данные. Для вычисления особых точек второго порядка была составлена система из 10 полиномиальных уравнений: одно уравнение для самого многочлена  $g$ , 3 уравнения для его первых частных производных и 6 уравнений для его вторых частных производных. Для каждой особой точки  $P_j$ ,  $j = 0, 1, 2, 3$ , решения были вычислены в виде степенных рядов по малому параметру  $\varepsilon$  до второго порядка. Описанные выше кривые особых точек первого порядка также могут быть восстановлены тем же подходом, но уже с использованием системы из 4 полиномиальных уравнений.

### Результаты

Полная задача может рассматриваться как регулярное возмущение предельной задачи. При этом сохраняются все структурные элементы границы области устойчивости предельной задачи:

- лагранжиан второго порядка  $\mathcal{L}_2(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \dot{\alpha}_i, \dot{\beta}_i, \dot{\gamma}_i)$  раскладывается на две независимые функции Лагранжа, которые описывают соответственно подсистемы с 4 и 2 степенями свободы;
- сохраняется структура дискриминантного многообразия  $\mathcal{D}$  как объединение двух многообразий;
- все особые точки второго порядка многообразия  $\mathcal{G}$  вычислены в виде рядов по малому параметру  $\varepsilon$ ;
- для подсистемы с двумя степенями свободы проведен анализ устойчивости по Ляпунову движения системы и получено описание множества устойчивости.

Это позволяет перенести результаты, полученные ранее, на анализ полной задачи без существенного увеличения вычислительной сложности.

### Литература

4. Майлыбаев А. А., Сейранян А. П. Многопараметрические задачи устойчивости. Теория и приложения в механике. М.: Физматлит, 2009. 400 с.
5. Батхин А.Б., Брюно А.Д., Варин В.П. Множества устойчивости многопараметрических гамильтоновых систем // Прикл. Матем. Мех. 2012. **76**:1. С. 80–133.
6. Батхин А. Б. Граница множества устойчивости одной многопараметрической системы Гамильтона // Вестник Волгоградского государственного университета. Сер.1, Мат.Физ. 2014. №5(24). с.6-23.

# TEKIS ELASTIK PLASTINADA DOIRAVIY TESHİK RADIUSINING KUCHLANISH KONSENTRATSIYASIGA TA'SIRINI CHEKLI ELEMENTLAR USULI YORDAMIDA TADQIQ QILISH.

Dilshod Kholikov<sup>1,a)</sup>, Rustam Usmonov<sup>2)</sup>

<sup>1</sup>ZARMED UNIVERSITETI (Samarkand Campus), Samarkand, Uzbekistan

<sup>2</sup>Samarqand davlat universiteti

<sup>a)</sup>Corresponding author: [dkholiqov999@gmail.com](mailto:dkholiqov999@gmail.com)

**Annotatsiya.** Bu maqolada tekis elastik plastinkada joylashgan doiraviy teshik radiusining kuchlanish konsentratsiyasiga ta'siri chekli elementlar usuli yordamida tadqiq qilingan. Teshik mavjudligi konstruktsiya elementlarida kuchlanishlarning notekis taqsimlanishiga olib keladi. Ushbu hodisa mashinasozlik, qurilish, aerokosmik texnologiyalar va boshqa muhandislik sohalarida muhim amaliy ahamiyatga ega. Tadqiqotda bir jinsli va izotrop materialdan tayyorlangan tekis plastinka modeli qaralib, markazida joylashgan doiraviy teshik radiusining o'zgarishi kuchlanish maydoniga qanday ta'sir qilishi tahlil qilindi. Hisoblashlar chekli elementlar usuli asosida bajarildi hamda olingan natijalar elastiklik nazariyasidagi klassik Kirsch yechimi bilan taqqoslandi va turli radiuslar uchun maksimal kuchlanish qiymatlari, kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsiyenti va kuchlanishlarning taqsimlanish qonuniyatlari o'rganildi. Tahlillar natijasida teshik radiusining ortishi plastinka ichida kuchlanishlarning qayta taqsimlanishiga olib kelishi, teshik atrofida esa maksimal kuchlanishlarning sezilarli ortishi kuzatilishi aniqlandi. Olingan natijalar chekli elementlar usulining tekis elastiklik masalalarini yechishda yuqori aniqlikka ega ekanligini tasdiqlaydi hamda konstruktsiyalarning mustahkamligini baholash va optimal loyihalash masalalarida foydalanish imkonini ko'rsatadi.

**Kalit so'zlar:** Elastiklik nazariyasi, chekli elementlar usuli, Kirsch masalasi, kuchlanish konsentratsiyasi, tekis plastinka, sonli modellash, CEU.

## 1. Kirish

Hozirgi kunda qurilish, mashinasozlik, aerokosmik texnologiyalar va energetika sohalarida qo'llaniladigan konstruktsiyalarning mustahkamligi va ishonchligini ta'minlash muhim muhandislik masalalaridan biri hisoblanadi. Amaliyotda ko'plab konstruktiv elementlari turli maqsadlarda teshiklar, o'yoqlar yoki boshqa geometrik notekisliklarga ega bo'ladi. Bunday notekisliklar yuklama ta'sirida konstruktsiya ichida kuchlanishlarning notekis taqsimlanishiga sabab bo'lib, mahalliy kuchlanish konsentratsiyasini yuzaga keltiradi. Natijada materialning mustahkamligi pasayishi, charchash yoriqlarining paydo bo'lishi va konstruktsiyaning muddatidan oldin ishdan chiqishi kuzatilishi mumkin.

Kuchlanish konsentratsiyasi hodisasini o'rganish elastiklik nazariyasining muhim masalalaridan biri hisoblanadi [1,2]. Ushbu yo'nalishdagi klassik masalalardan biri markazida aylana teshik mavjud bo'lgan plastinaning cho'zilish holatidagi kuchlanish taqsimotini tavsiflovchi Kirsch masalasidir [3]. Mazkur masala uchun analitik yechim mavjud bo'lib, u sonli usullar yordamida olingan natijalarni tekshirish va baholashda etalon sifatida keng qo'llaniladi.

So'nggi yillarda murakkab geometriyali konstruktsiyalarni tahlil qilishda chekli elementlar usuli (CEU) eng samarali sonli usullardan biri sifatida keng qo'llanilmoqda [4-6]. Ushbu usul murakkab shaklli sohalarda kuchlanish va deformatsiya maydonlarini yuqori aniqlikda aniqlash imkonini beradi.

Mazkur maqolada markazida aylana teshik mavjud bo'lgan tekis elastik plastinka qaraladi va teshik radiusining kuchlanish konsentratsiyasiga ta'siri chekli elementlar usuli yordamida tadqiq qilinadi. Turli radiuslar uchun maksimal kuchlanish qiymatlari aniqlanib, olingan natijalar Kirschning klassik analitik yechimi bilan taqqoslanadi. Tadqiqot natijalari teshik geometriyasining kuchlanish maydoniga ta'sirini baholash hamda konstruktsiyalarni optimal loyihalash bo'yicha amaliy tavsiyalar ishlab chiqish imkonini beradi.

## 2. Masalaning matematik qo'yilishi

Tadqiqot obyekti sifatida markazida aylana teshik joylashgan tekis elastik plastinka bir jinsli, izotrop va chiziqli elastik materialdan tayyorlangan deb qabul qilinadi. Tashqi yuklama sifatida plastinaning qarama-qarshi tomonlariga bir tekis taqsimlangan cho‘zuvchi kuchlanish  $\sigma_0$  qo‘llanadi.

Masalaning maqsadi teshik radiusi  $r$  ning o‘zgarishi natijasida plastinada hosil bo‘ladigan maksimal kuchlanish va kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsiyentining o‘zgarish qonuniyatlarini aniqlashdan iborat.

Tekis elastiklik nazariyasiga ko‘ra jism ichidagi kuchlanishlar quyidagi muvozanat tenglamalarini qanoatlantirishi kerak [1,2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

bu yerda:  $\sigma_x$  va  $\sigma_y$  normal kuchlanish,  $\tau_{xy}$  urinma kuchlanish.

Deformatsiyalar siljishlar orqali aniqlanadi

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2)$$

Materialning mexanik xossalari Guk qonuni bilan tavsiflanadi

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x), \quad \tau_{xy} = G \gamma_{xy}, \quad (3)$$

bu yerda:  $E$  - Yung moduli;  $\nu$  - Puasson koeffitsiyenti;  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  - siljish moduli.

Tadqiqotda tekis kuchlanish holati qabul qilinib, kuchlanish-deformatsiya bog‘lanishlari chiziqli elastiklik nazariyasi asosida qaraladi [1,3].

Hisoblashlarda plastinka geometrik o‘lchamlari va yuklama qiymati o‘zgarmas saqlanadi, faqat teshik radiusi parametr sifatida o‘zgartiriladi. Sonli tajribalar  $r = 10mm, r = 20mm, r = 30mm$  radiuslar uchun amalga oshiriladi.

Kuchlanish konsentratsiyasini baholash uchun quyidagi mezondan foydalaniladi:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \quad (4)$$

bu yerda:  $K_t$  - kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsiyenti;  $\sigma_{max}$  - geometrik uzilish (teshik, o‘yiq va boshqalar) yaqinidagi maksimal kuchlanish;  $\sigma_0$  - nominal (o‘rtacha) kuchlanish.

Mazkur parametr teshik geometriyasining konstruksiya mustahkamligiga ta‘sirini baholovchi asosiy ko‘rsatkich hisoblanadi. Kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsiyenti konstruksiyadagi geometrik uzilishlar tufayli yuzaga keladigan mahalliy kuchlanish ortishini tavsiflaydi va maksimal kuchlanishning nominal kuchlanishga nisbati sifatida aniqlanadi.  $K_t$  qiymati qancha katta bo‘lsa, konstruksiyada kuchlanishlarning notekis taqsimlanishi shuncha yuqori bo‘ladi va materialning yemirilish yoki buzilish xavfi ortadi. Teshikli plastinkalarda ushbu koeffitsiyent teshik radiusi, plastina o‘lchamlari va yuklanish sharoitlariga bog‘liq ravishda o‘zgaradi.

### 3. Kirsch masalasining analitik yechimi

Markazida aylana teshik mavjud bo‘lgan elastik plastinaning cho‘zilish masalasi elastiklik nazariyasining klassik masalalaridan biri hisoblanadi. Ushbu masala 1898-yilda Gustav Kirsch tomonidan analitik usulda yechilgan bo‘lib, hozirgi kunda chekli elementlar usuli yordamida olingan natijalarni tekshirish uchun etalon masala sifatida keng qo‘llaniladi [4].

Tadqiqotda markazida radiusi  $R$  ga teng aylana teshik joylashgan plastina qaraladi. Plastinaga uzoq chegaralarda bir tekis taqsimlangan  $\sigma_0$  cho‘zuvchi kuchlanish ta‘sir qiladi. Teshik mavjudligi sababli kuchlanishlar plastina bo‘ylab notekis taqsimlanadi va teshik atrofida kuchlanish konsentratsiyasi yuzaga keladi.

Kirsch yechimiga ko‘ra teshik chegarasida maksimal kuchlanish qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_{max} = 3\sigma_0 \quad (5)$$

bu yerda:  $\sigma_{max}$  - aylana teshik chetida hosil bo‘ladigan maksimal kuchlanish;  $\sigma_0$  - plastinaga qo‘yilgan nominal cho‘zuvchi kuchlanish.

Ushbu natija aylana teshik mavjudligi plastinadagi maksimal kuchlanishni nominal kuchlanishga nisbatan uch baravar oshirishini ko'rsatadi.

Kuchlanish konsentratsiyasi darajasini baholash uchun quyidagi koeffitsiyentdan foydalaniladi:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

Kirsch masalasi uchun:  $K_t = 3$  ekanligi kelib chiqadi.

Mazkur qiymat teshik atrofida kuchlanishlarning sezilarli darajada ortishini ifodalaydi va konstruksiyalarda kuchlanish konsentratsiyasini baholashning asosiy mezoni hisoblanadi. Shu sababli Kirsch yechimi ushbu maqolada chekli elementlar usuli yordamida olingan natijalarni tekshirish va taqqoslash uchun analitik etalon sifatida qabul qilinadi.

#### 4. Sonli tajribalar va natijalar tahlili

##### 4.1. Analitik va sonli yechimlarni taqqoslash

Chekli elementlar usulining aniqligini baholash maqsadida dastlab klassik Kirsch masalasi qaraldi. Bunda teshik radiusi o'zgarmas deb olinib, analitik yechim natijalari sonli hisoblash natijalari bilan taqqoslandi.

Taqqoslash uchun quyidagi kattaliklar tanlandi:

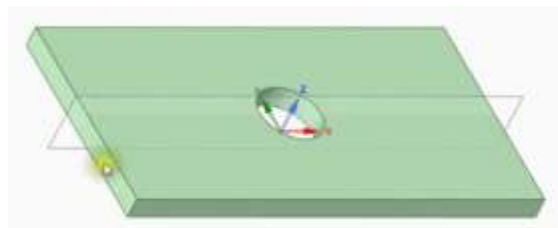
- maksimal tangensial kuchlanish;
- kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsiyenti;
- kuchlanishlarning teshik chegarasi bo'ylab taqsimlanishi.

Analitik yechimga ko'ra maksimal kuchlanish

$$\sigma_{max} = 3\sigma_0$$

ga teng bo'ladi. Sonli usul yordamida olingan natijalar ushbu qiymat bilan taqqoslanib, usulning aniqligi baholanadi.

**Amaliy Masala:** Uzunligi  $L = 200mm$ , balandligi  $W = 100mm$ , teshik radiusi  $r = 15mm$  va qalinligi  $t = 10mm$  bo'lgan plastinka chap tamonidan qistirib mahkamlangan, o'ng tamoniga bir tekis taqsimlangan  $F = 10000N$  cho'zuvchi kuch ta'sir qiladi. Material sifatida po'lat tanlandi. Yung moduli  $E = 2 \times 10^5 MPa$ , Puasson koeffitsiyenti  $\nu = 0.3$



Mazkur masala tekis kuchlanish holati sifatida qaraladi.

a) **Analitik yechim:** Kirsch formulasi yordamida yechish, masalani yechishda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanamiz. U holda teshik atrofida kuchlanishlar:

Radial kuchlanish:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_0}{2} \left( 1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_0}{2} \left( 1 - 4 \frac{R^2}{r^2} + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

Aylanma kuchlanish:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_0}{2} \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_0}{2} \left( 1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

Urinma kuchlanish:

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_0}{2} \left( 1 + 2 \frac{R^2}{r^2} - 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$

Teshik chegarasi  $r = R$  bo'lsa bu kuchlanishlar formulalari quyidagicha soddalashadi:

Radial kuchlanish va urinma kuchlanish:

$$\sigma_r = 0, \tau_{r\theta} = 0$$

bu yerda, teshik chegarasi erkin bo'lgani uchun, radial kuchlanish nol ekanligini bildiradi.

Maksimal aylanma kuchlanish: Maksimal kuchlanish  $\theta = 90^\circ$ ,  $\cos 180^\circ = -1$  da hosil bo'ladi

$$\sigma_{max}^{kirs} = 3\sigma_0 = \frac{3F}{Wt} = \frac{3 \cdot 10000N}{100 \cdot 10^{-3}m \cdot 10 \cdot 10^{-3}m} = 30 MPa$$



Kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsienti

$$K_t^{kirs} = 3$$

Natijalar shuni ko'rsatadiki:

- plastinkadagi teshik kuchlanish oqimini buzadi;
- teshik atrofida stress concentration hosil bo'ladi;
- maksimal kuchlanish nominal kuchlanishdan 3 marta katta bo'ladi.

**Peterson formulasi** yordamida taqribiy yechish:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{(w-d)t} = \frac{10000N}{70 \cdot 10^{-3}m \cdot 10 \cdot 10^{-3}m} = 14.29 MPa$$

$$K_t = 3 - 3.13 \left(\frac{d}{w}\right) + 3.66 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 1.53 \left(\frac{d}{w}\right)^3 = 2.35$$

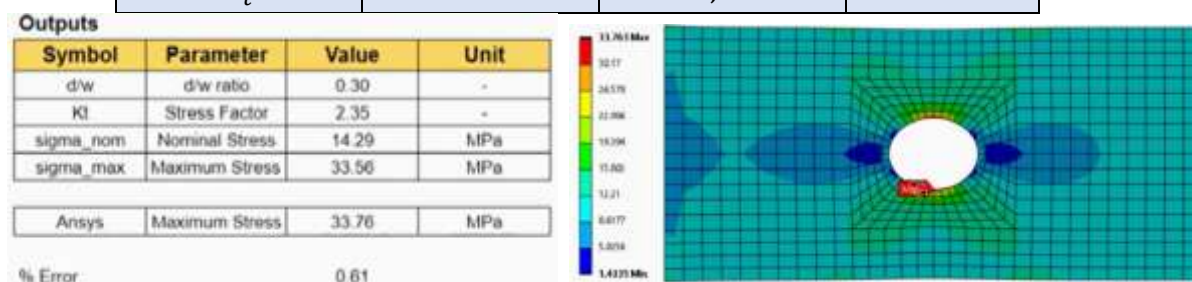
$$\sigma_{max}^{peter} = K_t \sigma_{nom} = 33.56 MPa$$

b) **ANSYS yordamida hisoblash (CEU).** Masala ANSYS dasturida chekli elementlar usuli yordamida ham yechildi. CEU hisoblash natijasida maksimal kuchlanish

$$\sigma_{max}^{ANSYS} = 33.76 MPa$$

**Taqqoslash:**

| Kattaliklar    | Analitik usul | Peterson formulasi yordamida | ANSYS natijalari |
|----------------|---------------|------------------------------|------------------|
| $\sigma_{max}$ | 30MPa         | 33.56MPa                     | 33.76MPa         |
| $K_t$          | 3             | 2,35                         | 2.36             |



Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, Kirsch yechimi cheksiz plastina uchun nazariy etalon natijani beradi va maksimal kuchlanishning nominal kuchlanishga nisbatan uch baravar ortishini bashorat qiladi. Peterson formulasi plastinaning cheklangan geometrik o'lchamlarini hisobga olgan holda maksimal kuchlanishni 33.56 MPa deb baholadi. ANSYS dasturida chekli elementlar usuli yordamida olingan natija esa 33.76 MPa ni tashkil etdi.

Peterson formulasi va FEM natijalari orasidagi nisbiy farq 0.61% ga teng bo'ldi. Ushbu kichik farq Peterson formulasining amaliy hisoblashlarda yuqori aniqlikka ega ekanligini hamda chekli elementlar modelining to'g'ri qurilganligini tasdiqlaydi. Natijalar teshik atrofida kuchlanish konsentratsiyasi hosil bo'lishini va maksimal kuchlanishning teshik chegarasida yuzaga kelishini ko'rsatdi.

#### 4.2. Teshik radiusining maksimal kuchlanishga ta'siri

Chekli elementlar usuli yordamida teshik radiusining maksimal kuchlanishga ta'siri o'rganildi. Bunda plastinaning geometrik o'lchamlari, material xossalari va yuklama qiymati o'zgarmas saqlanib, faqat markaziy teshik radiusi parametr sifatida o'zgartirildi.

Hisoblashlar  $r = 10mm$ ,  $r = 20mm$ ,  $r = 30mm$  radiuslar uchun amalga oshirildi. Har bir holatda plastinadagi maksimal kuchlanish qiymati va kuchlanish konsentratsiyasi koeffitsiyenti aniqlandi.

Hisoblash natijalari shuni ko'rsatdiki, teshik radiusining ortishi bilan maksimal kuchlanish qiymati ham ortib boradi. Buning asosiy sababi teshik kattalashishi natijasida plastinaning yuk ko'taruvchi kesimi kamayishi va kuchlanishlarning teshik atrofida ko'proq jamlanishidir.

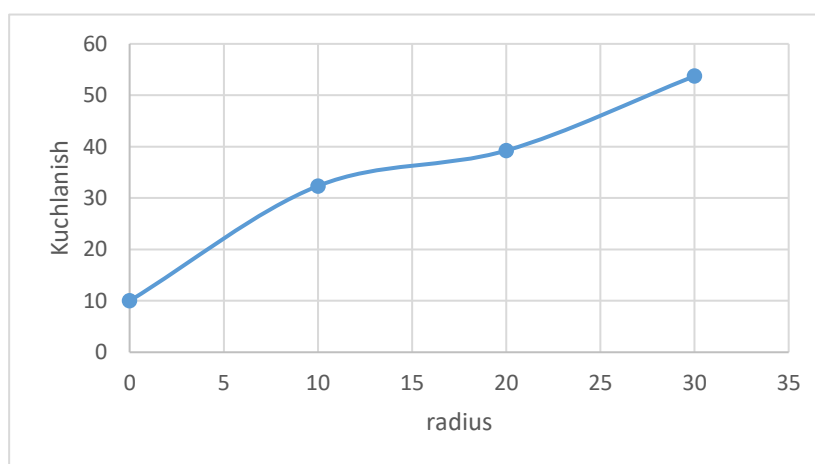


Kichik radiusli teshiklarda kuchlanishlar nisbatan bir tekis taqsimlangan bo'lsa, radius ortishi bilan teshik chegarasida kuchlanish gradientlari keskinlashadi va kuchlanish konsentratsiyasi yaqqol namoyon bo'ladi. Natijada maksimal kuchlanish qiymati ortib, konstruksiyaning mustahkamlik zaxirasi kamayadi.

Olingan natijalar teshik radiusi konstruksiyaning kuchlanish holatiga sezilarli ta'sir ko'rsatishini tasdiqladi. Shu sababli teshikli konstruksiyalarni loyihalashda teshik o'lchamlarini tanlashda kuchlanish konsentratsiyasi hodisasini albatta hisobga olish zarur.

Tadqiqot natijalari chekli elementlar usulining teshik atrofida hosil bo'ladigan kuchlanish maydonini aniqlashda yuqori aniqlikka ega ekanligini ko'rsatdi hamda konstruksiyalarning mustahkamligini baholash va optimallashtirish masalalarida ushbu usuldan samarali foydalanish mumkinligini tasdiqladi.

| Radius     | $\sigma_{max}$ | $K_t$ |
|------------|----------------|-------|
| $r = 10mm$ | 32.352 MPa     | 3.23  |
| $r = 20mm$ | 39.245 MPa     | 3.92  |
| $r = 30mm$ | 53.728 MPa     | 5.37  |



Tadqiqot natijalari teshik radiusining ortishi plastinaning yuk ko'taruvchi kesimini kamaytirishini va teshik atrofida kuchlanishlarning yanada kuchli konsentratsiyalanishiga olib kelishini ko'rsatdi. Natijada maksimal kuchlanish hamda kuchlanish konsentratsiyasi ko'effitsiyenti ortib boradi. Bu esa katta radiusli teshiklar konstruksiyaning mustahkamlik zaxirasini kamaytirishini va loyihalash jarayonida teshik o'lchamlarini optimallashtirish zarurligini ko'rsatadi.

## 5.Xulosa.

Mazkur maqolada markazida doiraviy teshik mavjud bo'lgan tekis elastik plastinada kuchlanish konsentratsiyasi hodisasi analitik va sonli usullar yordamida tadqiq qilindi. Dastlab Kirschning klassik analitik yechimi asosida teshik atrofidagi kuchlanishlarning taqsimlanishi o'rganildi hamda maksimal kuchlanish nominal kuchlanishdan uch baravar katta bo'lishi ko'rsatildi. Shuningdek, Peterson formulasi yordamida cheklangan o'lchamli plastinalar uchun kuchlanish konsentratsiyasi ko'effitsiyenti aniqlandi.

Chekli elementlar usuli asosida ANSYS dasturida bajarilgan sonli hisoblashlar natijalari Peterson formulasi bilan taqqoslandi. Olingan natijalar orasidagi nisbiy farq 0.61 % ni tashkil etib, qurilgan sonli modelning yuqori aniqlikka ega ekanligini tasdiqladi. Bu esa chekli elementlar usulining teshik atrofidagi kuchlanish maydonini ishonchli aniqlash imkoniyatiga ega ekanligini ko'rsatadi.

Teshik radiusining kuchlanish holatiga ta'sirini o'rganish natijasida radius ortishi bilan maksimal kuchlanish qiymati hamda kuchlanish konsentratsiyasi ko'effitsiyenti ortib borishi

aniqlandi. Bu holat teshik kattalashishi natijasida plastinaning yuk ko'taruvchi kesimi kamayishi va kuchlanishlarning teshik atrofiga ko'proq jamlanishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalari teshik geometriyasi konstruksiya mustahkamligiga sezilarli ta'sir ko'rsatishini tasdiqladi. Shu sababli mashinasozlik, qurilish va boshqa muhandislik sohalarida teshikli konstruksiyalarni loyihalashda kuchlanish konsentratsiyasi hodisasini hisobga olish hamda teshik o'lchamlarini optimal tanlash muhim ahamiyat kasb etadi.

1. Timoshenko S.P., Goodier J.N. Theory of Elasticity. – 3rd ed. – New York: McGraw-Hill, 1970. – 567 p.
2. Sadd M.H. Elasticity: Theory, Applications, and Numerics. – 4th ed. – Amsterdam: Elsevier, 2021. – 602 p.
3. Kirsch G. Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre // Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. – 1898. – Vol. 42. – P. 797–807.
4. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. – 7th ed. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. – 756 p.
5. Bathe K.J. Finite Element Procedures. – New Jersey: Prentice Hall, 1996. – 1037 p.
6. Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E., Witt R.J. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. – 4th ed. – New York: John Wiley & Sons, 2002. – 719 p.
7. Ugural A.C., Fenster S.K. Advanced Strength and Applied Elasticity. – 5th ed. – New Jersey: Pearson, 2011. – 550 p.
8. Reddy J.N. An Introduction to the Finite Element Method. – 3rd ed. – New York: McGraw-Hill, 2006. – 816 p.

## NORMAL VA TANGENSIAL TEBRANISH AKTUATORIDA NOL TEZLIK HOLATI TAHLILI VA SEYSMIK IZOLYATORLARGA QO'LLANILISHI

T. Norboyev<sup>1</sup>, I. Madatov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O'zbekiston

<sup>2</sup>Samarqand davlat arxitektura-qurilish universiteti, Samarqand, O'zbekiston

\*e-mail: [ibrokhimmadatov@gmail.com](mailto:ibrokhimmadatov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Maqolada normal va tangensial yo'nalishlardagi garmonik tebranishlar superpozitsiyasi ta'siridagi yakka friksion kontaktning nol tezlik holati sonli usulda o'rganiladi. Olingan natijalarning seysmik izolyatsiya va ishqalanishli demferlash tizimlarini loyihalashdagi ahamiyati muhokama qilindi.

**Abstract.** The paper numerically investigates the zero-velocity state of a single frictional contact subjected to the superposition of harmonic oscillations in the normal and tangential directions. The significance of the obtained results for the design of seismic isolation and friction damping systems is discussed.

**Аннотация.** В статье проводится численное исследование состояния нулевой скорости единичного контакта с трением, подверженного суперпозиции гармонических колебаний в нормальном и тангенциальном направлениях. Обсуждается значение полученных результатов для проектирования систем сейсмической изоляции и трениевого демпфирования.

**Kalit so'zlar:** ishqalanishni nazorat qilish, bimodal tebranish, aktuator, kuch generatori, nol tezlik holati, faza siljishi, boshqaruv xaritasi, seysmik izolyatsiya.

**Keywords:** friction control, bimodal vibration, actuator, force generator, zero velocity state, phase shift, control map, seismic isolation.

**Ключевые слова:** управление трением, бимодальные колебания, привод, генератор силы, состояние нулевой скорости, сдвиг фазы, карта управления, сейсмическая изоляция.

### 1. Kirish

Tebranishlar yordamida ishqalanishni kamaytirish hodisasi XX asrning o'rtalaridan buyon ma'lum bo'lib, metallarni bosim ostida ishlashda, ultratovushli payvandlashda va nozik o'lchash

asboblarida keng qo'llaniladi [1, 6]. Popov M. va Li (2018) birinchi marta normal va tangensial tebranishlarning birgalikdagi ta'sirini nazariy jihatdan o'rganib, uch sifat jihatidan farqli rejimni aniqladi: ishqalanishni faol nazorat qilish, dinamik xrapovik va aktuator [1]. Madatov, Li va Popov (2024) bu nazariyani rivojlantirib, aktuator rejimlari uchun boshqaruv xaritalarini qurdi [2].

Shu bilan birga, O'zbekiston hududining asosiy qismi seysmik faol zonada joylashgan bo'lib, baland sinchli binolarni loyihalashda seysmik ta'sirlarni hisobga olish muhim ahamiyatga ega [3]. Seysmik izolyatsiya va ishqalanishli demferlash tizimlarida ishqalanish koeffitsiyentini boshqarish hal qiluvchi masala hisoblanadi. Asmanova, Usmanov va boshqalar (2026) ko'p qavatli binolarni kritik chegaraviy holatlar bo'yicha hisoblash masalasini o'rganib, yuk ko'taruvchi elementlarning mas'uliyat darajasiga qarab differensiallashtirilgan baholash zarurligini ko'rsatdi [3].

Ushbu ishda aktuatorning nol tezlik holati — ya'ni jism harakatsiz turgandagi hosil bo'ladigan tangensial kuch — oltita faza siljishi uchun sonli tahlil qilinadi va natijalarning seysmik demferlash kontekstidagi ahamiyati muhokama etiladi.

## 2. Model va metodologiya

Popov M. va Li [1] hamda Madatov va boshq. [2] tomonidan taklif etilgan yakka kontakt modeli qo'llaniladi. Prujining normal va tangensial siljishlari:

$$u_z = u_{z,0} - \Delta u_z \cos \omega t \quad (1)$$

$$u_x = v_0 t + \Delta u_x \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Kulon qonuni lokal qo'llaniladi:  $|f_x| < \mu_0 f_z$  — yopishish, aks holda  $f_x = \pm \mu_0 f_z$ . Makroskopik ishqalanish koeffitsiyenti [1, 2]:

$$\mu/\mu_0 = f(v_0/v_c, \beta, \alpha, \varphi) \quad (3)$$

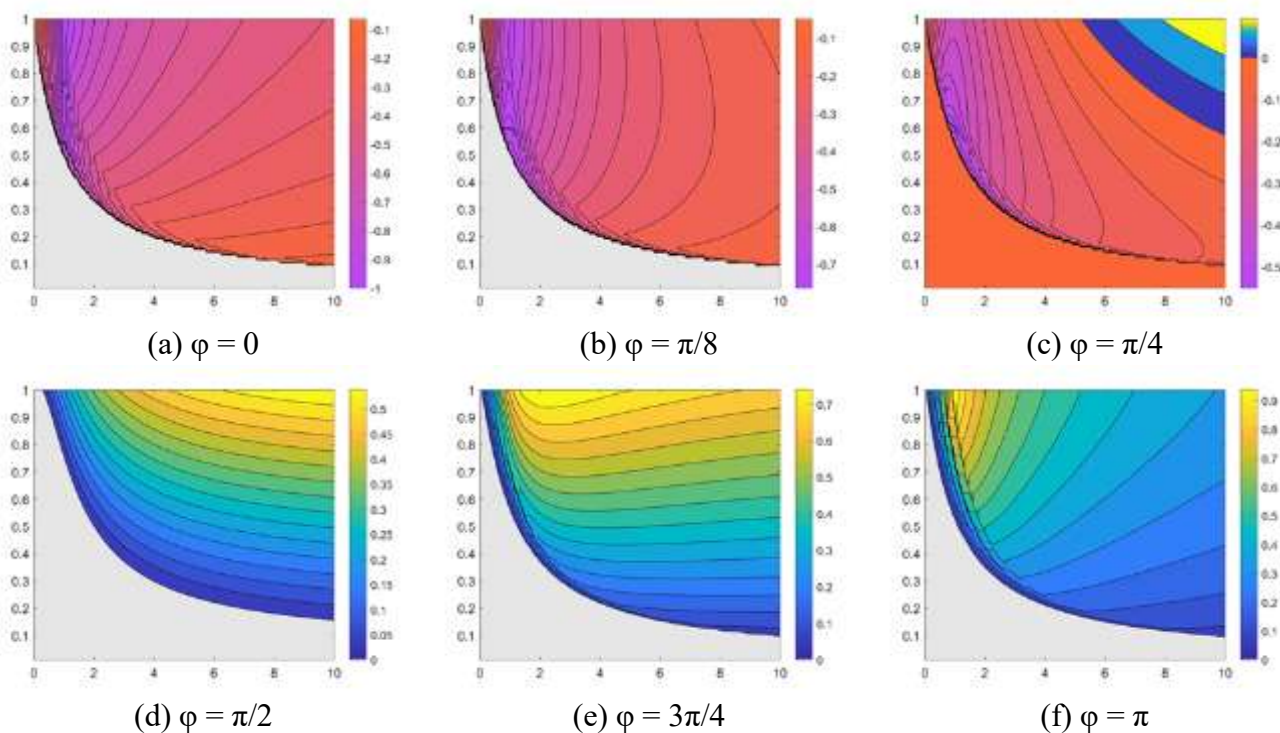
bu yerda  $\beta = \Delta u_z/u_{z,0}$ ,  $\alpha = k_x \Delta u_x/(\mu_0 k_z \Delta u_z)$ . Nol tezlik holati  $v_0 = 0$  qo'yilganda:

$$\mu/\mu_0 = f(0, \beta, \alpha, \varphi) \quad (4)$$

(4) tenglamadagi  $f$  funksiyasi analitik yopiq ifodaga ega emas. Shu sababli u MATLAB muhitida sonli yechildi. Oltita faza siljishi olingan:  $\varphi = 0, \pi/8, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ .

## 3. Natijalar

1-rasmda nol tezlik holatida  $\mu/\mu_0$  ning  $\alpha$  va  $\beta$  tekisligidagi taqsimoti oltita faza siljishi uchun keltirilgan. Kulrang soha — aktuatsiya effekti yo'q ( $\mu = 0$ ), rangli sohalar — hosil bo'ladigan kuchning yo'nalishi va kattaligi.



1-rasm. Nol tezlik holatida  $\mu/\mu_0$  ning  $\alpha$  (gorizontal) va  $\beta$  (vertikal) ga bog'liqligi: (a)  $\varphi = 0$ ; (b)  $\varphi = \pi/8$ ; (c)  $\varphi = \pi/4$ ; (d)  $\varphi = \pi/2$ ; (e)  $\varphi = 3\pi/4$ ; (f)  $\varphi = \pi$ . Kulrang soha —  $\mu = 0$ .

MATLAB natijasi.

$\varphi = 0$  da (a) butun faol soha manfiy  $\mu$  ga mos: kuch  $-x$  yo'nalishda hosil bo'ladi. Eng kuchli effekt  $\alpha \approx 1$ ,  $\beta \rightarrow 1$  da kuzatilib,  $|\mu/\mu_0|$  taxminan 1.0 ga yetadi — bu Kulon ishqalanish kuchiga teng kattalik. Fizik sababi: tebranishlar bir fazada bo'lganda davrning birinchi yarmida yopishish kuchi katta, ikkinchi yarmida kichik, natijada o'rtacha kuch manfiy chiqadi [1].

$\varphi = \pi/8$  da (b) ko'rinish o'xshash, biroq  $|\mu/\mu_0| \approx 0.7$  ga tushadi.  $\varphi = \pi/4$  da (c) sifat o'zgarishi boshlanadi: xaritaning yuqori o'ng burchagida musbat soha paydo bo'lib, inversiya effekti kuzatiladi — kichik  $\alpha$  da kuch manfiy, katta  $\alpha$  da musbat [2].

$\varphi = \pi/2$  dan (d) boshlab kuch faqat musbat yo'nalishda hosil bo'ladi.  $\varphi$  ortishi bilan intensivlik ham ortadi:  $\varphi = \pi/2$  da  $\mu/\mu_0 \approx 0.5$ ,  $\varphi = 3\pi/4$  da (e)  $\approx 0.7$ .  $\varphi = \pi$  da (f) eng kuchli musbat aktuatsiya kuzatilib,  $\mu/\mu_0 \approx 0.9-1.0$  ga yetadi. Bu  $\varphi = 0$  holatining ko'zgudagi aksi — ikkala chegaraviy holat qarama-qarshi yo'nalishlarda teng kuch beradi [2].

#### 4. Muhokama

Olingan natijalar bir nechta muhim fizik va amaliy xulosaga olib keladi.

1) Nol tezlik holatida hosil bo'ladigan kuchning eng katta absolyut qiymati  $|\mu/\mu_0| \approx 1$  ga yetadi. Bu degani, tebranishlar hisobiga hosil bo'ladigan tangensial kuch oddiy Kulon ishqalanish kuchi  $\mu_0 F_N$  bilan kattalik jihatidan tenglashadi. Bu natija nafaqat mikro va nano aktuatorlar, balki makromiqyosdagi seysmik izolyatsiya tizimlari uchun ham muhim: ishqalanishli izolyator (friction pendulum) normal bosim kuchi  $F_N$  binoning og'irligiga proporsional bo'lgani sababli, hosil bo'ladigan kuch sezilarli kattalikka ega [1, 2].

2) Faza siljishi  $\varphi$  tizimning eng samarali boshqaruv parametri hisoblanadi.  $\varphi = 0$  da kuch manfiy,  $\varphi = \pi$  da esa teng kattalikdagi kuch musbat yo'nalishda hosil bo'ladi — demak, faqat signalning fazasini o'zgartirish orqali kuch yo'nalishi to'liq almashtiriladi. Seysmik demferlash kontekstida bu xususiyat alohida qimmatli: zilzila vaqtida bino tebranish fazasi o'zgarib turganda, adaptiv tizim piezoelektrik aktuator yordamida izolyator (dagi normal bosimni fazali modulyatsiya qilib, demferlash kuchini seysmik signal bilan sinxronlashtirishi mumkin. Bu passiv izolyatsiyadan farqli ravishda har bir tebranish davriga moslashgan javob beradi [2].

3)  $\varphi = \pi/4$  da kuzatilgan inversiya hodisasi — kichik  $\alpha$  da kuch manfiy, katta  $\alpha$  da musbat — amaliy qurilma dizaynida yangi imkoniyat ochadi. Bitta qurilma amplitudani o'zgartirish orqali ikkala yo'nalishda kuch hosil qila oladi. Seysmik izolyatsiya tizimlarida bu degani, bitta aktuator zilzilaning turli fazalarida qarama-qarshi yo'nalishlarda demferlash kuchini hosil qilishi mumkin — ikkinchi aktuator kerak emas. Mikromiqyosda esa bu prinsip molekulyar motorlardagi (kinezin) yo'nalish almashinuvi mexanizmiga analogik bo'lib, unda ATP gidrolizining bitta parametri harakat yo'nalishini belgilaydi [5].

4) Boshqaruv xaritalaridan ko'rinib turibdiki, barcha faza siljishlarida  $\beta \rightarrow 1$  da effekt eng kuchli. Seysmik izolyator parametrlariga tatbiq etilganda bu shuni anglatadi: normal tebranish amplitudasi o'rtacha botiqlikka yaqin bo'lganda — ya'ni kontakt vaqti-vaqti bilan deyarli uzilish chegarasiga yetganda — kuch generatsiyasi eng samarali ishlaydi. Amaliy loyihalashda  $\beta = 0.9-0.95$  tanlash qurilma ishonchligini ta'minlaydi va shu bilan birga kuchli aktuatsiya beradi [2].

Model yakka kontakt va doimiy biktirlik taxminlariga asoslangan. Haqiqiy seysmik izolyatorlarda ko'p kontaktli yuzalar, viskoelastik materiallar, inertsia va harorat ta'siri mavjud. Shunga qaramay, asosiy natijalar — faza siljishining kuch yo'nalishini boshqarishi, inversiya hodisasi va optimal parametrlar sohasi — umumiy xarakterga ega bo'lib, murakkab tizimlar uchun ham sifat jihatidan o'rinli [1, 4].

#### 5. Xulosa

Normal va tangensial tebranishlar superpozitsiyasiga asoslangan aktuatorning nol tezlik holati faza siljishi uchun sonli tahlil qilindi. Oraliq faza qiymatlarida kuzatilgan inversiya effekti bitta qurilma bilan ikki yo'nalishda kuch hosil qilish imkonini beradi. Qurilgan boshqaruv xaritalari mikro-aktuatorlarni loyihalashda va seysmik izolyatsiya tizimlarida ishqalanish parametrlarini optimal tanlashda amaliy qollanma sifatida xizmat qilishi mumkin..

## Adabiyotlar

- [1] Popov M., Li Q. Multi-mode active control of friction, dynamic ratchets and actuators // Physical Mesomechanics. — 2018. — Vol. 21, No. 1. — P. 24–31.
- [2] Madatov I., Li Q., Popov V.L. Actuators based on superposition of normal and tangential oscillations // AIP Conference Proceedings. — 2024.
- [3] Asmanova Ch., Usmanov V., Ibragimov Kh., Madatov I. Calculation of the load-bearing structures of buildings based on the critical group of limit states // Academic Journal of Science, Technology and Education. — 2026. — Vol. 2, Issue 3. — P. 16–21.
- [4] Stanojev M., Stojić D. Reliability analysis of structures // Facta Universitatis. — 2014. — Vol. 12, No. 3. — P. 265–272.
- [5] Popov V.L. Mehanika kontaktnogo vzaimodejstviya i fizika treniya. — Berlin: TU Berlin, 2013.
- [6] EN 1990:2002. Eurocode — Basis of structural design. Brussels.
- [7] GOST 27751-2014. Nadyozhnost' stroitel'nyx konstrukcij i osnovanij. — Moskva: Standartinform, 2019.

## SEYSMIK IZOLYATSIYA TIZIMLARIDA ISHQALANISH KOEFFITSIYENTINI FAZA SILJISHI ORQALI BOSHQARISH

I.A. Madatov<sup>1,2</sup>, T. Norboyev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O'zbekiston

<sup>2</sup>Samarqand davlat arxitektura-qurilish universiteti, Samarqand, O'zbekiston

\*e-mail: [ibrokhimmadatov@gmail.com](mailto:ibrokhimmadatov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Maqolada normal va tangensial tebranishlar superpozitsiyasiga asoslangan kontakt tizimining nol kuch holati seysmik ta'sirlar kontekstida sonli tahlil qilinadi. Bir prujinali kontakt modeli doirasida makroskopik ishqalanish koeffitsiyentining o'lchamsiz parametrlarga bog'liqligi o'rganildi va oltita faza siljishi uchun boshqaruv xaritalari qurildi. Olingan natijalarning seysmik izolyatsiya va ishqalanishli demferlash tizimlarini loyihalashdagi ahamiyati muhokama qilindi.

**Kalit so'zlar.** ishqalanishni nazorat qilish, seysmik ta'sir, nol kuch holati, faza siljishi, boshqaruv xaritasi, bino ishonchliligi, kontakt mexanikasi.

**Abstract.** This paper presents a numerical analysis of the zero-force state of a contact system based on the superposition of normal and tangential vibrations in the context of seismic loading. Within a single-spring contact model, the dependence of the macroscopic friction coefficient on dimensionless parameters was investigated, and control charts were constructed for six phase shifts. The significance of the obtained results for the design of seismic isolation and friction damper systems is discussed.

**Keywords:** friction control, seismic impact, zero-force condition, phase shift, control map, building reliability, contact mechanics.

**Аннотация.** В данной статье представлен численный анализ состояния нулевой силы в контактной системе, основанный на суперпозиции нормальных и тангенциальных колебаний в условиях сейсмической нагрузки. В рамках контактной модели с одной пружиной исследована зависимость макроскопического коэффициента трения от безразмерных параметров и построены контрольные диаграммы для шести фазовых сдвигов. Обсуждается значение полученных результатов для проектирования систем сейсмоизоляции и фрикционных демпферов.

**Ключевые слова:** управление трением, сейсмическое воздействие, условие нулевой силы, сдвиг фаз, карта управления, надежность зданий, механика контакта

## Kirish

O'zbekiston Respublikasi hududining asosiy qismi seysmik faol zonada joylashgan bo'lib, baland sinchli binolarni loyihalashda seysmik ta'sirlarni hisobga olish muhim ahamiyatga ega [3]. Seysmik ta'sirlar natijasida bino konstruksiyalarida kuchlanishlar qayta taqsimlanadi va ma'lum



elementlarning ishdan chiqishi boshqalariga qo'shimcha yuk tushishiga olib kelishi mumkin. Shu sababli seysmik izolyatsiya va demferlash tizimlari tobora keng qo'llanilmoqda.

Ishqalanishga asoslangan demferlar va seysmik izolyatorlar (friction pendulum, sliding isolators) da ishqalanish ko'effitsiyentini boshqarish hal qiluvchi masala hisoblanadi. Popov M. va Li (2018) normal va tangensial tebranishlar superpozitsiyasi orqali ishqalanish ko'effitsiyentini faol nazorat qilish nazariyasini ishlab chiqdi [1]. Madatov, Li va Popov (2024) bu nazariyani rivojlantirib, aktuator rejimlari uchun boshqaruv xaritalarini qurdi [2].

Konstruksiyalar ishonchliligini baholashda Stanojev va Stojić (2014) ishonchlilik indeksi  $\beta$  ni qo'llab, tizim elementlarining buzilish ehtimolini aniqlash metodologiyasini ko'rsatgan [4]. Asmanova, Usmanov va boshqalar (2026) esa ko'p qavatli binolarni kritik chegaraviy holatlar bo'yicha hisoblash masalasini o'rganib, yuk ko'taruvchi elementlarning mas'uliyat darajasiga qarab differensiallashtirilgan baholash zarurligini ko'rsatdi [3].

Ushbu maqolada ishqalanishga asoslangan kontakt tizimining nol kuch holati oltita faza siljishi uchun sonli tahlil qilinadi va natijalarning seysmik demferlash tizimlarini loyihalashdagi ahamiyati muhokama etiladi.

### Model va metodologiya

Popov M. va Li [1] tomonidan taklif etilgan yakka kontakt modeli qo'llaniladi. Elastik jismning normal va tangensial yo'nalishlardagi siljishlari:

$$u_z = u_{z,0} - \Delta u_z \cos \omega t; \quad u_x = v_0 t + \Delta u_x \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Kulon ishqalanish qonuni lokal darajada qo'llaniladi:  $|f_x| < \mu_0 f_z$  — yopishish, aks holda  $f_x = \pm \mu_0 f_z$  — sirpanish. Makroskopik ishqalanish ko'effitsiyenti to'rtta o'lchamsiz parametrga bog'liq [1, 2]:

$$\mu/\mu_0 = f(v_0/v_c, \beta, \alpha, \varphi) \quad (2)$$

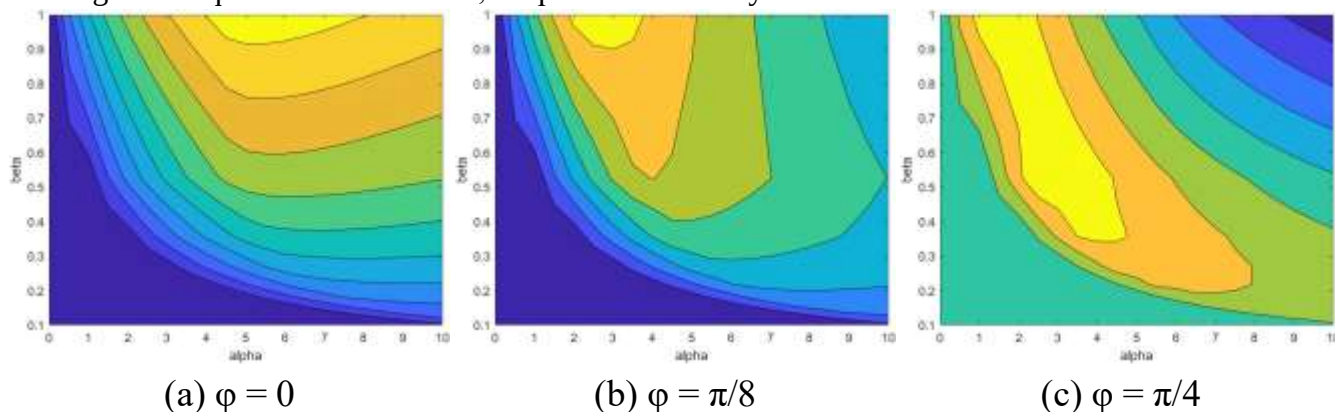
bu yerda  $\beta = \Delta u_z/u_{z,0}$ ,  $\alpha = k_x \Delta u_x / (\mu_0 k_z \Delta u_z)$ . Nol kuch holati  $\mu = 0$  qo'yilganda olinadi:

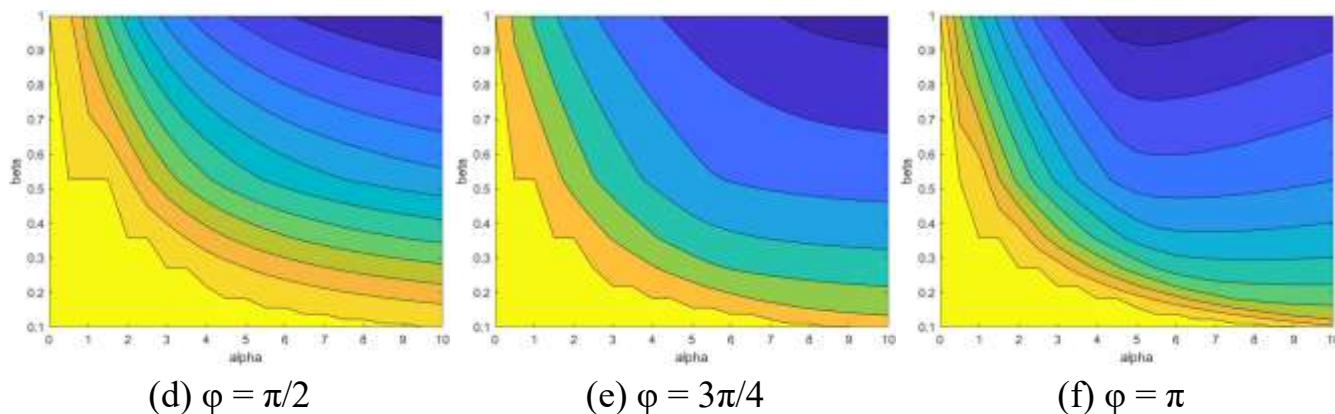
$$f(v_0/v_c, \beta, \alpha, \varphi) = 0 \rightarrow v_0/v_c = g(\beta, \alpha, \varphi) \quad (3)$$

(3) tenglama sonli yechildi: har bir  $(\alpha, \beta, \varphi)$  uchun tebranish davri 1000 qadamga bo'linib, 20 davrlik barqarorlanishdan keyin MATLAB ning  $f_0$  funksiyasi orqali  $v_0/v_c$  topildi. Quyidagi faza siljishlari olingan:  $\varphi = 0, \pi/8, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ .

### Natijalar

1-rasmda oltita faza siljishi uchun nol kuch holatida  $v_0/v_c$  ning  $\alpha$  va  $\beta$  tekisligidagi xaritalari keltirilgan. Sariq soha — katta tezlik, to'q ko'k — kichik yoki nol tezlik.





1-rasm. Nol kuch holatida  $v_0/v_c$  ning  $\alpha$  va  $\beta$  ga bog'liqligi: (a)  $\varphi = 0$ ; (b)  $\varphi = \pi/8$ ; (c)  $\varphi = \pi/4$ ; (d)  $\varphi = \pi/2$ ; (e)  $\varphi = 3\pi/4$ ; (f)  $\varphi = \pi$ . Sariq — maksimal tezlik, to'q ko'k — minimal. MATLAB natijasi.

$\varphi = 0$  da (a) tizim musbat yo'nalishda harakatlanadi; maksimal  $v_0/v_c \approx 0.5$  qiymati  $\alpha \approx 5$ ,  $\beta = 1$  da erishiladi.  $\varphi = \pi/8$  da (b) xulq o'xshash, biroq maksimum sohasi kichik  $\alpha$  va katta  $\beta$  ga siljigan.

$\varphi = \pi/4$  da (c) inversiya effekti kuzatiladi: kichik  $\alpha$  da katta tezlik (sariq soha), katta  $\alpha$  da esa tezlik kamayadi va to'q ko'k zonaga o'tadi. Bu bitta qurilmada amplitudani o'zgartirib harakat tezligini keng diapazonda boshqarish imkonini beradi.

$\varphi = \pi/2$  dan (d) boshlab sariq soha (maksimal tezlik) kichik  $\alpha$ , katta  $\beta$  hududiga to'planadi.  $\varphi = 3\pi/4$  (e) va  $\varphi = \pi$  da (f) bu tendensiya davom etadi:  $\varphi = \pi$  da maksimal tezlik  $\alpha \approx 1$ ,  $\beta = 1$  atrofida to'planib,  $v_0/v_c \approx 0.5$  ga yetadi. Shu bilan birga, to'q ko'k soha (kichik tezlik) katta  $\alpha$  sohani egallaydi.

### Muhokama

Olingan natijalar seysmik izolyatsiya va demferlash tizimlariga quyidagicha tatbiq etilishi mumkin. Seysmik ta'sir vaqtida bino poydevori gorizont va vertikal tebranishlarga uchraydi — bu aynan bizning modeldagi (1) tenglamaga mos keladi. Seysmik izolyator yuzasidagi ishqalanish koefitsiyenti esa (2) formula bo'yicha tebranish parametrlariga bog'liq bo'ladi.

Nol kuch holati seysmik kontekstda alohida ahamiyatga ega: bu holat izolyator yuzasida tashqi kuchsiz harakatning boshlanishini bildiradi. Agar seysmoizolyator parametrlari shunday tanlansa va seysmik tebranish davomida nol kuch holati yuzaga kelsa, izolyator o'zi-o'zidan siljib, seysmik energiyani dissipatsiya qiladi. Bu seysmo-aktiv izolyatsiya tizimlarining ishlash prinsipini tashkil etadi.

Boshqaruv xaritalaridan ko'rinib turibdiki, faza siljishi  $\varphi$  orqali nol kuch tezligining yo'nalishi va kattaligini to'liq nazorat qilish mumkin. Amaliy tizimda bu piezoelektrik aktuator orqali normal bosimni faza bilan modulyatsiya qilish yo'li bilan amalga oshirilishi mumkin. Bu yondashuv an'anaviy passiv izolyatsiyadan farqli ravishda, tizimni seysmik ta'sirning xarakteristikasiga moslash imkonini beradi.

Konstruksiyalar ishonchliligi nuqtai nazaridan, Stanojev va Stojić [4] ko'rsatganidek, ishonchlilik indeksi  $\beta$  elementlarning buzilish ehtimolini ifodalaydi. Asmanova va boshqalar [3] ta'kidlaganidek, baland sinchli binolarda yuk ko'taruvchi elementlarning mas'uliyat darajasi turlicha bo'lib, birinchi qavatdagi ustunlar eng kritik hisoblanadi. Ishqalanishga asoslangan adaptiv izolyatsiya tizimi aynan shu kritik elementlarga tushuvchi seysmik yukni kamaytirish orqali binoning umumiy ishonchlilik indeksini oshirishi mumkin.

### Xulosa

Normal va tangensial tebranishlar superpozitsiyasiga asoslangan kontakt tizimining nol kuch holati faza siljishi uchun sonli tahlil qilindi. Natijalar shuni ko'rsatdiki, faza siljishi orqali nol kuch tezligining yo'nalishi va kattaligi to'liq boshqariladi. Qurilgan boshqaruv xaritalari

seysmik izolyatsiya va ishqalanishli demferlash tizimlarini loyihalashda parametrlarni tanlash uchun amaliy vosita sifatida xizmat qilishi mumkin.

#### **Adabiyotlar**

- [1] Popov M., Li Q. Multi-mode active control of friction, dynamic ratchets and actuators // Physical Mesomechanics. — 2018. — Vol. 21, No. 1. — P. 24–31.
- [2] Madatov I., Li Q., Popov V.L. Actuators based on superposition of normal and tangential oscillations // AIP Conference Proceedings. — 2024.
- [3] Asmanova Ch., Usmanov V., Ibragimov Kh., Madatov I. Calculation of the load-bearing structures of buildings based on the critical group of limit states // Academic Journal of Science, Technology and Education. — 2026. — Vol. 2, Issue 3. — P. 16–21.
- [4] Stanojev M., Stojić D. Reliability analysis of structures // Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering. — 2014. — Vol. 12, No. 3. — P. 265–272.
- [5] GOST 27751-2014. Nadyozhnost' stroitel'nyx konstrukcij i osnovanij. Osnovnye polozheniya. — Moskva: Standartinform, 2019.
- [6] Popov V.L. Mehanika kontaktnogo vzaimodejstviya i fizika treniya. — Berlin: TU Berlin, 2013. — 365 s.
- [7] EN 1990:2002. Eurocode — Basis of structural design. European Committee for Standardization, Brussels.